

“Inženerler üçin ýokary matematika” dersi näme?

Bilmeli ýönekeý soraglary:

1. *Wektor näme?*

Jogap: Uzynlygy we ugry görkezilen kesime wektor diýilýär.

2. *Nähili ululyklara skalýar ululyklar diýilýär?*

Jogap: Eger ululyk özüniň san bahasy bilen häsiýetlendirilýän bolsa, oňa skalýar ululyk diýilýär.

3. *Nähili ululyklara wektor ululyklar diýilýär?*

Jogap: Eger ululyk özüniň san bahasy hem-de ugry bilen häsiýetlendirilýän bolsa, oňa wektor ululyk diýilýär.

4. *Iki wektoryň goşulmagyny grafiki görnüşde nädip beýan edip bilersiňiz?*

Jogap: birinji wektoryň ahyryna ikinji wektoryň başlangyjyny goýsak onda birinji wektoryň başlangyjyndan ikinji wektoryň ahyryna ugrykdyrylan wektorymyz bu iki wektoryň jemi bolar.

5. *Wektorlaryň komponent formasy diýlip nämä aýdylýar?*

Wektoryň komponent görnüşi, wektoryň koordinat oklary babatynda tertipli sanawy hökmünde wektory aňlatmagy aňladýar. Üç ölçegli Kartezian koordinat ulgamynda (x, y, z) wektor aşakdaky ýaly görkezilip bilner:

$$\vec{v} = \langle v_1, v_2, v_3 \rangle$$

Bu ýerde v_1, v_2, v_3 komponentler \vec{v} wektoryň x, y we z oklaryň üstündäki koordinatalaryny aňladýar. $\langle \rangle$ burçlar ýaýlar bolsa bu koordinatalaryň wektor koordinatalardygyny aňladýar.

6. *Iki wektoryň skalýar köpeltmek hasyly nähili tapylýar?*

Jogap: Wektorlaryň uzynlyklarynyň we olaryň arasyndaky burç kosinasyny köpeltmek arkaly tapylýar.

7. *Iki wektoryň skalýar köpeltmek hasyly haçan nola deňliginden nähili netije gelip çykýar?*

Jogap: Berlen wektorlar özara perpendikulýar bolanda olaryň sklaýar köpeltmek hasyly nola deňdir we diňe şol halda nola deňdir.

8. *Iki wektoryň skalýar köpeltmek hasyly nirelerde ulanylýar?*

Jogap: Wektorlaryň sklaýar köpeltmek hasyly wektorlaryň uzynlyklaryny we olaryň arasyndaky burçy tapmakda ulanylýar

9. *Wektorlaryň komponent görnüşi nähili goşulýar?*

Jogap: Wektorlaryň komponent görnüşi şu aşakdaky görnüşde goşulýar:

$\vec{v} = \langle v_1, v_2, v_3 \rangle$ we $\vec{u} = \langle u_1, u_2, u_3 \rangle$ iki wektor berlen bolsun. Onda

$\vec{v} + \vec{u} = \langle v_1 + u_1, v_2 + u_2, v_3 + u_3 \rangle$ berlen iki wektoryň her oklardaky koordinatalary aýratynlykda goşulýar we netije ýene şol koordinatalarda ýazylýar.

10. *Iki wektoryň wektor köpeltmek hasylynyň kesgitlemesi.*

Jogap: Kesgitleme. 1) Uzynlygy san taýdan \vec{u} we \vec{v} wektorlaryň üstünde gurlan parallelogramyň meýdanyna deň bolan, 2) \vec{u} we \vec{v} wektorlaryň ikisine-de perpendikulýar bolan \vec{w} wektora \vec{u} we \vec{v} wektorlaryň wektor köpeltmek hasyly diýilýär.

11. *Iki wektoryň wektor köpeltmek hasylynyň esasy häsiýetleri.*

Jogap: 1. \vec{u} we \vec{v} wektorlaryň wektor köpeltmek hasyly bu wektorlaryň biri nol wektor bolan halda ýa-da \vec{u} we \vec{v} halda we diňe şu iki halda nola deňdir. Bu häsiýet aýdyňdyr.

a. 2. Wektor köpeltmek hasylynda wektorlaryň orny çalyşsa, onda onuň diňe alamaty üýtgär:

$$\vec{u} \times \vec{v} = -\vec{v} \times \vec{u}.$$

Koordinatalary belli bolan iki wektoryň wektor köpeltmek hasyly nähili amala aşyrylýar:

$i \times i = 0, j \times j = 0, k \times k = 0, i \times j = k, j \times k = i, k \times i = j, i \times k = -j, k \times j = -i, j \times i = -k$. Deňlikleri göz önünde tutup $\vec{u} \times \vec{v} = (v_1 i + v_2 j + v_3 k) \times (u_1 i + u_2 j + u_3 k) =$

$$\begin{aligned} \vec{a} \times \vec{b} &= -y_1 x_2 k + z_1 x_2 j + x_1 y_2 k - z_1 y_2 i - x_1 z_2 j + y_1 z_2 i = \\ &= (y_1 z_2 - z_1 y_2) i + (z_1 x_2 - x_1 z_2) j + (x_1 y_2 - y_1 x_2) k. \end{aligned}$$

12. *Koordinatalary belli bolan iki wektoryň wektor köpeltmek hasyly kesgitleýjiler arkaly nähili hasaplanýar:*

Jogap:

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix}.$$

a.

$$\begin{pmatrix} + & + & + \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

b.

Kesgitleme. a we b wektorlaryň wektor köpeltmek hasylynyň c wektora skalýar köpeldilmegine $a \cdot b$ we $c \cdot v$ üç wektoryň garyşyk köpeltmek hasyly diýilýär we aşakdaky ýaly belgilenilýär:

13. *Ikinji tertipli kesgitleýji diýlip nämä aýdylýar?*

Jogap: Kwadrat görnüşde ýerleşdirilen dört sandan ybarat bolan tablisa deňişli $a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}$ tapawuda ikinji tertipli kesgitleýji diýilýär we şeýle belgilenýär:

$$14. \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix};$$

15. *Transponirlenen kesgitleýji diýip nämä aýdylýar:*

Jogap: Berlen kesgitleýjini esasy diagonalýň töwereginde 180° öwürüp täze kesgitleýji, ýagny berlen kesgitleýjiniň 1-nji, 2-nji, ..., n -nji setirleri deňişlilikde, 1-nji, 2-nji, ..., n -nji sütünleri bolan kesgitleýji alynsa, onda ol kesgitleýjä *transponirlenen kesgitleýji* diýilýär we $\det(A^T)$ bilen belgilenýär:

16. *Kesgitleýjiniň häsiýetleri.*

Jogap: 1. $\det(A) = \det(A^T)$;

2. Eger kesgitleýjiniň iki setiriniň ýa-da sütüniniň ýerini çalşysak, onda onuň ululygynyň diňe alamaty üýtgeýär.

3. Özara deň iki setiri ýa-da sütüni bolan kesgitleýji nola deň.

Meselem, $a_{i1} = a_{i2} = b_i$ ($i = 1; 2; 3$) bolsa, onda ol nola deň.

4. Kesgitleýjiniň haýsy-da bolsa bir setiriniň ýa-da bir sütüniniň ähli elementleriniň umumy köpeldijisi bar bolsa, onda ony kesgitleýji

alamatynyň daşyna çykarmak bolar.

5. Tutuş bir setiri ýa-da bir sütüni noldan ybarat bolan kesgitleýji nola deňdir.

6. Iki setiriniň ýa-da iki sütüniniň elementleri proporsional bolan kesgitleýji nola deňdir. Meselem, $a_{i1} = b_i$; $a_{i2} = kb_i$, $i = 1, 2, 3$ bolsa,

onda ol nola deňdir.

7. Kesgitleýjiniň m -nji setiriniň ýa-da sütüniniň her bir elementi iki

goşulyjynyň jeminden ybarat bolsa, onda ol şol tertipdäki iki kesgitleýjiniň jemine deňdir: olaryň birinjisiniň m -nji setiriniň ýa-da

sütüniniň elementleri şol goşulyjylaryň birinjisinden ybarat, ikinjisiniň

m -nji setiriniň ýa-da sütüniniň elementleri şol goşulyjylaryň ikinjisinden

ybaratdyr, galan setirleriň elementleri üç kesgitleýjide hem birmeňzeşdir.

8. Kesgitleýjiniň setiriniň ýa-da sütüniniň her bir elementiniň üstüne beýleki setiriň ýa-da sütüniň deňişli elementlerini käbir k sana

köpeldip goşsak, onda kesgitleýjiniň ululygy üýtgemez;

17. *Matrisanyň minory diýlip nämä aýdylýar?*

Jogap: Haýsy-da bolsa bir a_{ik} elementi alyp, onuň ýerleşen setiriniň we sütüniniň üstüni çyzalyň. Galan elementleriň emele getirýän kesgitleýjisine şol a_{ik} **elementiň minory** diýilýär.

18. *Matrisanyň algebraik doldurgyjy (kofaktory) diýlip nämä aýdylýar?*

Jogap: $A_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$ sana bolsa matrisanyň a_{ij} elementiniň algebraik doldurgyjy diýilýär.

19. *Matrisa näme?*

m setirli, n sütünli $m \times n$ sandan ybarat bolan gönüburçly tablisa matrisa diýilýär.

20. *Nähili matrisa nol matrisa diýilýär?*

Hemme elementleri nola deň bolan matrisa nol matrisa diýilýär. Ol O bilen belgilenýär.

21. *Nähili matrisa kwadrat matrisa diýilýär?*

Matrisanyň setiriniň we sütüniniň sany deň ($m = n$) bolsa, onda oňa kwadrat matrisa diýilýär.

22. *Nähili matrisa diagonal matrisa diýilýär?*

Esasy diagonalyndaky elementlerden başga elementleriniň hemmesi nol bolan kwadrat matrisa diagonal matrisa diýilýär.

23. *Nähili matrisalara deň matrisalar diýilýär?*

Iki matrisanyň setir we sütün sany deň we olaryň setir we sütün kesişmelerindäki elementleri özara deň bolan matrisalara deň matrisalar diýilýär.

24. *Iki matrisany köpeltmek üçin haýsy şertler ýerine ýetmeli?*

A matrisany B matrisa köpeltmek üçin, A matrisanyň tertibi $m \times n$ bolsa, B matrisanyň tertibi $n \times q$ bolmaly (m we q islendik natural san). Şu ýagdaýda $A \cdot B = C$ matrisanyň tertibi $m \times q$ bolýar.

25. *Ters matrisa diýlip nahäili matrisa aýdylýar?*

Berlen A matrisa ters matrisa diýip $BA = AB = E$ (E – birlik matrisa) deňligi kanagatlandyran islendik B matrisa aýdylýar.

26. *Çyzykly deňlemeler ulgamyny çözmek üçin matrisanyň tersini nädip ulanyp bolar?*

Jogap: Çözüw wektoryny göni almak üçin matrisanyň tersini bahalar wektoryna köpeltmeli.

$$AX = F; \quad A^{-1}AX = A^{-1}F; \quad X = A^{-1}F.$$

27. *Gauss usuly bilen Kramer usuly deňeşdirilýär.*

Jogap: Gauss usuly uly ölçegli çyzykly deňlemeler sistematsyny çözümlende ulanmak amatly bolýar. Kramer usuly bolsa kiçi ölçegli çyzykly deňlemeler sistemasyny çözmeklikde amatly we düşnükli bolýar.

28. *Koordinat tekizliginde iki nokadyň arasyndaky uzaklyk nähili tapylýar?*

29. Jogap: Pifagor teoremasyny ulanyp aralyk formulasy:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

31. *$y = mx + b$ deňlemedäki çyzygyň ýapgytlygyny we oklar bilen kesişme nokadyny kesgitläň.*

a. Jogap: ýapgytlygy m -e deň, yoky bilen kesişmesi b -e deň.

32. *Töweregiň kesgitlemesi.*

Jogap: bir nokatdan deň daşlaşan nokatlaryň emele getiren geometrik figurasyna töwerek diýilýär.

33. Parabolanyň standart deňlemesi näme?

a. $y^2 = 4px$, bu ýerde p fokus uzynlygy.

34. Wektor näme? Jogaby: Ugrukdyrylan kesime wektor diýilýär. Eger wektoryň başlangyjy A nokatda, ahyry B nokatda bolsa, onda wektor \overrightarrow{AB} bilen belgilenýär.

35. Skalýar we wektor ululyk diýip nämä aýdylýar? Jogaby: Eger ululyk özüniň san bahasy bilen häsiýetlen Eger ululyk özüniň san bahasy bilen häsiýetlendirilýän bolsa, oňa skalýar ululyk diýilýär.

a. Eger ululyk özüniň san bahasy hem-de ugry bilen häsiýetlendirilýän bolsa, oňa wektor ululyk diýilýär.

36. Nol wektor, deň wektorlar diýip nähili wektorlara aýdylýar? Jogaby:

Başlangyjy we ahyry gabat gelyän wektora nol wektor diýilýär, we ol $\vec{0}$ bilen belgilenýär. Nol wektoryň moduly nola deň, ugry bolsa kesgitlenmedikdir.

a. Deň uzynlykly ugurdaş kollinear wektorlara deň wektorlar diýilýär.

37. Kollinear we komplanar wektorlar? Jogaby: Parallel gönülerde (ýa-da bir gönüde) ýatýan wektorlara kollinear wektorlar diýilýär. Parallel tekizliklerde (ýa-da bir tekizlikde) ýatýan wektorlara komplanar wektorlar diýilýär.

38. Wektoryň oka bolan proyeksiýasy diýip nämä aýdylýar? Jogaby: AB wektoryň başlangyç A nokadyndan we ahyrky B nokadyndan ℓ oka geçirilen perpendikulýarlaryň esaslarynyň arasyndaky ugrukdyrylan A_1B_1 kesime AB wektoryň ℓ oka bolan ortogonal proyeksiýasy diýilýär. $pr_{\ell} \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{A_1B_1}$

39. Iki wektoryň jeminiň (tapawudynyň) koordinatasy? Jogaby:

40. Goý, $a = (X_1, Y_1, Z_1)$ we $b = (X_2, Y_2, Z_2)$ wektorlar berlen bolsun.

a. $a+b = \{X_1 + X_2, Y_1 + Y_2, Z_1 + Z_2\}$, $a-b = \{X_1 - X_2, Y_1 - Y_2, Z_1 - Z_2\}$

41. Iki wektoryň skalýar köpeltmek hasyly diýip nämä aýdylýar? Jogaby: a we b wektorlaryň uzynlyklarynyň olaryň arasyndaky burçuň kosinusyna köpeltmek hasylyna deň bolan sana a we b iki wektoryň skalýar köpeltmek hasyly diýilýär. $\vec{a}\vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos\alpha$.

42. Koordinatalary bilen berlen wektorlaryň skalýar köpeltmek hasyly diýip nämä aýdylýar? Jogaby: $a = (X_1, Y_1, Z_1)$ we $b = (X_2, Y_2, Z_2)$ iki wektoryň skalýar köpeltmek hasyly $\vec{a}\vec{b} = X_1 * X_2 + Y_1 * Y_2 + Z_1 * Z_2$ formula arkaly aňladylýar.

43. Ikinji tertipli kesgitleýjiler Jogaby: Kwadrat görnüşde ýerleşdirilen dört sandan ybarat bolan tablisa degişli $a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$ tapawuda ikinji tertipli kesgitleýji diýilýär we şeýle belgilenýär: $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$

44. Matrisa name? Jogaby: m setirli, n sütünli $m \times n$ sandan ybarat bolan gönüburçly tablisa matrisa diýilýär we aşakdaky ýaly

$$a. \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

b. ýa-da gysgaça $\{a_{ij}\}_m^n$, görnüşde belgilenilýär.

45. Diagonal matrisa name? Jogaby: Esasy diagonalyndaky elementlerden başga elementleriniň hemmesi nol bolan kwadrat matrisa diagonal matrisa diýilýär.

$$a. \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} \end{pmatrix} = \text{diag}(a_{11} a_{22} a_{33})$$

46. Deň matrisalar, birlik matrisa, nol matrisa. Jogaby: $A = \{a_{ij}\}_m^n$ we

$B = \{b_{ij}\}_m^n$, matrisalaryň setirleriniň we sütünleriniň sany deň hem-de $a_{ij} = b_{ij}$ bolsa, onda bu matrisalara özara deň matrisalar diýilýär.

a. Diagonal matrisanyň diagonalndaky elementleri bire deň bolsalar, onda oňa birlik matrisa diýilýär we ol E bilen belgilenýär.

b. Hemme elementleri nola deň bolan matrisa nol matrisa diýilýär.

47. Kwadrat matrisa . Jogaby: Matrisanyň setiriniň we sütüniniň sany deň bolsa, onda oňa kwadrat matrisa diýilýär.

48. Matrisanyň minory we rangy Jogaby: Matrisanyň birnäçe setiriniň we sütüniniň üstüni çyzyp, galan elementleriniň ornuny uýtgetmezden alnan kesgitleýjä A matrisanyň minory diýilýär.

a. Matrisanyň noldan tapawutly minorlarynyň terMatrisanyň noldan tapawutly minorlarynyň terMatrisanyň noldan tapawutly minorlarynyň terleriniň ulusyna A matrisanyň rangy diýilýär.

49. Göni çyzygyň umumy deňlemesi. Jogaby: x we y üýtgeýänlere görä birinji tertipli:

$$a. Ax + By + C = 0$$

50. Tekizligiň umumy deňlemesi. Jogaby: x , y we z üýtgeýänlere görä birinji tertipli:

$$51. Ax + By + Cz + D = 0$$

52. Ellips. Jogaby: Tekizlikde berlen iki nokatlara (fokuslara) çenli uzaklyklaryň jemi hemişelik bolan (we $2a$ sana deň alynýan) tekizligiň ähli nokatlarynyň köplüğine ellips diýilýär. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

53. Giperbola. Jogaby: Tekizlikde berlen iki nokatlara (fokuslara) çenli uzaklyklaryň tapawudynyň moduly hemişelik bolan (we $2a$ sana deň alynýan) tekizligiň ähli nokatlarynyň köplüğine giperbola diýilýär. $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

a. $-\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$,deňleme Oy oky hakyky oky bolan giperbolany kesgitleýär

54. Parabola. Jogaby: Tekizlikde berlen nokatdan (fokusdan) we berlen göni çyzykdan(direktrisadan) deň daşlykda bolan tekizligiň ähli nokatlarynyň köplüginde parabola diýilýär. $y^2 = 2px$.
55. Köplük name? Boş köplük? Jogaby: Predmetleriň ýa-da obýektleriň kesgitli toplumyna köplük diýilýär. İçinde hiç hili elementi ýok bolan köplüğe boş köplük diýilýär.
56. Funksiýa näme? Üýtgeýän bir ululyyň başga bir üýtgeýän ululyga baglylygyna funksiýa diýilýär. $y = f(x)$
57. Argument näme? $y = f(x)$ -formuladaky x -ululyga baglanşyksyz üýtgeýän ululyk ýa-da argument diýilýär.
58. Elementar funksiýalar haýsylar?- Derejeli funksiýa, görkezijili funksiýa, logarifmik funksiýa, trigonometrik funksiýa, ters trigonometrik funksiýa
59. Funksiýanyň kesgitleniş ýaýlasy-bu funksiýada x -ululygyň alyp biljek bahasy
60. Funksiýanyň bahalar ýaýlasy-bu funksiýada y -ululygyň alyp biljek bahasy
61. Jübüt we täk funksiýa: $f(-x) = f(x)$ şert ýerine ýetse jübüt funksiýa diýilýär, $f(-x) = -f(x)$ şert ýerine ýetse täk funksiýa diýilýär.
62. Funksiýanyň berliş usullary: Tablisa usulynda, Grafik usulynda, Analitik usulynda, Parametrik usulynda, Kompýuter usulynda
63. Periodik funksiýa: $f(x + nT) = f(x)$, $T \neq 0$ şert ýerine ýetse periodik funksiýa diýilýär.
64. Funksiýanyň ekistremumy: Funksiýanyň maksimumyna, minimumyna funksiýanyň ekistremumy diýilýär.
65. Ters funksiýa: $x = g(y)$, funksiýa
66. $y = f(x)$ funksiýanyň ters funksiýasy diýilýär, belgilenişi $-f^{-1}$
67. Çylşyrymly funksiýa: $y = f(u)$, $u = g(x)$, $y = f(g(x))$ –çylşyrymly funksiýa
68. Funksiýanyň predeli näme? Funksiýanyň argumenti haýsy hem bolsa bir a –sana ýakynlaşanda, funksiýanyň bahasy b -sana ýakynlaşýan bolsa, onda bu b -sana $y = f(x)$ funksiýanyň predeli diýilýär. $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$
69. Ajaýyp predeler: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ – brinji ajaýyp predel
70. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$ –ikinji ajaýyp predel
71. Funksiýanyň artdyrmasy näme? $\Delta f = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$
72. Argumentiň artdyrmasy näme? $\Delta x = x - x_0$
73. Funksiýanyň önümi barada düşünje: Funksiýanyň önümi – bu Δf funksiýanyň artdyrmasynyň Δx argumentiň artdyrmasyna bolan gatnaşygynyň argumentiň artdyrmasy nola ymtylandaky predeline aýdylýar. $f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{\Delta x}$
74. Ýokary tertipli önüm: Ikinjiden başlap ähli önümlere yokary tertipli önüm diýilýär. y'' , y''' , $y^{(4)}$, $y^{(5)}$ we.ş.m

75.Funksiýanyň differensialy: $dy = f'(x) dx$

76.Lopitalyň düzgüni: $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$

77.Asyl funksiýa näme? $F'(x) = f(x)$ deňlik ýerine ýetse F -funksiýa f -funksiýa asyl funksiýa diýilýär.

78.Kesgitsiz integral näme? f -funksiýanyň X aralykdaky ähli asyl funksiýalarynyň köplüğine f funksiýanyň şol aralykdaky kesgitsiz integraly diýilýär. $\int f(x) dx = F(x) + C$

79.Kesgitli integral näme? f -funksiýanyň $[a, b]$ kesimdäki integral jemine f funksiýanyň şol aralykdaky kesgitli integraly diýilýär.

80. $\int_a^b k f(x) dx = k(F(b) - F(a))$