A 货币代码

由于斐波那契数的增长是 log 级别的，我们可以枚举前两个数，在 $O(n^2 \log n)$ 的时间内找出全部 n 个可能的字符串。接下来问题转化为判断重复串，可以建一棵 Trie 树，每个终点只计入一次答案，也可以采用字符串哈希等方法解决。

B Sumplete 游戏

首先要注意的是，对于数字 1 的条目，可以留 0（划掉）或留 1（保留）。对于数字 -1 的条目，可以留 0（划掉）或留 -1（保留）。通过在这些 -1 条目的相应行/列总和中加入 1 并翻转结果（划掉为 1，保留为 0），可以将问题简化为求解一个所有条目为 1 的 Sumplete 网格。

我们首先可以肯定地假设，经过简化后，每一行和每一列所需的总和介于 0 和 n 之间：接着我们依次确定每行保留哪些条目。

假设当前行的要求和为 s_i，那么保留要求和最大的 s_i 列的条目。如果在任何一步中，我们都无法找到求和为正的 s_i 列，那么原谜题就无解了。要证明这种算法的正确性并不难。注意需要在处理行时对列的所需和进行排序。直接实现这种排序需要 $O(n^2 \log n)$，这已经足以通过这个问题。不过，需要注意的是，所需的列总和介于 0 和 n 之间。因此，我们可以使用计数排序等方法在 $O(n^2)$ 内解决这个问题。

C 高速公路

将所有关键点按照位置排序，把每个连续的 EEETTT（连续 E 后接着连续 T）看成一段，最终的段数为 k。

然后我们有三种方案：

1. 在除了段与段之间的所有相邻关键点间全部放置 b 类收费站，代价为 $(n-k) \times b$
2. 除了第一段的最后一个 T 和最后一段的第一个 E，其他全部放 a 类收费站，代价为 $(n-2) \times a$。注意，如果总共只有一段，则应为 $(n-1) \times a$
3. 对于第一段，除了最后一个 T，其余均放 a 类；对于最后一段，除了第一个 E，其他均放 a 类。对于中间段，除了最后一个 E 和最后一个 T，其他均放 a 类，再在该段的 ET 交界处放 b 类。代价为 $(n-k) \times a + (k-2) \times (b-a)$。注意，如果总共只有一段，则应为 $(n-1) \times a$

三种方案取最小值即可。

D 加数

Key 1: 考虑什么情况下，答案等于 $\sum_{i=1}^{n} y_i$。

发现当 $y_1 \ge \sum_{i=1}^{n-1} \max(0, y_i - y_{i+1})$ 或 $y_n \ge \sum_{i=1}^{n-1} \max(0, y_{i+1} - y_i)$ 时符合。

> 证明：如果对于每个 k 都有 $y_k \ge \sum_{i=k}^{n-1} \max(0, y_i - y_{i+1})$，那么对于任何一个 $y_i > y_{i+1}$ 的情况，我们都可以令 $y_1 \sim y_i$ 全部减去 $y_i - y_{i+1}$，这样最终会形成一个 $y_1 = y_2 = \cdots = y_k \ne y_k + 1 = \cdots = y_n$ 的形式，容易发现是符合的。然后你可以进行推导，如果 $y_k < \sum_{i=k}^{n-1} \max(0, y_i - y_{i+1})$，则必然有 $y_1 < \sum_{i=k-1}^{n-1} \max(0, y_i - y_{i+1})$，因此也有 $y_1 < \sum_{i=1}^{n-1} \max(0, y_i - y_{i+1})$，由逆否命题知，我们只需要 $y_1 \ge \sum_{i=1}^{n-1} \max(0, y_i - y_{i+1})$ 即可。同理可知 $y_n \ge \sum_{i=1}^{n-1} \max(0, y_{i+1} - y_i)$ 也成立。

由对称关系知，其中一者成立，另一者也成立，即 $y_1 + y_n \ge \sum_{i=1}^{n-1} |y_i - y_{i+1}|$ 时，有答案等于 $\sum_{i=1}^{n} y_i$。

> 对称关系怎么来的？首先，显然有 $y_1 + \sum_{i=1}^{k-1}(y_{i+1} - y_i) = y_n$，将求和式子中的负项留在左边，正向移到右边，则有
> $y_1 - \sum_{i=1}^{n-1}\max(0, y_i - y_{i+1}) = y_n - \sum_{i=1}^{n-1}\max(0, y_{i+1} - y_i)$，故有上述两式等价。

故问题转化为，对于题目给定的 y_i 数列，我们可以令其中的某些 y_i 加上某些数，形成一个新的数列 x_i，x_i 的和即为答案，那么我们要做的就是使这些加的数尽可能少。不妨记
$M = y_1 + y_n - sum_{i=1}^{n-1}|y_i - y_{i+1}|$，我们要使得 $M \geq 0$。

我们发现，若数列中有若干个相同的数 $y_l = y_{l+1} = \cdots = y_r$，如果有 $y_{l-1} \geq y_l$ 且 $y_r + 1 \geq y_r = y_l$，那么我们让 $y_l \sim y_r$ 全部加上 1，就可以使得 M 加上 2，而这一操作的代价是 $r - l + 1$。显然，我们希望找到尽可能短的 $y_l \sim y_r$ 序列满足上述条件。

key 2：考虑怎么尽可能快而准确地找到当前数列中最短的合法序列。

我们以 y_i 为权值，建立一棵大根堆的笛卡尔树，可以发现，对于每一个点，对其操作时的长度就是以其为根的子树的大小，其可以加的最大数值就是其与其父亲节点的差值。然后，我们按照子树大小从小到大遍历所有点并更新 M 和答案，直至 $M \geq 0$ 时结束遍历。

由于子树大小不超过 n，可以用桶排做到 $O(n)$ 的时间复杂度。也可直接 sort，时间复杂度为 $O(n \log n)$，足够通过。