

## T1

送分题。令 $p'_i$ 为 $p_i$ 的逆映射。第 $i$ 个时刻会对于所有间隔位置位于 $p'_{i-1}$ 和 $p'_i$ 中的计数器全部加一，相当于区间加。

差分一下。最后排序贪心选最大的就行。

## T2

首先断环成链。具体地可以枚举第一组连哪两个点，那么可以从第一个断开，因为不会有其他区间横跨这个点。

剩下的我们发现每一组最多两种选择。令 $f_i$ 表示从左到右扫到 $i$ 时前面所有区间都不越过 $i$ 的方案数，那么在每一组中间那个点处考虑转移，分为从前面点到当前点和从当前点到后面的点两种转移即可。

复杂度： $O(n)$ 。

## T3

先离散化。

发现只需要把点分为按 $x$ 删和按 $y$ 删两种。令 $f_{i,j}$ 表示考虑了所有 $x \leq i$ 的点时按 $x$ 删的点 $y$ 值最大为 $j$ 。从 $i$ 转移到 $i+1$ 时如果当前点的 $y$ 也是最大的则两种都可以，否则只能按 $x$ 删。

发现转移可以用线段树优化。复杂度： $O(n \log n)$ 。

## T4

发现边界上流量最小那条边一定属于割集，可以使用对偶图结合图的性质证明。

那么我们每次可以删掉最小的那条边而给与其属于同一个面的边加上这个权值。如此反复操作直到变成一棵树， $f(u,v)$ 就变成树上边权最小值了。删边的过程可以先在每个点将边都按照端点大小排序，并记录每条边在两端点分别的排名，删边时沿着一个面走就可以做到线性。容易发现均摊下来除了最前面的排序总复杂度也是线性的。使用一些技巧应该可以将排序省掉。统计答案可以用并查集。

复杂度： $O(n \log n)$ 。