## Α

仅讨论 k=4 的情况。

把每个人的参赛情况用一个 [0,16) 中的整数 s 表示,再按照 popcount(s) 从大到小贪心凑即可。具体地,可以依次按照如下的 popcount 组合 凑:

$$\{4\}, \{3,1\}, \{3\}, \{2,2\}, \{2,1,1\}, \{2,1\}, \{2\}, \{1,1,1,1\}, \{1,1,1\}, \{1,1\}, \{1\}$$

时间复杂度  $\mathcal{O}(\sum nk)$ 。

## В

枚举那个不受「度数  $\leq k$ 」限制的点,发现我们需要求出:

- 1. 以 u 为根的子树中,选择一个包含 u 的连通块,使得每个点度数  $\leq k$  (特别地, u 的度数要 < k) 的最大边权和;
- 2. 整棵树去掉以 u 为根的子树后,选择一个包含 u 的父亲 v 的连通块,使得每个点度数  $\leq k$  (特别地,v 的度数要 < k) 的最大边权和。

可以使用换根 dp + 贪心求出,时间复杂度  $\mathcal{O}(n \log n)$ 。

## C

考虑调整。注意到可以把  $(r, c_1), (r, c_2)$  调整为  $(r, c_1 + c_2 - 1), (1, r)$ ,所以我们可以证明对于每一组可行的 (s, c),存在一组解满足除 (1, 1) 外出现次数都 < 1。

而(1,1)的作用是 $s\leftarrow s+1,c\leftarrow c+2$ ,所以我们只要求出2s-c为定值时合法的c的最小值即可。枚举r,不难在 $\mathcal{O}(s)$ 的复杂度内更新所有(r,c)的贡献。

时间复杂度  $\mathcal{O}(s\sqrt{s})$ 。

## D

考虑从一个严格递增序列开始操作的过程,发现操作过程中每个数右侧小于它的数的个数始终为偶数,并且显然任意满足这个条件的序列都合法,所以 这个条件是充要的。

考虑用分块维护这个信息。设 i 右侧有  $r_i$  个  $< p_i$  的数。假设交换  $p_x, p_y$ ,那么 x, y 所在的块可以暴力重构;对于中间的块,影响是一个值域区间内的  $r\pm 1$ 。

于是可以想到每个块内部先排序,然后维护 r 的差分。这样的话发现需要对中间每个块做  $\log_{p}$  lower\_bound ,而块内是可以线性重构的。直接做时间复杂度为  $\mathcal{O}(n\sqrt{n\log n})$  ,已经足以通过。

我们考虑去掉这个 lower\_bound 的过程。发现修改和 lower\_bound 其实就是单点加、前缀查。使用  $\mathcal{O}(n)-\mathcal{O}(1)$  的分块即可做到  $\mathcal{O}(n\sqrt{n})$ 。但是这个做法需要  $\mathcal{O}(n\sqrt{n})$  的空间,常数也不是很优秀,简单来说就是出题人在开 std 两倍时限的情况下卡不掉上面的做法。

也存在使用时间分块的  $\mathcal{O}(n\sqrt{n})$  做法,出题人没有实现过所以不知道常数表现如何。