题解

A. 快速移动

x的移动与y的移动相互独立，可以分别考虑。

不妨考虑x,那么y同理。

对于一个$S[l,r]$,求出W的次数a,S的次数b.

此时的最优选择要么是全走W，要么是全走S。二者中绝对值大的就是最优的（绝对值相同就走W）。

a,b很容易用前缀和求出，所以复杂度$O(n+m)$.

B. 多项式

特判多项式仅有常数项和 $a=1$ 的情况。

否则令 $F(x)=\sum_{i\ge 0} p_i x^i$。因为 $F(a)=b$ 有 $p_i<b$。

又因为 $P(b)=c$，可以将 c 转化为在 b 进制下的表示，由于系数小于 b 不可能构成进位。第 k 位即 p_k 的值，验证此多项式是否满足 $P(a)=b$ 即可。

C. 坦克

考虑以 (a,b) 和 $(b,-a)$ 为基底建立一个新的坐标轴。转化方法可以依据向量的投影得到，为：

$x'=\frac{ax+by}{a^2+b^2}, y'=\frac{ay-bx}{a^2+b^2}$

这样移动就转化为 $(1,0),(0,1),(-1,0),(0,-1)$ 四种。

两点 (x_1,y_1) 和 (x_2,y_2) 的曼哈顿距离可以被表示为 $|x_1-x_2|+|y_1-y_2|$。有

$$|x_1-x_2|+|y_1-y_2|=\max((x_1-x_2)+(y_1-y_2),(x_1-x_2)+(y_2-y_1),(x_2-x_1)+(y_1-y_2),(x_2-x_1)+(y_2-y_1))$$

开 4 棵线段树维护下查询即可。

D. 殊途同归

考虑$a_i=2^{30}-1$这一档，也就是二进制下全为1.

令前$n-1$个数随便选，异或的结果记为x.所以第n个数只能是$x \text{ xor } m$.即答案是$2^{30(n-1)}$

现在考虑普遍情况。

先考虑最高位，记为k(最低位记为第0位）。设S,T表示这一位为0/1的a_i集合。

- 若a_i这一位为0，当然只能填0.
- 若a_i这一位为1，则可以0或1.

结合一开始的分析，如果T中有$t(t\ge 1)$个填了0，相当于有一个数被唯一确定，所以方案数一定是$\prod_{a_i\in S,\text{或}a_i\in T\text{但最终填}1}(a_i+1)\times 2^{k(t-1)}$ （在剩下的数异或起来符合m的第k位的条件下，也就是$|T|-t\equiv m_k \pmod 2, m_k$表示$m$的第$k$位）

那么考虑一个dp，$f(i,0/1)$表示用前i个数，最高位异或的结果是0/1.

- 若a_i这一位为0:

$$f(i,x)=(a_i+1)f(i-1,x)$$

- 若a_i这一位为1:

$$f(i,x)=2^k f(i-1,x)+(a_i+1)f(i-1,x \operatorname{xor} 1)$$

$f(n,m_k)/(2^k)$即为所求.不过这样求出的是$t\geq 1$的方案数。

对于$t=0$的情况，只需删掉所有最高位继续做（或相当于继续考虑第$k-1$位）.

复杂度$O(n\log a)$