P1.

First, I construct a divided difference table for f(x) = 1+log(x). Use the corresponding two values at the last column and the difference of two corresponding x to compute each entry. The first column is exactly the y value of each x.

一張含有 文字, 螢幕擷取畫面, 軟體, 多媒體軟體 的圖片

AI 產生的內容可能不正確。

The result table: The value in yellow box is needed for later use

一張含有 文字, 螢幕擷取畫面, 字型, 數字 的圖片

AI 產生的內容可能不正確。

We need to find the best three consecutive points to have best approximation



I travel all the possible starting points and compute its correspond approximation value and update the best value closest to Ture value



一張含有 文字, 螢幕擷取畫面, 字型 的圖片

AI 產生的內容可能不正確。

The result: Choose x = 0.23, 0.27, 0.32 will get the best f’(0.268) = 1.63483



P2.

Similar to p1, I first compute the function difference table for f(x). We just need to use the corresponding value in the last column to compute each value. The values in the first column are exactly f(x).

一張含有 文字, 螢幕擷取畫面, 字型, 陳列 的圖片

AI 產生的內容可能不正確。

一張含有 文字, 螢幕擷取畫面, 字型, 數字 的圖片

AI 產生的內容可能不正確。

P(X) is the polynomial using function difference and I compute the correspond p’(x) by myself.

一張含有 筆跡, 文字, 字型, 書法 的圖片

AI 產生的內容可能不正確。

Next, we are able to find the answer for (a)(b)(c). For each possible starting point, we choose different p’(x) according to what each subproblem requires and compute the approximate differential value using p’(x) . Try to find the best approximate closest to true value.

The following code is for (a) and (b). Subproblem (c) is very similar, just change a different p’(x).

一張含有 文字, 螢幕擷取畫面, 軟體 的圖片

AI 產生的內容可能不正確。

Result:

一張含有 文字, 螢幕擷取畫面, 字型 的圖片

AI 產生的內容可能不正確。

一張含有 文字, 筆跡, 字型, 文件 的圖片

AI 產生的內容可能不正確。 一張含有 文字, 筆跡, 字型, 書法 的圖片

AI 產生的內容可能不正確。

P4

I construct two functions to compute Simpson’s 1/3 rule and Simpson’s 3/8 rule.

The first function’s input is all the x and it will compute the sum of each segment.

The second function’s input is a segment of x used to compute Simpson’s 3/8 rule.

一張含有 文字, 螢幕擷取畫面, 字型, 數字 的圖片

AI 產生的內容可能不正確。



We let the true value be using the 1/3 rule for each segment. Find all possible ways to combine 3/8 rule with 1/3 rule. We found that there are only three possible combinations. Finally, I compute all the approximate value for each case.

一張含有 文字, 螢幕擷取畫面, 字型 的圖片

AI 產生的內容可能不正確。

Using 3/8 rule on 1.0-1.3 and 1.3-1.6 and using 1/3 rule on 1.6-1.8 will get the most accurate result to true value.

一張含有 螢幕擷取畫面, 文字, 字型, 行 的圖片

AI 產生的內容可能不正確。

P5

Set the initial h to be 1 – 0.2 = 0.8 and compute the integration of f(x) over [0.2, 1] with h using the trapezoidal rule. Update h to be h/2 for each iteration and stop if the integral value does not differ more than 0.02 between two iterations.

The first if statement is for floating point error, cur + h should always equal to 1 at the end in this algorithm. Floating point error might occur and didn’t compute the last segment.

一張含有 文字, 螢幕擷取畫面, 軟體, 陳列 的圖片

AI 產生的內容可能不正確。

Result: It stops at h = 0.0125



P6

We can spilt the double integral and compute it respectively.

一張含有 筆跡, 文字, 字型, 書法 的圖片

AI 產生的內容可能不正確。

To compute each integral, we split the interval with same space h = 0.1 and compute each integral using Gaussian Quadrature, three-term formulas.

一張含有 筆跡, 字型, 文字, 書法 的圖片

AI 產生的內容可能不正確。

Using the method from the slide, we first need to map each interval to [-1, 1] to apply Gaussian quadrature. Change the form to the below equation and compute the integral using the coefficient for 3-term. Noted that the function f has changed since the mapping from (a, b) to (-1, 1)

一張含有 字型, 行, 印刷術, 文字 的圖片

AI 產生的內容可能不正確。

一張含有 文字, 螢幕擷取畫面, 軟體, 陳列 的圖片

AI 產生的內容可能不正確。

Compute the sum of value of each integral and get the result integral on x direction and y direction. Multiply them and get the result double integral.

一張含有 文字, 螢幕擷取畫面, 字型, 軟體 的圖片

AI 產生的內容可能不正確。

The result is very close to the true value of double integral computed by Desmos.

一張含有 文字, 字型, 螢幕擷取畫面 的圖片

AI 產生的內容可能不正確。 一張含有 文字, 字型, 白色, 行 的圖片

AI 產生的內容可能不正確。

一張含有 文字, 筆跡, 字型, 書法 的圖片

AI 產生的內容可能不正確。