# 基于偏微分方程迭代的最优舰船航线计算模型

# 王龙

(四川职业技术学院,四川遂宁629000)

摘 要:在舰船最优航线规划的过程中,使用传统航线计算方法存在着准确性低的问题,为此通过引入迭代偏微分方程的方法设计最优舰船航线计算模型。首先按照舰船航线的计算特点构建航线规划偏积分方程,在此基础上对航线信息迭代更新,同时得出迭代值与更新结果,最终得出舰船航线中航程与航向的计算结果。通过仿真实验发现使用传统的计算方法对舰船航线进行计算,其准确率为81.46%,而偏微分方程迭代计算模型的准确率为97.72%。

关键词: 偏微积分; 微积分方程; 迭代; 舰船航线计算; 最优航线

中图分类号: U692.3 文献标识码: A

文章编号: 1672 - 7649(2019)7A - 0052 - 03 **doi:** 10.3404/j.issn.1672 - 7649.2019.7A.018

# **Optimal Ship Route Computing Model Based on Partial Differential Equation Iteration**

WANG Long

(Sichuan Vocational and Technical College, Suining 629000, China)

**Abstract**: In the process of ship optimal route planning, there is a problem of low accuracy in the traditional route calculation method. Therefore, an iterative partial differential equation method is introduced to design the optimal ship route calculation model. Firstly, the partial integral equation of ship route planning is constructed according to the calculation characteristics of ship route. On this basis, the route information is updated iteratively. At the same time, the iteration value and update result are obtained. Finally, the calculation results of ship route and course are obtained. Through simulation experiments, it is found that the accuracy of traditional calculation method is 81.46%, while the accuracy of partial differential equation iteration calculation model is 97.72%.

Key words: partial calculus; calculus equations; iteration; ship route calculation; optimal route

# 0 引言

由于海上环境条件复杂,不稳定性因素较多,因此在舰船出行之前需要对航线进行规划与计算。一般情况下舰船选择计算出的最优航线,作为实际的出行航线,最优航线的计算需要考虑到环境障碍,航距、消耗能源等多个方面,因此在规划最优航线的过程中需要对航线的航距、航向、环境等参数进行具体计算印。传统的舰船航线计算方法存在着严重的计算误差,导致计算结果无法作为航线规划与选择的参考依据。为了得到更加精确的最优舰船航线计算结果,对传统计算方法进行改进,引入偏积分方程迭代的概念。在一个微分方程当中出现多元函数的偏导数,或者所求的函数和多个变量有关,且方程当中出现所求函数对几个变量的导数,则这种形式的微分方程即为偏微分方

程。将偏微积分方程通过连续反馈迭代的方式,逐渐 逼近所需结果,在每一次迭代过程当中,每重复一次 即为一次迭代,且每一次迭代得到的结果都会作用给 下一次迭代的初始值,通过这种方法可以达到提高计 算结果精度的目的。

#### 1 最优舰船航线计算模型设计

利用偏积分方程迭代原理,对优化舰船航线计算模型进行设计,具体的设计过程如图1所示。

#### 1.1 构建航线规划偏积分方程

按照舰船航线的计算特点,构建的偏积分方程的标准式应为椭圆型偏积分方程,使用有限差分方法,把定解问题转化成为代数问题,以此来得出所需结果<sup>[2]</sup>。偏积分方程构建为下式:

收稿日期: 2019 - 05 - 25

作者简介: 王龙(1983 – ),男,硕士,讲师,主要研究方向为偏微分方程、数学建模及应用数学。

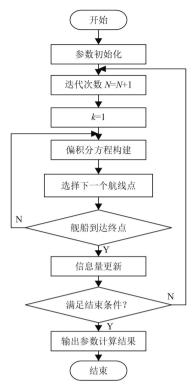


图 1 最优舰船航线计算流程图

Fig. 1 Flow chart of optimal ship route calculation

$$F = \left(x_1, \dots, x_n, u, \frac{\partial u}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial u}{\partial x_n}, \dots, \frac{\partial^m u}{\partial x_1^{m_1} \partial x_2^{m_2} \dots \partial x_n^{m_n}}\right) = 0.$$
(1)

式中:  $x = (x_1, x_2, \dots x_n)$ 为偏积分方程中的自变量;  $u(x) = u(x_1, x_2, \dots x_n)$ 为方程中的因变量。在方程中最高阶导数的阶数为偏微风方程的阶,其表达式如下:

$$m = m_1 + m_2 + \dots + m_n \, \circ \tag{2}$$

在最优舰船航线计算模型当中,需要计算的最优舰船航线与航行的航距、航向、阻力以及环境等多个因素相关。因此在构造偏积分方程中自变量为 a, b, 分别为影响舰船航线计算的 4 个因素,而因变量为 u(a,b),即为最优舰船航线。由此建立 2 阶偏微分方程如下:

$$AF_a + BF_b = F(a, b, F_u), \qquad (3)$$

式中A, B分别表示为常数, 且满足式(4)中的条件。

$$B^2 - 4A < 0_{\circ} \tag{4}$$

#### 1.2 航线信息迭代更新

在最优舰船航线计算的过程中,当计算出的航线 节点过多时,会淹没启发信息,所以需要对航线信息 进行迭代更新,更新规则如下:

$$\begin{cases}
\tau_{ij}(t+n) = (1-\rho)\tau_{ij}(t) + \Delta\tau_{ij}(t), \\
\Delta\tau_{ij}(t) = \sum_{k=1}^{m} \Delta\tau_{ij}^{k}(t) \cdot F(a,b,F_{u}).
\end{cases} (5)$$

式中:  $\Delta \tau_{ij}(t)$ 为信息的变化量;  $\rho$ 为信息的覆盖因子;  $\Delta \tau_{ij}^k(t)$ 为舰船 k 经过(i,j)航线使留下的信息数据, 其取值规则如下:

$$\Delta \tau_{ij}^{k}(t) = \begin{cases} \frac{Q}{M_{k}}, t \in (i, j), \\ 0, t \notin (i, j). \end{cases}$$

$$(6)$$

式中: Q 为航线信息数据量;  $M_k$ 为最优航线的目标函数, 其表达式为:

$$M_k = qT_k + \delta p L_k \, . \tag{7}$$

其中:  $T_k$ 与 $L_k$ 分别为正常航行速度下,航线的时间消耗量以及航线的长度; p,q分别为航线时耗与长度的重要性因子<sup>[3]</sup>; δ为航线规划偏积分方程的迭代值。

通过式(5),式(6)与式(7)联立便可以得出 更新信息以及偏积分方程的迭代值。

#### 1.3 最优舰船航线参数计算

根据最优舰船航线偏积分方程可以看出,舰船航 线的计算与航距和航向有关,因此以航线信息迭代结 果与迭代值为参考,对航线参数进行计算。

# 1.3.1 航距

最优舰船航线的航距指的是航线起点到航线终点的距离,由于整条航线被航线节点分为多段,因此计算的航距需要通过多条航距相加,得出最终的航距计算结果。某一段航线的解算情况如图 2 所示。

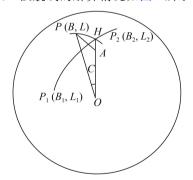


图 2 航距解算示意图

Fig. 2 Sketch diagram of distance solution

图中P为当前的航行位置,H为目标位置,而 $P_1$ 与  $P_2$ 为抑制经纬度的航路点。作过 P点与 $P_1$ P2正交的地线,将航线的起点与终点位置的坐标转换为空间直角坐标<sup>[4]</sup>。建立航线平面方程如下:

$$X + aY + bZ = 0_{\circ} \tag{8}$$

式中: X, Y, Z分别表示的是空间直角坐标。设图中 A 点的坐标为( $X_A$ ,  $X_B$ ,  $X_C$ ),则由式(9)中的条件:

$$\begin{cases} X_A + aY_A + bZ_A = 0, \\ X_A - X = \frac{Y_A - Y}{a}, \\ X_A - X = \frac{Z_A - Z}{b}, \end{cases}$$
(9)

可以求出 A 点坐标的值,抑制 PH 之间的平均曲率半 径为 $R_{PH}$ ,那么即可求出航距 PH 的值,计算方法如下式:

$$PH = \sqrt{\left(R_{PH} - \sqrt{X_A^2 + Y_A^2 + Z_A^2}\right)^2 + \left[(X_A - X)^2 + (Y_A - Y)^2 + (Z_A - Z)^2\right]^2}$$
(10)

按照同样的方法便可以计算出航线上所有节点之间的航距,将计算出的航距累加便可得出航线的总航距。 1.3.2 航向角

将舰船的最优航线的航向分为4个象限,8个方向,并通过信息迭代情况得出与航向角之间的增减规律,如图3所示。

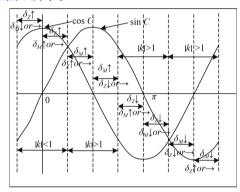


图 3 迭代值-航向角关系图

Fig. 3 Iterative value-heading angle diagram

图中 $\delta_M$ 为经向迭代值。可以看出, $\delta_M$ 与航向角 C 正弦值有关, $\delta_Z$ 为纬向迭代值与航向角 C 正弦余弦值有关。图中 $\delta_M$ 个表示的是经向迭代值加 1, $\delta_M$  为减 1, $\delta_M$  →表示不变。由此便可以根据迭代情况得出航向角的值,当 $\delta_Z$ 递增且 $\delta_M$ 不下降时, $0^\circ$  < C <  $45^\circ$ ;同理当 $\delta_M$ 递增且 $\delta_Z$ 不下降时, $45^\circ$  < C <  $90^\circ$ 。按照同样的规律便可以得出航线的航向角的计算结果。

# 2 仿真实验分析

将该计算模型使用到实验工作环境当中,得出如图 4 的最优舰船航线计算结果。

为了突出偏微分方程迭代的最优舰船航线模型的 计算准确率,设立传统的计算方法作为实验的对比模 型,将2种最优舰船航线计算模型放入相同的实验环 境当中。实验选用的实验环境为仿真模拟环境,方便 进行数据统计。将实时传输的数据结果作为实验的标 准数据,将通过2种计算模型得出计算结果与标准数 据做比对,得出有关于计算准确率的实验结果,如表1 所示。

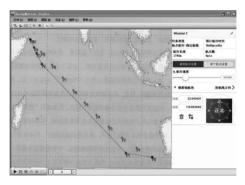


图 4 最优舰船航线输出结果

Fig. 4 Output of optimal ship route

#### 表 1 实验对比结果

Tab. 1 Comparison of experimental results

		标准数据	传统模型计算结果	偏微分方程迭代计算模型结果
	经度/ (°)	-36.97	-29.31	-36.95
	纬度/ (°)	175.28	152.39	174.97
	航向角/(°)	+87.34	+84.75	+87.29
	航程/m	1 769.5	1 854.9	1 771.4

从表中的数据可以看出,在经纬度的计算上传统计算结果的误差为30.55,而设计出的计算模型得出的结果误差为0.33。传统计算结果在航向角与航程方面的误差分别为2.59°,85.4 m;而计算模型的误差分别为0.05°,1.9 m。综合计算参数可以得出传统计算方法的平均准确率为81.46%,偏微分方程迭代计算模型的准确率为97.72%。

### 3 结 语

综上所述,通过偏微分方程迭代设计出的最优舰船航线计算模型具有较高的计算准确性,但该模型在设计计算过程当中只针对航向与航程2个方面进行具体计算,而在舰船的实际工作过程当中,处理航向与航程外,还有其他因素会对航线产生影响。因此在未来的研究中,需要将更多的因素考虑其中。

#### 参考文献:

- [1] 何宛澄. 基于改进遗传算法的无人机最优救援航线研究 [J]. 数字通信世界, 2018, No. 162(6): 132-133.
- [2] 张进峰, 彭斯杨, 马伟皓, 等. 南海海域超大型油船避台航线 优化及安全评估 [J]. 武汉理工大学学报 (交通科学与工程版), 2017, 41(3): 406-410.
- [3] 杨新湦, 裴一麟. 基于双层规划的航空公司航线航班优化研究 [J]. 航空计算技术, 2018, 48(3): 5-11.
- [4] 凌诗佳. 无人机航线规划系统的改进设计与实现 [J]. 现代电子技术, 2017, 40(2): 99-102.