使用可拓集合论确定海上船舶碰撞危险度的模型

The Mathematical Model for Determiation of Collision Risk of Ships at Sea Using the Theory of Extension Set

赵 劲 松 Zhao Jingsong

(大连海运学院)

(Dalian Marine University)

提要

船舶碰撞危险度可以分为宏观碰撞危险度和微观碰撞危险度,本文所进行的研究,是微观碰撞危险度的研究。在这方面,日本和西欧的许多专家学者多年来进行了大量研究,取得了一定成绩,但又都存在一定的问题。本文运用可拓集合这一新的数学工具,综合各种因素的影响,建立了船舶碰撞危险度和采取避让行动时机的数学模型。

Abstract

There are two ways to study the collision risk of ships, the macroscopic one is to study the probability of collisions in a certain area at a certain period of time, the microscopic one is to study the degree of collision risk between two ships in the course of avoiding collision. The authors devote at the latter study in this paper. A lot of studies in this aspect have been conducted by many specialists in recent years and some progresses have been made, but certain problems still exist as follows in the whole:

- 1) The influential factors adopted are not sufficient or
- 2) The synthetical influence of relevant factors is not considered;

- 3) The expostition of the influence of each factor over the collision risk has not been made theoretically;
- 4) The mathematical method used for founding the model is not reasonable;
- 5) The model founded exist certain problems in the theory of avoiding collision.

This new mathematical method using the Theory of Extension Set in this paper tries to consider all the influential factors involved for estatablishing the math model of ships' collision risk and the action time for avoiding collision. The main advantages of this model are as follows:

- 1) The concept of fuzzy boundary of ship's domain(FBD);
- 2) The concept of the time of maximum risk(TMR);
- 3) The consideration of influence from the variation of DCPA over the collision risk;
 - 4) Enunciating the difference between collision risk and action time;

The calculating result of this model is quite consistent with the values obtained from observation or the data from specialists.

一、前言

海上船舶碰撞危险度可以分为宏观意义上的碰撞危险度和微观意义上的碰撞危险度。宏观碰撞危险度是海上交通工程研究领域中的概念,一般是指在所研究的时间内和所研究的水域中发生碰撞事故的概率(文献[1])。微观碰撞危险度是船舶避碰研究领域中的概念,是研究两船或多船会遇时,驾驶员所感觉到的碰撞危险的程度,是驾驶员主观对客观碰撞危险的反应。日本和西欧有许多学者在这方面进行了研究(文献[2]~[10]),取得了很大成绩,但在所考虑的影响因素、模型的理论根据和数学工具方面还有不足之处,本模型正是针对这些问题,选用新的方法所建立的,在现有的条件下力争使得所存在的问题更少。

本文在闸明碰撞危险度和采取避让行动时机之间的区别之后,分析了一些主要因素对碰撞危险度和采取避让行动时机的影响,提出了两个新概念:船舶领域的模糊边界和最危险时刻,进而使用可拓集合建立了判断碰撞危险度和采取避让行动时机的模型。

二、碰撞危险度与采取避让行动时机

在以往的研究中,有的学者使用了碰撞危险度的概念,有的学者使用了采取避让行动时机的概念,在本文中我们同时使用了两个概念。下面我们简述一下本文中这两个 概 念 的 区别。

如前所述,碰撞危险度(CR, collision risk)是驾驶员主观对客观碰撞危险的反应,因而所涉及的仅仅是驾驶员的心理因素和碰撞危险两个方面。所以,影响CR 的因素只有安全DCPA(DCPA_s)、安全 TCPA(TCPA_s)、初始DCPA(DCPA_o)和 TCPA,与避碰行为无关。相反,采取避让行动时机(AT, action time)则不仅与这四个因素有关,还与避碰行为有关。因此,若设集合A为影响AT的因素集,B为影响避碰行为的因素集,C为影响 CR的因素集,则 $A=B\cup C$ 。当综合考虑集合A中各因素影响所得到的综合指标达到一定的阈值时,驾驶员就要采取避让行动。

三、影响因素

我们的目的是要找出影响CR和AT的因素,然后分析它们对CR和AT的影响,以便为以后建立模型打下基础。

从避碰理论中可以得知,影响因素除了 DCPA_o、TCPA_s、DCPA_s、TCPA_s之外, 还包括航行水域、海况、气象条件(包括能见度)、交通密度情况、船舶尺度、航速、操纵性能、驾驶员的经验和水平、相对速度、相对方位、船速比以及避让义务关系等等。

为了就上述因素对CR和AT的影响进行研究,我们对五十位船长、驾驶员及专家学者进行了问询调查,得出了一些初步结果,现简述如下:

1. DCPAs的方位对 DCPAs值的影响

DCPA₅ 的方位对 DCPA₅ 值的影响同文献 [11]、[12]、[13] 的结论相同,调查结果表明,DCPA₅ 在左舷时约为 1.3 海里,在右舷时约为 1.4 海里,在船首时约为 1.5 海里,在船 尾时约为 0.8 海里。产生这种差异的原因在于驾驶员的心理因素(文献 [14])和避碰规则的规定。

2. 视距对CR的影响

调查结果表明,视距对DCPA_s和TCPA_s都有影响,但互见中白天和夜间的影响几乎没有什么差别。白天的 DCPA_s 约为 1.2 海里,夜间的 DCPA_s 约为 1.3 海里, 能见度不良时 DCPA_s约为1.6海里,白天和夜间的TCPA_s均约为14分钟,能见度不良时TCPA_s约为 19 分钟。

3. DCPA改变量对AT的影响

从理论上讲 DCPAs 在其他条件不变的情况下随 DCPAo 的变化而变 化,DCPAo 的 值越大,DCPA。的值也越大。这里我们规定 DCPA 在右舷和船尾时为正,在左舷和船首时为负。由于避碰规则对让路行动做了要达到左舷对左舷通过和避免横越他船船首的规定。因此即使DCPAo为正,只要其值小于DCPAs,那么还是要向右转向的。所以,在确定TCPAs和转向幅度 Δ C 时,不仅要考虑 DCPAs,还应考虑DCPA的改变量,为方便起见,这里我们用 Δ CPAs-DCPA。来度量。最后我们用系数c来表示DCPAs改变量对TCPA的影响:

$$C = \left| \frac{DCPA_s - DCPA_o}{DCPA_s} \right|^{\lambda_1}$$
 (1)

由调查结果得礼约为0.5

4. 来船方位对AT的影响

• 40 •

来船方位对 AT 的影响主要表现为交叉会遇中,随着来船方位的增加,大船向右转向避证时,避让效果越来越差。当来船舷角q小于65°时,要达到同样的DCPA₆, Δ C 变化不大;当q大于65°时, Δ C 几乎成线性增加(文献[15])。因此,为使 Δ C值不至于太大,当q大于65°时应提前采取行动,用系数b来表示q对TCPA₆的影响。

$$b = 1 + \left(\frac{q - 65^{\circ}}{q}\right)^{\lambda_2}$$
 (65° $\leq q \leq 112^{\circ}.5$) (2)

由调查结果得入,约为1。

5. 相对速度和船速比对CR和AT的影响

有些学者(如文献[6])在研究中将两船船速做为影响因素,这是不确切的。从心理学上讲,接近速度越大,人们感受到的危险也越大。因此应当用相对速度在两船连线上分量来作为一个影响因素,但由于通常 $DCPA_0$ 较小,因此可直接用相对速度做为影响因素。另一个影响因素是船速比。由于慢船的避让效果差(文献[5]),因此慢船采取行动的时机 要早一些,即船速比 $k(V_0/V_1)$ 越小, $TCPA_5$ 越大。

遗憾的是目前尚无定量的结果。

6. 船舶的让路义务

根据避碰规则十七条的规定,直航船采取行动的时机要晚一些。在这方面文献[7]进行了研究,由此我们得出直航船的TCPAs是让路的0.6倍。

7. 人和船的反应时间

文献[16]对人的反应时间(t_m)进行了研究,根据其结果,我们将 t_m 取为 3 分钟做为驾驶员判断本模型决策结果正误的时间。船的反应时间 t_s 为(文献[24]):

$$ts = (\Delta C/(k\delta) + T)/60$$
 (3)

其中ts为船由直航到转向 ΔC 角所用的时间, δ 为使用的舵角,k、T 分别为在该舵角下的回旋性指数和航向稳定性指数。

8. 船舶尺度对CR的影响

我们用系数l来表示船长L对DCPAs的影响(文献[13]):

$$l = \frac{L}{150 \times DCPA_s}$$
 (4)

9. 其他因素的影响

模型要求驾驶员假设本船和来船都是普通万吨级船舶,船长150米,船速 15 节,于白天(互见中)发生对遇会遇,DCPAo为零,q为零。在这种情况下,驾驶员根据当时的水域情况、风浪情况、水域的交通密度、船舶操纵性能,载货及驾驶员的水平和经验等等,给出DCPAs和TCPAs。以便代入模型,计算CR和AT。

四、船舶领域的模糊边界

现有模型(如文献[7])认为当DCPA₀小于 DCPA₈时,驾驶员就要在适当的时刻采取 避让行动,这是不确切的,因为当DCPA₀与DCPA₈相差很小时,即使DCPA₀<DCPA₈, **驾驶员也**可能不采取行动。为了对此进行度量,我们建立模糊集合 S 来表示"很小"这一模 糊概念,其隶属函数如下(图1):

 y_0 是使 μ s(y) = 0的最小y值:

$$y_0 = \min\{y\mu s(y) = 0\}$$
 (6)

在船舶领域中,DCPA_s即为领域半径。船舶领域模糊边界(FBD, fuzzy boundary of domain)的概念是这样的:船舶领域的边界是模糊边界(FBD);若来船相对运动线在模糊边界之外,则是安全的,不采取避让行动;若来船相对运动线在模糊边界之中,则是危险的,但由于危险度很

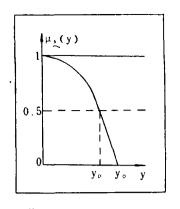


图 1. 模糊集"很小"的隶属函数

小,可以不采取行动;若来船相对运动线在模糊边界之内,则是危险的,要采取避让行动,使之保持在模糊边界之外(图 2)。由调查结果得: $\lambda_1=-1.4$, $\lambda_4=0.8$,取 0.5 截集得: FBD=0.276DCPA₈ (7)

若DCPA₀<0.724DCPA₅则采取行动使通过距离不小于DCPA₅,若DCPA₀≥0.72DCPA₅则不采取行动。

五、最危险时刻

在以往的理论中人们一直认为TCPA为零时是最危险的,而实际上这只在DCTA $_0$ =0时才成立。假设有一来船T, 航向与本船相反, $_0$ <DCPA $_0$ <DCPA $_s$ (图3)。 开始时由于TCPA很大,所以CR很小,随着TCPA越来越小,来船行动的不确定性越来越大,CR也越来越大。但是,当来船接近最近会遇距离点CPA时,来船行动的不确定性大大减小,CR也越来越小。其中使CR取最大值的TCPA即为最危险时刻(TMR, time of maximum risk)。TMR受DCPA的影响,DCPA $_0$ =0时,TMR=0,CR的峰值最大,随着DCPA $_0$ 的增加,TMR也增大,CR的峰值则逐渐减小,当DCPA $_0$ >DCPA $_0$ 时,CR的峰值减为零,此时也就无所谓TMR了。

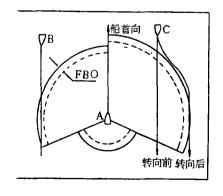
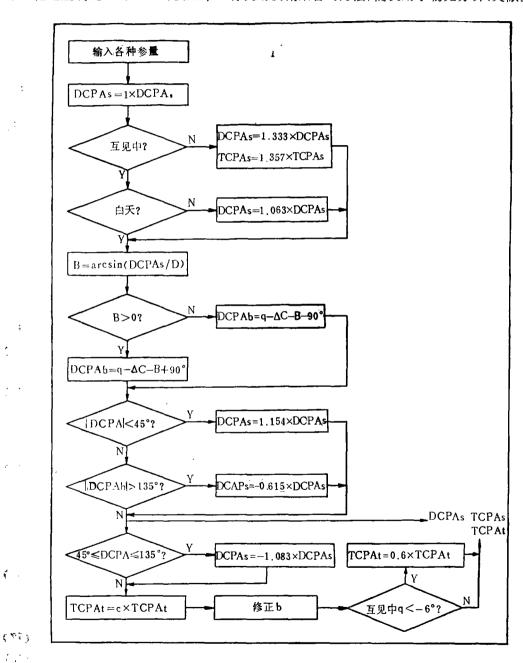


图 2. 船舶领域的模糊边界

图 3. 最危险时刻

六、确定 CT 和 AT 的型

文献[2]和[9]中在综合考虑DCPA和TCPA的影响时,前者套用了决策论中效用函数的 公式,后者采用了取加权平方和的方法,由于忽视了各个在量量纲上的差异,因而未能达到目 的。此外文献[4]中考虑了TCPA为负值的情况,但给这种情况所付予的意义并不理想。因此 本文在建立确定CR和AT的模型中没有使用模糊集合的方法,而使用了物元分析(文献[18])



·图 4. 流 程 图

f .

中的可拓集合的方法。

所谓物元,就是物元分析理论中作为描述事物的基本元,用R表示:

$$R = (M, C, X)$$
 (8)

其中事物M、特征C和事物关于特征所取的量值X称为物元的三个要素。

在本模型中我们讨论三种事物:会遇、危险局面和来船,目的是确定会遇中哪些来船是 危险的,哪些来船是不危险的,并对危险的来船采取避让行动,在刻划危险的程度时我们使 用了可拓集合的方法。

上述思想用物元分析的方法加以描述即为:建立表征会遇、危险和来船的物元:

$$R = \left(\underset{TCPA, \langle a_1, b_1 \rangle}{\text{CPA}}, \langle a_1, b_1 \rangle \right), \tag{9}$$

$$R_0 = \begin{pmatrix} \hat{\pi} & DCPA, & \langle a_{01}, b_{01} \rangle \\ & TCPA, & \langle a_{02}, b_{02} \rangle \end{pmatrix},$$
 (10)

$$r = \left(\stackrel{\triangle}{\text{AB}}, \stackrel{\text{DCPA}}{\text{TCPA}}, \stackrel{x_1}{x_2} \right), \tag{11}$$

其中 $x_1 = DCPA_0$, $x_2 = TCPA$ 在(9)式中 $< a_1, b_1 >$ 是事物会遇关于特征 DCPA 所**取的**值域,余者涵义相同。本模型的目的是对于任一物元 $r, r \in \mathbb{R}$,计算 $r \in \mathbb{R}$ 。的关联度 $K(x), \mathfrak{S}$ (阈值)时采取避让行动。下面是计算步骤:

第一,按照第三节所做的讨论,根据具体情况进行DCPAs和TCPAs的修正,其流程图见图4。输出结果中TCPAs是进行因素修正后关于CR的安全TCPA,TCPAt是进行因素修正后关于AT的安全TCPA。

第二,如果DCPAo<0.724DCPAs,则不采取行动。

第三。将阈值 δ 取为1、并根据第五节所做的讨论、建立关联函数如下(图 δ)。

$$TMR = 0.4 |x_1/DCPA_S| TCPA_S$$
 (12)

$$TMR' = 0.4 |x_1/DCPA_S| TCPAt$$
 (13)

$$K(x_1) = 3\left(\frac{2}{3}\right)^{\left(\frac{x_1}{DCPA_S}\right)^2} - 2$$
 (14)

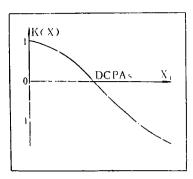
$$\left[\begin{array}{c}
K(\mathbf{x}_{2}) = 3\left(\frac{2}{3}\right)^{\left(\frac{\mathbf{x}_{2}}{TCPA_{S}}\right)^{2}} - 2, \mathbf{x}_{2} < TMR \\
K(\mathbf{x}_{2}) = 3\left(\frac{2}{3}\right)^{\left(\frac{\mathbf{x}_{2}}{TCPA_{S}}\right)^{2}} - 2, \quad \mathbf{x}_{2} \geqslant TMR
\end{array}\right] \tag{15}$$

$$\begin{cases} K'(x_2) = 3\left(\frac{2}{3}\right)^{\left(\frac{x_2 - 1.5TMR'}{TCPAt}\right)^2} - 2, x_2 < TMR' \\ K'(x_2) = 3\left(\frac{2}{3}\right)^{\left(\frac{x_2}{TCPAt}\right)^2} - 2, x_2 \ge TMR' \end{cases}$$
(16)

$$CR = [k(x_1) + k(x_2)]/2$$
 (17)

$$K(x) = K(x_1) + K'(x_2)$$
 (18)

当K(x)=1时采取避让行动。



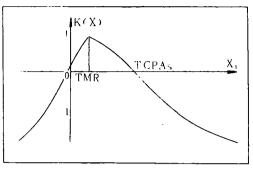


图 5. 关 联 函 数 (a)

图 5. 关联函数(b)

表1是能见度不良时,本船(长 150 米、航速15节的万吨级货轮)与航向相反、DCPA $_0$ 不同的来船驶进过程中危险度数值表,其中DCPA $_8$ =1海里(左舷),TCPA $_8$ =8分钟。从表中可以看出,CR最大值并不总在TCPA=0处。

表[1] 碰撞危险度

| CR | | DCPA | | | | | | | | | | |
|----|------------|--------|--------|-------|--------|--------|--------|-------------|--------|--|--|--|
| | | 0 | 0.2 | 0.4 | 0.6 | 0.8 | 1.0 | $1 \cdot 2$ | 1.4 | | | |
| | 30 | -0.44 | -0.45 | -0.47 | -0.56 | -0.64 | - 0.74 | - 0.86 | - 0.98 | | | |
| | 28 | -0.4 | -0.42 | -0.46 | - 0.52 | -0.61 | -0.71 | - 0.82 | - 0.94 | | | |
| | 2 6 | -0.36 | - 0.37 | -0.41 | -0.48 | -0.56 | -0.66 | -0.78 | - 0.9 | | | |
| | 24 | - 0.3 | -0.31 | -0.35 | -0.42 | - 0.5 | - 0.60 | -0.72 | - 0.84 | | | |
| | 22 | - 0.22 | -0.23 | -0.29 | - 0.34 | - 0.43 | - 0.53 | -0.64 | - 0.76 | | | |
| Т | 20 | -0.13 | -0.14 | -0.13 | -0.24 | - 0.33 | - 0.43 | -0.55 | -0.64 | | | |
| | 18 | -0.01 | -0.03 | -0.07 | 0.13 | -0.22 | -0.32 | -0.43 | -0.55 | | | |
| | 16 | 0.12 | 0.1 | 0.06 | 0 | - 0.09 | -0.19 | - 0.3 | -0.42 | | | |
| С | 14 | 0.26 | 0.25 | 0.21 | 0.14 | 0.06 | -0.05 | -0.16 | - 0.28 | | | |
| - | 12 | 0.41 | 0.4 | 0.36 | 0.29 | 0.21 | 0.1 | -0.01 | -0.13 | | | |
| P | 10 | 0.58 | 0.54 | 0.5 | 0.44 | 0.35 | 0.25 | 0.14 | 0.02 | | | |
| | 8 | 0.7 | 0.68 | 0.64 | 0.58 | 0.49 | 0.39 | 0.28 | 0.16 | | | |
| | 6 | 0.82 | 0.81 | 0.77 | 0.7 | 0.62 | 0.51 | 0.4 | 0.28 | | | |
| Α | 4 | 0.91 | 0.9 | 0.86 | 0.8 | 0.71 | 0.61 | 0.49 | 0.3 | | | |
| | 2 | 0.97 | 0.96 | 0.92 | 0.86 | 0.72 | 0.53 | 0.3 | 0.04 | | | |
| | 0 | 1 | 0.96 | 0.86 | 0.71 | 0.51 | 0.27 | 0.01 | -0.26 | | | |
| | - 2 | 0.91 | 0.81 | 0.65 | 0.45 | 0.22 | -0.03 | -0.28 | -0.53 | | | |
| | - 4 | 0.7 | 0.55 | 0.36 | 0.15 | -0.07 | - 0.3 | -0.53 | -0.75 | | | |
| | - 6 | 0.41 | 0.25 | 0.07 | -0.12 | -0.32 | -0.52 | -0.71 | -0.39 | | | |
| | - 8 | 0.12 | -0.02 | -0.17 | -0.33 | -0.5 | -0.66 | - 0.82 | -0.97 | | | |

表 2 是互见中夜间采取行动时两船距离的决策结果, 其中两船都是 150 米, 航速 15 节的万吨级货船, DCPA₀ = 0, DCPA₅ = 1 海里 (左舷), TCPA₅ = 8 分钟, D 为 AT 时两船 距离。从表中可以看出,对于左舷来船,本船行动得比较晚;而对右舷来船,且在舷角比较大时,行动时机比较早。由此可见,本模型的决策结果既切合实际又符合避碰规则的要求。

| 表 2 | 夜间动界的决策结果 |
|------|-----------|
| ~~ - | |

| 方 位 | -40 | -35 | -30 | -25 | -20 | -15 | -10 | - 5 | 0 | 5 | 10 | 15 | 2,0 |
|-----|------|------|------|-------|-------|-------|-------|------|-------|-------|-------|-------|-------|
| AT | 7.83 | 6.1 | 5.77 | 5.51 | 5.32 | 4.14 | 4.00 | 8.03 | 8 | 8.03 | 8.11 | 8.28 | 8.51 |
| D | 3 | 2.5 | 2.5 | 2.5 | 2.5 | 2 | 2 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 方 位 | 25 | 30 | 35 | 40 | 45 | 50 | 55 | 60 | 65 | 70 | 75 | 80 | 85 |
| AT | 8.82 | 9.23 | 9.76 | 10.44 | 11.31 | 12.44 | 13.94 | 16 | 18.92 | 23.39 | 34.77 | 51.82 | 103.3 |
| D | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4.5 | 4.5 | 4.5 |

七、讨论

1、由(14)、(16)、(18)式可以得出采取避让行动的时机:

$$AT = TCPA_{1} \sqrt{\frac{1n\left[\left(\frac{5}{3}\right) - \left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{X_{1}}{DCPA_{s}}\right)^{2}\right]}{1n\left(\frac{2}{3}\right)}}$$
(19)

根据第三节第 7 点的讨论,自动避碰系统应在 $AT + t_1 + t_2$ 时向驾驶员推荐避让时机的决策结果,其值为 $AT + t_2$,由驾驶员判断该决策是否可行。

2、文献[2]考虑了传感器的误差, 并指出在 CPA 时他船位置分布可以认为是以 CPA 为中心的正态分布(图 6)。设 X处的 概率 为 η , DCPA $_0$ = DCPA时的K(X)值为K $_0$ (x), 危险度为 CR $_0$,则考虑仪器误差的危险度和 K(x)值为:

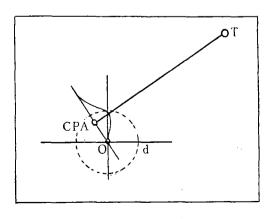


图 6. CPA 的预测精度

$$CR = \int_{d_2}^{d_1} \eta \, CRodx$$
 (20) $K(x) = \int_{d_2}^{d_1} \eta \, Ko(x) dx$ (21)

其中 $d_1 = DCPA_{s_1} - FBD1$, $d_2 = DCPA_{s_2} - FBD_2$, $DCPA_{s_1}$ 、 $DCPA_{s_2}$ 为按图 4 修正后的安全通过距离, $DCPA_{s_1}$ 在左舷或船首, $DCPA_{s_2}$ 在右舷或船尾。当 $K(x) \ge 1$ 时采取避让行动。

八、结 束 语

本文应用可拓集合论,结合有关避碰理论,建立了确定船舶碰撞危险度和采取避让行动时机的模型。但该模型还有待于进一步进行研究,特别是在考虑相对速度和船速比的影响方面以及关联函数的建立方面,更是如此。应用新的理论工具进行海上船舶避碰研究,这不仅仅是个开端,今后还会有许多有意义的工作要做。

参考文献

- [1] 吴兆麟,《海上交通工程概论》,大连海运学院航海系,1986.
- [2] H. IMAZU and T. KOYAMA, "The Determination of Collision Avoidance Action", «The Journal of Japan Institute of Navigation», vol. 70, Jan, 1984.
- [3] H. IMASAKI and K. HARA, "A Fuzzy Reasoning Model to Decide the Collision Avoidance Action", "The Journal of Japan Institute of Navigation", vol. 75, Sep, 1986
- [4] K.HASEGAWA and A.KOUZKI, "Automatic Collision Avoidance System for Ships Using Fuzzy Control", "The Journal of Kaisai Institute of Shipbuilding", vol. 205, June, 1987.
- [5] A. NAGASAWA, "Marine Traffic Simulation Including Collision Avoidance", «Navigation», No. 80, June, 1974.
- [6] J.D. Holmes. "A Statistical Study of Factors Affecting Navigation Decision-making", «The Journal of Navigation», vol, 33, P. 206
- [7] P.V. Davis, M.T. Dvoe and C.T. Stocket, "A Computer Simulation of Marine Traffic Using Domains and Arenas", "The Journal of Navigation", Vol. 33, P. 215.
- [8] B. A. Colley, R. G. Curtis and C. T. Stocket: "Manouvering Times, Domains and Areas", "The Journal of Navigation", vol. 36, P, 324.
- [9] J. Kearon, "Computer Programs for Collision Avoidance and Track Keeping", «Conference on Mathematical Aspects on Marine Traffic». London, Sept, 1977.
- [10] K.D.Jones, "Decision Making When Using Collision Avoidance Systems", "The Journal of Navigation", vol. 31, P, 272.
- [11] E. M. Goodwin, "A Statistical Study of Ship Domains", «The Journal of

- Navigation», vol. 28, P, 328.
- [12] T.G. Coldwell, "Marine Traffic Behaviour in Restricted Waters", «The Journal of Navigation», vol. 36.P, 130.
- [13] Y. Fujii and K. Tanaka: "Traffic Capacity", «The Journal of Navigation», vol. 24. P, 543.
- [14] 杨治良等, "成人个人空间圈的实验研究", 《心理科学通讯》, 1988年第2期。
- [15] 赵劲松, "最小安全转向避让幅度的简易计算法", 《航海技术》, 1988年第6期。
- [16] R.G. Curtis: "Determination of Mariners' Reaction Times", «The Journal of Navigation», vol. 31, P, 408.
- [17] 胡在钧, "用船舶操纵性指标 K. T. 值计算航海问题", 《航海技术》, 1983年第4期。
- [16] 蔡 文,《物元分析》,广东高等教育出版,1987年。