

§4. Основные понятия. Связь входа и выхода

Цель любого управления – изменить состояние объекта нужным образом (в соответствии с заданием). Теория автоматического регулирования должна ответить на вопрос: «как построить регулятор, который может управлять данным объектом так, чтобы достичь цели?» Для этого разработчику необходимо знать, как система управления будет реагировать на разные воздействия, то есть нужна *модель* системы: объекта, привода, датчиков, каналов связи, возмущений, шумов.

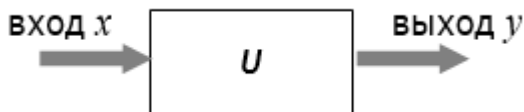
Модель – это объект, который мы используем для изучения другого объекта (*оригинала*). Модель и оригинал должны быть в чем-то похожи, чтобы выводы, сделанные при изучении модели, можно было бы (с некоторой вероятностью) перенести на оригинал. Нас будут интересовать в первую очередь *математические модели*, выраженные в виде формул. Кроме того, в науке используются также описательные (словесные), графические, табличные и другие модели.

Связь входа и выхода

Любой объект взаимодействует с внешней средой с помощью входов и выходов. Входы – это возможные воздействия на объект, выходы – это те сигналы, которые можно измерить. Например, для электродвигателя входами могут быть напряжение питания и нагрузка, а выходами – частота вращения вала, температура.

Входы независимы, они «приходят» из внешней среды. При изменении информации на входе меняется

внутреннее *состояние* объекта (так называют его изменяющиеся свойства) и, как следствие, выходы:



Это значит, что существует некоторое правило, по которому элемент преобразует вход x в выход y . Это правило называется *оператором*. Запись $y = U[x]$ означает, что выход y получен в результате применения оператора U ко входу x .

Построить модель – это значит найти оператор, связывающий входы и выходы. С его помощью можно предсказать реакцию объекта на любой входной сигнал.

Рассмотрим электродвигатель постоянного тока. Вход этого объекта – это напряжение питания (в вольтах), выход – частота вращения (в оборотах в секунду). Будем считать, что при напряжении 1 В частота вращения равна 1 об/сек, а при напряжении 2 В – 2 об/сек, то есть частота вращения равна по величине напряжению (это будет справедливо только в некотором диапазоне напряжений). Легко видеть, что действие такого оператора можно записать в виде $U[x] = x$.

Теперь предположим, что этот же двигатель вращает колесо и в качестве выхода объекта мы выбрали число оборотов колеса относительно начального положения (в момент $t = 0$). В этом случае при равномерном вращении произведение $x \cdot \Delta t$ дает нам количество оборотов за время

Δt , то есть $y(t) = x \cdot \Delta t$ (здесь запись $y(t)$ явно обозначает зависимость выхода от времени t). Можно ли считать, что этой формулой мы определили оператор U ? Очевидно, что нет, потому что полученная зависимость справедлива только для постоянного входного сигнала. Если напряжение на входе $x(t)$ меняется (все равно как!), угол поворота запишется в виде интеграла

$$U[x] = \int_0^t x(t) dt .$$

Оператор, который действует по такому правилу, называется *оператором интегрирования*. С помощью этого оператора можно, например, описать наполнение пустого бака водой. Если сечение бака S (в m^2) постоянно по всей его высоте, то уровень воды h определяется как интеграл от потока воды q (в m^3/c), деленный на S :

$$h(t) = \frac{1}{S} \int_0^t q(t) dt ,$$

Обратный оператор — оператор дифференцирования — вычисляет производную:

$$U[x(t)] = \dot{x}(t) = \frac{dx(t)}{dt} .$$

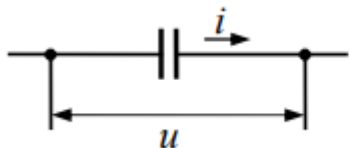
Как мы увидим, этот оператор играет очень важную роль в описании объектов управления.

Обычно оператор дифференцирования обозначается буквой p . Запись $y(t) = p \cdot x(t)$ внешне выглядит как «умножение» оператора p на сигнал $x(t)$, но на самом деле

обозначает *действие* этого оператора, то есть дифференцирование:

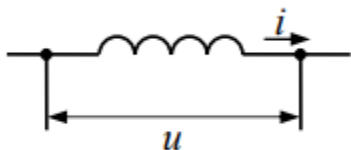
$$p x(t) = \frac{dx(t)}{dt}. \quad (1)$$

Где встречаются такие операторы? Приведем примеры из электротехники. Например, известно, что ток i (*в амперах*), проходящий по цепи с конденсатором, пропорционален производной от разности потенциалов u (*в вольтах*) на его пластинах:



$$i(t) = C \frac{du(t)}{dt} = C p u(t)$$

Здесь C – емкость конденсатора (измеряется в *фарадах*). Кроме того, падение напряжения u на катушке индуктивности пропорционально производной от проходящего тока i :



$$u(t) = L \frac{di(t)}{dt} = L p i(t)$$

где L – индуктивность (измеряется в *генри*).

Оператор дифференцирования – это идеальный (*физически нереализуемый*) оператор, его невозможно реализовать на практике. Чтобы понять это вспомним, что при мгновенном изменении сигнала его производная (скорость возрастания) будет равна бесконечности, а

никакое реальное устройство не может работать с бесконечными сигналами.