

§9. Стандартная форма записи дифференциальных уравнений САУ

При исследовании САУ, особенно при сравнении свойств систем и их элементов между собой, удобно представлять уравнения в т.н. *стандартной форме*. При этом используются следующие правила:

- выходную величину и все ее производные записывают в левой части уравнения, а все остальные члены – в правой;
- коэффициент при выходной величине путем тождественных преобразований делают равным единице;
- если в правой части содержатся производные, то члены, содержащие определенную выходную величину и ее производные, объединяют в одну группу и коэффициент при этой величине выносят за скобки.

Пример

Исходное уравнение системы имеет вид:

$$a_0 y''(t) + a_1 y'(t) + a_2 y(t) = b_0 u'(t) + b_1 u(t) + c_0 f(t).$$

Представим это уравнение в стандартной форме.

Решение.

Имеем:

$$\frac{a_0}{a_2} y''(t) + \frac{a_1}{a_2} y'(t) + y(t) = \frac{b_1}{a_2} \left[\frac{b_0}{b_1} u'(t) + u(t) \right] + \frac{c_0}{a_2} f(t).$$

Введем обозначения: $a_0/a_2 = T_0^2$; $a_1/a_2 = T_1$; $b_1/a_2 = k_1$; $b_0/b_1 = T_2$; $c_0/a_2 = k_2$.

Тогда:

$$T_0^2 y''(t) + T_1 y'(t) + y(t) = k_1 [T_2 u'(t) + u(t)] + k_2 f(t).$$

Коэффициенты T_0 , T_1 и T_2 имеют размерность времени, т.к.

$$\frac{[T_0]^2 [y]}{c^2} + \frac{[T_1] \cdot [y]}{c} + [y] = \frac{[y]}{[u]} \left\{ \frac{[T_2] \cdot [u]}{c} + [u] \right\} + \frac{[y]}{[f]} [f],$$

и называются *постоянными времени*. Их значения определяют скорость и характер протекания переходных процессов.

Коэффициенты k_1 и k_2 называются *коэффициентами передачи*, имеют размерность $[k_1] = [y]/[u]$, $[k_2] = [y]/[f]$ и определяют взаимосвязь перемен-

ных в установившихся статических режимах.

Если же исходное уравнение не содержит каких-то коэффициентов, например, $a_2 = 0$, то в стандартной форме единице должен равняться коэффициент при производной, имеющей меньший порядок. При этом размерность коэффициентов передачи будет меняться, а их значения будут определять взаимосвязь переменных в соответствующих установившихся динамических режимах (например, в режиме с постоянной скоростью изменения выходной величины).