

§6. Линейность и нелинейность

Из школьной математики известно, что проще всего решать *линейные* уравнения. С нелинейными уравнениями (квадратными, кубическими и др.) работать намного сложнее, многие типы уравнений математика пока не умеет решать аналитически (точно).

Среди операторов самые простые – также *линейные*. Они обладают двумя свойствами (в математике эти свойства называют *однородность* и *аддитивность*):

- **умножение на константу:** $U[\alpha \cdot x] = \alpha \cdot U[x]$, где – любая постоянная (то есть, при увеличении входа в несколько раз выход увеличивается во столько же раз);

- **принцип суперпозиции:** если на вход подать сумму двух сигналов, выход будет представлять собой сумму реакций того же оператора на отдельные сигналы:

$$U[x_1 + x_2] = U[x_1] + U[x_2].$$

Модели, которые описываются линейными операторами, называются *линейными*. С ними можно работать с помощью методов *теории линейных систем*, которая наиболее развита и позволяет точно решать большинство известных практических задач.

Однако, все модели реальных систем – *нелинейные*. Это легко понять хотя бы потому, что всегда есть предельно допустимое значение входного сигнала – при его превышении объект может просто выйти из строя или даже разрушиться (линейность нарушается). Методы исследования нелинейных операторов очень сложны

математически, в *теории нелинейных систем* точные решения известны только для достаточно узкого круга задач. Здесь пока больше «белых пятен», чем полученных результатов, хотя это научное направление активно развивается в последние годы.

Что же делать? Чаще всего сначала проводят *линеаризацию* нелинейной модели объекта (привода), то есть строят приближенную линейную модель. Затем на основе этой модели проектируют закон управления, применяя точные методы теории линейных систем. Наконец, проверяют полученный регулятор с помощью компьютерного моделирования на полной нелинейной модели.

Нужно отметить, что, если объект или привод имеют так называемую «существенную» нелинейность, этот подход может не сработать. Тогда приходится использовать методы нелинейной теории, а также компьютерное моделирование. Моделирование стало очень популярным в последнее время, поскольку появились мощные компьютерные программы для проведения вычислительных экспериментов, и можно проверить поведение системы при разнообразных допустимых входных сигналах.

Таким образом, в классификацию систем управления нужно добавить еще одно деление, может быть, самое существенное – системы бывают *линейные* и *нелинейные*. В линейных системах все звенья описываются линейными операторами, и это значительно

упрощает работу с ними.