第六章　储 能 元 件

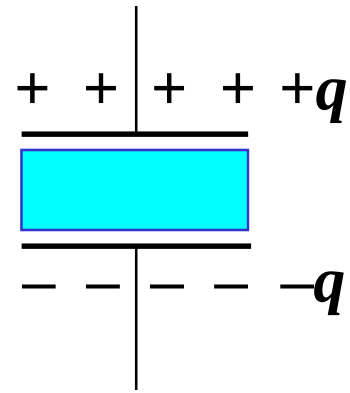
主要内容：

1. 电容元件

2. 电感元件

§6-1　电容元件

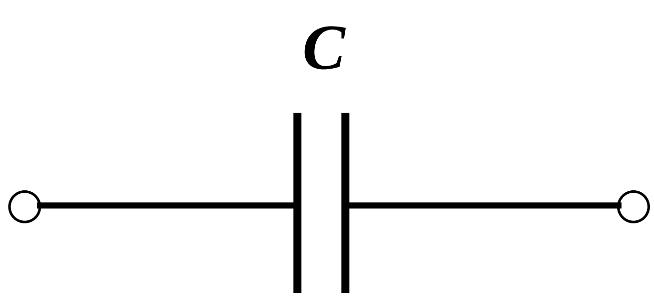
电容器



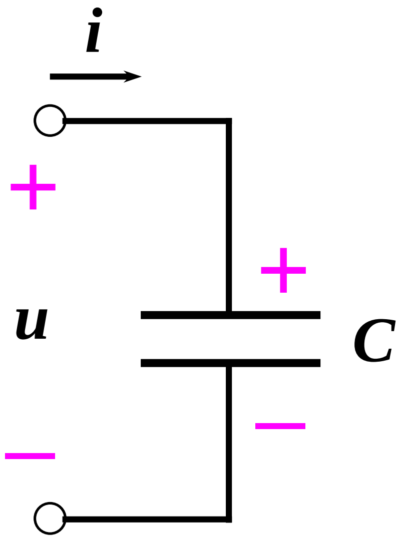
线性定常电容元件

任何时刻，电容元件极板上的电荷q与电压 u 成正比。

电容的电路符号



一、电容元件的库伏特性



两个重要物理量：C, q

$$q = Cu$$

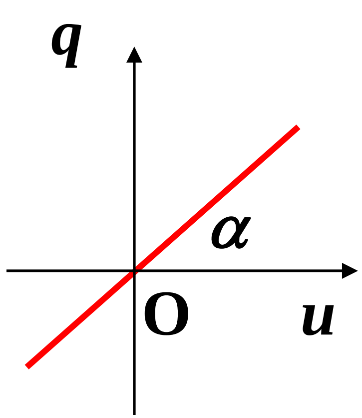
电容器的电容 $$C \overset{\text{def}}{=} \frac{q}{u}$$

单位：F (法)　　Farad (法拉)

F= C/V = A•s/V = s/ Ω

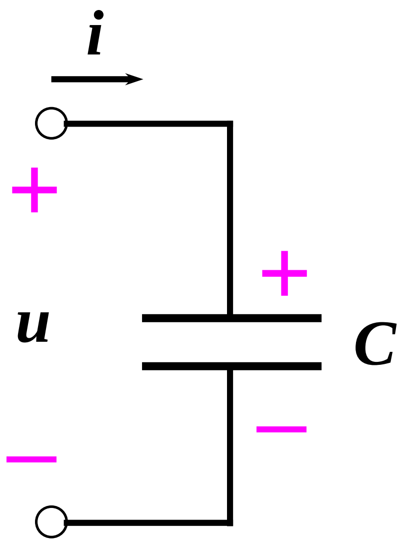
μF，nF，pF

线性电容的q~u 特性是过原点的直线



$$C = q/u \propto \mathrm{tg}\,\alpha$$

二、线性电容电流、电压的关系



u, i 取关联参考方向

$$q = Cu \quad \Rightarrow \quad i = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = C\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$$

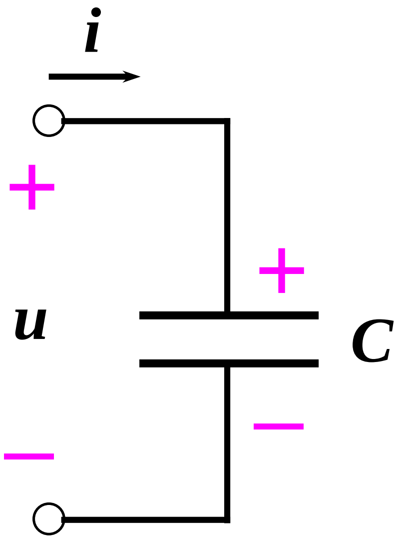
u, i 取非关联参考方向

$$i = -C\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$$

讨论:

(1) i的大小取决与 u 的变化率，与 u 的大小无关

(2) 当 u 为常数(直流)时，$\mathrm{d}u/\mathrm{d}t = 0 \rightarrow i=0$。电容在直流电路中相当于开路，电容有隔直作用；



$$i = C\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$$

$$u(t)=\frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i\mathrm{d}\xi =\frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t_0} i\mathrm{d}\xi+\frac{1}{C}\int_{t_0}^{t} i\mathrm{d}\xi$$

$$=u(t_0)+\frac{1}{C}\int_{t_0}^{t} i\mathrm{d}\xi$$

$$q(t)=q(t_0)+\int_{t_0}^{t} i\mathrm{d}\xi$$

讨论:

(1) 电容元件是动态元件

(2) 电流为有限值时，电容电压不能跃变 $u(t)=\frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i\mathrm{d}\xi$

(3) 电容电压具有连续性和记忆性。*电容元件是一种记忆元件*

$$u(t)=u(t_0)+\frac{1}{C}\int_{t_0}^{t} i\mathrm{d}\xi$$

三、电容的储能 （关联参考方向）

$$p_{吸} = ui = u \cdot C \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$$

$$W_C = \int_{-\infty}^{t} Cu \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}\xi} \mathrm{d}\xi = \frac{1}{2} Cu^2(\xi) \Big|_{-\infty}^{t} = \frac{1}{2} Cu^2(t) - \frac{1}{2} Cu^2(-\infty)$$

讨论:

(1) 电容元件吸收的能量以电场能量的形式储存在元件电场中

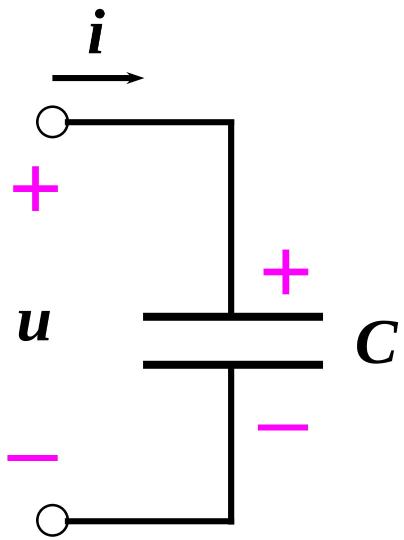
(2) 电容元件在任何时刻存储的能量等于它吸收的能量，与该时刻的电压有关

$$W_C = \frac{1}{2} Cu^2(t) = \frac{1}{2C} q^2(t) \geq 0$$

(3) 从t_0到 t 电容储能的变化量:

$$W_C = \frac{1}{2} Cu^2(t) - \frac{1}{2} Cu^2(t_0) = \frac{1}{2C} q^2(t) - \frac{1}{2C} q^2(t_0)$$

四、电容的充、放电过程



(1) $u>0$，$du/dt>0$，则$i>0$，$q\uparrow$，正向充电，吸收能量，$p>0$,(电流流向正极板)；

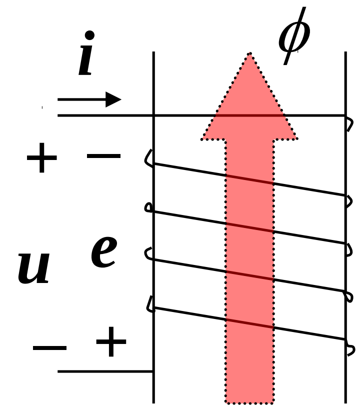
(2) $u>0$，$du/dt<0$，则$i<0$，$q\downarrow$，正向放电，释放能量，$p<0$，(电流由正极板流出)；

(3) $u<0$，$du/dt<0$，则$i<0$，$q\uparrow$，反向充电，吸收能量，$p>0$,(电流流向负极板)；

(4) $u<0$，$du/dt>0$，则$i>0$，$q\downarrow$，反向放电，释放能量，$p<0$，(电流由负极板流出)；

§6-2 电感元件

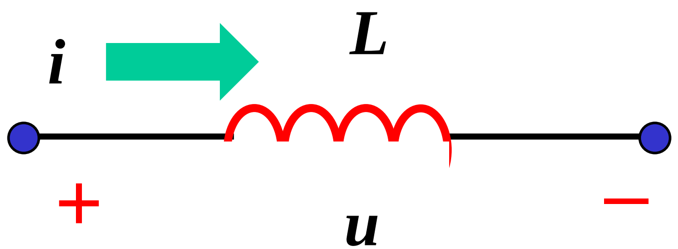
电感线圈



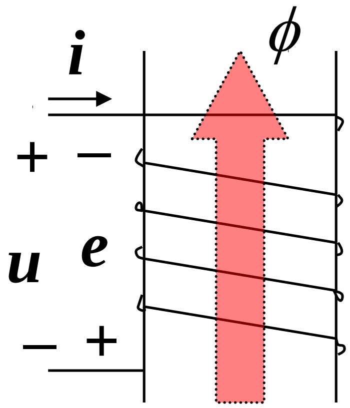
线性定常电感元件

任何时刻，电感元件的磁链 ψ 与电流 i 成正比。

电感的电路符号



一、电感元件的韦安特性



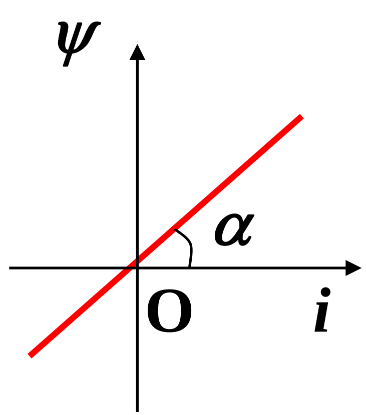
两个重要物理量：L, ψ

$\psi = Li$ ⟹ 电感元件的自感系数 $\boxed{L \overset{\text{def}}{=} \dfrac{\psi}{i}}$

单位：H(亨) Henry (亨利)

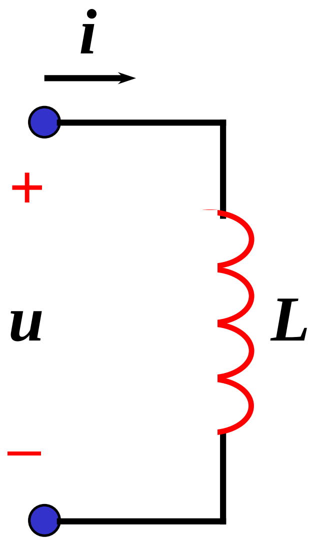
H=Wb/A=V•s/A=Ω•s

线性电感的$\psi \sim i$ 特性是过原点的直线



$L = \psi / i \quad \propto \mathrm{tg}\,\alpha$

二、电感元件电流、电压的关系



u, i 取关联参考方向:

$\psi = Li$ $\Rightarrow$ $$u = \frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}t} = L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$

u, i 取非关联参考方向:

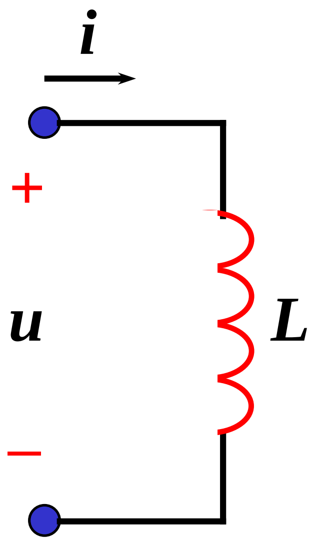
$$u = -L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$

讨论:

(1) u的大小取决与 i 的变化率，与 i 的大小无关

(2) 当 i 为常数(直流)时，$\mathrm{d}i/\mathrm{d}t = 0 \rightarrow u = 0$。

电感在直流电路中相当于短路;



$$u = L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$

$$i(t)=\frac{1}{L}\int_{-\infty}^{t} u\mathrm{d}\xi=\frac{1}{L}\int_{-\infty}^{t_0} u\mathrm{d}\xi+\frac{1}{L}\int_{t_0}^{t} u\mathrm{d}\xi$$

$$=i(t_0)+\frac{1}{L}\int_{t_0}^{t} u\mathrm{d}\xi$$

$$\psi(t)=\psi(t_0)+\int_{t_0}^{t} u\mathrm{d}\xi$$

讨论:

(1) 电感元件是动态元件

(2) 电压为有限值时，电感电流不能跃变 $i(t)=\frac{1}{L}\int_{-\infty}^{t} u\mathrm{d}\xi$

(3) 电感电流具有连续性和记忆性。电感元件是一种记忆元件

$$i(t)=i(t_0)+\frac{1}{L}\int_{t_0}^{t} u\mathrm{d}\xi$$

三、电感的储能　（关联参考方向）

$$p_{吸} = ui = i \cdot L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$

$$W_L = \int_{-\infty}^{t} Li\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}\xi}\mathrm{d}\xi = \frac{1}{2}Li^2(\xi)\Big|_{-\infty}^{t} = \frac{1}{2}Li^2(t) - \frac{1}{2}Li^2(-\infty)$$

讨论:

(1) 电感元件吸收的能量以磁场能量的形式储存在元件磁场中

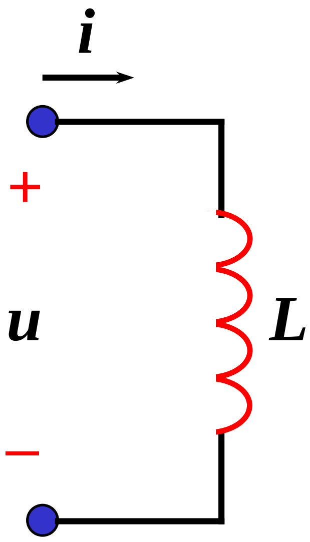
(2) 电感元件在任何时刻存储的能量等于它吸收的能量，与该时刻的电流有关

$$W_L = \frac{1}{2}Li^2(t) = \frac{1}{2L}\psi^2(t) \geq 0$$

(3) 从t_0到 t 电感储能的变化量：

$$W_L = \frac{1}{2}Li^2(t) - \frac{1}{2}Li^2(t_0) = \frac{1}{2L}\psi^2(t) - \frac{1}{2L}\psi^2(t_0)$$

(4) 电感存储能量的变化情况



(1) $i>0$，$\mathrm{d}i/\mathrm{d}t>0$，则$u>0$，吸收能量， $p>0$,

(2) $i>0$，$\mathrm{d}i/\mathrm{d}t<0$，则$u<0$，释放能量， $p<0$,

(3) $i<0$，$\mathrm{d}i/\mathrm{d}t<0$，则$u<0$，吸收能量， $p>0$,

(4) $i<0$，$\mathrm{d}i/\mathrm{d}t>0$，则$u>0$，释放能量， $p<0$,

四、电感元件与电容元件的比较

	电容 C	电感 L
变量	电压 u 电荷 q	电流 i 磁链 ψ
关系式	$q = Cu$ $i = C\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$ $W_C = \dfrac{1}{2}Cu^2 = \dfrac{1}{2C}q^2$	$\psi = Li$ $u = L\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$ $W_L = \dfrac{1}{2}Li^2 = \dfrac{1}{2L}\psi^2$

结论：(1) 元件方程是同一类型；

(2) 若把q-ψ，C-L，i-u互换,可由电容元件的方程得到电感元件的方程；

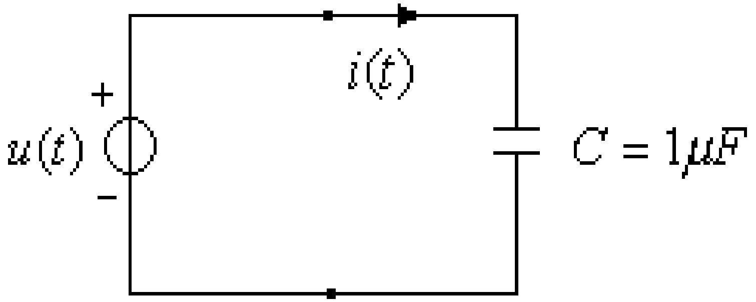
(3) C 和 L称为对偶元件，Ψ、q等称为对偶元素。

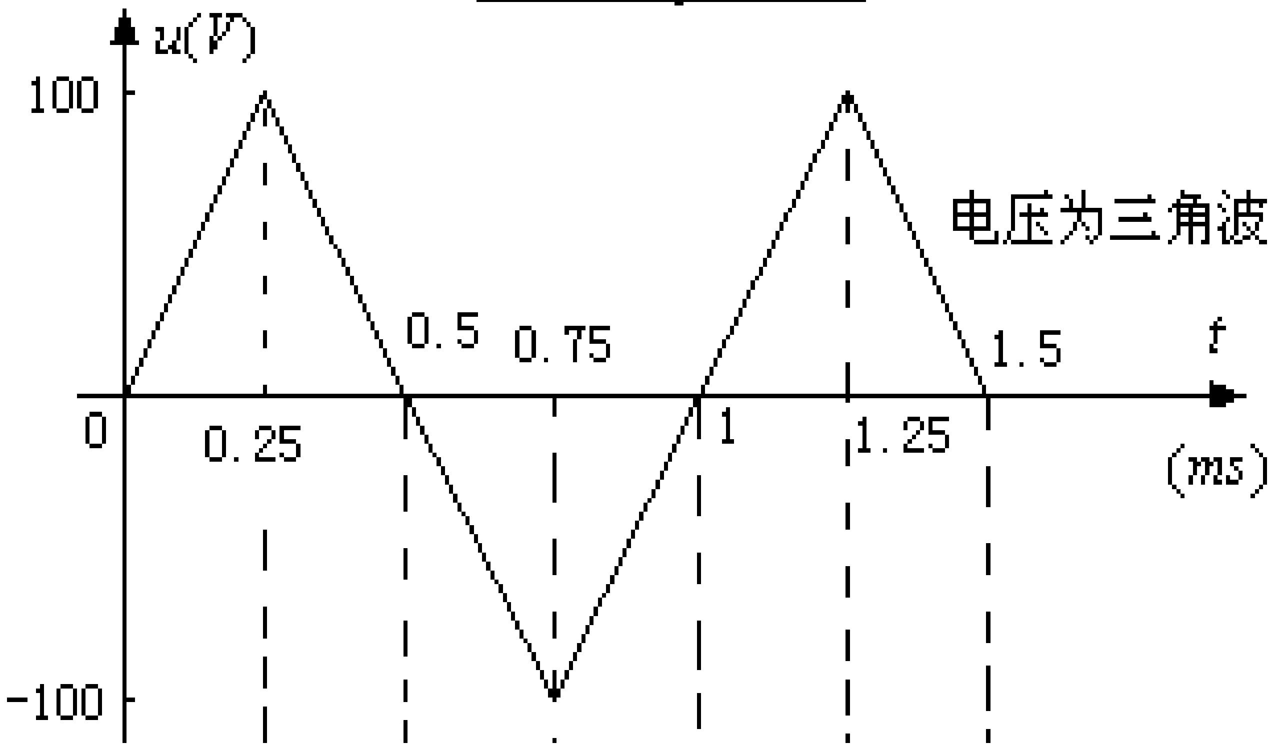
* 显然，R、G也是一对对偶元素：

$U=RI \Leftrightarrow I=GU$

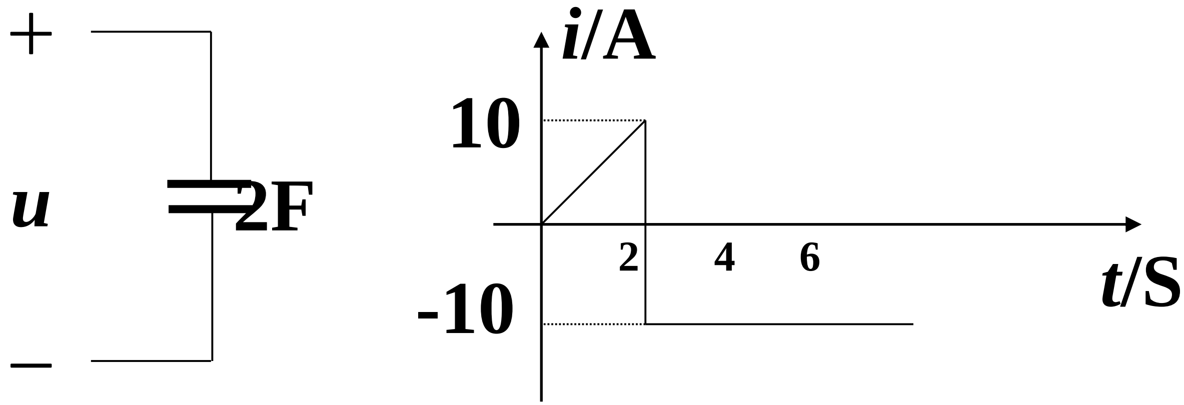
$I=U/R \Leftrightarrow U=I/G$

例1． 电容与电压源相接，电压源电压随时间按三角波方式变化，求电容电流，并画出相应的电流波形图。





例2．现已知$u(0)=0$V，试求t=1s、2s、4s时电容电压



解

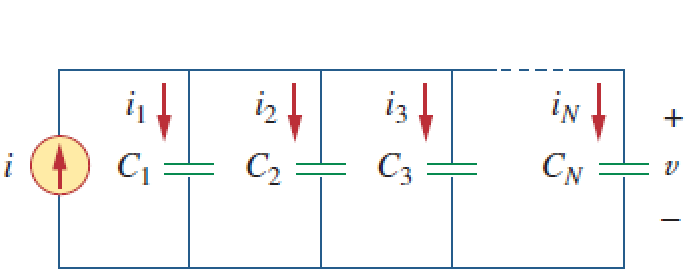
$$(0,2]: i = 5t(A), (2,\infty): i = -10(A)$$

$$t = 1s: u = \frac{1}{C}\int_0^1 idt = \frac{1}{C}\int_0^1 5tdt = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot 5\cdot t^2\Big|_0^1 = 5/4(V)$$

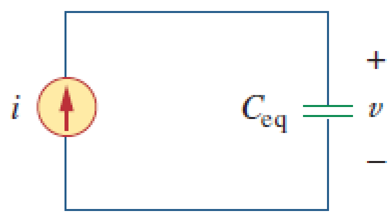
$$t = 2s: u = \frac{1}{C}\int_0^2 idt = \frac{1}{C}\int_0^2 5tdt = 5 \quad \text{V}$$

$$t = 4s: u = u(2) + \frac{1}{C}\int_2^4 idt = 5 - \frac{1}{2}\cdot 10t\Big|_2^4 = -5(V)$$

电容的串并联等效

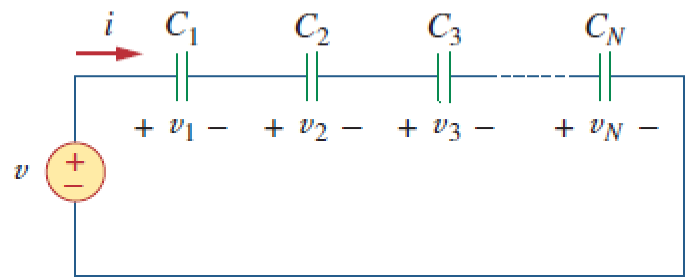


(a)

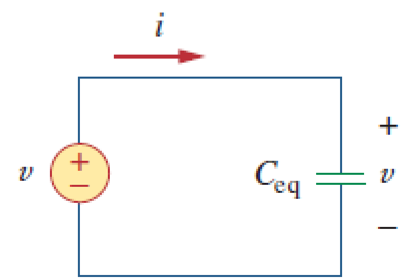


(b)

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3 + \cdots + C_N$$



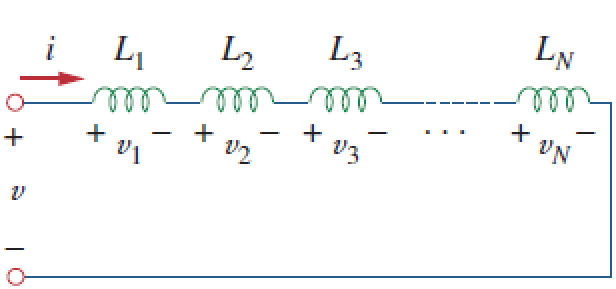
(a)



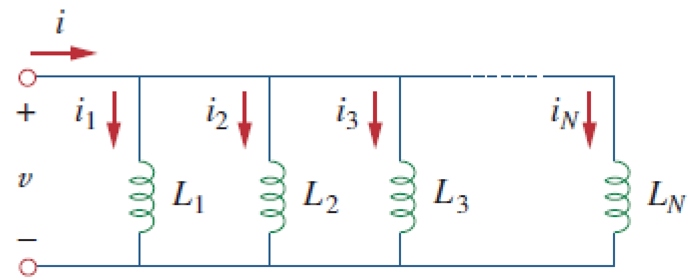
(b)

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \cdots + \frac{1}{C_N}$$

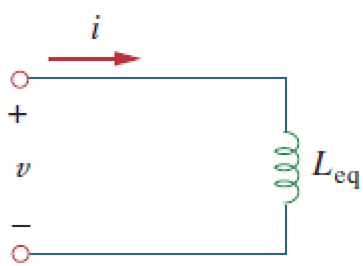
电感的串并联等效



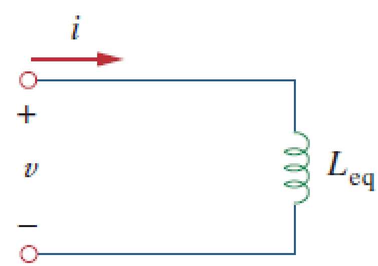
(a)



(a)



(b)



(b)

$$L_{eq} = L_1 + L_2 + L_3 + \cdots + L_N$$

$$\frac{1}{L_{eq}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3} + \cdots + \frac{1}{L_N}$$