

人工智能导论 ----- 作业 3（总分 75 分）

12 月 8 日课堂上提交（打印和手写都可以）

问题 1 ----- 概率计算 （共 24 分）

以下表所列是 3 个随机变量（每个变量有两个值可取）的联合概率分布。请根据这个表，计算以下第二个表里所列的条件或边缘概率值（请精确到小数点后三位）。

X_0	X_1	X_2	$P(X_0, X_1, X_2)$
0	0	0	0.160
1	0	0	0.160
0	1	0	0.160
1	1	0	0.080
0	0	1	0.060
1	0	1	0.100
0	1	1	0.200
1	1	1	0.080

Expression	Value
$P(X_0 = 1, X_1 = 0, X_2 = 1)$	<input type="text"/> ●
$P(X_0 = 0, X_1 = 1)$	<input type="text"/> ●
$P(X_2 = 0)$	<input type="text"/> ●
$P(X_1 = 0 X_0 = 1)$	<input type="text"/> ●
$P(X_0 = 1, X_1 = 0 X_2 = 1)$	<input type="text"/> ●
$P(X_0 = 1 X_1 = 0, X_2 = 1)$	<input type="text"/> ●

问题 2 ----- 概率计算 2 （共 24 分）

在以下前三个表里给出的是先验概率分布 $P(X)$ ，和两个条件分布 $P(Y|X)$ 和 $P(Z|Y)$. 一个事实是，当给定 Y 的值后， Z 是独立于 X 。所有变量都是只有两个取值（0 或 1）.请根据连锁法则，计算最后两个联合分布的表格里空缺的概率值。（结果请精确到小数点后三位）

X	$P(X)$
0	0.100
1	0.900

Y	X	$P(Y X)$
0	0	0.200
1	0	0.800
0	1	0.600
1	1	0.400

Z	Y	$P(Z Y)$
0	0	0.400
1	0	0.600
0	1	0.200
1	1	0.800

X	Y	$P(X,Y)$
0	0	<div></div>
1	0	<div></div>
0	1	<div></div>
1	1	<div></div>

X	Y	Z	$P(X,Y,Z)$
0	0	0	<div></div>
1	0	0	0.216
0	1	0	0.016
1	1	0	<div></div>
0	0	1	0.012
1	0	1	<div></div>
0	1	1	0.064
1	1	1	<div></div>

问题 3 ----- 概率计算 3 （共 16 分）

根据以下各小题里提供的概率分布表，判断相应提问的独立性或条件独立性假设是否成立。

3-1) X 是否独立于 Y ?

X	Y	$P(X, Y)$
0	0	0.140
1	0	0.060
0	1	0.560
1	1	0.240

X	$P(X)$
0	0.700
1	0.300

Y	$P(Y)$
0	0.200
1	0.800

3-2) X 是否独立于 Y ?

X	Y	$P(X, Y)$
0	0	0.220
1	0	0.420
0	1	0.160
1	1	0.200

X	$P(X)$
0	0.380
1	0.620

Y	$P(Y)$
0	0.640
1	0.360

3-3) X 是否独立于 Y , 当给定 Z 的值后?

X	Y	Z	$P(X, Y, Z)$
0	0	0	0.090
1	0	0	0.090
0	1	0	0.030
1	1	0	0.090
0	0	1	0.140
1	0	1	0.140
0	1	1	0.280
1	1	1	0.140

X	Z	$P(X Z)$
0	0	0.400
1	0	0.600
0	1	0.600
1	1	0.400

X	Y	Z	$P(X Y, Z)$
0	0	0	0.500
1	0	0	0.500
0	1	0	0.250
1	1	0	0.750
0	0	1	0.500
1	0	1	0.500
0	1	1	0.667
1	1	1	0.333

3-4) X 是否独立于 Y ，当给定 Z 的值后？

X	Y	Z	$P(X, Y, Z)$
0	0	0	0.048
1	0	0	0.072
0	1	0	0.192
1	1	0	0.288
0	0	1	0.180
1	0	1	0.180
0	1	1	0.020
1	1	1	0.020

X	Z	$P(X Z)$
0	0	0.400
1	0	0.600
0	1	0.500
1	1	0.500

X	Y	Z	$P(X Y, Z)$
0	0	0	0.400
1	0	0	0.600
0	1	0	0.400
1	1	0	0.600
0	0	1	0.500
1	0	1	0.500
0	1	1	0.500
1	1	1	0.500

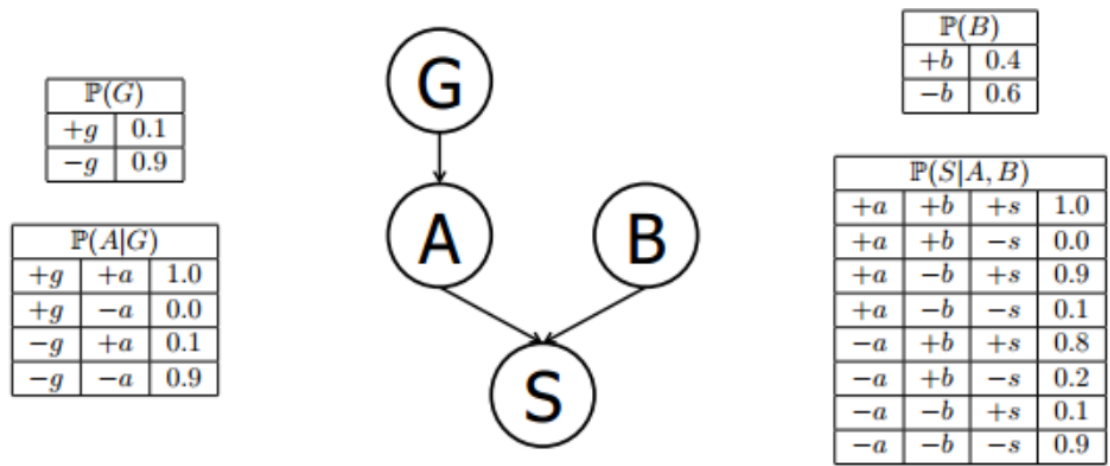
问题 4 ----- 贝叶斯网络属性-- 马可夫毯 （共 1 分）

假设有一个贝叶斯网络，包括（但不限于）变量 X, Y, Z ， Z 不在 X 的马可夫毯里，问以下哪些判断为真？

- 1) 如果 X 是 Y 的一个后代，但是 Y 不是 X 的一个直接父，那么，给定 X 的马可夫毯后， X 是独立于 Y 的。
- 2) 如果 X 是独立于 Z ，但是 X 在给定 Y 后不独立于 Z ，那么 Y 是在 X 的马可夫毯里。
- 3) 如果 X 在给定 Y 后是独立于 Z 的，那么 Y 一定是在 X 的马可夫毯里。
- 4) 如果 X 的所有子和父都被观察到值后，那么 X 是独立于 Z 的。
- 5) 如果 Y 既不是 X 的一个后代，也不是 X 的一个父，那么，只给定 X 的父的值后， X 是独立于 Y 的。
- 6) 以上论断都不正确。

问题 5 ----- 贝叶斯网络和概率计算 （共 6 分）

假设一个去医院就诊的人可能有一个症状(S)，这个症状可能由两个不同的疾病(A 和 B)所导致。还知道基因 G 上的一个变异很可能导致疾病 A 的发生。以下给出了这个贝叶斯网络，以及相应的概率分布表。请分别计算下面提问所涉的概率值。



5-1) 计算概率 $P(+g, +a, +b, +s)$?

5-2) 计算一个病人患疾病 A 的概率？

5-3) 计算患有疾病 B 的情况下，还患有 A 的概率？

5-4) 在得知病人有症状 S，并患有 B 的情况下，该病人患有 A 的概率是多少？

5-5) 在得知病人患有 A，那么该病人携带致病基因 G 的概率是多少？

5-6) 在得知病人患有 B，那么该病人携带致病基因 G 的概率是多少？

问题 6 ----- 连锁法 (共 4 分)

请在以下每个小题里，在给定相应独立性假设下，选出所有和提问概率相等价的表达式。

6-1) 假定没有独立性假设， $P(A, B|C) =$

☐ $\frac{P(C|A)P(A|B)P(B)}{P(C)}$

☐ $\frac{P(B,C|A)P(A)}{P(B,C)}$

☐ $P(A|B, C)P(B|C)$

☐ $\frac{P(A|C)P(B,C)}{P(C)}$

6-2) 假定给定C后，A独立于B，则 $P(A, B | C) =$

☐ $\frac{P(C|A)P(A|B)P(B)}{P(C)}$

☐ $\frac{P(B,C|A)P(A)}{P(B,C)}$

☐ $P(A|B, C)P(B|C)$

☐ $\frac{P(A|C)P(B,C)}{P(C)}$

6-3) 假定没有独立性假设， $P(A | B, C) =$

☐ $\frac{P(C|A)P(A|B)P(B)}{P(C)}$

☐ $\frac{P(B,C|A)P(A)}{P(B,C)}$

☐ $\frac{P(A|C)P(C|B)P(B)}{P(B,C)}$

☐ $\frac{P(C|A,B)P(B|A)P(A)}{P(B|C)P(C)}$

6-4) 假定在给定C后，A独立于B，那么， $P(A | B, C) =$

☐ $\frac{P(C|A)P(A|B)P(B)}{P(C)}$

☐ $\frac{P(B,C|A)P(A)}{P(B,C)}$

☐ $\frac{P(A|C)P(C|B)P(B)}{P(B,C)}$

☐ $\frac{P(C|A,B)P(B|A)P(A)}{P(B|C)P(C)}$