第十一章　电路的频率响应

主要内容:

1、网络函数等概念

2、串联电路的谐振

3、并联谐振电路

§ 11-1 网络函数

频率响应： 电路和系统的工作状态跟随频率而变化的现象，称为电路和系统的频率特性，又称频率响应。

网络函数： 通常在输入变量和输出变量之间建立“一对一”的函数关系，描述电路的频率特性，这一函数称为电路和系统的网络函数。

定义： 网络函数

$$H(j\omega) = \frac{\dot{R}_k(j\omega)}{\dot{E}_{sj}(j\omega)}$$

$\dot{R}_k(j\omega)$ 输出端口k的响应

$\dot{E}_{sj}(j\omega)$ 输入端口j的响应输入变量

多种类型的网络函数：

1. 响应和激励位于同一端口： $H(j\omega)$ 即 $\dfrac{\dot{U}_k}{\dot{I}_{sk}}$ 阻抗 或 $\dfrac{\dot{I}_k}{\dot{U}_{sk}}$ 导纳

2. 响应和激励位于不同端口： $H(j\omega)$ 称为转移函数

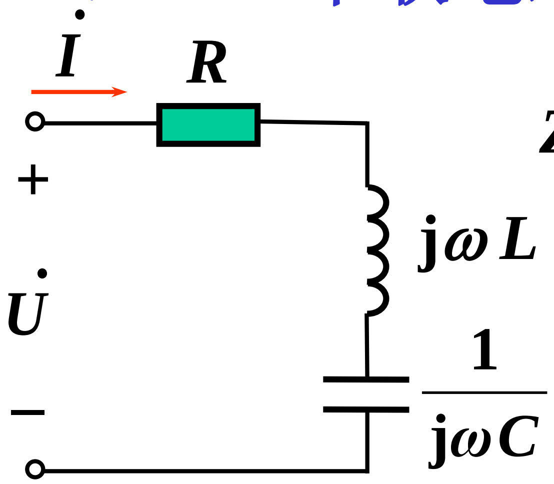
$\dfrac{\dot{U}_k}{\dot{I}_{sj}}$ 转移阻抗　$\dfrac{\dot{I}_k}{\dot{I}_{sj}}$ 转移电流比　$\dfrac{\dot{I}_k}{\dot{U}_{sj}}$ 转移导纳　$\dfrac{\dot{U}_k}{\dot{U}_{sj}}$ 转移电压比

$|H(j\omega)| — \omega$　幅频特性

$\varphi(j\omega) — \omega$　相频特性

§11-2　串联电路的谐振

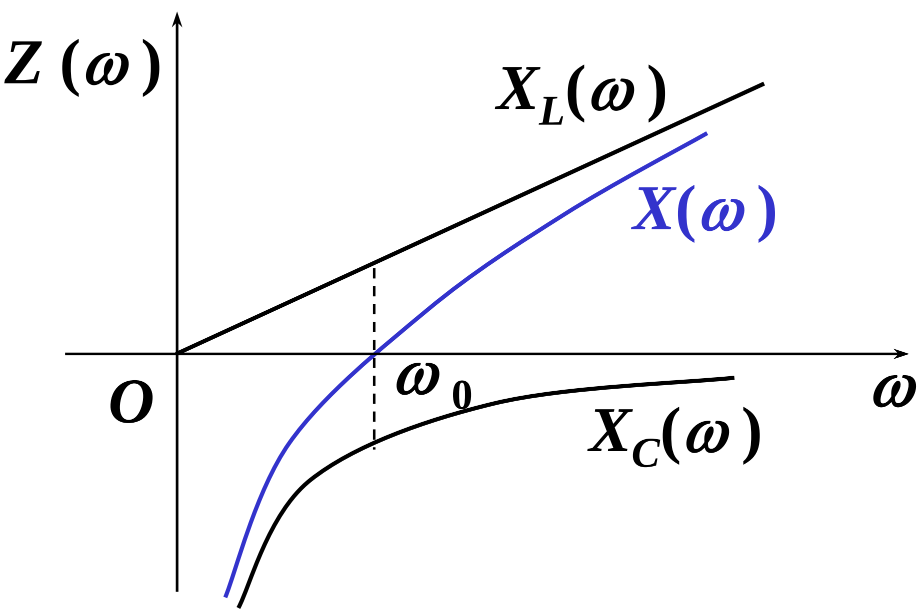
一、RLC串联电路的谐振现象



$$Z = R + \mathrm{j}(\omega L - \frac{1}{\omega C}) = R + \mathrm{j}(X_L + X_C) = |Z| \angle \phi$$

当$\omega L > \frac{1}{\omega C}$，即 $X_L > -X_C$　　感性

当$\omega L < \frac{1}{\omega C}$，即 $X_L < -X_C$　　容性



当满足一定条件(对*RLC*串联电路，使$\omega L = 1/\omega C$)，电路中电压、电流同相，电路的这种状态称为谐振。

串联谐振：$\omega_0 L = \dfrac{1}{\omega_0 C}$

$$\boxed{\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}}$$ 谐振角频率

$$\boxed{f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}}$$ 谐振频率

二、使*RLC*串联电路发生谐振的条件

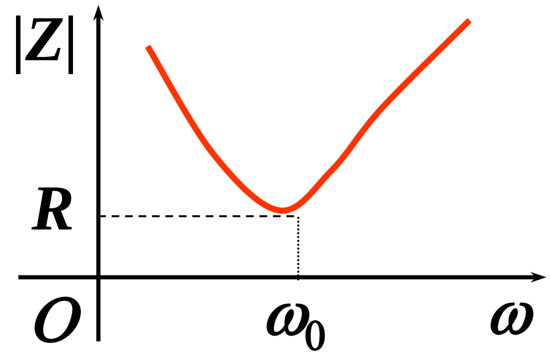
1. L C 不变，改变 ω 。

2. 电源频率不变，改变 L 或 C (常改变C)。

三、RLC串联电路谐振时的特点

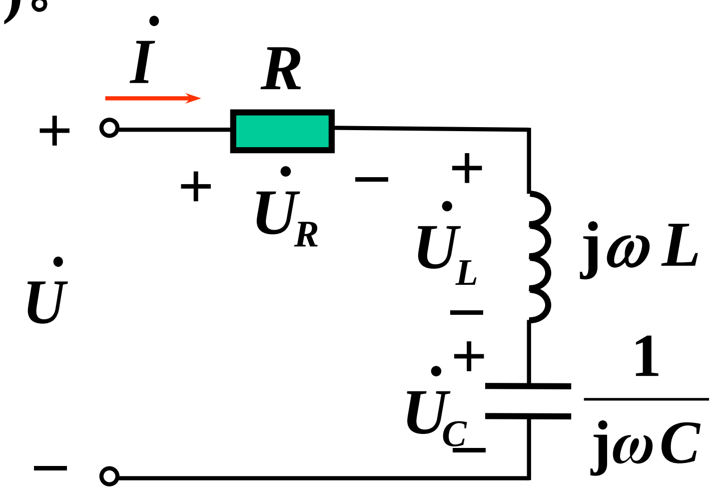
1. $\dot{U}$与$\dot{I}$同相.

2. 等效阻抗Z为电阻性，即$Z=R$。电路中阻抗值$|Z|$最小。



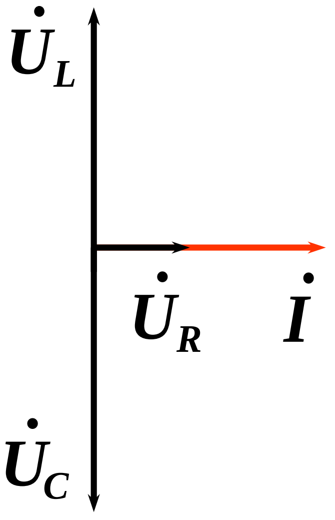
3. 电流I达到最大值$I_0=U/R$ (U一定)。

4. 电阻上的电压等于电源电压，LC上串联总电压为零，即



$$\dot{U}_R=\dot{U}, \quad \dot{U}_L+\dot{U}_C=0$$

串联谐振时，电感上的电压和电容上的电压大小相等，方向相反，相互抵消，因此串联谐振又称电压谐振。



5. 功率

$$P=RI_0^2=U^2/R$$

$$Q = Q_L + Q_C = 0,\ Q_L = \omega_0 L I_0^2,\ Q_C = -\frac{1}{\omega_0 C} I_0^2$$

即L与C交换能量，与电源间无能量交换。

四、品质因数

1. 品质因数的定义

$$\dot{U}_{L0}=\mathrm{j}\omega_0 L\dot{I}=\frac{\mathrm{j}\omega_0 L}{R}\cdot R\dot{I}=\mathrm{j}\frac{\omega_0 L}{R}\dot{U}$$

$$\dot{U}_{C0}=\frac{\dot{I}}{\mathrm{j}\omega_0 C}=\frac{1}{\mathrm{j}\omega_0 CR}\cdot R\dot{I}=-\mathrm{j}\frac{1}{\omega_0 CR}\dot{U}$$

$$Q=\frac{\omega_0 L}{R}=\frac{1}{\omega_0 CR}=\frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$$

2. 品质因数的意义

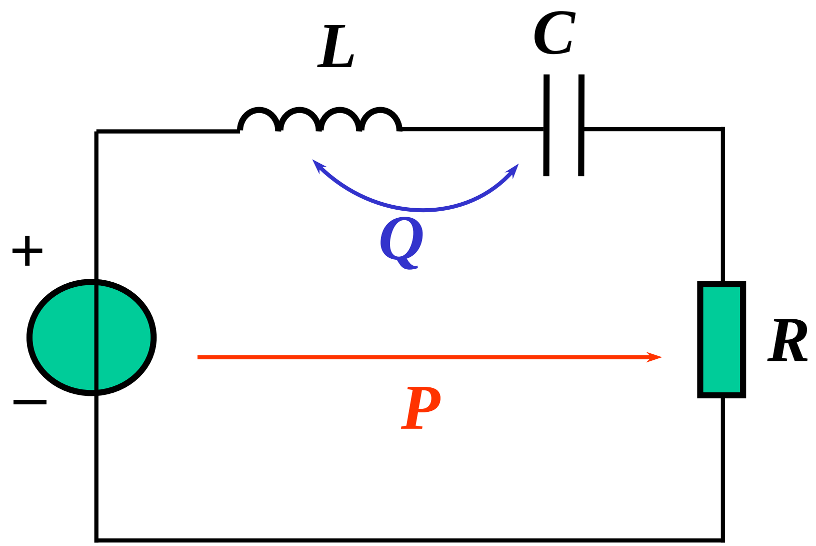
a. 电压方面： $U_{L0}=U_{C0}=QU$

$$\boxed{Q=\frac{U_{L0}}{U}=\frac{U_{L0}}{U}}$$

b. 功率方面：

电源发出功率：无功 $Q = UI\sin\varphi = 0$

有功 $P = UI\cos\varphi = RI^2$



$$Q = \frac{\text{谐振时电感(或电容)中无功功率的绝对值}}{\text{谐振时电阻的有功功率}}$$

c. 能量方面：

$$Q = 2\pi \frac{\text{谐振时电路中电磁场总储能}}{\text{谐振时一周期内电路消耗的能量}}$$

$$Q = 2\pi \frac{\frac{1}{2}LI^2}{\frac{1}{2}I^2R(1/f_0)} = \frac{2\pi f_0 L}{R}$$

维持一定量的振荡所消耗的能量愈小，则振荡电路的“品质”愈好。

五、*RLC*串联谐振电路的频率特性

1. 阻抗的频率特性

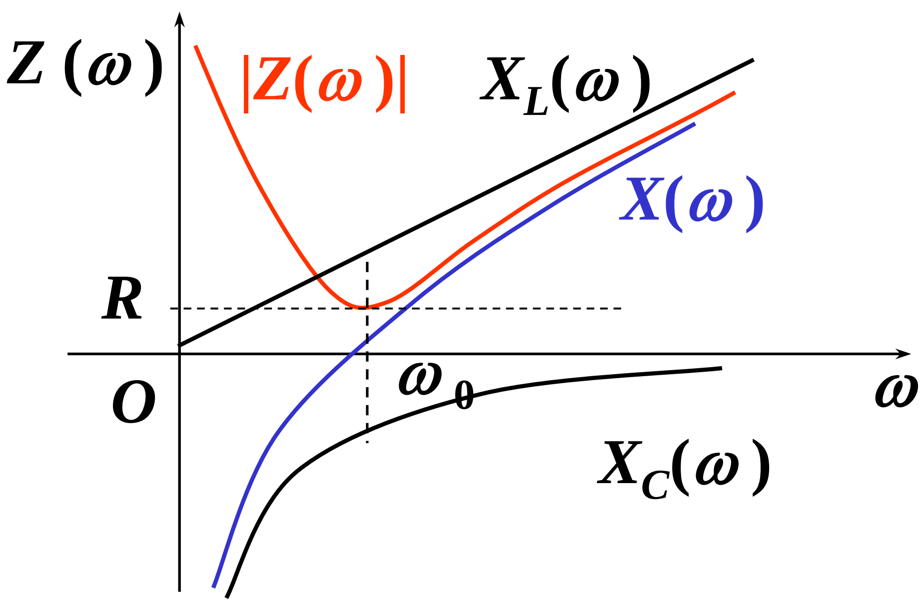
$$Z = R + \mathrm{j}(\omega L - \frac{1}{\omega C}) = |Z(\omega)|\angle\varphi(\omega)$$

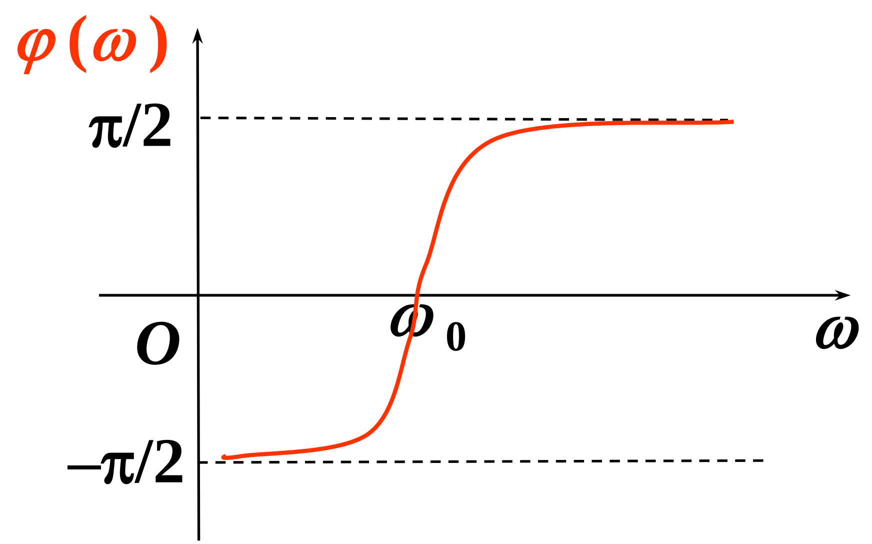
$$|Z(\omega)| = \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2} = \sqrt{R^2 + (X_L + X_L)^2} = \sqrt{R^2 + X^2}$$

幅频特性

$$\varphi(\omega) = \arctan\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} = \arctan\frac{X_L + X_C}{R} = \arctan\frac{X}{R}$$

相频特性

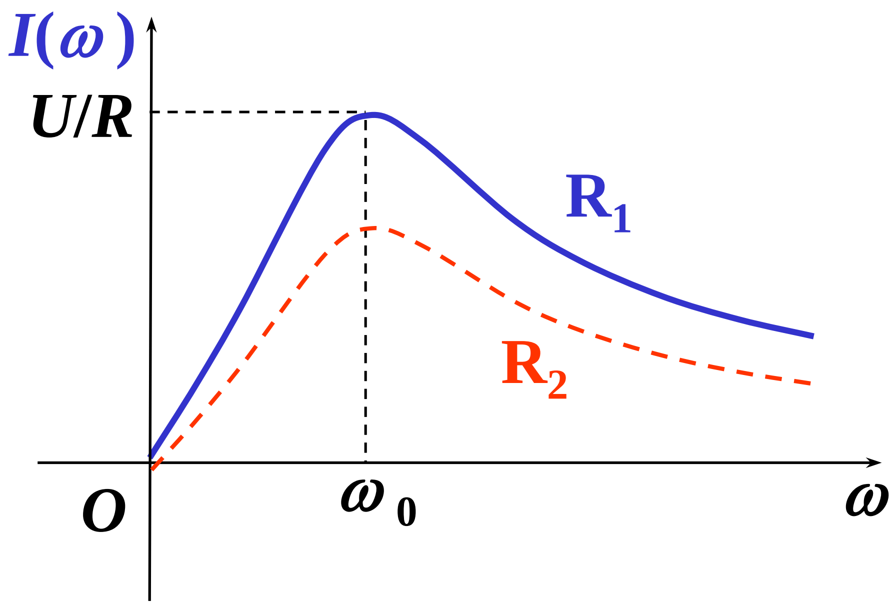




2. 电流谐振曲线

幅值关系：

$$I(\omega)=\frac{U}{|Z(\omega)|}=\frac{U}{\sqrt{R^2+(\omega L-\frac{1}{\omega C})^2}}=\frac{U}{\sqrt{R^2+X^2}}$$



电流谐振曲线

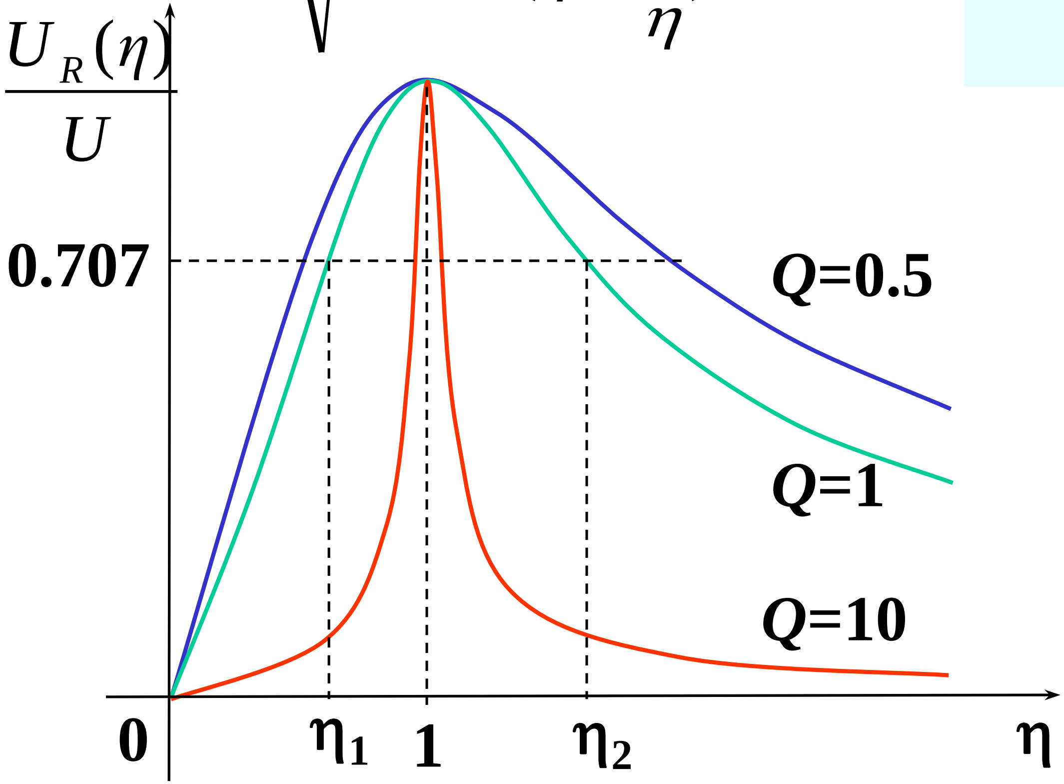
3. 通用谐振曲线

$$\eta = \frac{\omega}{\omega_0}$$

$$Z(j\omega) = R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C}) = R\left[1 + jQ(\eta - \frac{1}{\eta})\right]$$

$$U_R(\eta) = \frac{U}{\sqrt{1 + Q^2(\eta - \frac{1}{\eta})^2}}$$

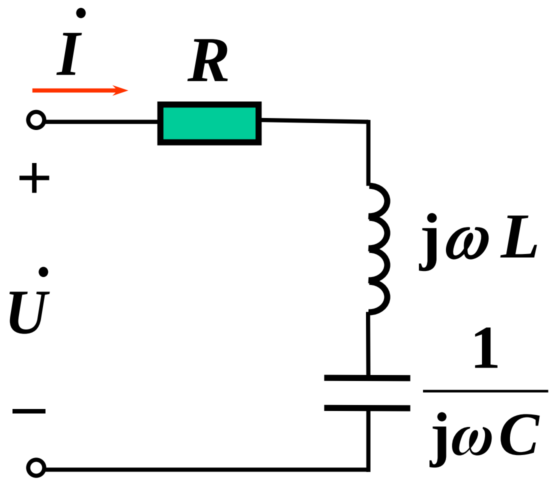
$$\frac{U_R(\eta)}{U} = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2(\eta - \frac{1}{\eta})^2}}$$

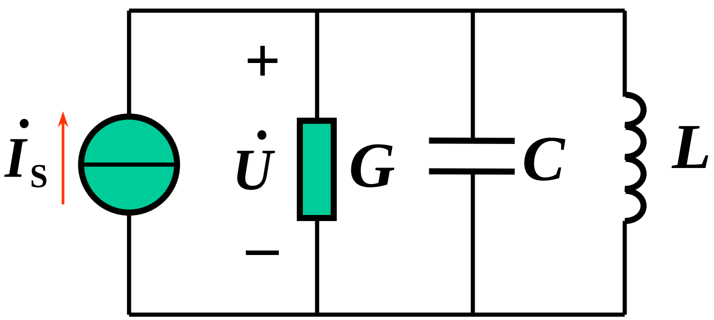


通用谐振曲线：

§ 11–3　并联谐振电路

一、GLC并联电路





对偶：

<u>R L C 串联</u>　　　　<u>G LC 并联</u>

$$Z = R + \mathrm{j}(\omega L - \frac{1}{\omega C})$$

$$Y = G + \mathrm{j}(\omega C - \frac{1}{\omega L})$$

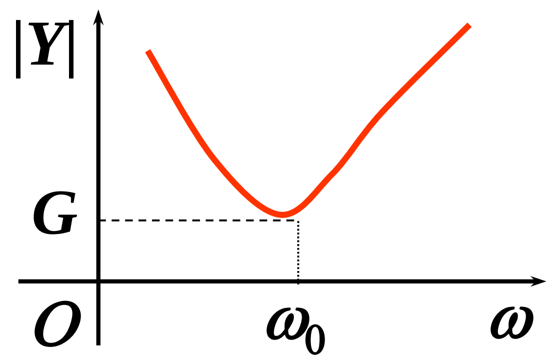
$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

二、*GLC*并联电路谐振时的特点

1. $\dot{U}$与$\dot{I}$同相.

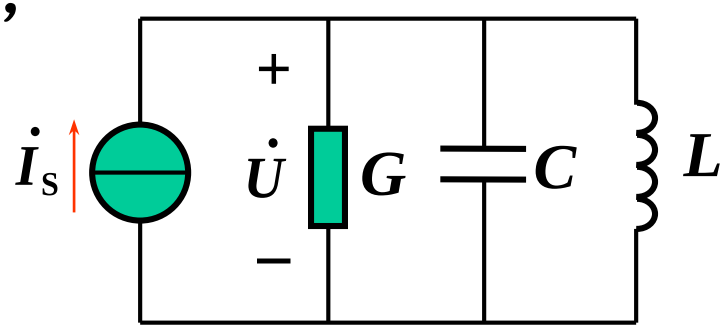
2. 等效导纳Y=G。电路中导纳模|Y|最小。



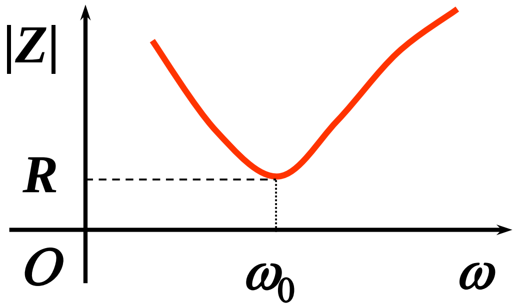
3. 端电压U达到最大值U_0=RI_S (I_S一定)。

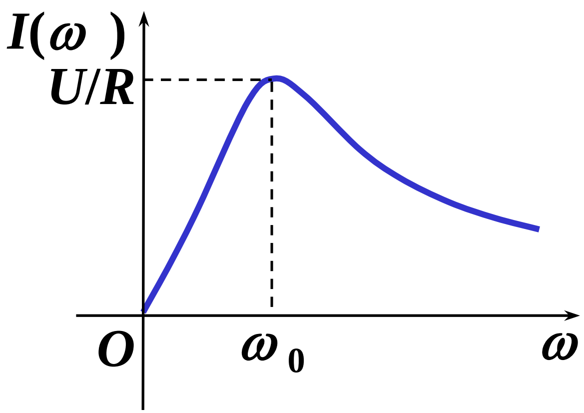
4. 流过电阻的电流等于电源电流，*LC*上并联总电流为零，即

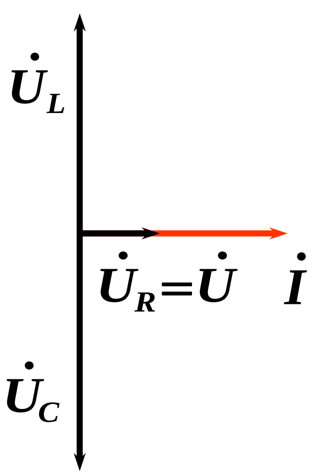
$$\dot{I}_R = \dot{I}_S, \quad \dot{I}_L + \dot{I}_C = 0$$



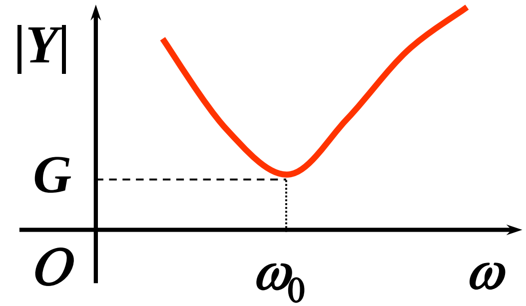
RLC 串联

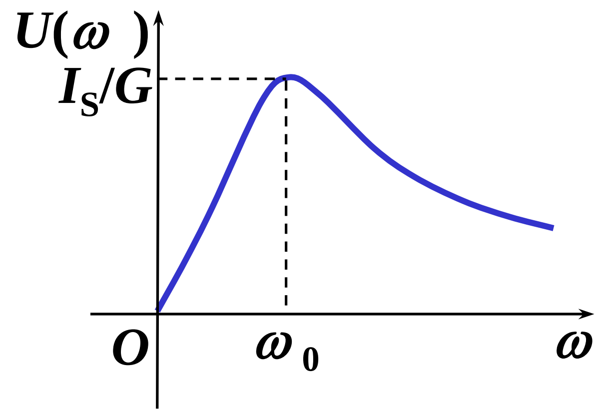

$|Z|$
R
O
ω_0
ω

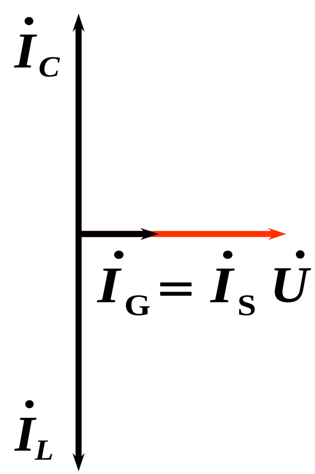

$I(\omega)$
U/R
O
ω_0
ω


$\dot{U}_L$
$\dot{U}_R=\dot{U}$
$\dot{I}$
$\dot{U}_C$

GCL 并联


$|Y|$
G
O
ω_0
ω


$U(\omega)$
I_S/G
O
ω_0
ω


$\dot{I}_C$
$\dot{I}_G=\dot{I}_S$
$\dot{U}$
$\dot{I}_L$

$$\dot{I}_L(\omega_0) = -j\frac{1}{\omega_0 L}\dot{U} = -j\frac{1}{\omega_0 LG}\dot{I}_S$$

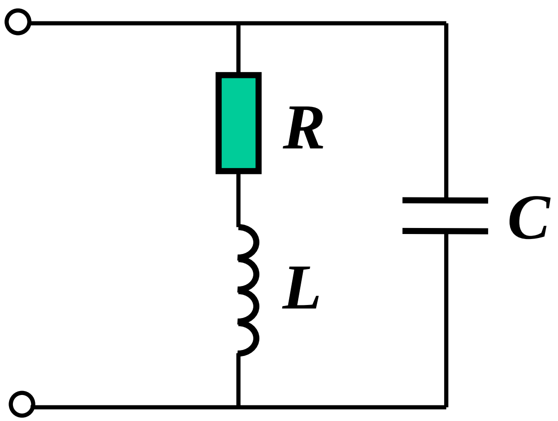
$$\dot{I}_C(\omega_0) = j\omega_0 CU = j\frac{\omega_0 C}{G}\dot{I}_S$$

$$Q = \frac{I_L(\omega_0)}{I_S} = \frac{I_C(\omega_0)}{I_S}$$

$$I_L(\omega_0) = I_C(\omega_0) = Q\, I_S$$

$$Q = \frac{1}{\omega_0 LG} = \frac{\omega_0 C}{G} = \frac{1}{G}\sqrt{\frac{C}{L}}$$

三、电感线圈和电容并联的谐振电路



$$Y = \mathrm{j}\omega C + \frac{1}{R + \mathrm{j}\omega L}$$

$$= \frac{R}{R^2 + (\omega L)^2} + \mathrm{j}(\omega C - \frac{\omega L}{R^2 + (\omega L)^2})$$

$$= G + \mathrm{j}B$$

谐振时 B=0，即 $\omega_0 C - \dfrac{\omega_0 L}{R^2 + (\omega_0 L)^2} = 0$

求得 $\boxed{\omega_0 = \sqrt{\dfrac{1}{LC} - (\dfrac{R}{L})^2}}$ 由电路参数决定。

当 $\dfrac{1}{LC} > (\dfrac{R}{L})^2$，即 $R < \sqrt{\dfrac{L}{C}}$时，可以发生谐振

当 $R > \sqrt{\dfrac{L}{C}}$时，不会发生谐振，因ω_0是虚数.