第三章　电阻电路的一般分析

主要内容:

1. 图论的初步概念

2. 支路电流法

3. 网孔电流法和回路电流法

4. 结点电压法

目的：找出一般(对任何线性电路均适用)的求解线性网络的系统方法(易于计算机编程序求解)。

对象：含独立源、受控源的电阻网络的直流稳态解。

应用：主要用于复杂的线性电路的求解。

基础：

电路性质 $\left\{\begin{array}{l}\text{元件特性(VCR)}\\\text{(对电阻，即U=IR)}\\\text{拓扑约束—KCL，KVL}\end{array}\right\}$ 相互独立

§3-1 电路的图

一、图

图 $G = (V, E)$: 结点和支路的一个集合

结点（顶点，点）：支路的汇合处

支路（线段，边）：是一个抽象的线段（代表一个电路元件）

孤立结点： 不关联任何边的点

移去支路： 移去该支路，但其所关联的两个结点保持不变

移去结点： 把它所关联的全部支路同时移去

二、电路的图

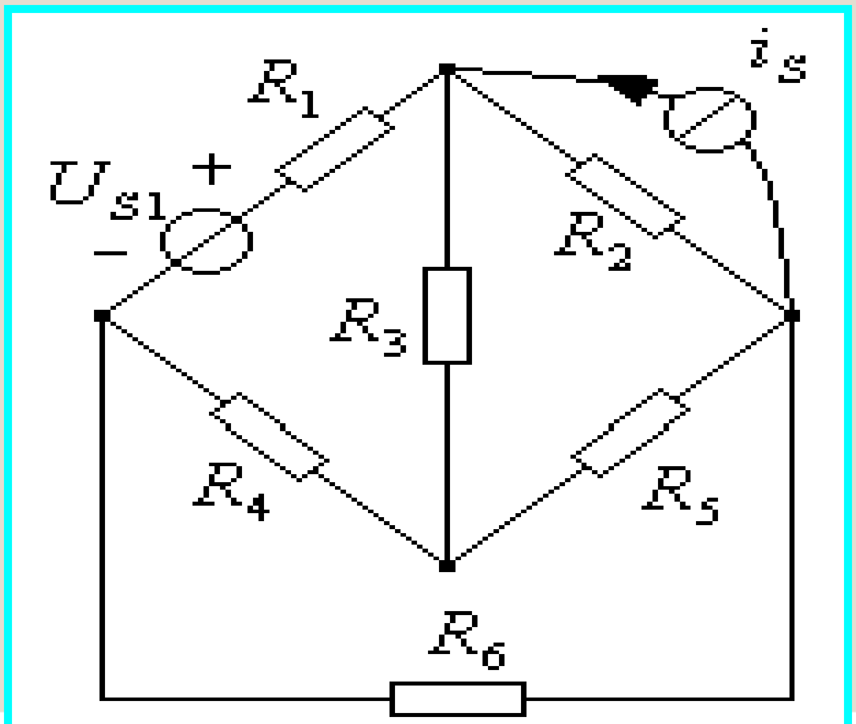
把电路中每一条支路画成抽象的线段，形成的一个结点和支路的集合

有向图： 赋予支路方向的图

电路 $\xrightarrow{\text{具体支路抽象成线段}}$ 电路的图

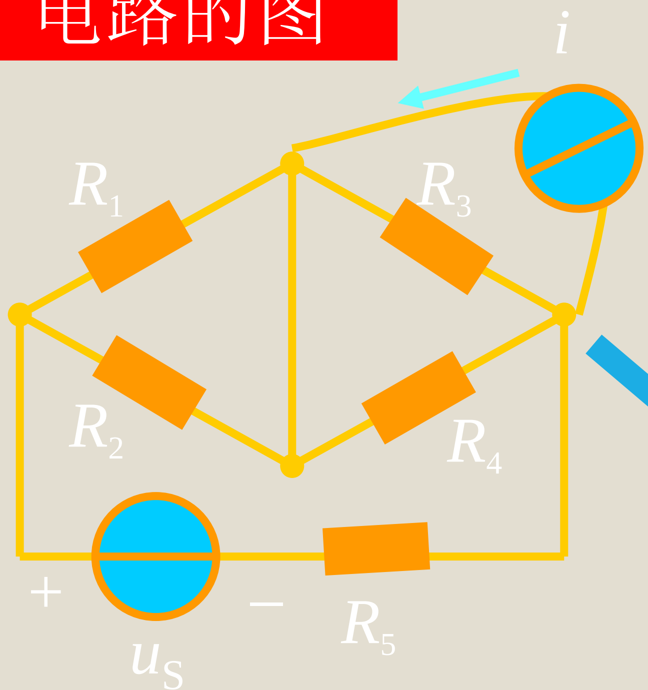
（每条支路指定关联参考方向）（有向线段）（电路的伴随有向图）

例图：



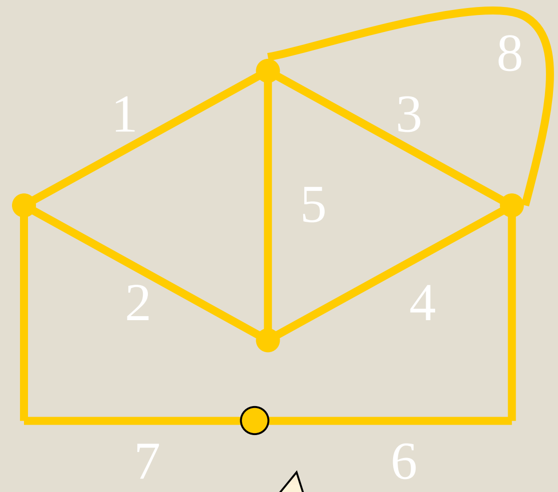
3.1 电路的图

1. 电路的图

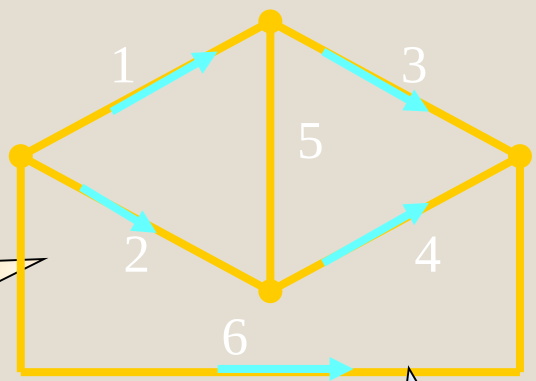


抛开元件性质

$n=5 \quad b=8$



一个元件作为一条支路



元件的串联及并联组合作为一条支路

$n=4 \quad b=6$

有向图

§3–2　KCL和KVL的独立方程数

一、KCL的独立方程数

*n*个节点的电路　　　　*n*个**KCL**方程

*n*个方程中的任何一个方程都可以从其余(*n*–1)个方程推出 来

*n*个节点的电路

(*n*–1)个独立的**KCL**方程

独立节点：与独立方程对应的节点。

任选(*n*–1)个节点即为独立节点。

二、KVL的独立方程数

1、独立回路

连通图： 图G的任意两个结点之间至少存在一条路径。

子 图 ： 如果 G_1 的每个结点都是图G 中的结点，G_1 的每条支路都是G中的支路，则G_1 是G 的子图。

回路： 如果一条路径的起点和终点重合，且经过的其他结点都相异，这条闭合路径就构成G的一个回路。

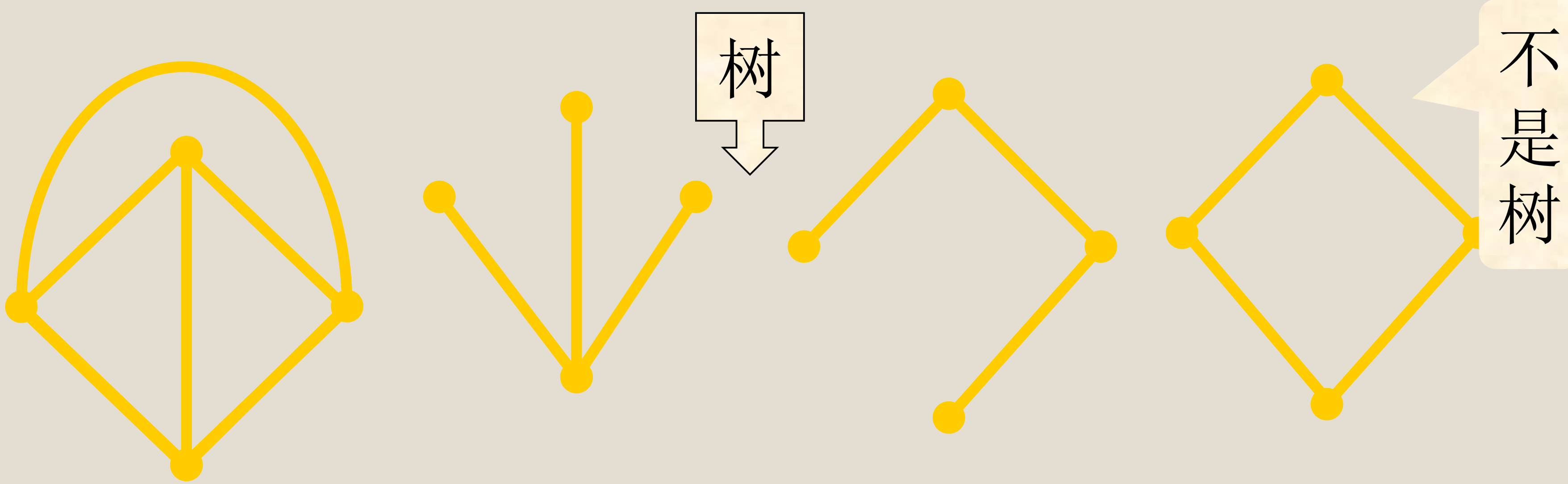
树： 连通图G的一个树T，是指G的一个子图，

它必须满足：

a 连通的；

b 包含G的全部结点；

C 不包含回路。



树支：构成树的支路　　　连支：属于G而不属于T的支路

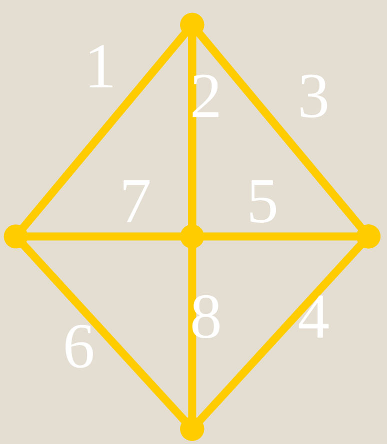
特点

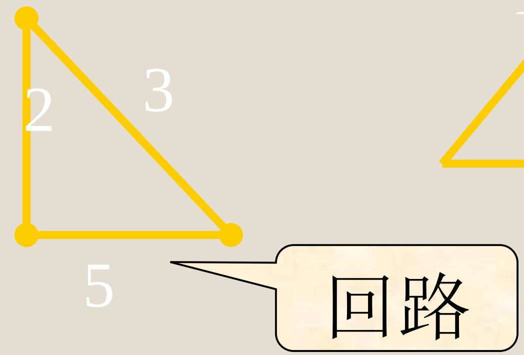
1）对应一个图有很多的树

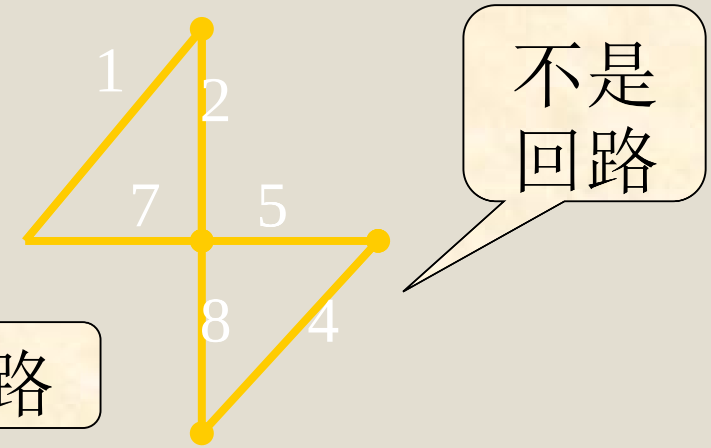
2）树支的数目是一定的：$$b_t = n - 1$$

连支数：$$b_l = b - b_t = b - (n-1)$$

- 回路 (Loop) → L是连通图的一个子图，构成一条闭合路径，并满足：(1)连通(2)每个节点关联2条支路







特点

1）对应一个图有很多的回路

2）基本回路的数目是一定的，为连支数

3）对于平面电路，网孔数为基本回路数

$$l = b_l = b-(n-1)$$

单连支回路：

G的任意一个树，加入一个连支后形成的一个回路.

基本回路：

1. 除所加连支外均由树支组成；

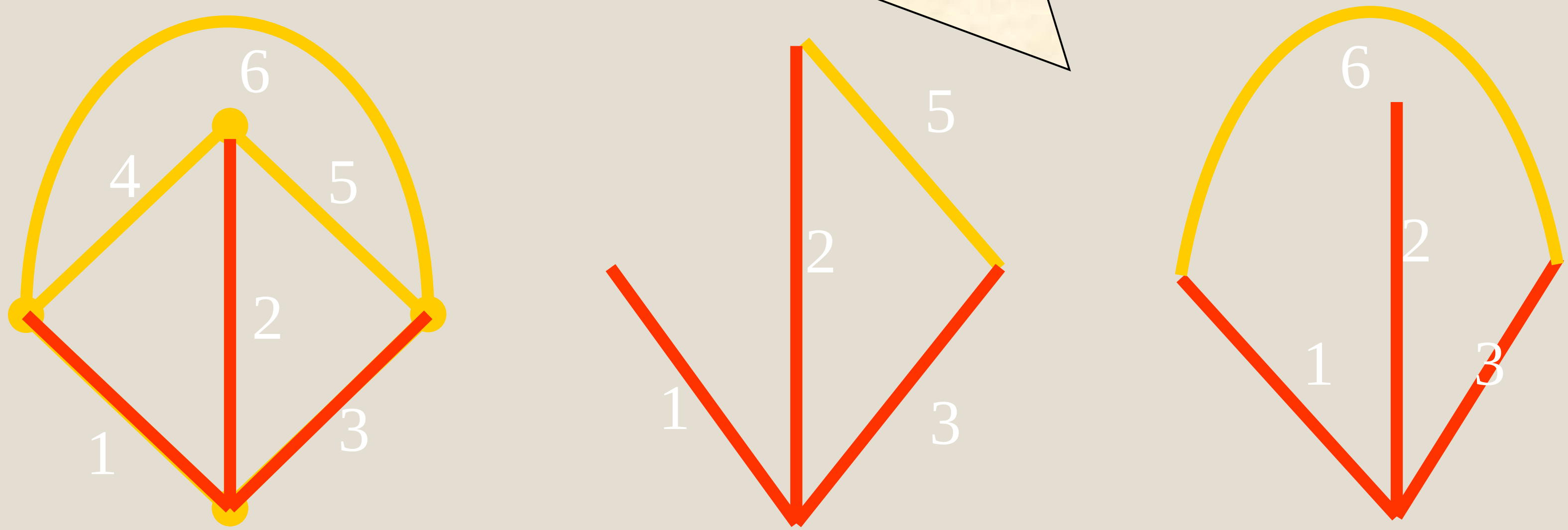
2. 对于一棵树，所有的单连支回路构成基本回路组。
   基本回路组是独立回路组；

3. 根据基本回路列出的*KVL*方程组是独立方程组；

4. 选择不同的树，可以得到不同的基本回路组。

基本回路(单连支回路)

基本回路具有独占的一条连枝



结论

支路数＝树枝数＋连支数
＝结点数－1＋基本回路数

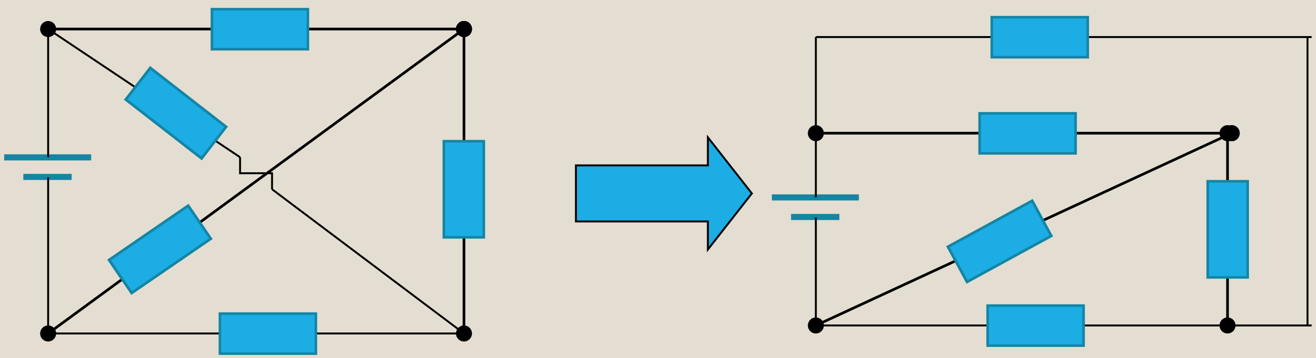
结点、支路和
基本回路关系

$$b = n + l - 1$$

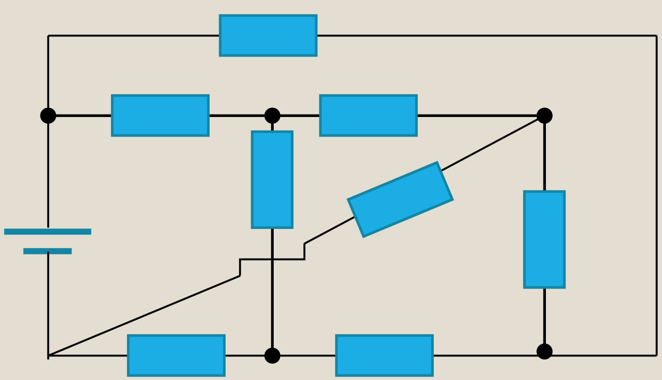
2、网孔

平面电路：可以画在平面上,不出现支路交叉的电路。

非平面电路：在平面上无论将电路怎样画，总有支路相互交叉。



∴ 是平面电路



总有支路相互交叉

∴是非平面电路

网孔：

平面图的一个“网孔”是指它的一个自然“孔”，它限定的区域内不再含有支路；

平面图的全部网孔是一组独立回路；

平面图网孔数 = 独立回路数。

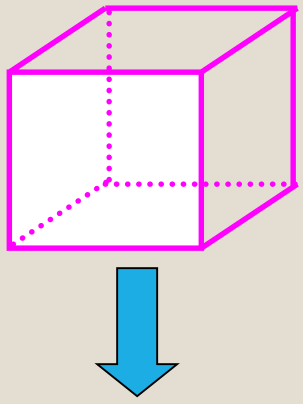
3、KVL的独立方程数 = **独立回路数**

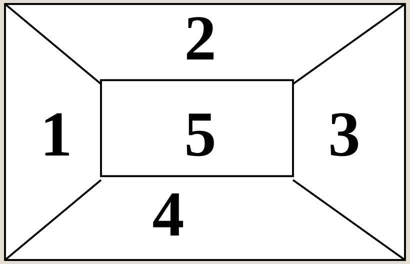
平面电路： 找网孔，对网孔列方程；

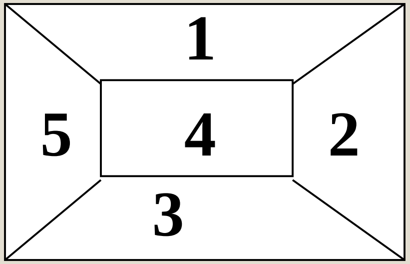
非平面电路：先找树，再找单连支回路，
对单连支回路列方程；

可以证明: 对于有**n**个结点，**b**条支路的电路，
可以列出$b-(n-1)$个独立的**KVL**方程。

例图：





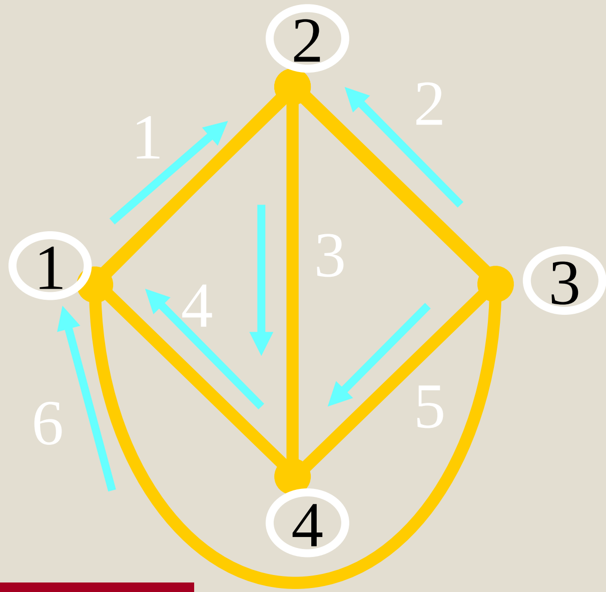


平面电路： b=12 n=8

KCL：7 KVL：5

小结： KCL和KVL的独立方程数

1. KCL的独立方程数



① $i_1 - i_4 - i_6 = 0$

② $-i_1 - i_2 + i_3 = 0$

③ $i_2 + i_5 + i_6 = 0$

④ $-i_3 + i_4 - i_5 = 0$

① ＋ ② ＋ ③＋ ④ ＝0

结论

n个结点的电路, 独立的KCL方程为n-1个。

2. KVL的独立方程数

KVL的独立方程数=基本回路数=b－(n－1)

结论

n个结点、b条支路的电路, 独立的KCL和KVL方程数为:

$$(n-1)+b-(n-1)=b$$

3.3 支路电流法
(branch current method)

1. 支路电流法 → 以各支路电流为未知量列写电路方程分析电路的方法。

对于有*n*个节点、*b*条支路的电路，要求解支路电流, 未知量共有*b*个。只要列出*b*个独立的电路方程，便可以求解这*b*个变量。

2. 独立方程的列写

（1）从电路的n个结点中任意选择n-1个结点列写KCL方程

（2）选择基本回路列写b-(n-1)个KVL方程

§3–3　支路电流法

一、2b法

对于有n个节点、b条支路的电路，

a. 每条支路　　b个VCR方程

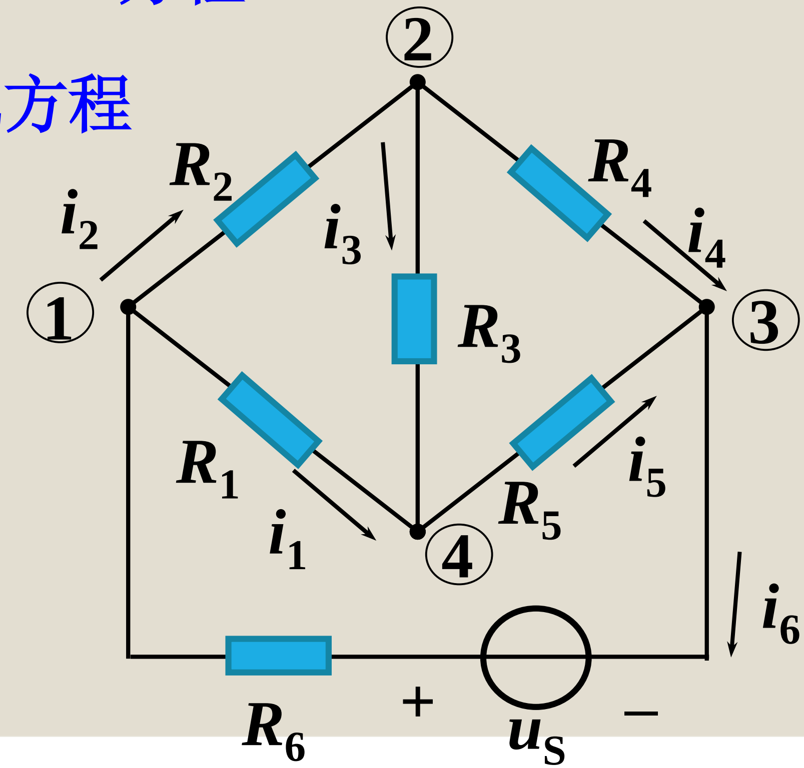
b. n个结点　　$(n–1)$个独立的KCL方程

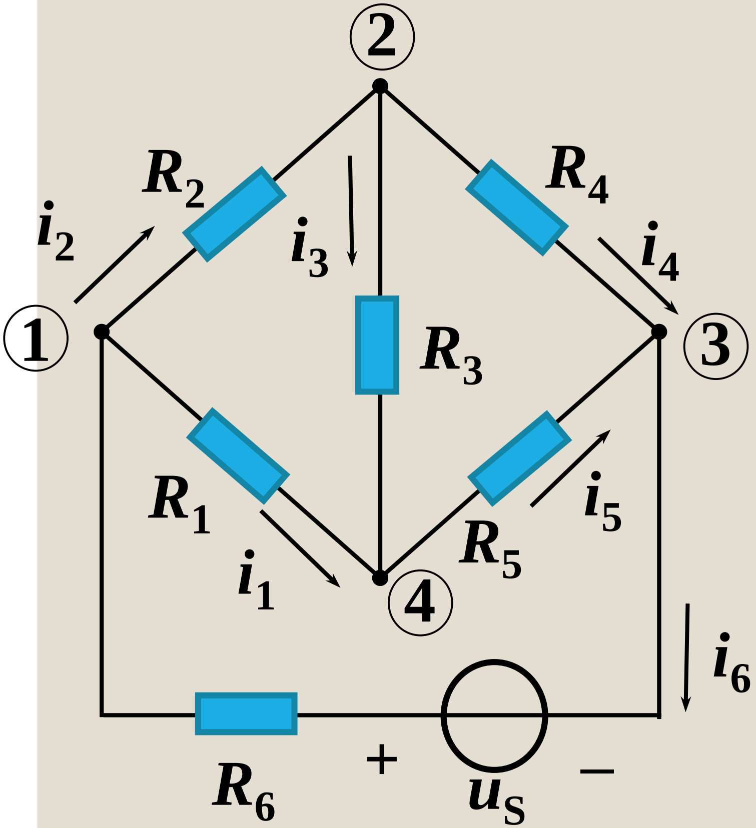
c. 回路　　$b–(n–1)$个KVL方程

举例说明：

b=6

n=4





(1) 标定各支路电流、电压的参考方向

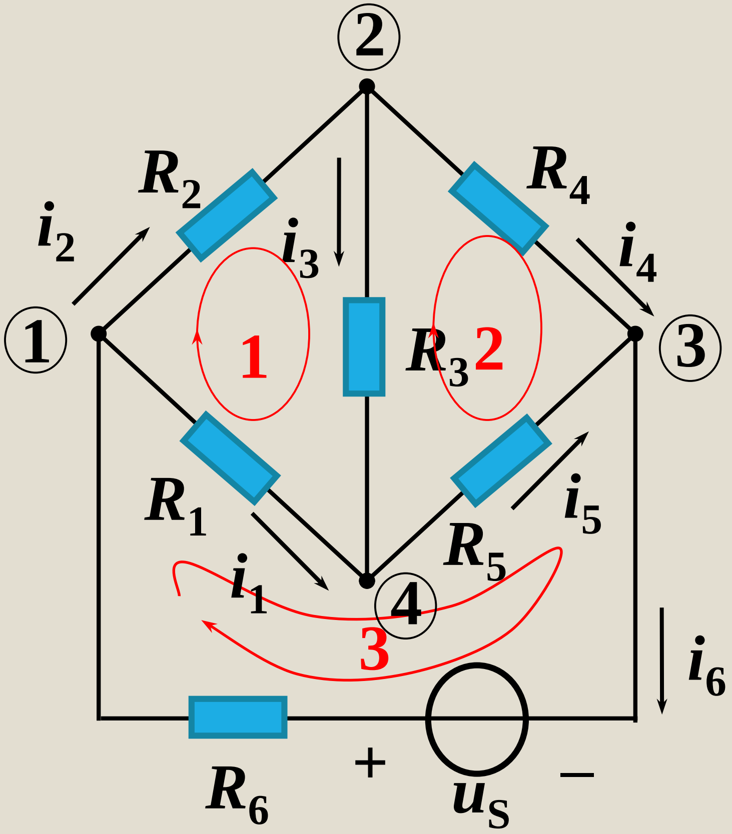
$$\left.\begin{aligned} &u_1 = R_1 i_1, \quad u_2 = R_2 i_2, \quad u_3 = R_3 i_3, \\ &u_4 = R_4 i_4, \quad u_5 = R_5 i_5, \quad u_6 = -u_S + R_6 i_6 \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

(b=6，6个方程，关联参考方向)

(2) 对节点，根据KCL列方程

$$\left.\begin{aligned} &\text{节点 1：} \quad -i_1 - i_2 + i_6 = 0 \\ &\text{节点 2：} \quad i_2 - i_3 - i_4 = 0 \\ &\text{节点 3：} \quad i_4 + i_5 - i_6 = 0 \\ &\text{（节点 4：} \quad i_1 + i_3 - i_5 = 0\text{）} \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

(出为负，进为正)



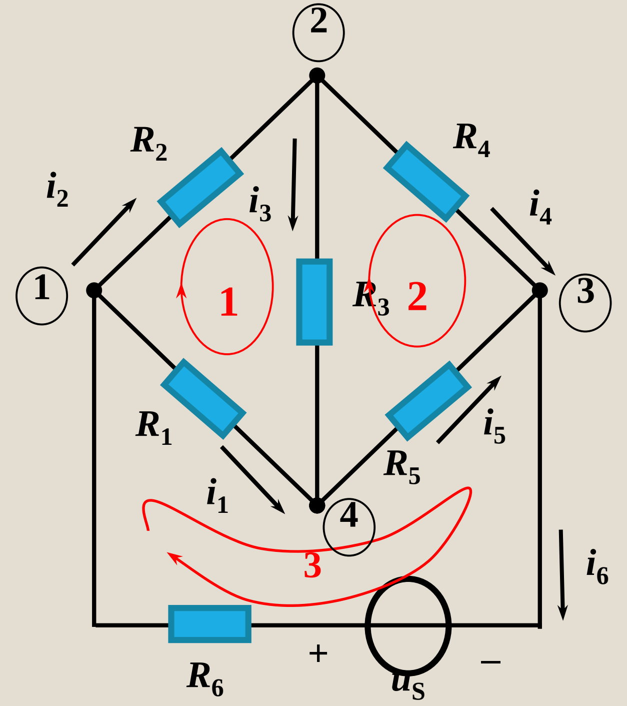
(3) 选定图示的3个回路，由KVL，列写关于支路电压的方程。

$$\left.\begin{array}{ll} \text{回路1：} & -u_1 + u_2 + u_3 = 0 \\ \text{回路2：} & -u_3 + u_4 - u_5 = 0 \\ \text{回路3：} & u_1 + u_5 + u_6 = 0 \end{array}\right\} \quad (3)$$

综合式(1)、(2)和(3)，可求解任一支路电流和电压。

$$\boxed{\begin{array}{lll} u_1 = R_1 i_1, & u_2 = R_2 i_2, & u_3 = R_3 i_3, \\ u_4 = R_4 i_4, & u_5 = R_5 i_5, & u_6 = -u_S + R_6 i_6 \end{array}}$$

$$\left.\begin{array}{l} \left.\begin{array}{l} -i_1 - i_2 + i_6 = 0 \\ i_2 - i_3 - i_4 = 0 \\ i_4 + i_5 - i_6 = 0 \end{array}\right\} \text{KCL} \\ \\ \left.\begin{array}{l} -R_1 i_1 + R_2 i_2 + R_3 i_3 = 0 \\ -R_3 i_3 + R_4 i_4 - R_5 i_5 = 0 \\ R_1 i_1 + R_5 i_5 + R_6 i_6 - u_S = 0 \end{array}\right\} \text{KVL} \end{array}\right\}$$



支路电流法的出发点：以支路电流为电路变量。

支路电流法：以各支路电流为未知量列写电路方程分析电路的方法。

支路法的一般步骤：

(1) 标定各支路电流、电压的参考方向；

(2) 选定(n–1)个节点，列写其KCL方程；

(3) 选定b–(n–1)个独立回路，列写其KVL方程；

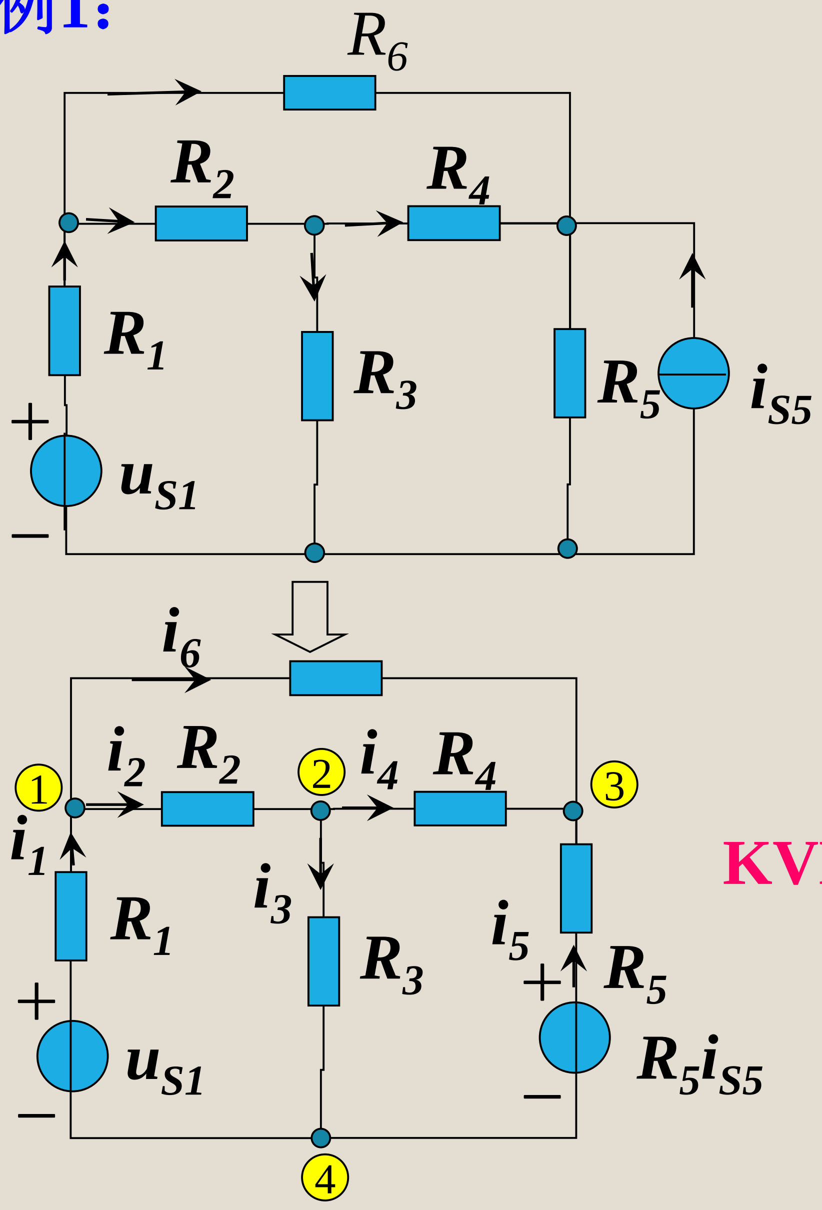
(4) 求解上述方程，得到b个支路电流；

(5)进一步计算支路电压和进行其它分析。

支路电流法的特点：

支路法列写的是 KCL和KVL方程， 所以方程列写方便、直观，但方程数较多，宜于在支路数不多的情况下使用。

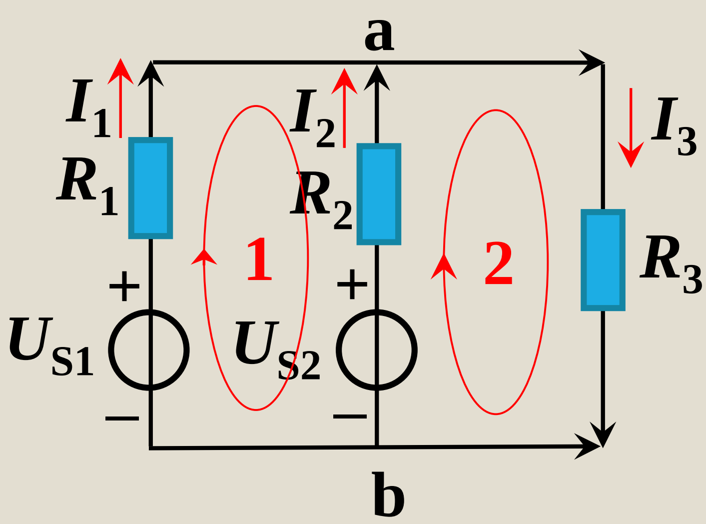
例1:



KCL:
$$\begin{cases} i_1 - i_2 - i_6 = 0 \\ i_2 - i_3 - i_4 = 0 \\ i_4 + i_6 + i_5 = 0 \end{cases}$$

KVL:
$$\begin{cases} i_2 R_2 + i_3 R_3 - u_{s1} + i_1 R_1 = 0 \\ i_4 R_4 - i_5 R_5 + i_{s5} R_5 - i_3 R_3 = 0 \\ i_6 R_6 - i_4 R_4 - i_2 R_2 = 0 \end{cases}$$

例2. U_{S1}=130V, U_{S2}=117V, R_1=1Ω, R_2=0.6Ω, R_3=24Ω.



求各支路电流及电压源各自发出的功率。

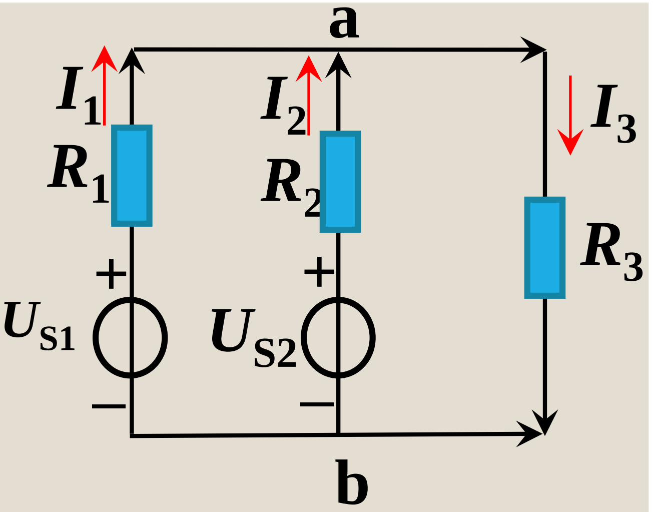
解 (1) n–1=1个KCL方程:

节点a: $I_1 + I_2 - I_3 = 0$

(2) b–(n–1)=2个KVL方程: $\sum U=0$

$$\left.\begin{array}{l} R_1I_1 - R_2I_2 + U_{S2} - U_{S1} = 0 \\ R_2I_2 + R_3I_3 - U_{S2} = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} I_1 - 0.6I_2 = 130 - 117 = 13 \\ 0.6I_2 + 24I_3 = 117 \end{array}\right\}$$

(3) 联立求解



$$\left.\begin{aligned}-I_1-I_2+I_3&=0\\ I_1-0.6I_2&=130-117=13\\ 0.6I_2+24I_3&=117\end{aligned}\right\}\ \text{解得}\ \Rightarrow \left\{\begin{aligned}I_1&=10\text{ A}\\ I_2&=-5\text{ A}\\ I_3&=5\text{ A}\end{aligned}\right.$$

(4) 功率分析

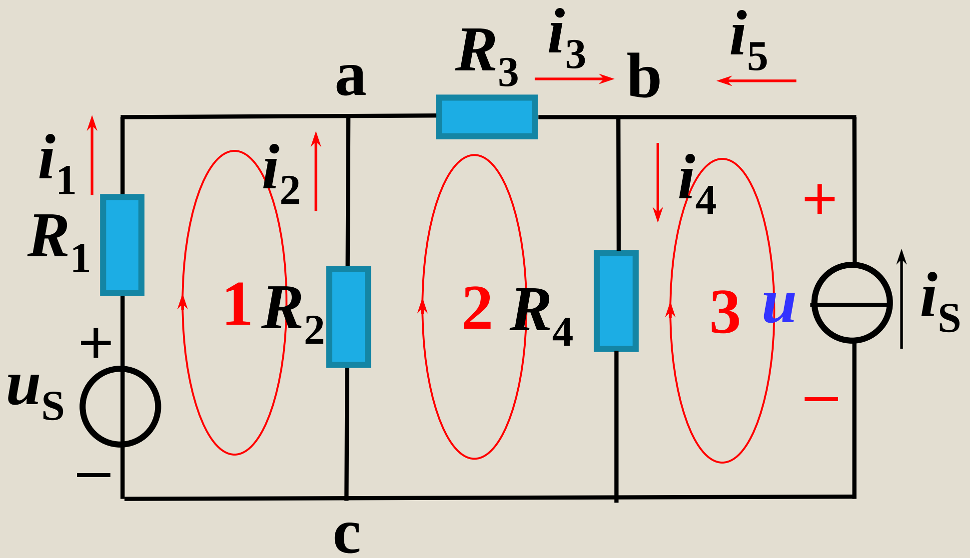
$$\left.\begin{aligned}P_{U_{S1}\text{发}}&=U_{S1}I_1=130\times10=1300\text{ W}\\ P_{U_{S2}\text{发}}&=U_{S2}I_2=117\times(-5)=-585\text{ W}\end{aligned}\right\}\ P_{\text{发}}=715\text{ W}$$

验证功率守恒：

$$\left.\begin{aligned}P_{R_1\text{吸}}&=R_1I_1^2=100\text{ W}\\ P_{R_2\text{吸}}&=R_2I_2^2=15\text{ W}\\ P_{R_3\text{吸}}&=R_3I_3^2=600\text{ W}\end{aligned}\right\}\ P_{\text{吸}}=715\text{ W}$$

$$P_{\text{发}}=P_{\text{吸}}$$

例3. 列写如图电路的支路电流方程(含理想电流源支路)。



b=5, n=3

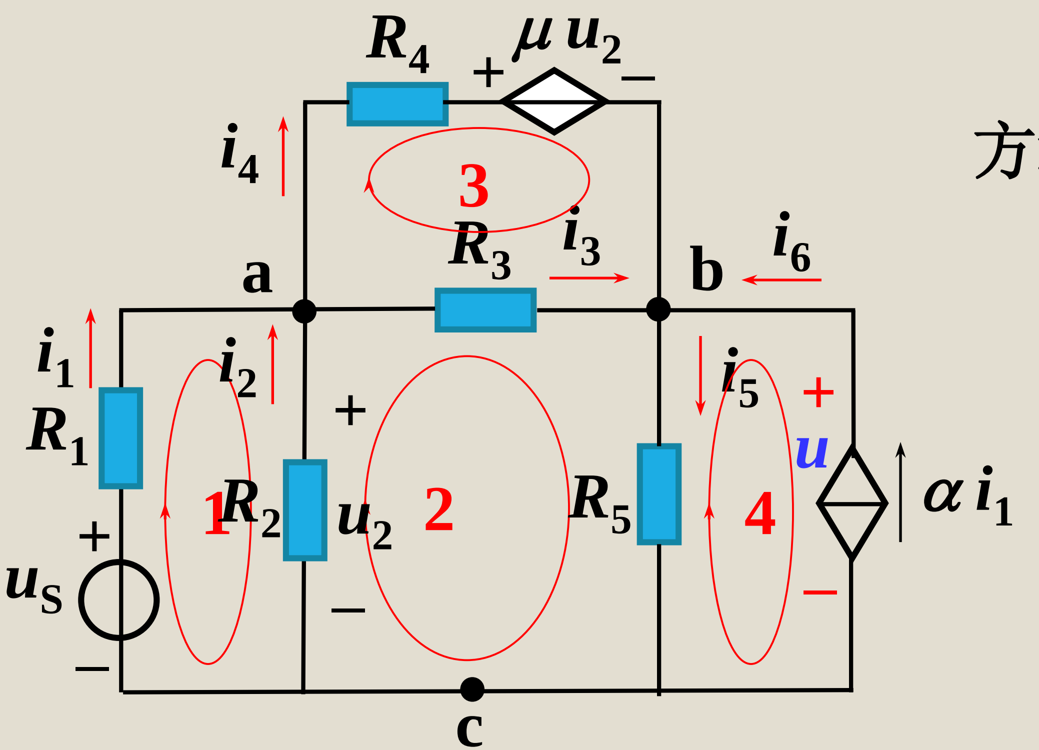
解 KCL方程：

$$\begin{cases} i_1 + i_2 - i_3 = 0 & (1) \\ i_3 - i_4 + i_5 = 0 & (2) \end{cases}$$

KVL方程：

$$\begin{cases} R_1 i_1 - R_2 i_2 = u_S & (3) \\ R_2 i_2 + R_3 i_3 + R_4 i_4 = 0 & (4) \\ i_5 = i_S & (5) \end{cases}$$

例4. 列写下图所示含受控源电路的支路电流方程。



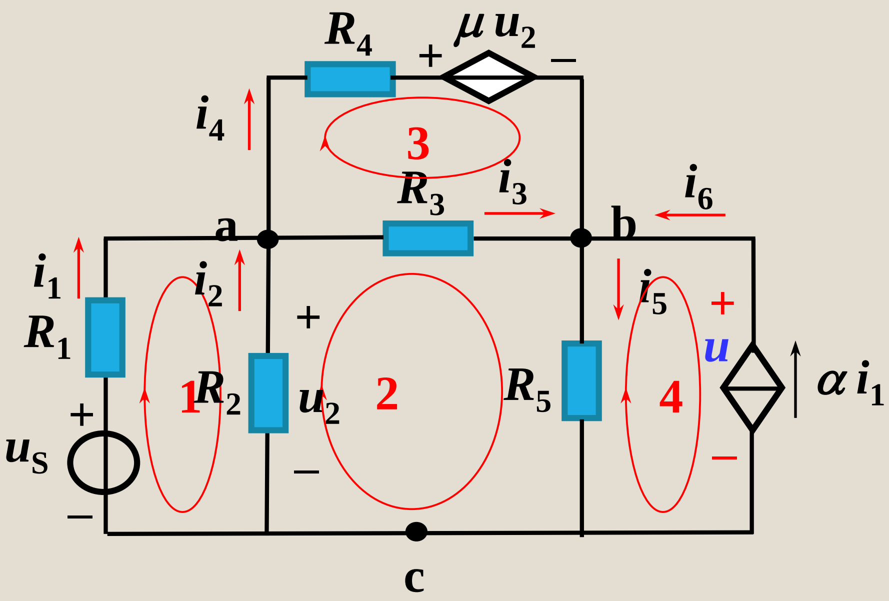
方程列写分两步：

(1) 先将受控源看作独立源列方程；

(2) 将控制量用未知量表示，并代入(1)中所列的方程，消去中间变量。

解　KCL方程：

$$\begin{cases} i_1 + i_2 - i_3 - i_4 = 0 & (1) \\ i_3 + i_4 - i_5 + i_6 = 0 & (2) \end{cases}$$



KVL方程:

$$
\begin{cases}
R_1 i_1 - R_2 i_2 = u_S & (3) \\
R_2 i_2 + R_3 i_3 + R_5 i_5 = 0 & (4) \\
R_3 i_3 - R_4 i_4 = \mu u_2 & (5)
\end{cases}
$$

补充方程:

$$
\begin{cases}
i_6 = \alpha i_1 & (6) \\
u_2 = -R_2 i_2 & (7)
\end{cases}
$$

§3–4　网孔电流法

网孔电流法：

为减少未知量(方程)的个数，以网孔电流作为电路的独立变量，列方程组，对电路分析计算的一种方法。

网孔电流法的独立方程数为$b-(n-1)$。

与支路电流法相比，方程数可减少$n-1$个。

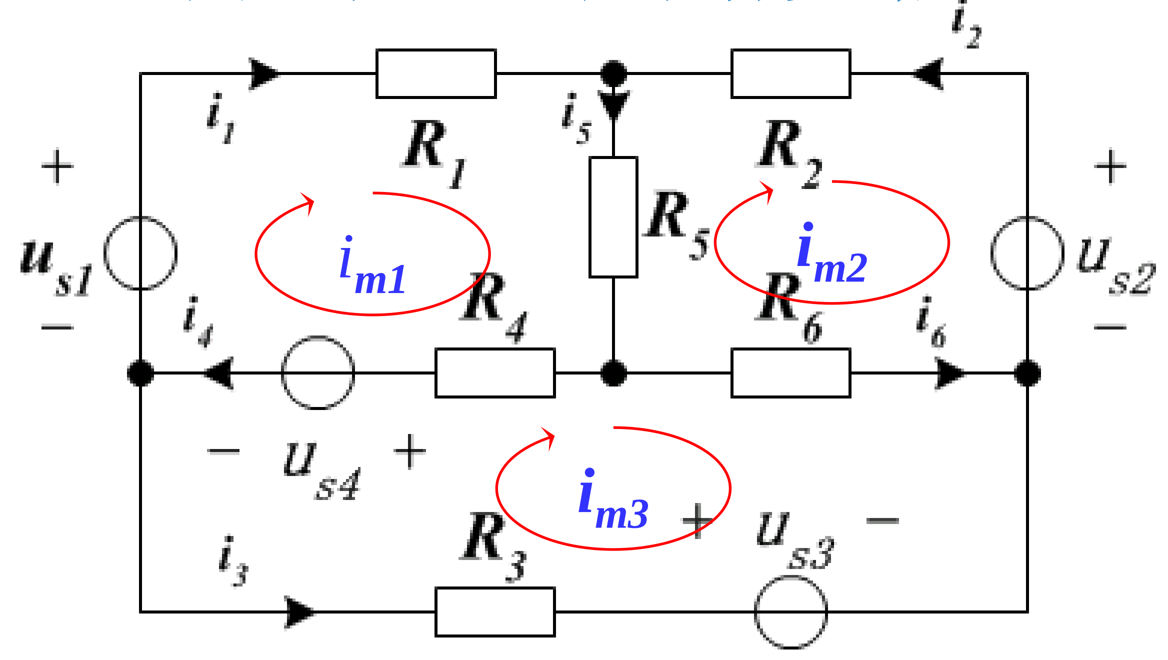
网孔电流：

1.　网孔电流是一种沿着网孔边界流动的假想电流

2.　网孔电流是相互独立的

3.　以假想的网孔电流为变量，各支路电流可写成网孔电流的代数和，且网孔电流自动满足KCL

一、用网孔电流表示各支路电流

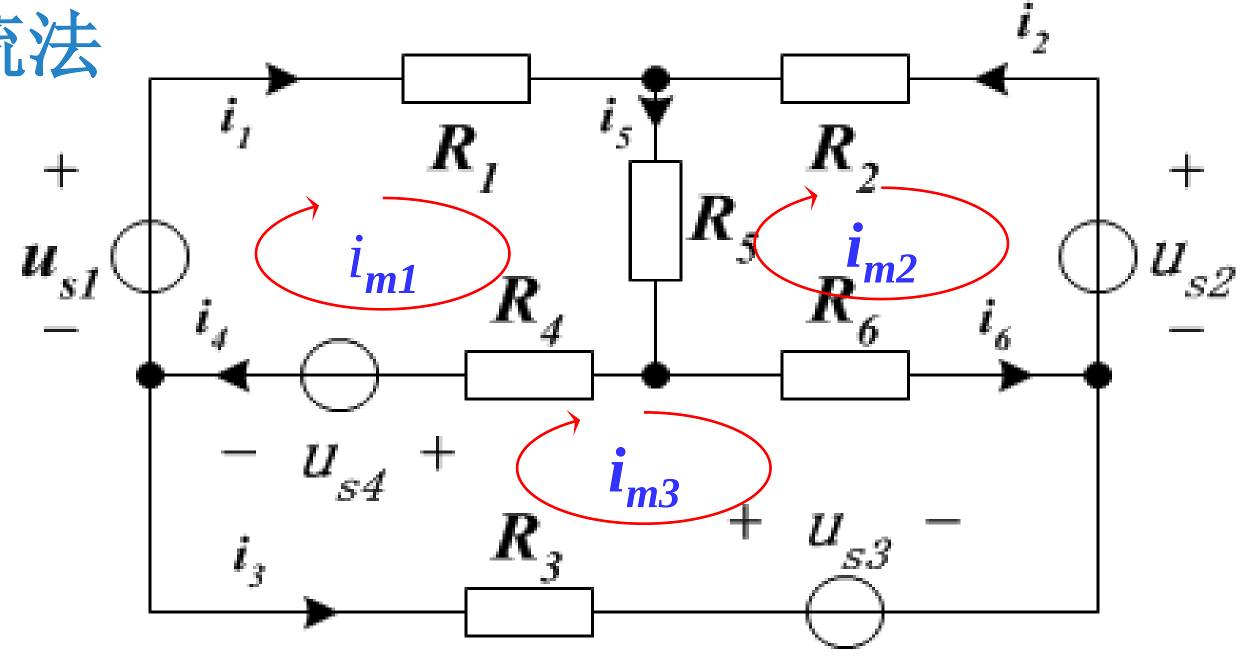


$$i_1 = i_{m1}$$
$$i_2 = -i_{m2}$$
$$i_3 = -i_{m3}$$
$$i_4 = i_{m1} - i_{m3}$$
$$i_5 = i_{m1} - i_{m2}$$
$$i_6 = i_{m3} - i_{m2}$$

$$-i_1 - i_2 + i_5 = 0 \quad \Rightarrow \quad -i_{m1} + i_{m2} + i_{m1} - i_{m2} = 0$$
$$-i_4 + i_1 + i_3 = 0 \quad \Rightarrow \quad -i_{m1} + i_{m3} + i_{m1} - i_{m3} = 0$$
$$-i_5 + i_4 + i_6 = 0 \quad \Rightarrow \quad -i_{m1} + i_{m2} + i_{m1} - i_{m3} + i_{m3} - i_{m2} = 0$$
$$-i_3 - i_6 + i_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad i_{m3} - i_{m3} + i_{m2} - i_{m2} = 0$$

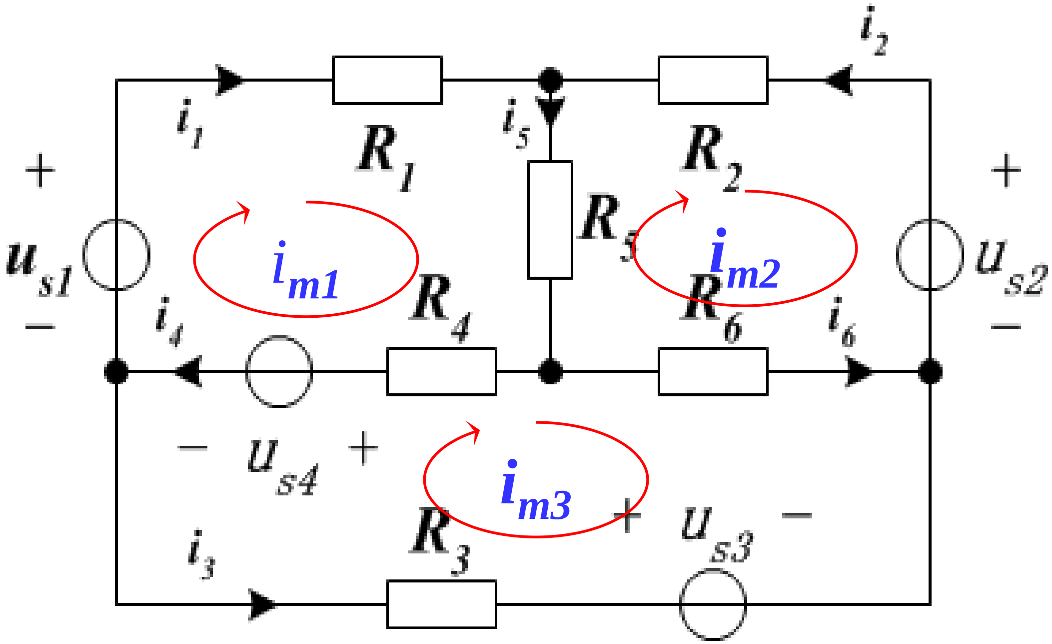
符合KCL定律

二、网孔电流法



$$\begin{cases} i_{m1}R_1 + i_{m1}R_5 - i_{m2}R_5 + i_{m1}R_4 - i_{m3}R_4 + u_{s4} - u_{s1} = 0 \\ i_{m2}R_2 + u_{s2} + i_{m2}R_6 - i_{m3}R_6 + i_{m2}R_5 - i_{m1}R_5 = 0 \\ -u_{s4} + i_{m3}R_4 - i_{m1}R_4 + i_{m3}R_6 - i_{m2}R_6 - u_{s3} + i_{m3}R_3 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} i_{m1}(R_1 + R_5 + R_4) - i_{m2}R_5 - i_{m3}R_4 = u_{s1} - u_{s4} \\ -i_{m1}R_5 + i_{m2}(R_2 + R_6 + R_5) - i_{m3}R_6 = -u_{s2} \\ -i_{m1}R_4 - i_{m2}R_6 + i_{m3}(R_4 + R_6 + R_3) = u_{s4} + u_{s3} \end{cases}$$



自阻;网孔中所有电阻之和

$$回路1: R_{11} = R_1 + R_5 + R_4$$

$$回路2: R_{22} = R_2 + R_6 + R_5$$

$$回路3: R_{33} = R_4 + R_6 + R_3$$

互阻:两个网孔的共有电阻

$$R_{12} = R_{21} = -R_5$$

$$R_{13} = R_{31} = -R_4$$

$$R_{23} = R_{32} = -R_6$$

$$\begin{cases} i_{m1}(R_1 + R_5 + R_4) - i_{m2}R_5 - i_{m3}R_4 = u_{s1} - u_{s4} \\ -i_{m1}R_5 + i_{m2}(R_2 + R_6 + R_5) - i_{m3}R_6 = -u_{s2} \\ -i_{m1}R_4 - i_{m2}R_6 + i_{m3}(R_4 + R_6 + R_3) = u_{s4} + u_{s3} \end{cases}$$

$$\boxed{\begin{aligned} i_{m1}R_{11} + i_{m2}R_{12} + i_{m3}R_{13} &= u_{S11} \\ i_{m1}R_{21} + i_{m2}R_{22} + i_{m3}R_{23} &= u_{S22} \\ i_{m1}R_{31} + i_{m2}R_{32} + i_{m3}R_{33} &= u_{S33} \end{aligned}}$$

网孔中各电压源电压升的代数和:

$$u_{s11} = u_{s1} - u_{s4}$$

$$u_{s22} = -u_{s2}$$

$$u_{s33} = u_{s4} + u_{s3}$$

推广：

对有m个网孔的平面电路，有网孔电流方程的一般形式：

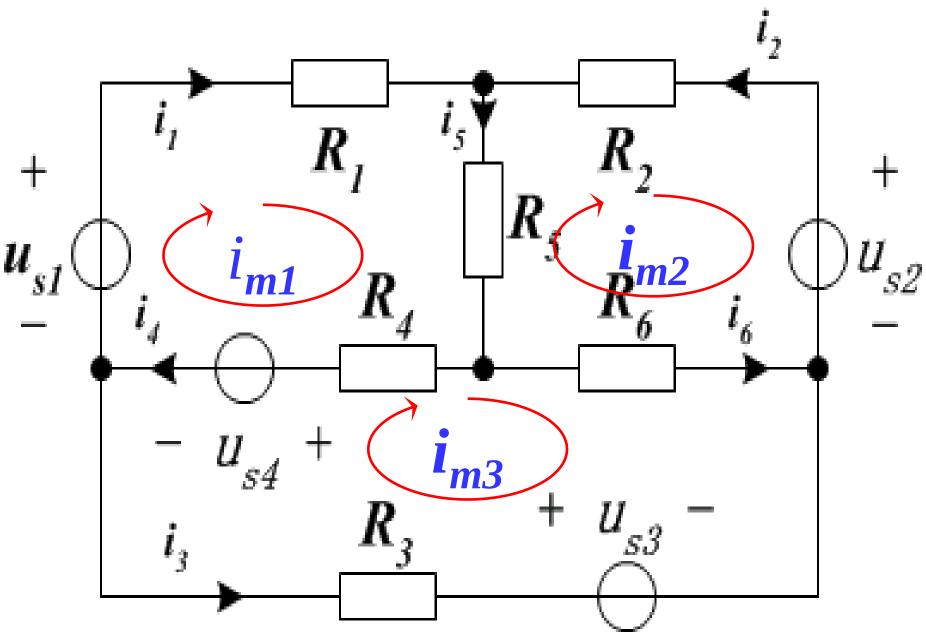
$$i_{m1}R_{11}+i_{m2}R_{12}+\cdots+i_{mm}R_{1m}=u_{S11}$$

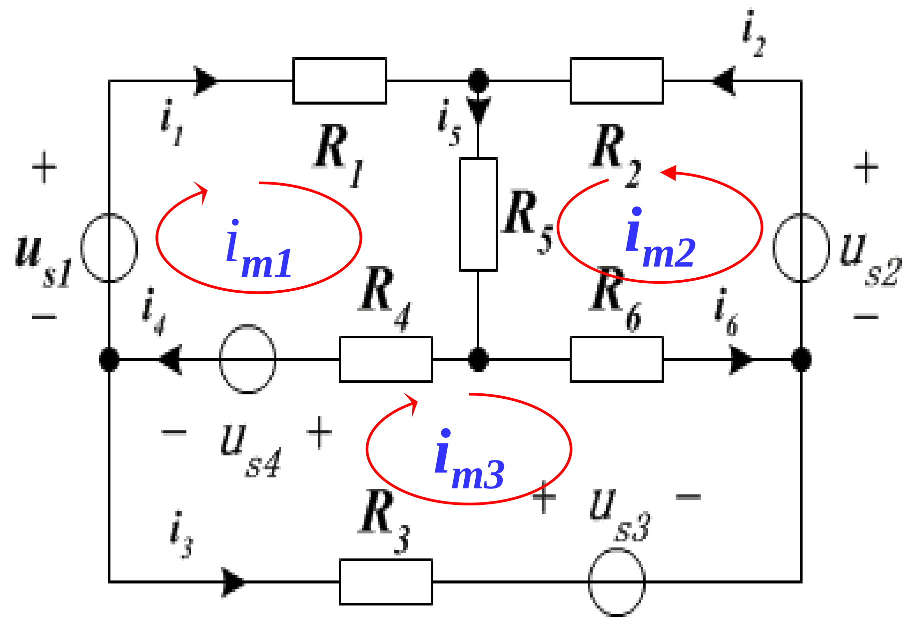
$$i_{m1}R_{21}+i_{m2}R_{22}+\cdots+i_{mm}R_{23}=u_{S22}$$

$$\cdots$$

$$i_{m1}R_{m1}+i_{m2}R_{m2}+\cdots+i_{mm}R_{mm}=u_{Smm}$$

注意：自阻总是正的；当所有回路的假定绕行方向一致（同顺时针或同逆时针）时，互阻全部为负值；如果绕行方向不一致，由在共有支路上参考方向是否相同而定，方向相同时为正，方向相反时为负。





$$i_{m1}(R_1+R_5+R_4)-i_{m2}R_5-i_{m3}R_4=u_{s1}-u_{s4}$$

$$-i_{m1}R_5+i_{m2}(R_2+R_6+R_5)-i_{m3}R_6=-u_{s2}$$

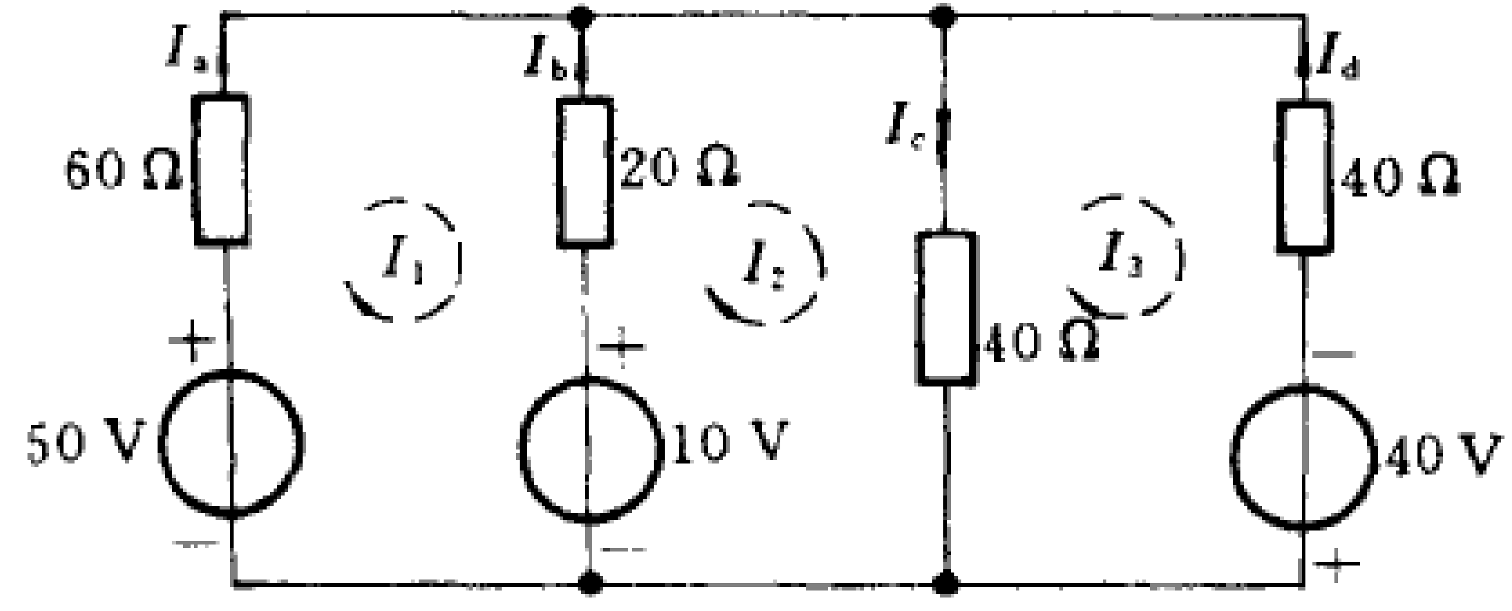
$$-i_{m1}R_4-i_{m2}R_6+i_{m3}(R_4+R_6+R_3)=u_{s4}+u_{s3}$$

$$i_{m1}(R_1+R_5+R_4)+i_{m2}R_5-i_{m3}R_4=u_{s1}-u_{s4}$$

$$i_{m1}R_5+i_{m2}(R_2+R_6+R_5)+i_{m3}R_6=u_{s2}$$

$$-i_{m1}R_4+i_{m2}R_6+i_{m3}(R_4+R_6+R_3)=u_{s4}+u_{s3}$$

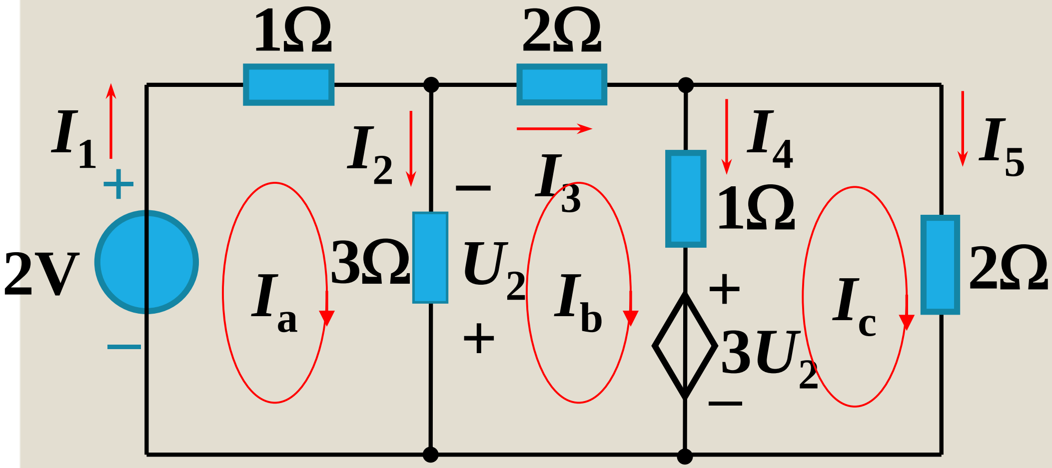
例5：



$$\begin{aligned} i_{m1}R_{11}+i_{m2}R_{12}+i_{m3}R_{13}&=u_{S11}\\ i_{m1}R_{21}+i_{m2}R_{22}+i_{m3}R_{23}&=u_{S22}\\ i_{m1}R_{31}+i_{m2}R_{32}+i_{m3}R_{33}&=u_{S33}\end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} 80I_1-20I_2=40\\ -20I_1+60I_2-40I_3=10\\ -40I_2+80I_3=40\end{cases}$$

$$I_1=I_a, I_b=I_2-I_1, I_c=I_2-I_3, I_d=-I_3$$

例6. 用网孔法求含有受控电压源电路的各支路电流。



① 将看VCVS作独立源建立方程；

② 找出控制量和回路电流关系。

解: ①
$$\begin{cases} 4I_a-3I_b=2 \\ -3I_a+6I_b-I_c=-3U_2 \\ -I_b+3I_c=3U_2 \end{cases}$$

② $U_2=3(I_b-I_a)$

将②代入①，得

③
$$\begin{cases} 4I_a-3I_b=2 \\ -12I_a+15I_b-I_c=0 \\ 9I_a-10I_b+3I_c=0 \end{cases} \xrightarrow{\text{解得}} \begin{cases} I_a=1.19A \\ I_b=0.92A \\ I_c=-0.51A \end{cases}$$

各支路电流为：

$I_1= I_a=1.19A$, $I_2= I_a- I_b=0.27A$, $I_3= I_b=0.92A$,

$I_4= I_b- I_c=1.43A$, $I_5= I_c=–0.52A$.

校核： $1\times I_1+2I_3+2I_5=2.01$ （$\sum U_{R\text{降}}=\sum E_{\text{升}}$）

§3–5　回路电流法

基本思想：

与网孔电流法一样，只是选取的未知量（变量）不同。

<u>回路电流法</u>：以一组独立回路的回路电流为未知量，列写电路方程分析电路的方法。

适用于平面电路和非平面电路

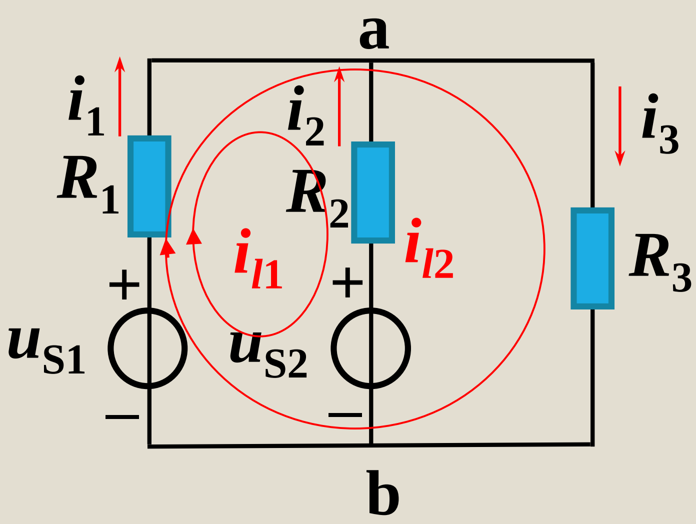
回路电流：

1.　回路电流是一种沿着回路边界流动的假想电流

2.　选定独立回路，回路电流其实就是连支电流，是相互独立的

3.　以假象的回路电流为变量，各支路电流可写成回路电流的代数和，且回路电流自动满足KCL

一、用回路电流表示各支路电流



$$i_1 = i_{l1} + i_{l2}$$

$$i_2 = -i_{l1}$$

$$i_3 = i_{l2}$$

$$i_1 + i_2 - i_3 = 0$$

$$i_{l1} + i_{l2} - i_{l1} - i_{l2} = 0$$

→ 符合KCL定律

二、回路电流法

回路1：$R_1(i_{l1}+i_{l2})+R_2 i_{l1}-u_{S1}+u_{S2}=0$

回路2：$R_1(i_{l1}+i_{l2})+R_3 i_{l2}-u_{S1}=0$

整理得，

$$\left.\begin{aligned}(R_1+R_2)i_{l1}+R_1 i_{l2}&=u_{S1}-u_{S2}\\ R_1 i_{l1}+(R_1+R_3)i_{l2}&=u_{S1}\end{aligned}\right\}$$

令

$R_{11}=R_1+R_2$:回路1的自电阻。等于回路1中所有电阻之和。

$R_{22}=R_1+R_3$: 回路2的自电阻。等于回路2中所有电阻之和。

自电阻总为正。

$R_{12}= R_{21}= R_1$: 回路1、回路2之间的互电阻。

当两个回路电流流过相关支路方向相同时，互电阻取正号；否则为负号。

$u_{s11}= u_{S1}-u_{S2}$ — 回路1中所有电压源电压的代数和。

$u_{s22}= u_{S1}$ — 回路2中所有电压源电压的代数和。

当电压源电压方向与该回路电流方向一致时,取负号;反之取正号。

由此得标准形式的方程：

$$\left.\begin{aligned} R_{11}i_{l1}+R_{12}i_{l2}&=u_{S11} \\ R_{12}i_{l1}+R_{22}i_{l2}&=u_{S22} \end{aligned}\right\}$$

一般情况，对于具有 $l=b-(n-1)$ 个回路的电路，有

$$\begin{cases} R_{11}i_{l1}+R_{12}i_{l2}+\ldots+R_{1l}\,i_{ll}=u_{S11} \\ R_{21}i_{l1}+R_{22}i_{l2}+\ldots+R_{2l}\,i_{ll}=u_{S22} \\ \quad\cdots \\ R_{l1}i_{l1}+R_{l2}i_{l2}+\ldots+R_{ll}\,i_{ll}=u_{Sll} \end{cases}$$

其中 R_{kk}:自电阻(为正)，$k=1,2,\ldots,l$ (∵绕行方向取参考方向)。

R_{jk}:互电阻 $\begin{cases} + : \text{流过互阻两个回路电流方向相同} \\ - : \text{流过互阻两个回路电流方向相反} \\ 0 : \text{无关} \end{cases}$

特例：不含受控源的线性网络 $R_{jk}=R_{kj}$，系数矩阵为对称阵。
(平面电路， R_{jk}均为负(有条件))

回路法的一般步骤：

(1) 选定$l=b-(n-1)$个独立回路，并确定其绕行方向；

(2) 对l个独立回路，以回路电流为未知量，列写其KVL方程；

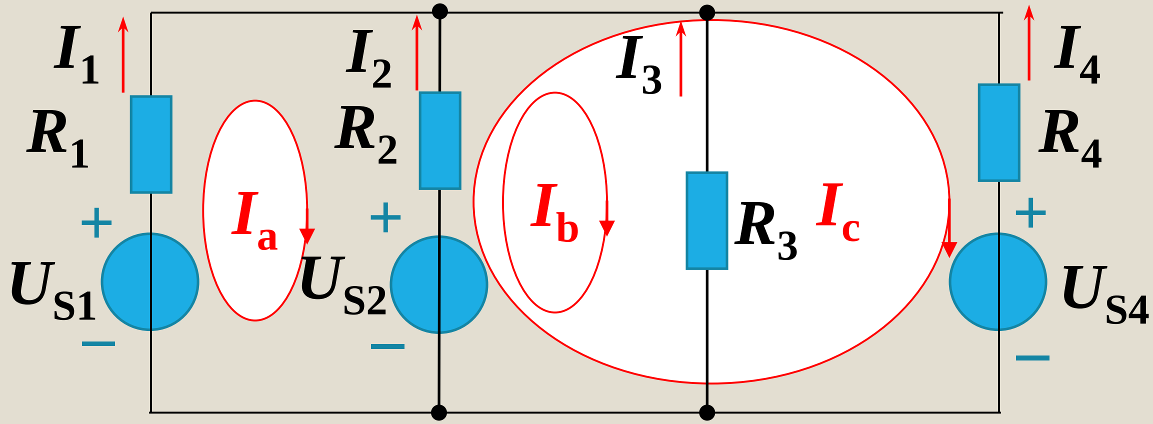
(3) 求解上述方程，得到l个回路电流；

(4) 求各支路电流(用回路电流表示)；

(5) 其它分析。

网孔电流法：对平面电路，若以网孔为独立回路，此时回路电流也称为网孔电流，对应的分析方法称为网孔电流法。

例7. 用回路法求各支路电流。



解: (1) 设独立回路电流(顺时针)

(2) 列 KVL 方程

$$\left.\begin{aligned}&(R_1+R_2)I_a - R_2 I_b - R_2 I_c = U_{S1} - U_{S2}\\&-R_2 I_a + (R_2+R_3)I_b + R_2 I_c = U_{S2}\\&-R_2 I_a + R_2 I_b + (R_2+R_4)I_c = -U_{S4} + U_{S2}\end{aligned}\right\}$$

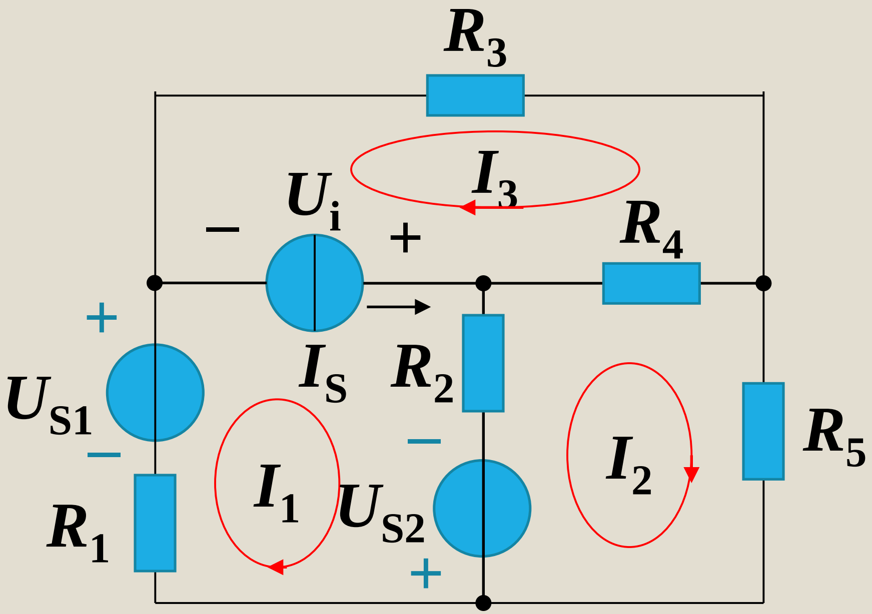
对称阵，且互电阻为负

(3) 求解回路电流方程，得 I_a , I_b , I_c

(4) 求各支路电流： $I_1=I_a$， $I_2=I_b+I_c-I_a$， $I_3=-I_b$， $I_4=-I_c$

(5) 校核：选一新回路。

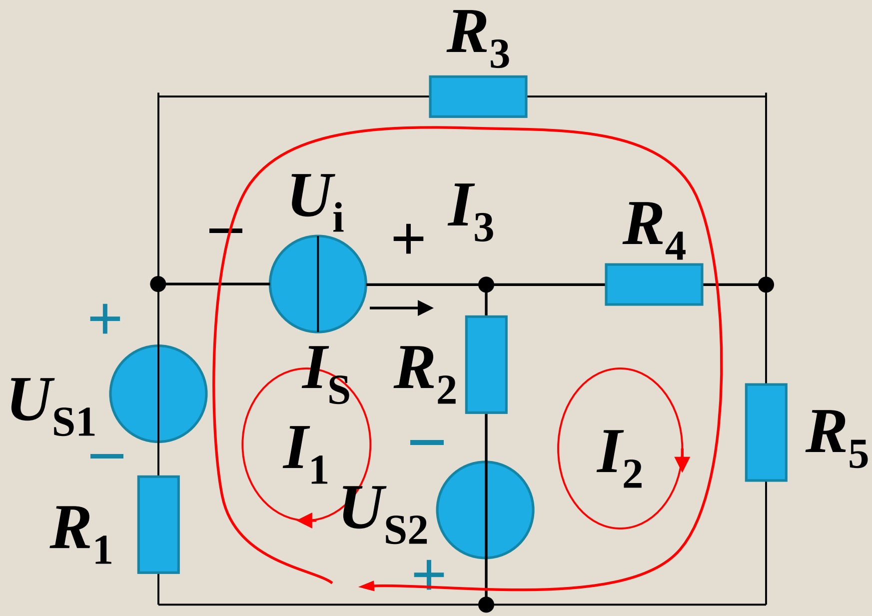
例8. 列写含有理想电流源支路的电路的回路电流方程。



方法1：引入电流源电压为变量，增加回路电流和电流源电流的关系方程。

$$\begin{cases}(R_1+R_2)I_1-R_2I_2=U_{S1}+U_{S2}+U_i \\ -R_2I_1+(R_2+R_4+R_5)I_2-R_4I_3=-U_{S2} \\ -R_4I_2+(R_3+R_4)I_3=-U_i \\ I_S=I_1-I_3\end{cases}$$

方法2：选取独立回路时，使理想电流源支路仅仅属于一个回路, 该回路电流即 I_S。



$$
\begin{cases}
I_1 = I_S \\
-R_2I_1 + (R_2+R_4+R_5)I_2 + R_5I_3 = -U_{S2} \\
R_1I_1 + R_5I_2 + (R_1+R_3+R_5)I_3 = U_{S1}
\end{cases}
$$

注意：几种特殊情况的处理

1. 电路中含有电流源

(1) 对含有并联电阻的电流源，可做电源等效变换：

(2) 对含有“无伴”电流源支路的电路

a. 增加一个未知量：设电流源两端电压为u

补充一个方程：回路电流与电流源电流之间的约束关系

b. 选电流源所在支路作为连支，则该回路电流即电流源电流

2. 电路中含有受控源

(1) 受控电压源：

a. 看作独立电压源列写回路电流方程

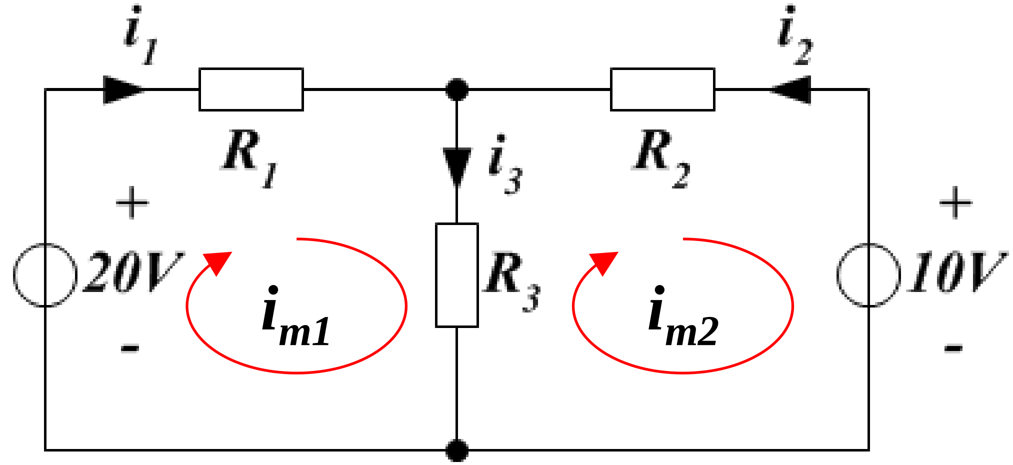
b. 控制量用回路电流表示

(2) 受控电流源：

a. “有伴”受控电流源，可转换成受控电压源

b. “无伴”受控电流源

例9：用网孔分析法求解所示电路中各支路电流
R_1=5Ω,R_2=10Ω,R_3=20Ω



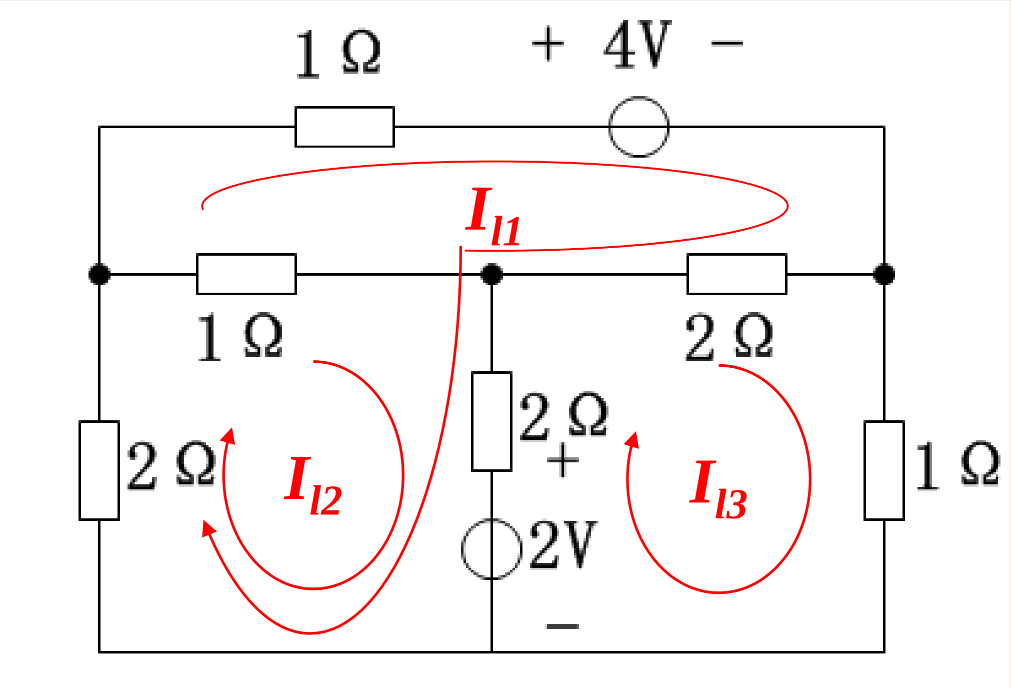
$$\begin{cases}(R_1+R_3)i_{m1}-R_3 i_{m2}=20\\ -R_3 i_{m1}+(R_2+R_3)i_{m2}=-10\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}25i_{m1}-20i_{m2}=20\\ -20i_{m1}+30i_{m2}=-10\end{cases}$$

$$i_{m1}=\frac{\begin{vmatrix}20 & -20\\ -10 & 30\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}25 & -20\\ -20 & 30\end{vmatrix}}=\frac{20*30-(-20)*(-10)}{25*30-(-20)*(-20)}=1.143A$$

$$i_{m2}=\frac{\begin{vmatrix}25 & 20\\ -20 & -10\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}25 & -20\\ -20 & 30\end{vmatrix}}=\frac{25*(-10)-20*(-20)}{25*30-(-20)*(-20)}=0.429A$$

$$\boxed{\begin{aligned}i_1&=i_{m1}\\ i_2&=-i_{m2}\\ i_3&=i_{m1}-i_{m2}\end{aligned}}$$

例10

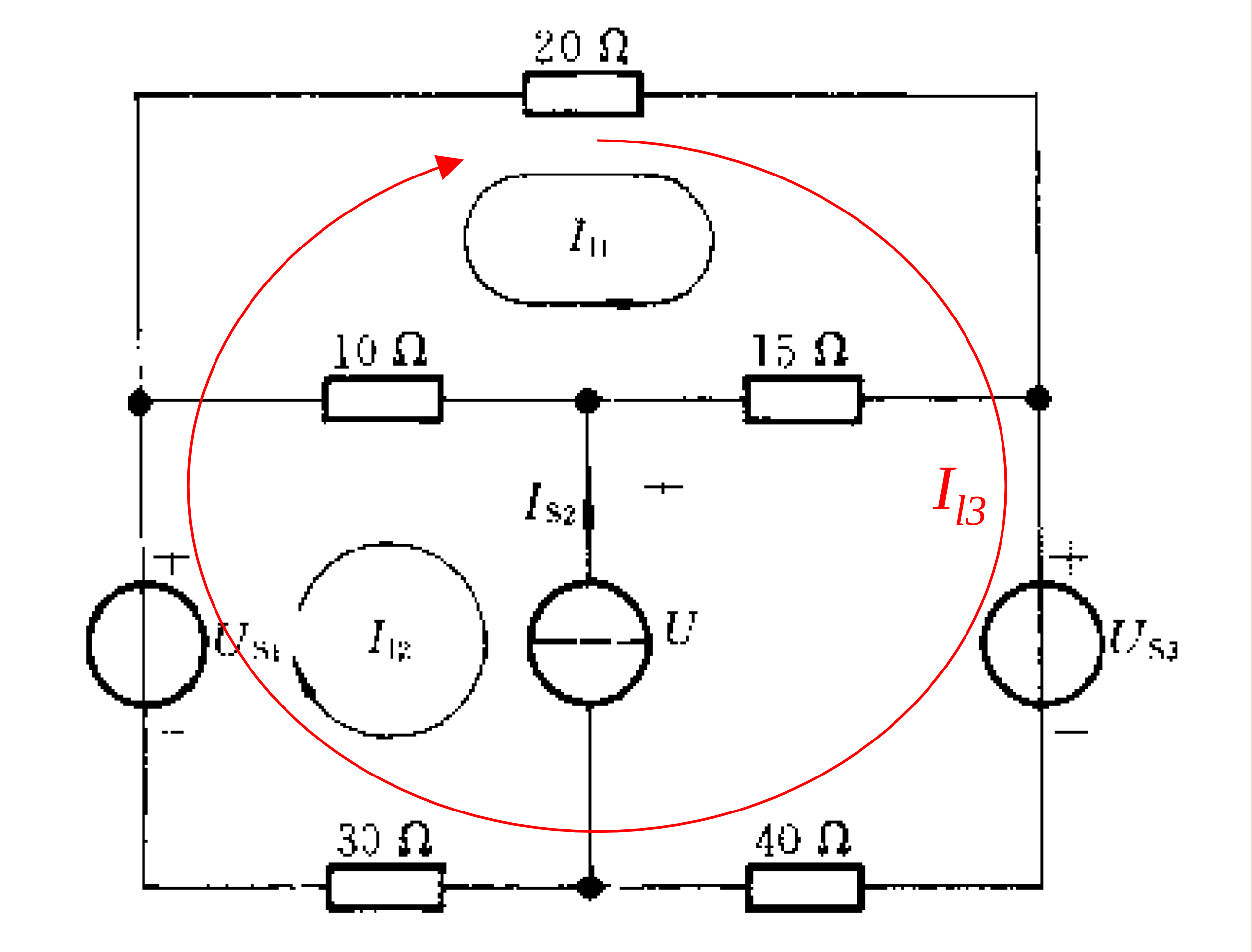


$$7I_{l1}+4I_{l2}-4I_{l3}=-6$$

$$4I_{l1}+5I_{l2}-2I_{l3}=-2$$

$$-4I_{l1}-2I_{l2}+5I_{l3}=2$$

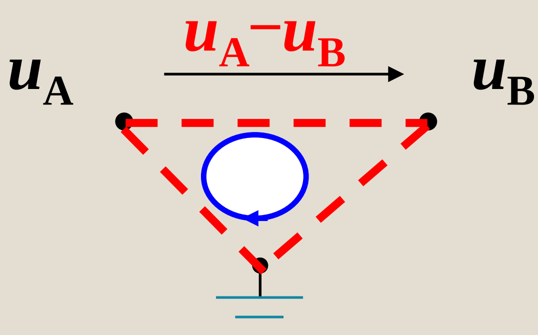
例11



§3–6 结点电压法

一、结点电压

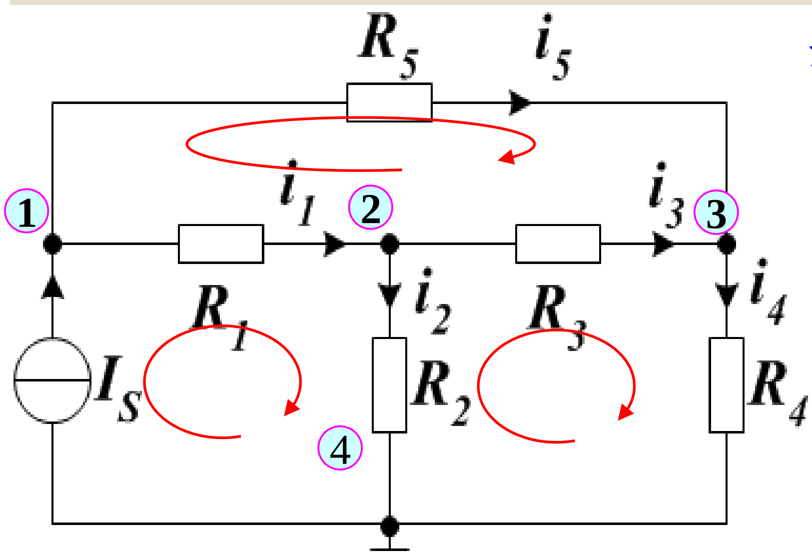
任意选择一个参考点：其它结点与参考点的电压差即是结点电压(位)，方向为从独立结点指向参考结点。



$(u_A - u_B) + u_B - u_A = 0$

KVL自动满足

设结点电压分别为u_1、u_2、u_3、u_4，其中④结点为参考点即$u_4 = 0$



$$u_{12} + u_{23} + u_{31} = 0$$

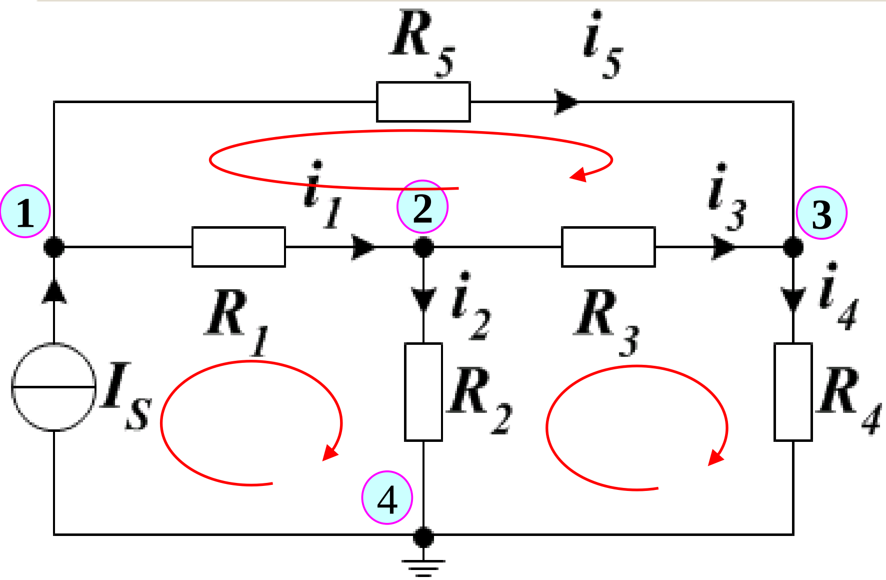
$$u_{12} + u_{24} + u_{41} = 0$$

$$u_{23} + u_{34} + u_{42} = 0$$

二、结点电压法

结点电压法：把结点电压作为未知量列写电路方程分析电路的方法。

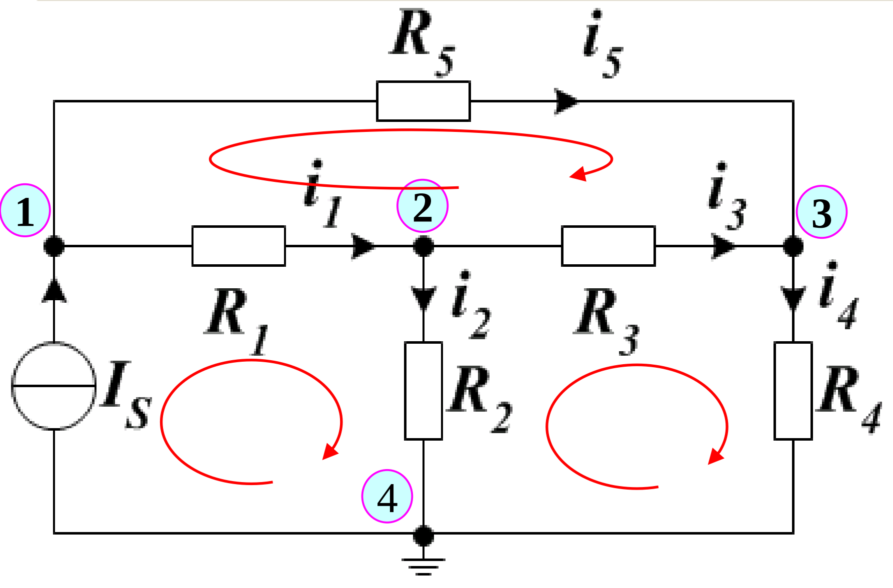
可见，结点电压法的独立方程数为$(n-1)$个。与支路电流法相比，方程数可减少$b-(n-1)$个。



$$I_{s1}-\frac{u_1-u_2}{R_1}-\frac{u_1-u_3}{R_5}=0$$

$$\frac{u_1-u_2}{R_1}-\frac{u_2-u_4}{R_2}-\frac{u_2-u_3}{R_3}=0$$

$$\frac{u_2-u_3}{R_3}+\frac{u_1-u_3}{R_5}-\frac{u_3-u_4}{R_4}=0$$

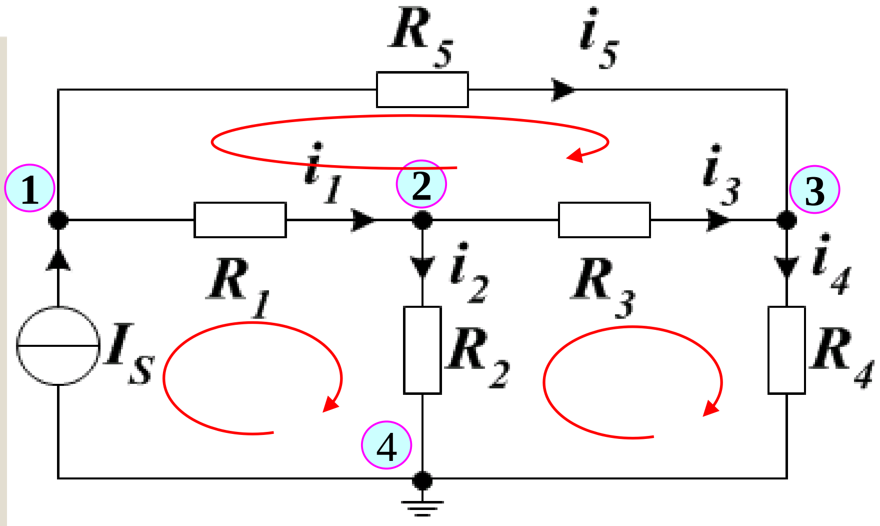


$$I_{s1}-\frac{u_1-u_2}{R_1}-\frac{u_1-u_3}{R_5}=0$$

$$\frac{u_1-u_2}{R_1}-\frac{u_2-u_4}{R_2}-\frac{u_2-u_3}{R_3}=0$$

$$\frac{u_2-u_3}{R_3}+\frac{u_1-u_3}{R_5}-\frac{u_3-u_4}{R_4}=0$$

$$\begin{cases}(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_5})u_1-\frac{1}{R_1}u_2-\frac{1}{R_5}u_3=I_{s1}\\ -\frac{1}{R_1}u_1+(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3})u_2-\frac{1}{R_3}u_3=0\\ -\frac{1}{R_5}u_1-\frac{1}{R_3}u_2+(\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_5})u_3=0\end{cases}$$



$$G_{11}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_5},G_{22}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3},G_{33}=\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_5}$$

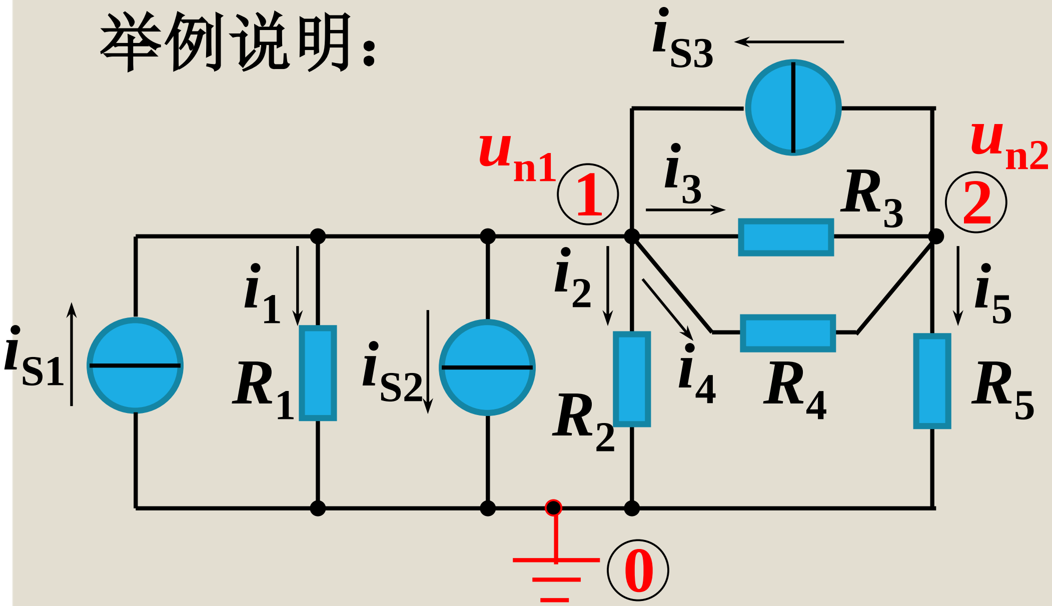
$$G_{12}=G_{21}=-\frac{1}{R_1},G_{23}=G_{32}=-\frac{1}{R_3},G_{13}=G_{31}=-\frac{1}{R_5}$$

$$G_{11}u_1+G_{12}u_2+G_{13}u_3=I_{s11}$$

$$G_{21}u_1+G_{22}u_2+G_{23}u_3=I_{s22}$$

$$G_{31}u_1+G_{32}u_2+G_{33}u_3=I_{s33}$$

举例说明：



(1) 选定参考节点，标明其余*n*-1个独立节点的电压

(2) 列KCL方程：

$$\sum i_{R出}=\sum i_{S入}$$

$$\begin{cases} i_1+i_2+i_3+i_4=i_{S1}-i_{S2}+i_{S3} \\ -i_3-i_4+i_5=-i_{S3} \end{cases}$$

代入支路特性：

$$\begin{cases} \dfrac{u_{n1}}{R_1}+\dfrac{u_{n2}}{R_2}+\dfrac{u_{n1}-u_{n2}}{R_3}+\dfrac{u_{n1}-u_{n2}}{R_4}=i_{S1}-i_{S2}+i_{S3} \\ -\dfrac{u_{n1}-u_{n2}}{R_3}-\dfrac{u_{n1}-u_{n2}}{R_4}+\dfrac{u_{n2}}{R_5}=-i_{S3} \end{cases}$$

整理，得

$$\begin{cases} \left(\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_2}+\dfrac{1}{R_3}+\dfrac{1}{R_4}\right)u_{n1}-\left(\dfrac{1}{R_3}+\dfrac{1}{R_4}\right)u_{n2}=i_{S1}-i_{S2}+i_{S3} \\ -\left(\dfrac{1}{R_3}+\dfrac{1}{R_4}\right)u_{n1}+\left(\dfrac{1}{R_3}+\dfrac{1}{R_4}+\dfrac{1}{R_5}\right)u_{n2}=-i_{S3} \end{cases}$$

$$G_{11}=G_1+G_2+G_3+G_4$$

$$G_{22}=G_3+G_4+G_5$$

$$G_{12}=G_{21}=-(G_3+G_4)$$

$$i_{Sn1}=i_{S1}-i_{S2}+i_{S3}$$

$$i_{Sn2}=-i_{S3}$$

$$\begin{cases} G_{11}u_{n1}+G_{12}u_{n2}=i_{Sn1} \\ G_{21}u_{n1}+G_{22}u_{n2}=i_{Sn2} \end{cases}$$

标准形式的节点电压方程。

* 自电导总为正，互电导总为负。

* 流入节点取正号，流出取负号。

由节点电压方程求得各支路电压后，各支路电流可用节点电压表示：

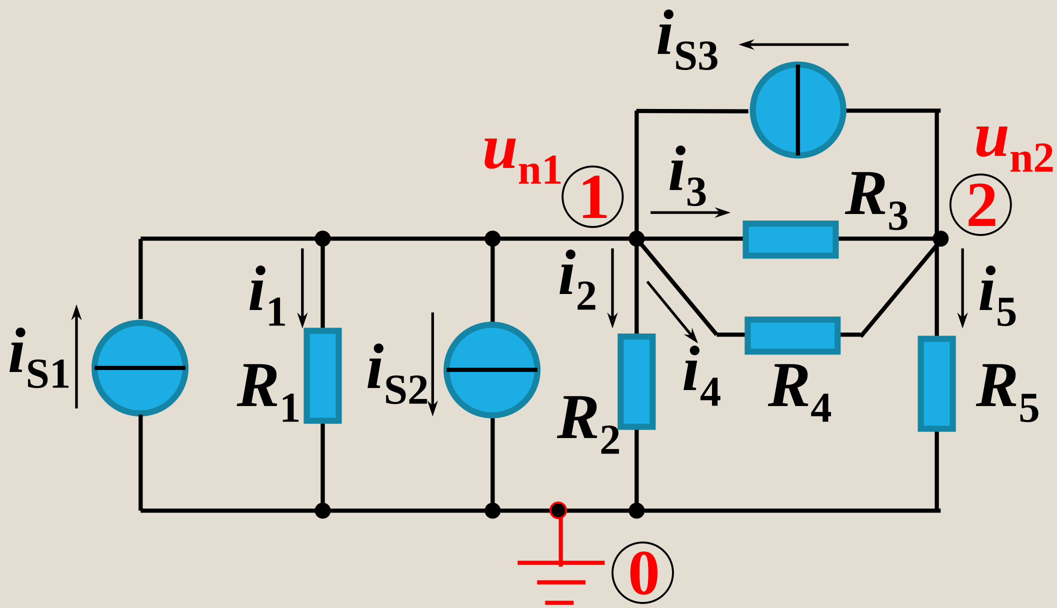
$$i_1 = \frac{u_{n1}}{R_1}$$

$$i_2 = \frac{u_{n2}}{R_2}$$

$$i_3 = \frac{u_{n1} - u_{n2}}{R_3}$$

$$i_4 = \frac{u_{n1} - u_{n2}}{R_4}$$

$$i_5 = \frac{u_{n2}}{R_5}$$



一般情况：

$$
\begin{cases}
G_{11}u_{n1}+G_{12}u_{n2}+\ldots+G_{1,n-1}u_{n,n-1}=i_{S11} \\
G_{21}u_{n1}+G_{22}u_{n2}+\ldots+G_{2,n-1}u_{n,n-1}=i_{S22} \\
\ldots\ \ldots\ \ldots\ \ldots \\
G_{n-1,1}u_{n1}+G_{n-1,2}u_{n2}+\ldots+G_{n-1,n}u_{n,n-1}=i_{Sn-1,n-1}
\end{cases}
$$

其中 G_{ii} —自电导，等于接在节点*i*上所有支路的电导之和(包括电压源与电阻串联支路)。总为正。

$G_{ij}=G_{ji}$—互电导，等于接在节点*i*与节点*j*之间的所有支路的电导之和，并冠以负号。

i_{Sii} — 流入节点*i*的所有电流源电流的代数和(包括由电压源与电阻串联支路等效的电流源)。

结点电压法的一般步骤：

(1) 选定参考结点，标定n−1个独立结点；

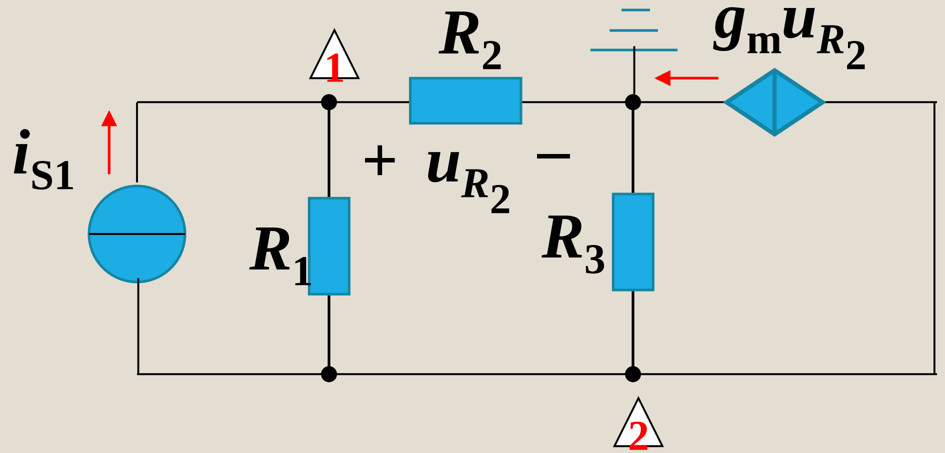
(2) 对n−1个独立结点，以结点电压为未知量，列写其KCL方程；

(3) 求解上述方程，得到n−1个结点电压；

(4) 求各支路电流(用结点电压表示)；

(5) 其它分析。

例12. 列写下图含VCCS电路的节点电压方程。



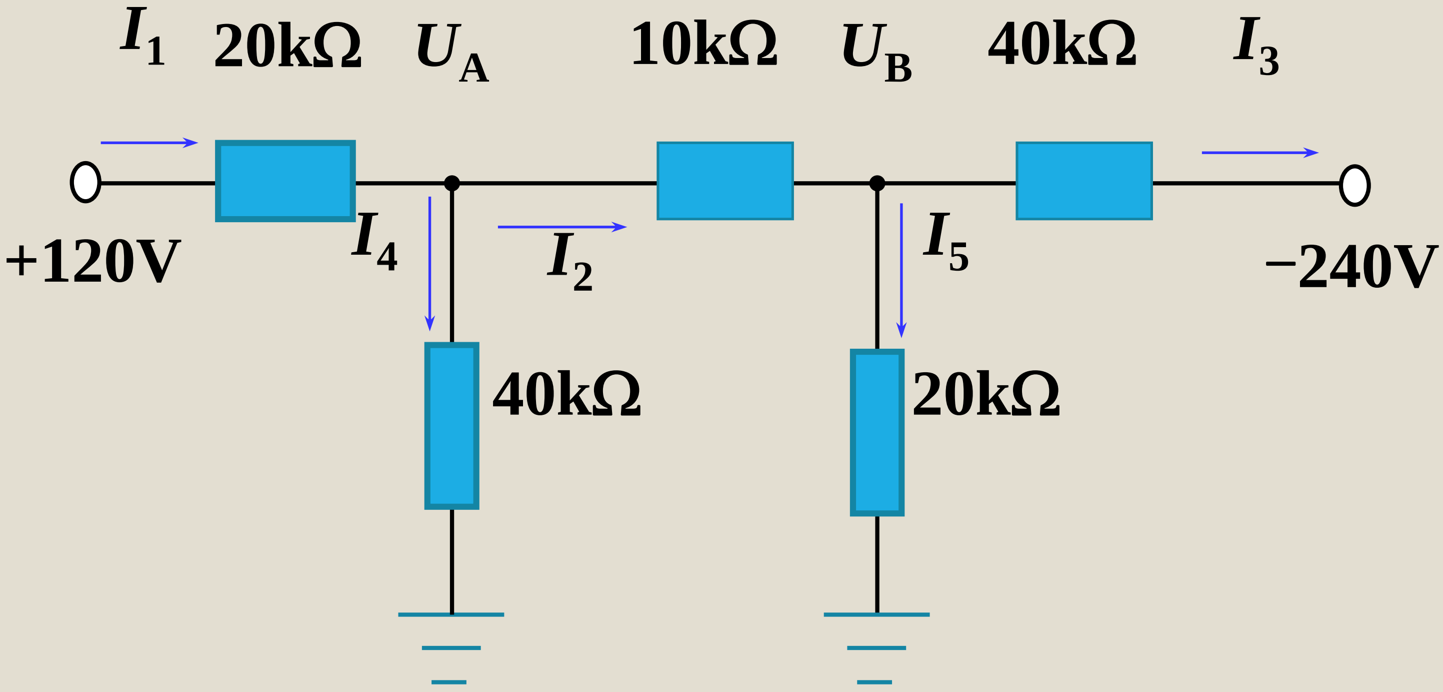
(1) 先把受控源当作独立源看列方程;

(2) 用节点电压表示控制量。

解:

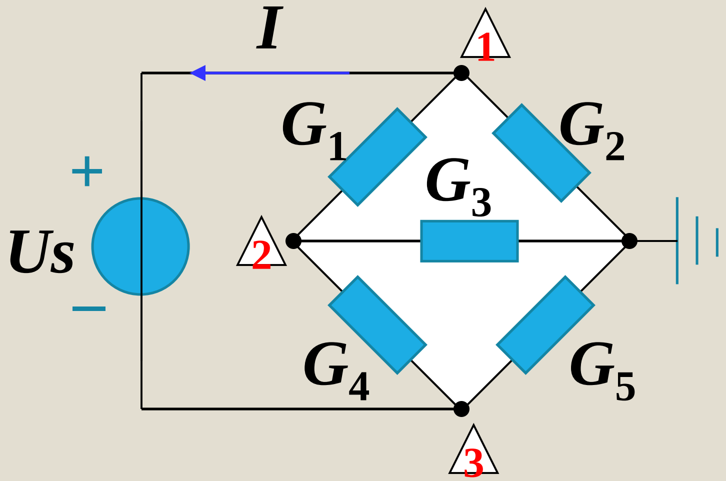
$$
\begin{cases}
\dfrac{u_{n1}-u_{n2}}{R_1}+\dfrac{u_{n1}}{R_2}=i_{S1} \\[2ex]
\dfrac{u_{n2}-u_{n1}}{R_1}+\dfrac{u_{n2}}{R_3}=-g_m u_{R_2} \\[2ex]
u_{R_2}=u_{n1}
\end{cases}
$$

例13. 用节点法求各支路电流。



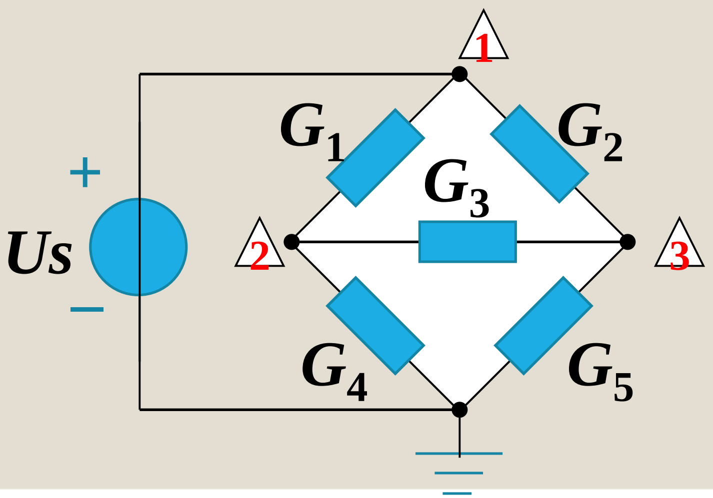
例14. 试列写下图含理想电压源电路的节点电压方程。

方法1:以电压源电流为变量，增加一个节点电压与电压源间的关系



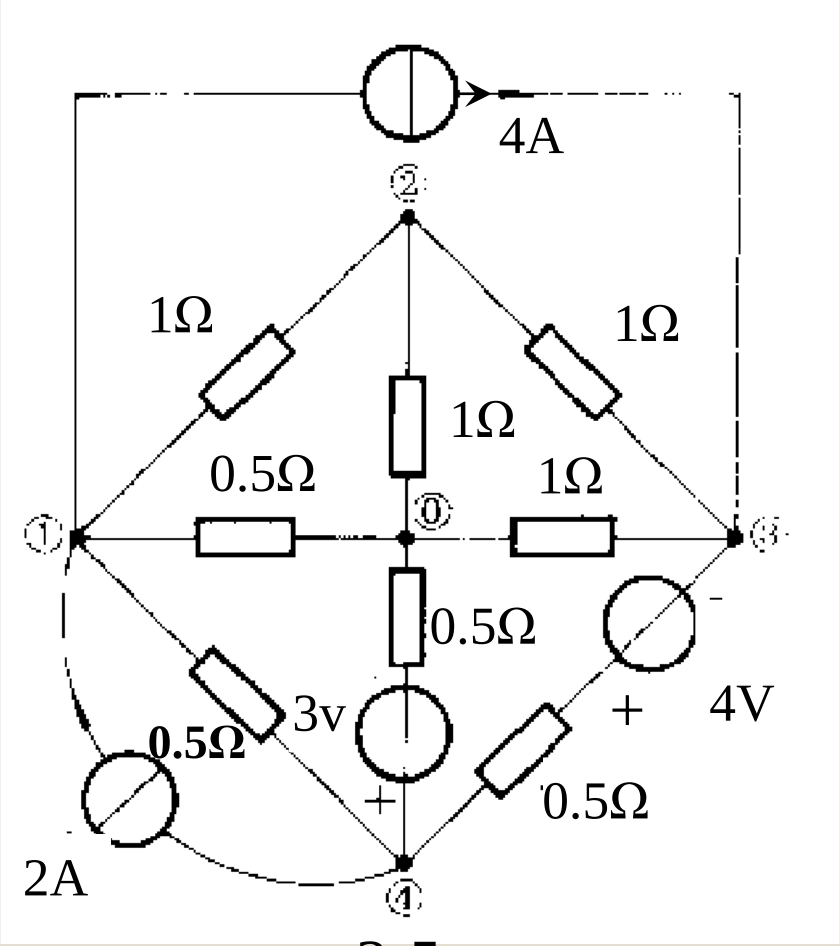
$$\begin{cases}(G_1+G_2)U_1-G_1U_2+I=0\\ -G_1U_1+(G_1+G_3+G_4)U_2-G_4U_3=0\\ -G_4U_2+(G_4+G_5)U_3-I=0\\ U_1-U_2=U_S\end{cases}$$

方法2:　选择合适的参考点



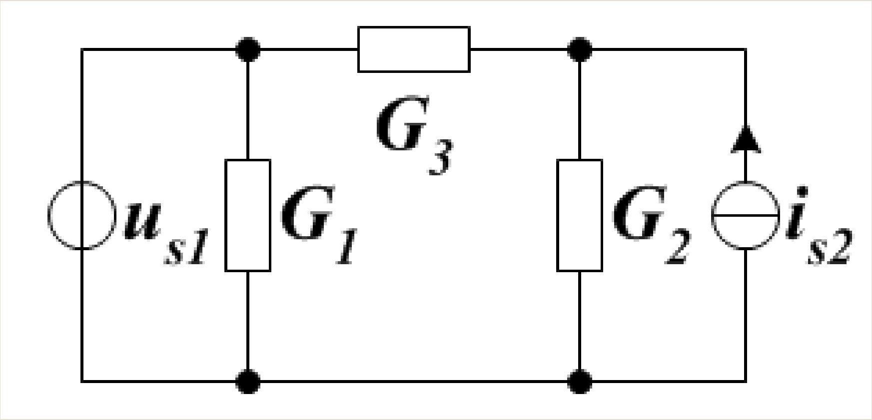
$$\begin{cases}U_1=U_S\\ -G_1U_1+(G_1+G_3+G_4)U_2-G_3U_3=0\\ -G_2U_1-G_3U_2+(G_2+G_3+G_5)U_3=0\end{cases}$$

例15.

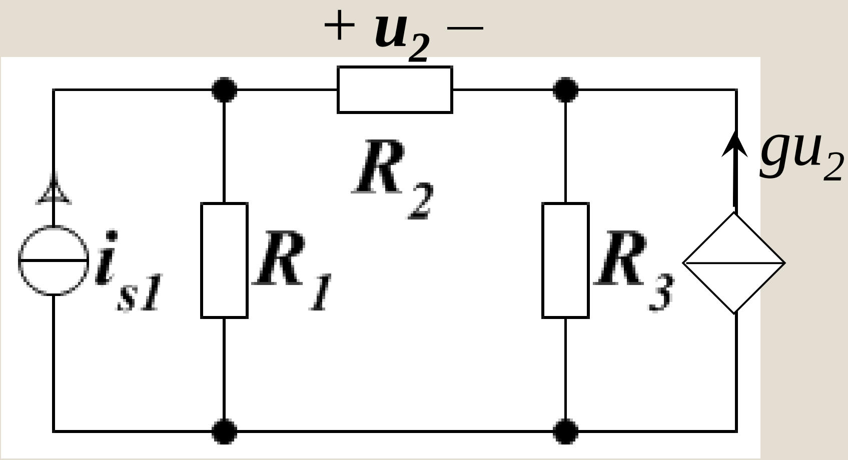


3-5

例16.



例17.



支路法、回路法和节点法的比较：

(1) 方程数的比较

	KCL方程	KVL方程	方程总数
支路法	$n-1$	$b-(n-1)$	b
回路法	0	$b-(n-1)$	$b-(n-1)$
节点法	$n-1$	0	$n-1$

(2) 对于非平面电路，选独立回路不容易，而独立节点较容易。

(3) 回路法、节点法易于编程。目前用计算机分析网络(电网，集成电路设计等)采用节点法较多。