

从推算到最优估计：卡尔曼滤波 ——信息工程中的数学建模与应用

何铭源 郑一鸣 俞晨煜

何欣艺 任子桐

数学建模课程
第七组

2025 年 12 月 27 日



演讲提纲

- ① 提纲
- ② 背景引入
- ③ 数学模型构建
- ④ 核心算法流程
- ⑤ 公式推导——以一维为例
- ⑥ 数值推演实例
- ⑦ 工程应用与仿真
- ⑧ 扩展卡尔曼滤波 (EKF)
- ⑨ 前沿探索
- ⑩ 结论
- ⑪ 参考文献





章节导航

- 1 提纲
- 2 背景引入
- 3 数学模型构建
- 4 核心算法流程
- 5 公式推导——以一维为例
- 6 数值推演实例
- 7 工程应用与仿真
- 8 扩展卡尔曼滤波 (EKF)
- 9 前沿探索
- 10 结论
- 11 参考文献





直觉挑战：蒙眼走路的困境

想象你被蒙住双眼，试图沿着直线走 100 米：

- **来源 A (心中的推算)**: 你默数步数，假设每步 0.75 米。
→ **困境**: 步长其实不均匀，不知不觉就走歪了.
- **来源 B (外界的感知)**: 朋友在终点喊你，或者你偶尔伸手摸到了墙.
→ **困境**: 声音有回声，墙面凹凸不平，定位并不精准.

大脑的纠结

大脑此刻疯狂思考：

- **推算说**: “按步数，我已经到了！”
(盲目自信，误差随时间发散)
- **感知说**: “听声音，好像还没到？”
(充满噪声，容易受干扰)

如何走出最直的线？



历史的转折

背景危机：

- 阿波罗飞船必须以极高精度切入月球轨道.
- 机载计算机算力极低 (仅 2KB RAM)，存不下传统方法所需的历史数据.

卡尔曼滤波的提出：

- Rudolf E. Kalman 访问 NASA Ames 中心.

• 1960 年发表论文：

"A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems"

- **核心突破：**“只看现在，忘掉过去”，完美适配低算力环境.



图：左：R.E. Kalman | 右：阿波罗登月

历史里程碑

卡尔曼滤波成为了阿波罗导航计算机的灵魂，不仅把人送上了月球，也把他们带了回来.



从控制到信息：卡尔曼滤波的本质

- **它不是传统意义上的“滤波器”：**
 - 它不只是滤除高频杂波，它是一个 **最优状态估计器**.
- **对信息工程的深远影响：**
 - ① **打破壁垒**: 完美融合了控制理论中的状态空间模型与统计信号处理中的（贝叶斯估计）.
 - ② **定义标准**: 确立了“预测 + 更新”的标准范式.
 - ③ **无处不在**:
 - 手机定位 (GPS + 加速度计融合)
 - 大疆无人机悬停 (IMU + 视觉融合)
 - ChatGPT (Transformer 中的位置编码逻辑与序列预测思想亦有相通之处)

章节导航

- 1 提纲
- 2 背景引入
- 3 数学模型构建
- 4 核心算法流程
- 5 公式推导——以一维为例
- 6 数值推演实例
- 7 工程应用与仿真
- 8 扩展卡尔曼滤波 (EKF)
- 9 前沿探索
- 10 结论
- 11 参考文献





1. 状态方程：系统的物理演化

$$x_k = \underbrace{Fx_{k-1}}_{\text{状态转移}} + \underbrace{Bu_k}_{\text{控制输入}} + \underbrace{w_k}_{\text{过程噪声}}$$

(1)

- **状态转移项 Fx_{k-1}**

描述系统在无外界干预下的自然变化规律. F 为状态转移矩阵, 例如在匀速模型中, 它将上一刻的位置和速度映射到当前时刻.

- **控制输入项 Bu_k**

描述外部主动控制对系统的影响. 其中 u_k 是已知的控制量 (如油门开度、方向盘转角), B 为控制矩阵.

注: 在纯跟踪问题中, 若无主动控制, 此项为零.

- **过程噪声 w_k**

代表物理模型与真实世界之间的偏差, 包含风阻、摩擦等难以建模的随机扰动.



2. 观测方程：从状态到读数

$$z_k = \underbrace{Hx_k}_{\text{观测映射}} + \underbrace{v_k}_{\text{测量噪声}}$$

- **观测映射项 Hx_k**

连接“内部状态”与“外部读数”的桥梁。系统状态 x_k 可能包含位置和速度等多个维度，而传感器 z_k 可能只能观测到位置。

例如： $H = [1, 0]$ 可将二维状态向量投影为一维观测值。

- **测量噪声 v_k**

源于传感器自身的物理特性，如电子热噪声、量化误差或环境干扰。



符号定义与噪声假设

符号	物理含义	维度
x_k	k 时刻的状态向量 (如 [位置, 速度] ^T)	$n \times 1$
F	状态转移矩阵	$n \times n$
B	控制输入矩阵	$n \times l$
z_k	k 时刻的观测向量 (传感器读数)	$m \times 1$
H	观测矩阵	$m \times n$

卡尔曼滤波的核心假设是系统受到**高斯白噪声**的影响：

$$w_k \sim N(0, Q), \quad v_k \sim N(0, R)$$

其中 Q 为过程噪声协方差矩阵, R 为测量噪声协方差矩阵.



章节导航

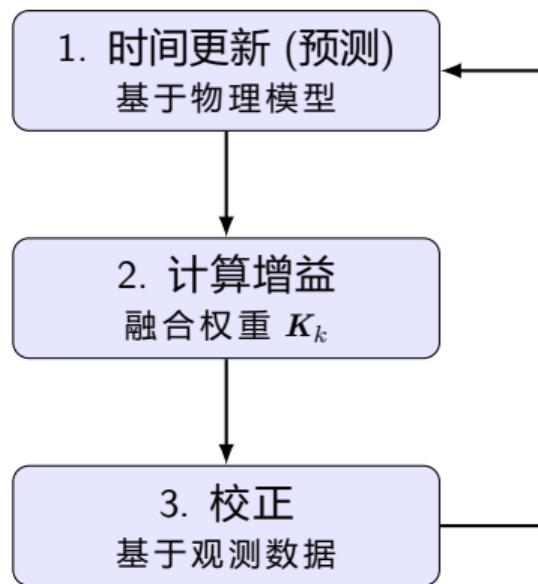
- 1 提纲
- 2 背景引入
- 3 数学模型构建
- 4 核心算法流程
- 5 公式推导——以一维为例
- 6 数值推演实例
- 7 工程应用与仿真
- 8 扩展卡尔曼滤波 (EKF)
- 9 前沿探索
- 10 结论
- 11 参考文献





算法总览：递归循环

卡尔曼滤波本质上是一个“预测 (Predict) —更新 (Update)”的递归过程.





第一阶段：时间更新

在获取传感器数据前，基于上一时刻的状态与物理模型进行先验估计。

1. 状态先验估计

$$\hat{x}_k^- = F\hat{x}_{k-1} + Bu_k \quad (3)$$

系统根据状态转移矩阵 F 和控制输入 Bu_k 推演当前时刻的理论状态。

2. 协方差先验估计

$$P_k^- = FP_{k-1}F^T + Q \quad (4)$$

误差随时间传递与扩散。 Q 的引入表明预测过程本身增加了系统的不确定性。



核心机制：卡尔曼增益

卡尔曼增益 K_k 是滤波器的灵魂，其本质是**最小均方误差准则下的最优加权因子**。

一维标量形式直觉：若系统为标量，公式可简
化为：

$$K_k = \frac{P_k^-}{P_k^- + R}$$

物理含义：

$$\text{增益} = \frac{\text{预测不确定性}}{\text{预测不确定性} + \text{观测不确定性}}$$

- 分子代表模型预测的误差方差。
- 分母代表系统总的误差方差。
- K_k 动态衡量了我们应该多大程度上信任“观测值”。



增益调节机制分析

通过分析 K_k 在极限情况下的表现，可以理解其融合逻辑：

情形一：传感器极其精准 ($R \rightarrow 0$)

- $K_k \rightarrow 1$
- $\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + 1 \cdot (z_k - \hat{x}_k^-) = z_k$
- 滤波器完全信任观测值，忽略模型预测。

情形二：模型极其精准或传感器故障 ($P_k^- \rightarrow 0$ 或 $R \rightarrow \infty$)

- $K_k \rightarrow 0$
- $\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + 0 = \hat{x}_k^-$
- 滤波器完全信任模型预测，忽略观测数据。

结论：卡尔曼滤波总是自动偏向于“方差更小”的一方。



矩阵形式的完整表达

在多维系统中，我们需要处理状态空间与观测空间的维度差异.

3. 计算卡尔曼增益

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}^T (\mathbf{H} \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}^T + \mathbf{R})^{-1} \quad (5)$$

项 $(\mathbf{H} \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}^T + \mathbf{R})^{-1}$ 充当了归一化因子的角色.



第二阶段：校正

利用计算出的增益，融合观测数据，得到最优的后验估计。

4. 状态后验更新

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k(z_k - H\hat{x}_k^-) \quad (6)$$

后验估计 = 先验预测 + 增益 × 新息。

其中 $(z_k - H\hat{x}_k^-)$ 被称为新息 (Innovation)，代表观测值与预测值的偏差。

5. 协方差后验更新

$$P_k = (I - K_k H) P_k^- \quad (7)$$

由于引入了观测信息，系统的不确定性得以降低 ($P_k < P_k^-$)，为下一时刻的计算做准备。



章节导航

- 1 提纲
- 2 背景引入
- 3 数学模型构建
- 4 核心算法流程
- 5 公式推导——以一维为例
- 6 数值推演实例
- 7 工程应用与仿真
- 8 扩展卡尔曼滤波 (EKF)
- 9 前沿探索
- 10 结论
- 11 参考文献





0. 设定场景：两个不靠谱的信源

假设我们要测量小车的**位置**.

- **信源 1 (模型推算)**:

- 值: x_k^- (比如 100 米)
- 噪声: $w \sim N(0, P^-)$ (方差为 P^-)

- **信源 2 (传感器测量)**:

- 值: z_k (比如 102 米)
- 噪声: $v \sim N(0, R)$ (方差为 R)

目标: 找到一个最优估计 \hat{x}_k , 让它的**误差方差**最小.





1. 构建融合方程 I

根据直觉，我们采用**加权平均**的方式来融合：

$$\hat{x}_k = (1 - K)x_k^- + Kz_k$$

为什么系数是这样分配的？

这源于“**修正**”的思想： $\hat{x}_k = x_k^- + K(z_k - x_k^-)$.

- 我们以**预测** x_k^- 为基准.
- K 代表我们多大程度上相信**观测** z_k 来修正这个基准.
- 展开后即得： $(1 - K)x_k^- + Kz_k$.

代数变形：假设真实值是 x_{true} .

- **推算值** $x_k^- = x_{true} + w$
- **观测值** $z_k = x_{true} + v$



1. 构建融合方程 II

代入融合方程：

$$\begin{aligned}\hat{x}_k &= (1 - K)(x_{true} + w) + K(x_{true} + v) \\ &= (1 - K)x_{true} + (1 - K)w + Kx_{true} + Kv \\ &= \underbrace{x_{true}}_{\text{真值}} + \underbrace{(1 - K)w + Kv}_{\text{综合误差}}\end{aligned}$$





1.5 深度思考：为什么不用几何/平方平均？

有同学可能会问：为什么要用线性的 $(1 - K)a + Kb$ ，用更高级的公式不行吗？

方案 A：几何平均 $\sqrt{x \cdot z}$

致命缺陷：负数地狱

- 状态可能是负数（如倒车速度为 -5m/s ）。
- 根号下出现负数会导致系统崩溃（变成虚数）。

方案 B：平方平均 $\sqrt{\frac{x^2+z^2}{2}}$

致命缺陷：引入偏差

- 噪声平方后恒为正。
- 这会导致估计值**永远偏大**，不再是“无偏估计”。

结论：只有**线性组合**能保持高斯分布特性，并保证平均误差为 0.



2. 计算综合方差 (Cost Function)

我们的目标是让**综合误差的方差最小**.

令总误差为 $e = (1 - K)w + Kv$.

因为 w 和 v 是独立的, 于是可以利用方差性质, 得到融合后的总方差 P_k 为:

$$P_k(K) = \underbrace{(1 - K)^2 P^-}_{\text{推算部分的贡献}} + \underbrace{K^2 R}_{\text{测量部分的贡献}}$$

这就是我们要优化的目标函数, 它是关于 K 的开口向上的抛物线.



3. 求极值

为了找到方差最小的 K , 我们对 K 求导并令其为 0.

$$\frac{dP_k}{dK} = \frac{d}{dK}[(1 - K)^2 P^- + K^2 R] = 0$$

整理上式, 把含 K 的项放在左边, 常数项放在右边:

$$K(P^- + R) = P^-$$

最优卡尔曼增益 (Kalman Gain)

$$K = \frac{P^-}{P^- + R}$$



章节导航

- 1 提纲
- 2 背景引入
- 3 数学模型构建
- 4 核心算法流程
- 5 公式推导——以一维为例
- 6 数值推演实例
- 7 工程应用与仿真
- 8 扩展卡尔曼滤波 (EKF)
- 9 前沿探索
- 10 结论
- 11 参考文献





场景设定：无人机悬停高度估计

场景：

- 我们想知道无人机的真实高度 x .
- 无人机正在悬停，理论上不动，但有风吹（过程噪声）.
- 使用气压计测量高度，但有误差（测量噪声）.

参数初始化 ($t = 0$):

- 初始估计 $\hat{x}_0 = 10m$.
- 初始不确定性 $P_0 = 5$ (不太确信).

系统参数:

- 状态转移 $F = 1$ (不动).
- 过程噪声 $Q = 1$.
- 测量噪声 $R = 4$ (传感器一般).
- 观测矩阵 $H = 1$ (直接测高度).



Step 1: 预测 (Prediction) @ t=1

还没看传感器，先根据物理规律猜.

1. 状态预测

$$\hat{x}_1^- = F\hat{x}_0 = 1 \times 10 = 10$$

(我猜它还在 10m 处)

2. 协方差预测

$$P_1^- = FP_0F^T + Q = 1 \times 5 \times 1 + 1 = 6$$

(如果不看传感器，不确定性从 5 增加到了 6，因为风在吹)



Step 2: 计算卡尔曼增益 @ t=1

现在传感器读数来了: $z_1 = 12m.$

3. 计算增益 K

$$K_1 = \frac{P_1^- H^T}{H P_1^- H^T + R} = \frac{6 \times 1}{1 \times 6 \times 1 + 4} = \frac{6}{10} = 0.6$$

解读:

- $K = 0.6$ 意味着我们把 **60%** 的信任给了观测值(残差), **40%** 保留给预测值.
- 为什么信观测多一点? 因为预测误差方差(6)大于测量噪声方差(4).



Step 3: 更新 (Update) @ t=1

融合预测和观测，得到最优结果。

4. 状态更新

$$\hat{x}_1 = \hat{x}_1^- + K_1(z_1 - \hat{x}_1^-)$$

$$\hat{x}_1 = 10 + 0.6 \times (12 - 10) = 10 + 1.2 = \mathbf{11.2m}$$

5. 协方差更新

$$P_1 = (1 - K_1 H) P_1^- = (1 - 0.6) \times 6 = 0.4 \times 6 = \mathbf{2.4}$$

结果：

- 估计值 11.2m 介于 10m 和 12m 之间，偏向观测值。
- 不确定性从 6 骤降至 2.4。滤波让我们更自信了！



章节导航

- 1 提纲
- 2 背景引入
- 3 数学模型构建
- 4 核心算法流程
- 5 公式推导——以一维为例
- 6 数值推演实例
- 7 工程应用与仿真
- 8 扩展卡尔曼滤波 (EKF)
- 9 前沿探索
- 10 结论
- 11 参考文献





仿真案例：一维小车位置追踪

场景假设：

- 小车做匀速运动，速度 $v = 1m/s$.
- 过程噪声 Q : 路面颠簸导致速度微小波动.
- 测量噪声 R : GPS 定位误差 $\pm 5m$.



仿真案例：一维小车位置追踪

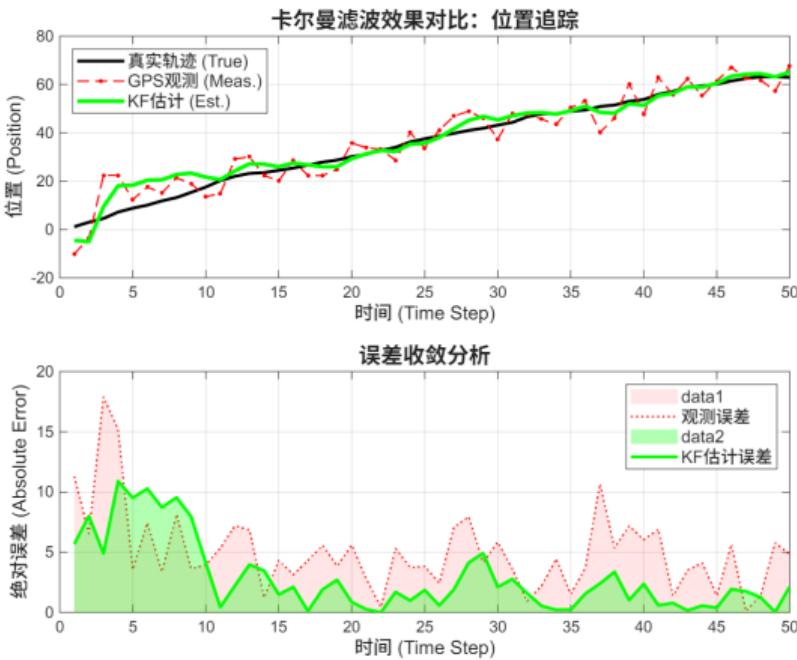


图: 利用 Matlab 模拟卡尔曼滤波



参数 Q 与 R 的调节策略

在信息工程实践中, F 和 H 通常由物理系统决定, 但 Q 和 R 是调试的关键.

信任模型 (Q 小, R 大)

- 滤波结果非常平滑
- 对突变反应滞后

信任观测 (Q 大, R 小)

- 紧跟观测值变化
- 引入较多噪声

结论: 调参本质上是在**响应速度与平滑度**之间做权衡.



进阶：多传感器融合 (Sensor Fusion)

卡尔曼滤波是多传感器融合的基石.

案例：无人机姿态解算

- **陀螺仪**: 短时精度高, 长时有积分漂移.
- **加速度计**: 静态精度高, 动态噪声大.
- **融合方案**: 利用 Kalman Filter 融合两者数据.

$$\text{Optimal Angle} = K \cdot \text{Accel} + (1 - K) \cdot \text{Gyro}$$





章节导航

- 1 提纲
- 2 背景引入
- 3 数学模型构建
- 4 核心算法流程
- 5 公式推导——以一维为例
- 6 数值推演实例
- 7 工程应用与仿真
- 8 扩展卡尔曼滤波 (EKF)
- 9 前沿探索
- 10 结论
- 11 参考文献





1. 线性系统的局限性

标准 KF 的致命弱点

标准卡尔曼滤波假设系统是**线性的**:

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{F}\mathbf{x}_{k-1} \quad \text{和} \quad \mathbf{z}_k = \mathbf{H}\mathbf{x}_k$$

然而，现实世界充满了**非线性**:

- **机器人运动:** $x_{new} = x_{old} + v \cdot \cos(\theta) \cdot \Delta t$
- **雷达观测:** $r = \sqrt{x^2 + y^2}$

问题: 高斯分布经过非线性变换后，**不再是高斯分布**，导致标准 KF 的公式失效。



2. 解决思路：线性化

既然非线性太难处理，我们能不能在**局部**把它看作线性的？

泰勒级数展开

对于非线性函数 $f(x)$ ，我们在估计点 \hat{x} 附近做一阶展开：

$$f(x) \approx f(\hat{x}) + \underbrace{\frac{\partial f}{\partial x} \Big|_{x=\hat{x}}}_{\text{切线斜率}} \cdot (x - \hat{x}) \quad (9)$$

- 我们抛弃高阶项，只保留一阶导数。
- 用**切线**来近似**曲线**。



3. 核心工具：雅可比矩阵

在多维系统中，导数变成了**雅可比矩阵**. 它是 EKF 的核心.
假设状态转移函数为 $x_k = f(x_{k-1}, u_k)$, 则雅可比矩阵 F_k 为:

$$F_k = \frac{\partial f}{\partial x} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \dots \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \dots \\ \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix}$$

物理意义：描述了输入微小变化如何影响输出的每一个维度.





4. EKF 算法流程的变化 (对比 KF)

EKF 的步骤与 KF 几乎一样，区别在于**如何传递均值和如何传递协方差**.

步骤	标准 KF (线性)	扩展 KF (非线性)
状态预测	$\hat{x}^- = Fx$	$\hat{x}^- = f(x, u)$ (直接代入函数)
协方差预测	$P^- = FPF^T + Q$	$P^- = F_k P F_k^T + Q$ (用雅可比)
卡尔曼增益	$K = P^- H^T (\dots)^{-1}$	$K = P^- H_k^T (H_k P^- H_k^T + R)^{-1}$
状态更新	$x = \hat{x}^- + K(z - H\hat{x}^-)$	$x = \hat{x}^- + K(z - h(\hat{x}^-))$



5. 经典案例：雷达追踪 (Radar Tracking)

状态向量 (直角坐标系):

$$x = [p_x, p_y, v_x, v_y]^T$$

(飞机的位置和速度)

观测向量 (极坐标系):

$$z = [\rho, \phi, \dot{\rho}]^T$$

(雷达测量的距离、角度、径向速度)

非线性观测函数 $h(x)$:

- 距离: $\rho = \sqrt{p_x^2 + p_y^2}$
- 角度: $\phi = \arctan(p_y / p_x)$

问题

p_x 和 p_y 是状态，但在观测方程里被平方和求根了。这就是典型的非线性！必须求雅可比矩阵 H_j .



6. 雷达雅可比矩阵的计算

我们需要对 $h(x)$ 求偏导数来得到 H_j :

$$H_j = \frac{\partial h}{\partial x} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \rho}{\partial p_x} & \frac{\partial \rho}{\partial p_y} & 0 & 0 \\ \frac{\partial \phi}{\partial p_x} & \frac{\partial \phi}{\partial p_y} & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{p_x}{\sqrt{p_x^2+p_y^2}} & \frac{p_y}{\sqrt{p_x^2+p_y^2}} & 0 & 0 \\ \frac{-p_y}{p_x^2+p_y^2} & \frac{p_x}{p_x^2+p_y^2} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(11)

意义: 这个矩阵把**位置的不确定性**(直角坐标误差), 投影到了**观测的不确定性**(距离和角度误差)上.



7. EKF 的优缺点分析

优点

- **事实标准**: 目前导航系统 (GPS/IMU 融合)、机器人定位 (SLAM) 的首选基础算法.
- **计算量适中**: 比粒子滤波 (Particle Filter) 快得多.

缺点

- **发散风险**: 如果线性化点选得不好 (初始估计太差), 泰勒展开误差会很大, 导致滤波器发散.
- **繁琐的雅可比**: 对于复杂的系统, 手算雅可比矩阵非常痛苦且容易出错.



8. 超越 EKF：无迹卡尔曼滤波 (UKF)

当非线性极其严重时，EKF 的线性化误差无法接受。

UKF (Unscented Kalman Filter) 思路：

- 不去线性化函数 (不算雅可比).
- 而是**近似概率分布**.
- 选取几个关键点，把它们扔进非线性函数里算一算，然后再算出新的均值和方差.

核心理念

“近似概率分布比近似非线性函数要容易得多。”

——Julier & Uhlmann



章节导航

- 1 提纲
- 2 背景引入
- 3 数学模型构建
- 4 核心算法流程
- 5 公式推导——以一维为例
- 6 数值推演实例
- 7 工程应用与仿真
- 8 扩展卡尔曼滤波 (EKF)
- 9 前沿探索
- 10 结论
- 11 参考文献





1. 算法演进全景 (Based on Top Review)

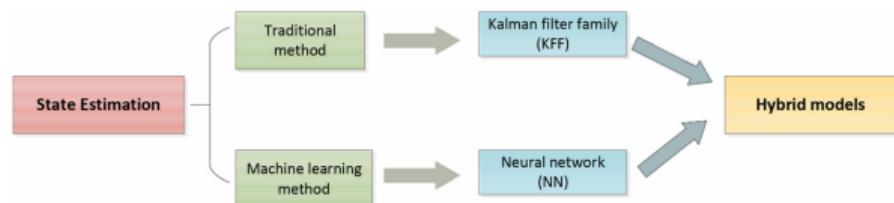
卡尔曼滤波已发展为庞大的家族. 针对不同场景, 主流算法的特性对比如下¹:

算法	核心机制	优势 (Pros)	适用场景
Basic KF	线性递归最小二乘	计算极快, 线性最优	卫星导航, 稳态控制
EKF	泰勒展开线性化 (J)	工业标准, 适用性广	机器人定位 (SLAM)
UKF	无迹变换 (Sigma 点)	无需导数, 精度更高	复杂非线性系统
IMM	多模型概率交互	搞定机动目标 , 平滑切换	导弹/无人机追踪

¹Khodarahmi and Maihami, "A Review on Kalman Filter Models."



2. 突破瓶颈：混合模型 (Hybrid Models) 的诞生



图：状态估计技术融合路线图^a

^aFeng et al., "A review."

为什么要融合？

- **传统 KF**: 依赖精确物理模型，难以处理未知环境.
- **神经网络 (NN)**: 强大的数据拟合能力，但缺乏物理约束.

融合的三种模式：

- ① **串联**: 互为预处理/后处理.
- ② **训练**: KF 优化 NN 权重.
- ③ **辅助 (Aided)**: **NN 实时估计 KF 参数 (Q, R)**.



深度思考：卡尔曼滤波 vs 机器学习

卡尔曼滤波 (KF)

“理性的物理学家”

- **驱动核心：**物理模型 (F, H) + 概率统计.
- **透明度：**白盒. 每一步都有明确物理含义，可解释性强.
- **优势：**小样本即可工作，不仅给结果，还给置信度 (P).
- **劣势：**模型必须已知且准确.

机器学习 (ML/NN)

“经验丰富的工匠”

- **驱动核心：**海量数据 + 拟合映射.
- **透明度：**黑盒. 内部权重难以解释.
- **优势：**能拟合极其复杂的非线性关系，无需懂物理机理.
- **劣势：**数据饥渴，对未见过的场景泛化能力弱.

融合的哲学：

用 KF 的逻辑框架约束 ML 的发散，用 ML 的拟合能力弥补 KF 的模型缺陷.



3. 落地应用：锂电池 SOC 状态估计

背景：SOC (State of Charge) 是电池管理系统的中心。估算错误会导致过充/过放，造成永久性损伤。

核心技术栈 (Tech Stack):

1. 非线性滤波 (NLKFs)

用于处理电池高度非线性的电压特性：

- EKF / AEKF (自适应扩展卡尔曼)
- UKF / AUKF (自适应无迹卡尔曼)

2. 在线参数辨识

实时更新电池模型参数 (如内阻)：

- RLS (递归最小二乘法)
- PRBM (多项式回归模型)

实验结论：在宽温域 (-5°C ~ 45°C) 测试中，以下组合表现最佳：

PRBM-AUKF & RLS-AUKF

* AUKF (Adaptive UKF) 展现了比传统 EKF 更高的精度和鲁棒性。²

²Hossain et al., “Kalman filtering techniques for the online model parameters and state of charge estimation of the Li-ion batteries.”



章节导航

- 1 提纲
- 2 背景引入
- 3 数学模型构建
- 4 核心算法流程
- 5 公式推导——以一维为例
- 6 数值推演实例
- 7 工程应用与仿真
- 8 扩展卡尔曼滤波 (EKF)
- 9 前沿探索
- 10 结论
- 11 参考文献





总结

- ① **有效性**: 卡尔曼滤波利用了系统的**冗余信息** (模型预测 + 传感器观测), 从而降低了整体的不确定性.
- ② **高效性**: 递归算法, 只需存储上一刻状态, 非常适合**嵌入式系统及实时控制**.
- ③ **局限性**:
 - 假设系统是线性的 (Linear).
 - 假设噪声是高斯的 (Gaussian).
- ④ **拓展**: 面对非线性系统, 可以使用**扩展卡尔曼滤波 (EKF)**.



章节导航

- 1 提纲
- 2 背景引入
- 3 数学模型构建
- 4 核心算法流程
- 5 公式推导——以一维为例
- 6 数值推演实例
- 7 工程应用与仿真
- 8 扩展卡尔曼滤波 (EKF)
- 9 前沿探索
- 10 结论
- 11 参考文献





参考文献 |

- [1] M. Khodarahmi and V. Maihami, "A review on kalman filter models," *Archives of Computational Methods in Engineering*, vol. 30, no. 1, pp. 727–747, Jan. 2023, Num Pages: 21 Place: Dordrecht Publisher: Springer Web of Science ID: WOS:000862515100001, ISSN: 1134-3060, 1886-1784. DOI: 10.1007/s11831-022-09815-7.
- [2] S. Feng, X. Li, S. Zhang, Z. Jian, H. Duan, and Z. Wang, "A review: State estimation based on hybrid models of kalman filter and neural network," *Systems Science & Control Engineering*, vol. 11, no. 1, p. 2173682, Dec. 31, 2023, Publisher: Taylor & Francis eprint: <https://doi.org/10.1080/21642583.2023.2173682>, ISSN: null. DOI: 10.1080/21642583.2023.2173682. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1080/21642583.2023.2173682> (visited on 12/14/2025).



参考文献 II

- [3] M. Hossain, M. E. Haque, and M. T. Arif, "Kalman filtering techniques for the online model parameters and state of charge estimation of the li-ion batteries: A comparative analysis," *Journal of Energy Storage*, vol. 51, p. 104174, Jul. 2022, Num Pages: 24 Place: Amsterdam Publisher: Elsevier Web of Science ID: WOS:000780338200006, ISSN: 2352-152X, 2352-1538. DOI: 10.1016/j.est.2022.104174.



谢谢大家!
Q & A

