## 矩阵基础知识

1.1 左逆右逆

对于矩阵，维度为m\*n，如果m=n,且为满秩。则。

如果m不等于n，无法直接求逆， 对于列满秩矩阵来说，为n\*n的满秩方阵，可以求逆。,所以，令为矩阵X的左逆,则 。

同样对于行满秩矩阵来说，为m\*m的满秩矩阵，为矩阵X的右逆。 则。

1.2矩阵求导公式

## 最大似然

原理：极大似然估计是建立在极大似然原理的基础上的一个统计方法，是概率论在统计学中的应用。极大似然估计提供了一种给定观察数据来评估模型参数的方法，即：“**模型已定，参数未知**”。通过若干次试验，观察其结果，**利用试验结果得到某个参数值能够使样本出现的概率为最大**，则称为极大似然估计。

## 线性回归模型求解

3.1 问题提出

对于一系列的线性方程组，求解最优的。其中的维度为m\*n，为n\*1,Y为n\*1。n为未知数个数，m为方程个数。如果为满秩方阵，且m=n,则为适定问题。一般情况下方程组有唯一解。。如果m<n，则为欠定问题，一般情况下方程组有无穷多解。如果m>n，则为超定问题，一般情况下方程组没有解。内点法和梯度投影法是目前解欠定方程组的常用方法。

3.2 最小二乘

最小二乘是解决超定问题的一个方法。最小二乘的损失函数为

如果为满秩矩阵，则可以直接用左逆来求取

如果不为满秩矩阵，左逆和右逆不存在，因此需要定义伪逆，记作。伪逆的求解可以用SVD分解，QR分解，或者迭代的方法获得。

3.3 最大似然方法求解

1) 令服从正态分布,则最大似然为：

因此该方法与最小二乘一致。

2) 令服从 ,服从则最大似然为：

因此该方法与最小岭回归一致。

3) 令服从 ,服从则最大似然为：

因此该方法与Lasso回归一致