

基于组合模型的短时交通流量预测

徐亮, 罗玉芳, ALAGBE ADJE JEREMIE

摘要: 交通流量预测是实现交通管理与控制的核心问题, 及时准确地预测道路交通流量是实现动态交通管理的前提。本文使用 ARIMA 模型、神经网络、以及 SVR 对高速公路的短时交通流量进行预测。并基于这三种模型建立组合模型, 通过最优加权法确定了组合预测模型的权重系数。结果显示组合预测模型比单一预测模型有更高的预测精度。

关键字: 交通流预测, 组合模型, ARIMA, 神经网络, SVR

Short-Term Traffic Flow Prediction Based on Combined Models

ABSTRACT: Traffic flow prediction is the problem of traffic control, timely and accurate prediction of road traffic is a problem of dynamic traffic management. This paper uses ARIMA model, neural network, as well as SVR to forecast the short term traffic flow of freeway. And based on these three models to establish the combined model. The weight coefficient of the combined forecasting model is determined by the optimal weighting method. The result showed that the combination prediction model has higher prediction accuracy than single prediction model.

KEYWORDS: traffic flow prediction; combined models; ARIMA model; neural network; SVR

1 引言

进入新世纪以来, 我国经济持续高速增长, 大量的汽车进入人们的日常生活, 同时也带来了交通拥堵、交通污染、交通事故等问题。在当前的道路条件下, 智能交通系统是一种有效解决交通领域里相关问题的方法。在智能交通管理系统中, 交通流预测算法作为基础理论研究, 是实现智能交通管理系统的关键, 具有重要意义。

近几十年国内外的许多专家和学者都致力于该领域的研究, 研究了很多预测

模型。大体分为三类，一是基于解析数学方法的模型，包括历史平均模型、自回归模型、滑动平均模型、自回归滑动平均模型及卡尔曼滤波模型；二是基于经验的智能预测模型，包括非参数回归模型、神经网络模型、动态交通分配模型及基于混沌理论的模型等；三是组合预测模型。单一的数学解析模型难以适应交通流所具有的短时随机性强的特点，组合模型充分考虑了交通流在各个阶段的不同变化状况，采用至少两种预测模型对交通流状况进行预测通过将不同模型的预测结果进行加权求和，实现不同模型间的预测优势互补，得到最终的预测结果。

本文在 ARIMA 模型、神经网络、SVR 的基础上，通过最优加权的方法确定了每种模型的权重系数，建立了组合模型。实验结果表明，单独的任一预测模型在预测精度上都低于组合模型的预测精度，组合模型发挥了三种子模型各自的预测优势，是短时交通流预测的一种有效方法。

2 单项预测模型

2.1 ARIMA 模型

ARIMA 模型是著名的时间序列预测方法，其中 ARIMA (p, d, q) 称为差分自回归移动平均模型。AR 是自回归，p 为自回归阶次；MA 为移动平均，q 为移动平均阶次，d 为时间序列成为平稳时所做的差分次数。其通用表达式为：

$$z_t = \phi_1 z_{t-1} + \phi_2 z_{t-2} + \cdots + \phi_p z_{t-p} + u_t - \phi_1 u_{t-1} - \phi_2 u_{t-2} - \cdots - \phi_q u_{t-q} \quad (1)$$

式中： z_t 为样本值； $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$ 为自回归系数；p 为自回归阶次； $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_q$ 为移动回归系数；q 为移动平均阶次； u_t 为服从独立正态分布 $N(0, \delta)$ 的白噪声序列。

ARIMA 模型预测的基本程序如下：

1) 根据时间序列的散点图、自相关函数和偏自相关函数图以 ADF 单位根检验其方差、趋势及其季节性变化规律，对序列的平稳性进行识别。一般来讲，经济运行的时间序列都不是平稳序列；

2) 对非平稳序列进行平稳化处理。如果数据序列是非平稳的，并存在一定的增长或下降趋势，则需要对数据进行差分处理，如果数据存在异方差，则需对

数据进行技术处理,直到处理后的数据的自相关函数值和偏相关函数值无显著地异于零;

3) 根据时间序列模型的识别规则,建立相应的模型。若平稳序列的偏相关函数是截尾的,而自相关函数是拖尾的,可断定序列适合 AR 模型;若平稳序列的偏相关函数是拖尾的,而自相关函数是截尾的,则可断定序列适合 MA 模型;若平稳序列的偏相关函数和自相关函数均是拖尾的,则序列适合 ARIMA 模型;

4) 进行参数估计,检验是否具有统计意义;

5) 进行假设检验,诊断残差序列是否为白噪声;

6) 利用已通过检验的模型进行预测分析。

本文中通过 R 语言函数 `auto.arima` 确定适应数据 ARIMA 模型的阶数为 ARIMA (1, 1, 2)。

2.2 神经网络

神经网络算法模拟生物神经网络,是一类模式匹配算法。通常用于解决分类和回归问题。神经网络是机器学习的一个庞大的分支,有几百种不同的算法。重要的人工神经网络算法包括:感知器神经网络(Perceptron Neural Network),反向传递(Back Propagation),Hopfield 网络,自组织映射(Self-Organizing Map, SOM)。神经网络模型广泛地被应用于短时交通流预测中。在预测领域,1964 年,Hu 应用自适应线性网络进行天气预报,开创了人工神经网络预测的先河;1993 年,Vythoulkas PC 首次提出用系统识别和人工神经网络进行城市道路网络交通状态的预测。随着神经网络的发展,基于神经网络的短期交通流预测的研究也越来越多,其中,有用单一的一类神经网络模型直接用于交通流预测的,有两种或多种神经网络相结合的优化模型,有神经网络结合其他方法进行预测的综合模型等。

人工神经网络的预测方法用于非线性预测的效果很好,从网络流量的特征来看,也是非线性的,从理论上讲,神经网络可以任意精度逼近任意非线性序列,但其不足之处在于:①难以科学地确定网络的结构;②要用模型进行预测,首先要对模型进行训练,而训练的速度有待提高;③容易陷入局部次优点,难于找到全局最小点;并且时间空间复杂度太高。本文采用小波神经网络。小波神经网络是BP(Back Propagation)神经网络,神经网络中的隐含层节点的传递函数是小波基函数,误差反向传播但是信号前向传播。小波神经网络的拓扑如图所示:

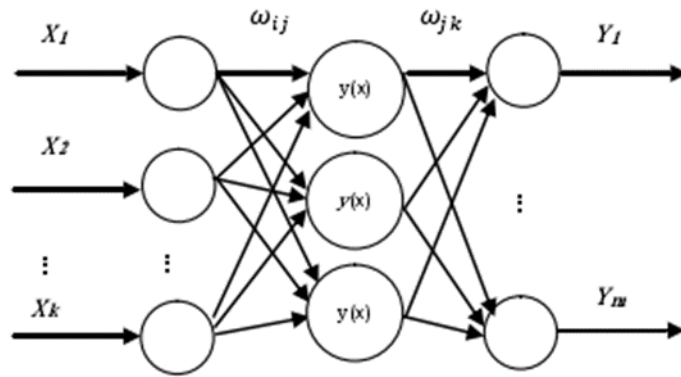


图 1 神经网络拓扑图

$X_1, X_2 \dots X_k$ 是输入参数, $Y_1, Y_2 \dots Y_m$ 是预测输出, w_{ij} 和 w_{jk} 为神经网络权值, $y(x)$ 为小波基函数。

在输入序列为 $X_i (i=1, 2, \dots, k)$ 时, 隐含层输出公式为

$$h(j) = h_j \left[\frac{\sum_{i=1}^k w_{ij} x_i - b_j}{a_j} \right] \quad j=1, 2, \dots, l \quad (2)$$

式中, $h(j)$ 为隐含层第 j 个节点输出结果; w_{ij} 为输入层与隐含层的连接权值; b_j 为小波基函数 h_j 的平移因子; a_j 为小波基函数 h_j 的伸缩因子; h_j 为小波基函数。

小波神经网络输出层计算公式为

$$Y(k) = \sum_{i=1}^l w_{ik} h(i) \quad k=1, 2, \dots, m \quad (3)$$

式中, w_{ik} 是隐含层到输出层权值; $h(i)$ 为第 i 个隐含层节点的输出结果; l 为隐含层节点数目; m 为输出层节点数。

小波神经网络权值参数修正是利用梯度修正法修正网络的权值和小波基函数参数, 使得预测输出不断接近期望输出。

2.3 支持向量机

SVR 是支持向量机在回归估计问题中的扩展,解决支持向量机回归问题的目标是:让所有样本点逼近超平面,使得样本点与超平面的总偏差达到最小。20 世纪 60 年代 Vapnik 等人开始研究有限样本情况下的机器学习问题。1968 年和 1971 年, Vapnik 和 Chervonenkis 提出了建立在经验风险最小化原则基础之上的维理论,建立了基本理论体系—统计学习理论。Vapnik 于 1982 年进一步提出了具有划时代意义的结构风险最小化原则,简称 SRM 原则。Vapnik 和 Cortes 于 90 年代在此基础上提出了通用的学习算法—支持向量机方法;该方法表现出的优良特性及其许多成功的应用,使得学者们开始迅速重视这一学术方向,并在理论研究和算法实现方面都取得了很大的进展。

对于给定的样本集 S , 以及任意给定的 $\varepsilon > 0$, 如果在原始空间 R^n 存在超平面 $f(x) = \langle w, x \rangle + b, w \in R^n, b \in R$, 使得 $|y_i - f(x_i)| \leq \varepsilon, \forall (x_i, y_i) \in S$, 则称 $f(x) = \langle w, x \rangle + b$ 是样本集合 S 的 ε -线性回归。

支持向量机回归要解决的问题为

$$\begin{aligned} \min & \frac{1}{2} \|\omega\|^2 \\ \text{s.t. } & |\langle w, x \rangle + b - y_i| \leq \varepsilon, \quad i=1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (4)$$

引入松弛变量, 目标式可写为

$$\begin{aligned} \min_{\gamma, \omega, b} & \frac{1}{2} \|\omega\|^2 + C \sum_{i=1}^N (\xi_i + \xi_i^*) \\ \text{s.t. } & \begin{cases} \langle w, x \rangle + b - y_i \leq \varepsilon + \xi_i \\ y_i - \langle w, x \rangle + b \leq \varepsilon + \xi_i^* \\ \xi_i \geq 0 \\ \xi_i^* \geq 0 \\ i = 1, 2, \dots, N \end{cases} \end{aligned} \quad (5)$$

式中, ξ_i^* 为松弛变量。

对最优化问题采用拉格朗日乘子法, 得到

$$\begin{aligned} \min \{L = & \frac{1}{2} \|\omega\|^2 + C \sum_{i=1}^N (\xi_i + \xi_i^*) - \sum_{i=1}^N \alpha_i (\xi_i + \varepsilon - y_i + w^T x_i + b) - \sum_{i=1}^N \alpha_i^* \\ & (\xi_i + \varepsilon + y_i - w^T x_i - b) - \sum_{i=1}^N (\beta_i \xi_i + \beta_i^* \xi_i^*) \} \end{aligned} \quad (6)$$

式中, α_i 、 α_i^* 、 β_i 、 β_i^* 为拉格朗日乘子。

求解上式并进行对偶变换，可得到

$$\begin{aligned} \text{Min} \{ & \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^N (\alpha_i^* - \alpha_j)(\alpha_j^* - \alpha_j) x_i^T x_j - \sum_{i=1}^N (\alpha_i^* - \alpha_i) y_i + \sum_{i=1}^N (\alpha_i^* + \alpha_i) \varepsilon \} \\ \text{s.t. } & \sum_{i=1}^N (\alpha_i - \alpha_i^*) = 0, 0 \leq \alpha_i, \alpha_i^* \leq C \end{aligned} \quad (7)$$

对于非线性问题，超平面已经无法分类，需引入核函数。文中将内积用核函数替代，可得：

$$\begin{aligned} \text{Min} \{ & \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^N (\alpha_i^* - \alpha_i)(\alpha_j^* - \alpha_j) k(x_i, x_j) - \sum_{i=1}^N (\alpha_i^* - \alpha_i) y_i + \sum_{i=1}^N (\alpha_i^* + \alpha_i) \varepsilon \} \\ \text{s.t. } & \sum_{i=1}^N (\alpha_i - \alpha_i^*) = 0, 0 \leq \alpha_i, \alpha_i^* \leq C \end{aligned} \quad (8)$$

求解二次规划问题可得到 α_i^* 、 α_i ，并由此得到 $w = \sum_{i=1}^N (\alpha_i^* - \alpha_i) x_i$ 和 b ，即

$$b = \begin{cases} y_i + \varepsilon - \sum_{i,j=1}^N (\alpha_i^* - \alpha_i) k(x_i, x_j), 0 \leq \alpha_i \leq C \\ y_i - \varepsilon - \sum_{i,j=1}^N (\alpha_i^* - \alpha_i) k(x_i, x_j), 0 \leq \alpha_i^* \leq C \end{cases} \quad (9)$$

选择适当的核函数是关键，SVM 普遍使用 3 类核函数：多项式核函数，高斯径向基核函数和两层感知器核函数。

3 组合预测模型

组合预测有多种不同的方法，如加权算术平均组合预测、加权几何平均组合预测、加权调和平均组合预测、加权平方和平均组合预测及非线性组合预测等。最优加权法就是依据某种最优准则构造目标函数 Q ，在约束条件下(如使权重之和为 1) 极小化 Q ，求得组合模型的加权系数。

设有 m 个单预测模型， $y_i (i = 1, 2, \dots, m)$ ，对 n 个时段进行预测。记 y_{it} 为第 i 种预测模型在 t 时刻的实际值；记 \hat{y}_{it} 为第 i 种预测模型在 t 时刻的预测值； e_{it} 为第 i 种预测模型在 t 时刻的预测误差； w_i 为第 i 种模型的权重系数，并使 $\sum_{i=1}^m w_i = 1$ ，得组合预测模型的形式为

$$Y = w_1 \hat{y}_1 + w_2 \hat{y}_2 + \dots + w_m \hat{y}_m = \sum_{i=1}^m \hat{y}_i \quad (10)$$

设单一预测模型在 t 时段的拟合误差为

$$e_{it} = y_{it} - \hat{y}_{it} \quad (11)$$

则各预测模型可构成拟合误差矩阵：

$$E = \begin{bmatrix} \sum e_{1t}^2 & \sum e_{1t}e_{2t} \cdots \sum e_{1t}e_{mt} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \sum e_{mt}e_{1t} & \sum e_{mt}e_{2t} & \sum e_{mt}^2 \end{bmatrix} \quad (12)$$

组合模型的最优权重系数求解,就是对拟合误差平方和在最小二乘原理下求解数学规划的问题,其目标函数和约束条件为

$$\begin{aligned} \min Q &= \sum_{i=1}^m e_{it}^2 \\ \text{st} \quad &\sum_{i=1}^m w_i \end{aligned} \quad (13)$$

定义 R 为分量全为 1 的列向量, 记 $W = [w_1, w_1, \dots, w_m]$, 则由约束条件可以得到

$$\begin{aligned} \min Q &= \sum_{i=1}^m e_{it}^2 = W^T E W \\ \text{st} \quad &\sum_{i=1}^m R^T W = 1 \end{aligned} \quad (14)$$

对上式用拉格朗日乘子法求得最优权重向量

$$W = \frac{E^{-1}R}{R^T E^{-1}R} \quad (15)$$

则目标函数为

$$\min Q = \frac{1}{R^T E^{-1}R} \quad (16)$$

4 实验分析

4.1 数据来源

本文所采用的实验数据从 PEMS 上获取。为了验证以上几个模型的预测效果, 我们使用美国加州高速公路 I5 南向车道上编号为 1115314、1115324、1119; 960 的线圈检测器的数据来进行模型的建立及评价。收集的数据的时间跨度从 2016 年 9 月 24 日至 2016 年 10 月 28 日。数据的采样间隔为 5min。通过对数据进行一定的处理, 我们选取了 19 个变量, 我们对这 24 个解释变量按一定规则设置变量, 具体对应情况如下表所示:

表格 1 解释变量的编号与命名

编号	1	2	3	4	5	6	7	8
变	f_d1_t1	f_d1_t2	f_d1_t3	f_d2_t1	f_d2_t2	f_d2_t3	o_d1_t1	o_d1_t2

量								
编 号	9	10	11	12	13	14	15	16
变 量	o_d1_t3	o_d2_t1	o_d2_t2	o_d2_t3	tp_d1_t1	tp_d1_t2	tp_d1_t3	tp_d2_t1
编 号	17	18	19					
变 量	tp_d2_t2	tp_d2_t3	week					

解释变量的命名规则：每个解释变量由三部分组成，第一部分表示变量的类型，f 代表流量 flow，o 代表车道占有率 occupancy，tp 代表速度 truck proportion；第二部分代表线圈检测器的位置，d1、d2 分别代表上游和下游检测器；第三部分代表采集的时间区间，t1、t2 和 t3 代表事故发生前的 0-5min,5-10min, 10-15min 两个时间段。例如：f_d1_t1 表示在 d1 检测器点位在预测点前 10-15min 时间段采集的车道占有率。

4.2 变量相关性检验

在本文中采用随机森林进行解释变量的重要度计算，并进行排序。在随机森林中某个特征 X 的重要性的计算方法如下：

1) 对于随机森林中的每一颗决策树,使用相应的 OOB(袋外数据)数据来计算它的袋外数据误差,记为 errOOB1;

2) 随机地对袋外数据 OOB 所有样本的特征 X 加入噪声干扰(就可以随机的改变样本在特征 X 处的值),再次计算它的袋外数据误差,记为 errOOB2;

3) 假设随机森林中有 Ntree 棵树,那么对于特征 X 的重要性= $\sum (\text{errOOB2} - \text{errOOB1}) / \text{Ntree}$,之所以可以用这个表达式来作为相应特征的重要性的度量值是因为：若给某个特征随机加入噪声之后,袋外的准确率大幅度降低,则说明这个特征对于样本的分类结果影响很大,也就是说它的重要程度比较高。

采用处理好的数据,通过 python 可以得到 19 个解释变量中各个变量的重要度排序。如下图所示

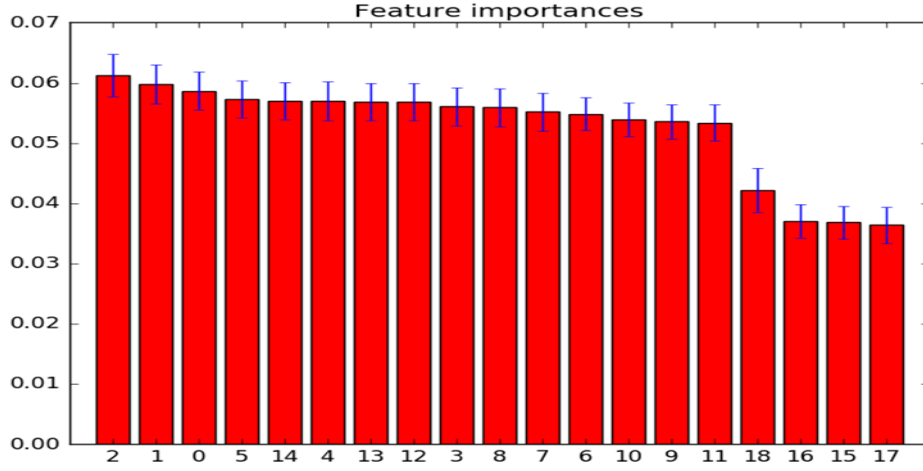


图 2 变量重要度排序

通过结果,我们可以看到选取的 19 个变量和模型都具有一定的相关性,因此将其加入建模过程是合理的。

4.3 评价指标的选取

在本文中,我们选取以下四个指标来评价模型的预测效果

1) 均方根误差 (RMSE)

这是对观测值同真值之间偏差的衡量。其表达式为

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T [x_i(t) - \hat{x}_i(t)]^2} \quad (17)$$

2) 标准均方根误差 (NRMSE)

其表达式为

$$NRMSE = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^T [x_i(t) - \hat{x}_i(t)]^2}{\sum_{t=1}^T (x_i(t))^2}} \times 100\% \quad (18)$$

3) 对称平均绝对百分比误差 (SMAPE)

这是一种基于百分比或相对误差的对精确度的衡量。在这我们采用了以下两种形式:

$$SMAPE1 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \frac{|x_i(t) - \hat{x}_i(t)|}{x_i(t) + \hat{x}_i(t)} \times 100\% \quad (19)$$

$$\text{SMAPE2} = \frac{\sum_{i=1}^T |x_i(t) - \hat{x}_i(t)|}{\sum_{i=1}^T [x_i(t) + \hat{x}_i(t)]} \times 100\% \quad (20)$$

4.4 实验结果

本次实验数据时间跨度为 5 个星期。选择其中 3 个星期的数据用于模型的建立，1 个星期的数据用于模型的校正，1 个星期的数据进行预测。使用三个单模型以及组合模型的预测结果如下图所示：

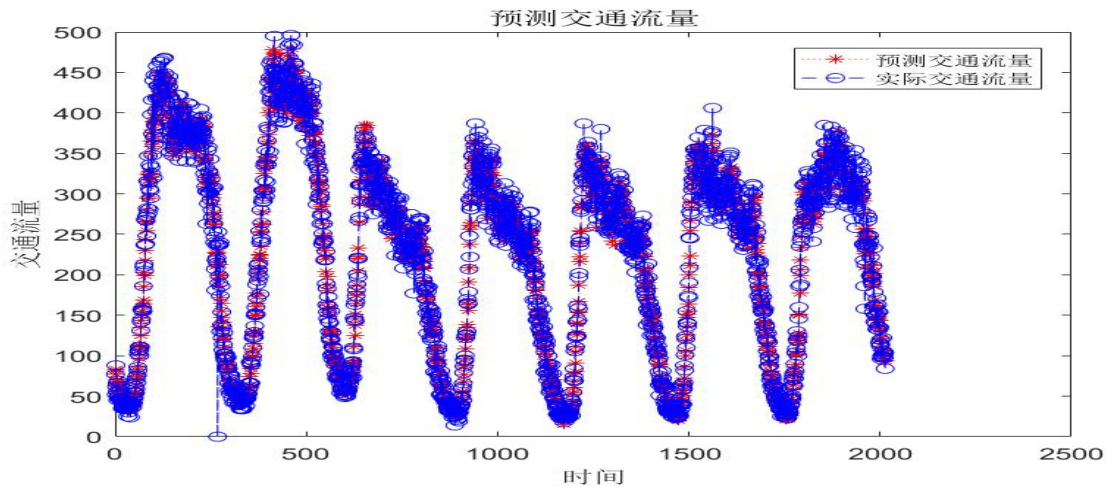


图 3 ARIMA 模型预测值与实际值比较

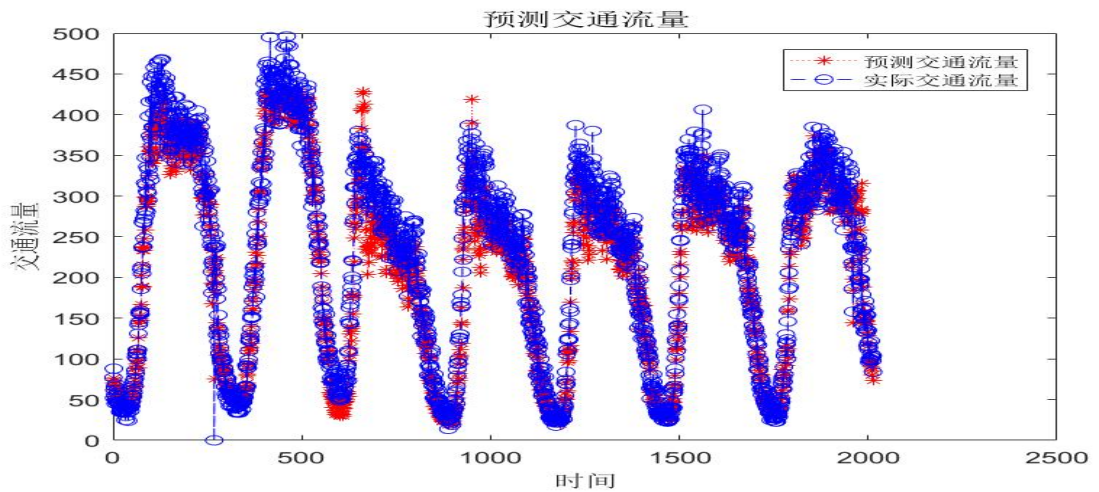


图 4 神经网络模型预测值与实际值比较

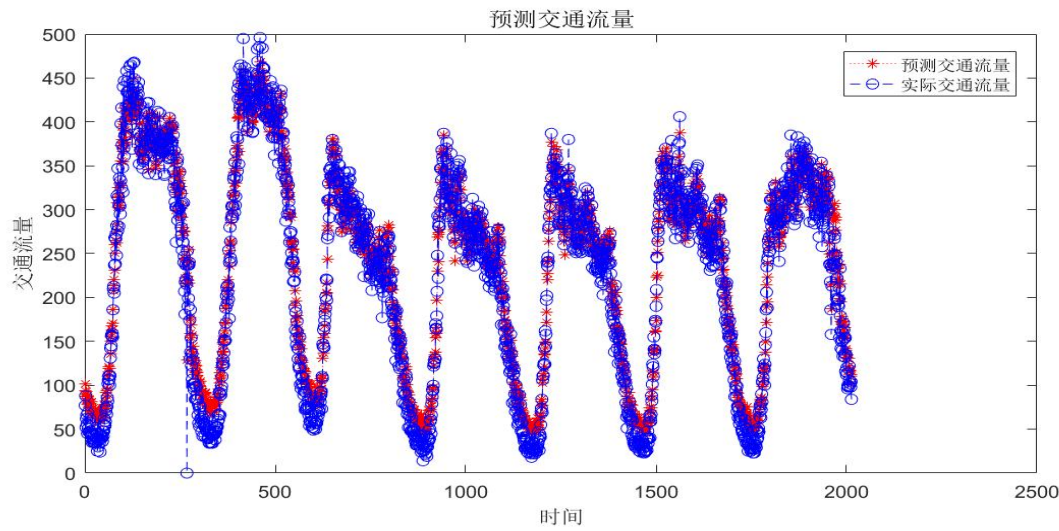


图 5 SVR 模型预测值与实际值比较

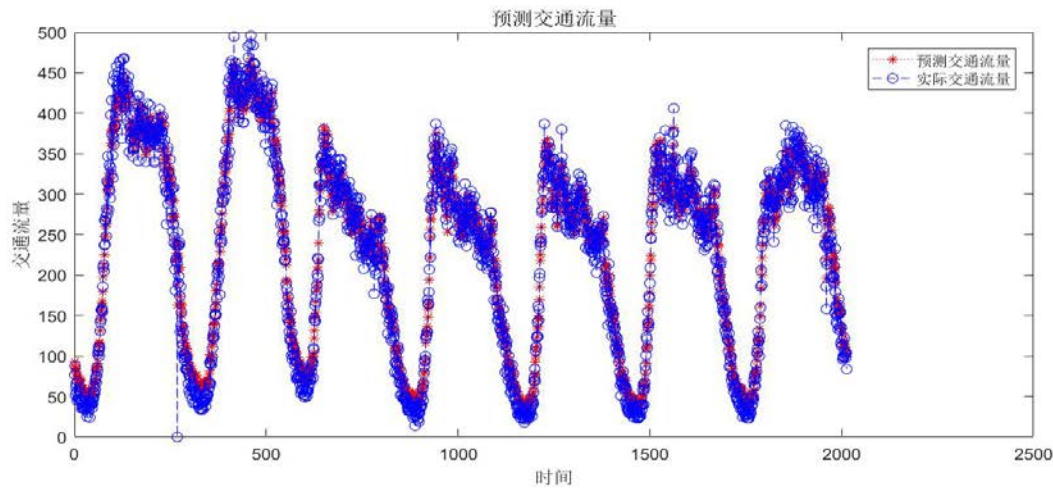


图 6 组合模型预测值与实际值比较

通过观察三种单模型与组合模型的预测值与实际值之间的吻合情况，我们可以发现四种模型的吻合情况都较为良好，其中神经网络的预测值与实测值之间存在较大的误差。然后我们计算每个模型的评价指标，其结果如下表所示

表 2 四种模型估计误差统计表

评价指标	ARIMA	神经网络	SVR	组合模型
RMSE	19.8751	30.4088	18.2644	16.6970
NRMSE	7.67%	11.74%	7.05%	6.44%
SMAPE1	4.09%	6.42%	6.65%	5.09%
SMAPE2	3.21%	5.12%	3.25%	2.92%

通过计算四个模型的评价指标我们可以发现组合模型除了 SMAPE1 指标以外，其它的指标相对于其它三个单模型都有一定程度的提高，这表明组合模型确实在

预测精度上相对于单个模型预测来说有所提高。预测权重系数的加入,使得在预测过程中综合考虑了不同模型的特点及优势。这一特点也使得组合模型相较于单个模型来说具有更好的适用性以及更高的精度。

5 结论

本文采用 ARIMA、神经网络以及 SVR 方法进行短时交通流预测。并通过最优加权法给每个单模型分配权重系数建立组合模型。预测权重系数的引入可以充分发挥各个子模型在不同交通流状况时的预测优势,能够使组合模型的最大绝对误差、平均相对误差以及平均绝对百分比误差大大减小。经验证组合模型对数据的适应性强,预测精度高,是一种有效的短时交通流预测方法。接下来的工作将尝试在定权重组合模型的基础上建立变权重组合模型以及尝试更复杂环境下的建模。

参考文献:

- [1].丁爱玲, 基于统计学习理论的交通流量时间序列预测. 交通信息与安全, 2002. 20(2): 第27-30页.
- [2].高慧, 赵建玉与贾磊, 短时交通流预测方法综述. 济南大学学报(自然科学版), 2008. 22(1): 第88-94页.
- [3].Smith, B.L. and M.J. Demetsky, Traffic Flow Forecasting: Comparison of Modeling Approaches. Journal of Transportation Engineering, 1997. 123(4): p. 261-266.
- [4].刘燕与章洵, 组合预测模型在短时交通流预测中的应用研究. 中国市场, 2010(23).
- [5].Ahmed, M.S. and A.R. Cook, Analysis of freeway traffic time series data by using Box-Jenkins techniques. 1979. 1-9.
- [6].Davis, G.A. and N.L. Nihan, Using time-series designs to estimate changes in freeway level of service, despite missing data. Transportation Research Part A General, 1984. 18(5-6): p. 431-438.
- [7].Smith, B.L. and M.J. Demetsky, Short-term traffic flow prediction models-a comparison of neuralnetwork and nonparametric regression approaches. 1994.
- [8].Voort, M.V.D., M. Dougherty and S. Watson, Combining kohonen maps with arima time series models to forecast traffic flow. Transportation Research Part C Emerging Technologies, 1996. 4(5): p. 307-318.
- [9].Dia, H., An object-oriented neural network approach to short-term traffic forecasting. European Journal of Operational Research, 2001. 131(2): p. 253-261.
- [10].Abdulhai, B., H. Porwal and W. Recker, Short-Term Traffic Flow Prediction Using Neuro-Genetic Algorithms. Intelligent Transportation Systems Journal, 2002. 7(1): p. 3-41.
- [11].J. M. Bates, C.W.J.G., The Combination of Forecasts. Journal of the Operational Research Society, 1969. 20(4): p. 451-468.
- [12].郑为中与史其信, 基于贝叶斯组合模型的短期交通量预测研究. 中国公路学报, 2005. 18(1): 第85-89页.
- [13].杨兆升与谷远利, 实时动态交通流预测模型研究. 公路交通科技, 1998. 15(3): 第4-7页.
- [14].马寿峰, 贺国光与刘豹, 智能交通系统中短时交通流预测系统的研究. 预测, 2004. 23(2): 第28-34页.
- [15].Vapnik, V.N. and A. Lerner, Pattern Recognition Using Generalized Portrait Method. Automation & Remote Control, 1963. 24(6): p. 774-780.
- [16].Vapnik, V.N. and A.Y. Chervonenkis, On the Uniform Convergence of Relative Frequencies of Events to Their Probabilities. Theory of Probability & Its Applications, 1971. 16(2): p. 264-279.
- [17].Vapnik, V.N., Estimation of Dependence Based on Empirical Data. 1982.
- [18].张利, 李星毅与施化吉, 基于ARIMA模型的短时交通流量预测算法研究. 郑州轻工业学院学报:自然科学版, 2008. 23(4): 第89-92页.
- [19].刘芹, 余一娇与谭连生. 一种利用BP神经网络的Internet流量预测算法. in 2003中国计算机大会. 2003.
- [20].雷霆与余镇危, 一种网络流量预测的小波神经网络模型. 计算机应用, 2006. 26(3): 第526-528页.
- [21].Chen, S. and W. Wang. Traffic Volume Forecasting Based on Wavelet Transform and Neural Networks. in Advances in Neural Networks - Issn 2006, Third International Symposium on Neural Networks, Chengdu, China, May 28 - June 1, 2006, Proceedings. 2006.

- [22]. Varshney, K., R Eberhart, J Kennedy, “A new optimizer using particle swarm theory” , In: micro machine and human science, 1995. MHS ‘95, Proceedings of the sixth international symposium on, 1995, p. 39-43. 2015.
- [23]. Sun, J., et al. A Modified Quantum-Behaved Particle Swarm Optimization. in Computational Science - Iccs 2007, International Conference Beijing, China, May 27-30, 2007, Proceedings. 2007.
- [24]. Li L, Chen X, Zhang L. Multimodel Ensemble for Freeway Traffic State Estimations[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2014, 15(3):1323-1336.