

第五章

放射性性质

本章大纲

5.1	基本概念	1	5.3.3	伽马-伽马-密度测量和渗透率估计	20
5.2	天然放射性	2	5.4	中子放射的相互作用	21
5.2.1	岩石中天然伽马射线的起源	2	5.4.1	基础知识	21
5.2.2	矿物中的钾，铀，钍	3	5.4.2	中子测空隙率	24
5.2.3	岩石中的钾、铀和钍含量	5	5.5	反射性测量应用矿物分析	27
5.2.4	光谱和整体测量-API 单位	11	5.5.1	引言	27
5.2.5	应用	12	5.5.2	原理	27
5.2.6	衰变放热	15	5.5.3	例子	28
5.3	伽马辐射的相互作用	17	5.6	伽马-伽马相互作用密度和中子孔隙率结合——多种孔隙率方法	30
5.3.1	基础知识	17	5.6.1	引言	30
5.3.2	伽马-伽马-光电效应测量辨别矿物	19	5.6.2	伽马-伽马辐射密度和中子测量确定岩石组成体积分数	30

5.1 基本概念

放射性通常与物质的原子结构有关：一个原子由一个原子核和一些环绕着核的电子 e^- 组成。电子通常占据不同层级（比如 K,L,M 层级）。原子核是由电中性的中子 n 和带正电的质子 p^+ 组成。表5.1给出了这些成分的基本性质。

表 5.1: 原子性质

	质量 (Kg)	电荷量
质子 p^+	1.67×10^{-27}	$+1.602 \times 10^{-19}C$
中子 n	1.67×10^{-27}	电中性, ± 0
电子 e^-	9.11×10^{-31}	$-1.602 \times 10^{-19}C$

原子的质子数是原子的序数 Z 。一个电中性，原子序数为 Z 的原子有 Z 个环绕电子。原子的质子数和中子数的和是原子的质量数 A 。

某种元素通常表示成 ${}_Z\text{元素符号}^A$ 。比如，氦元素可以表示为 ${}_2\text{He}^4$ 。

每一个元素有一系列独特的离散的能级。一个稳定的原子核处于最低的能级（基态）。位于更高的能级时，它处于激发态，不稳定。在降低至最小能级的过程中，原子核会释放能量。

这种衰变过程所需的时间从几分之一秒到数百万年不等，具体取决于元素种类。衰变过程遵循等式：

$$N(t) = N_0 \cdot \exp(-C_d \cot t) = N_0 \cdot \exp(-0.693 \cdot \frac{t}{t_{1/2}}) \quad (5.1)$$

N_0 表示开始计算时原子核数目， $N(t)$ 表示 t 时间后原子核数目， C_d 表示该种元素衰减系数， $t_{1/2}$ 表示该种元素半衰期。

在统计学中，原子核衰变过程可以用泊松分布来表示。对于泊松分布，标准差 σ 与观测到的核数 n 有关

$$\sigma = \sqrt{n} \quad (5.2)$$

对于实际测量，这会导致不确定度由测量得到的核数控制；所以，这依赖于辐射的强度，检测的灵敏度和观测时间。因此，这限制了放射性测量工具记录的速度，必须快速记录。

5.2 天然放射性

有三种天然放射性粒子流：

1. 阿尔法射线（带正电的粒子辐射）
2. 贝塔射线（带负电的粒子辐射）
3. 伽马射线（高能电磁波，光子）

阿尔法和贝塔射线的穿透深度都很小。所以在实际应用中，通常采用伽马射线。

伽马射线的能量通常写成电压 (eV) 形式，或者频率 (Hz) 形式：

$$E = h \cdot f = 4.1357 \cdot 10^{-15} \cdot f \quad (5.3)$$

h 是普朗克常数 $h = 4.1357 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} = 6.6261 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ 。

5.2.1 岩石中天然伽马射线的起源

元素通常有多种同位素形式。如果这些同位素不稳定，它们就会衰变到稳定形式，并且放出辐射。天然岩石中只有三种放射性衰减过程，产生可以测量的伽马射线：

- 铀元素（半衰期 $4.4 \cdot 10^9$ 年）
- 钍元素（半衰期 $1.4 \cdot 10^9$ 年）
- 钾元素 K^{40} （半衰期 $1.3 \cdot 10^9$ 年）

铀元素 $U-238(^{92}_{92}U^{238})$ 和钍元素 $Th-232(^{90}_{90}Th^{232})$ 经过一系列的衰变，最终分别得到稳定的铅元素 $Pb-206(^{82}_{82}Pb^{206})$ 和 $Pb-208(^{82}_{82}Pb^{208})$ 。衰变得过程导致辐射光谱中出现离散的能级。铀元素和钍元素的光谱中都有特征性的尖峰：铀元素为 1.76MeV，钍元素为 2.62MeV。

0.0119% 钾元素是放射性同位素 $^{40}_{19}K$ 。衰变过程释放能量为 1.46MeV 的伽马射线。衰变的最终产物是氩元素 ($^{40}_{18}Ar$) 图5.1

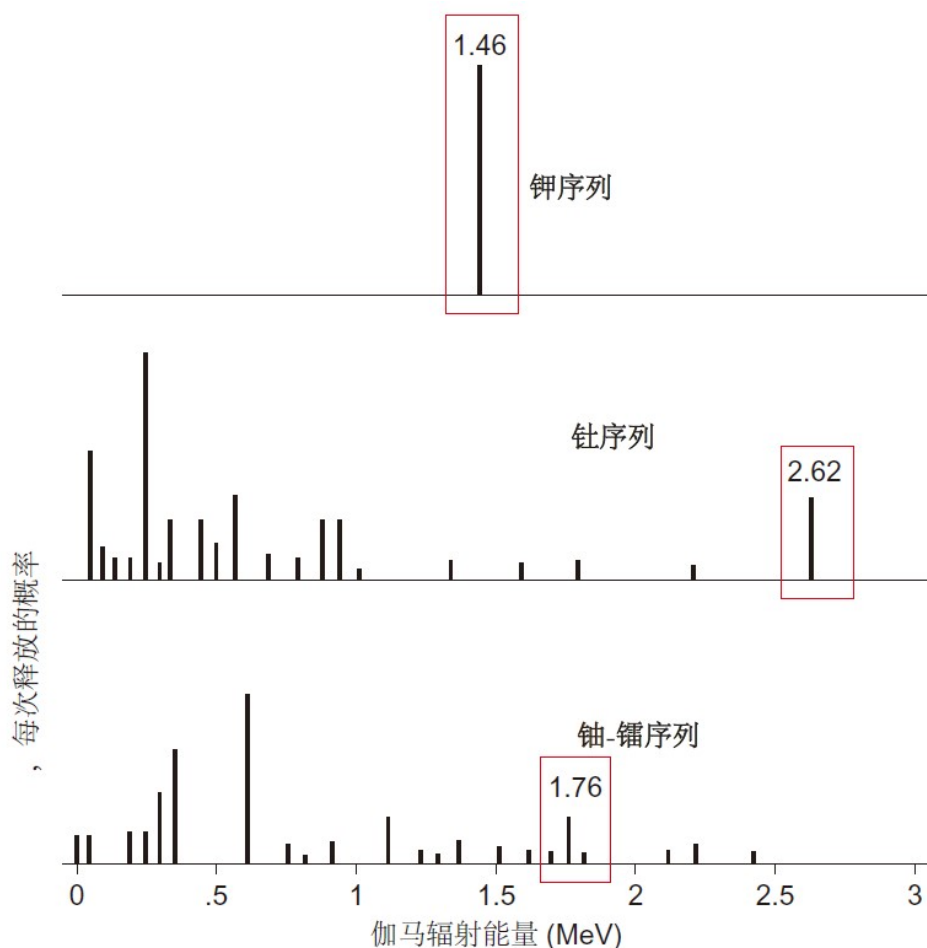


图 5.1: 铀元素，钍元素，钾元素衰变释放的伽马射线中的能量。垂直线段的长度与辐射强度成比例 Schlumberger(1989a,b)

5.2.2 矿物中的钾，铀，钍

钾元素广泛地以化学方式结合在许多矿物中；有三类主要的含钾矿物：

1. 黏土矿物，钾元素通常或者存在于矿物结构中，或者被黏土颗粒吸收；一个实例是伊利石 $((K, H_3O)Al_2(Si_3Al)O_{10}(H_2O, OH)_2)$ 。不同黏土矿物中地钾元素含量也不同：伊利石钾含量高 (3.5 – 8.3%)，相反高岭石钾含量比较低。
2. 成岩矿物，钾元素以化学方式存在于矿物结构中；经典的例子是钾长石 (正长石 $KAlSi_3O_8$ ，微斜长石 $KAlSi_3O_8$) 和云母。
3. 盐结晶，钾元素通常保存为盐（钾盐 KCl ，光卤石 $KCl \cdot MgCl_2 \cdot (H_2O)_6$ ）。

钾元素被看作是“起源于侵蚀的元素，它常常被剥蚀和长距离搬运” (Baker Atlas, 1985)

钍元素通常与酸性或中性岩石关联。它非常的稳定并且不会被溶解。由于风化和搬运作用，钍元素与碎屑沉积物一起沉积，从不沉积在纯化学物质沉积物中（碳酸盐、文石）。因此，在碳酸盐岩储层中，钍元素是非常重要的黏土指示物。由于被粘土矿物吸附，它和其他富集的重矿物一起沉积在海洋中。所以，钍通常被认为是一种海洋元素 (Baker Atlas, 1985)

铀元素也通常与酸性或中性岩石关联——通常浓度为 4.65ppm。由于风化和搬运，不像钾元素和钍元素，铀元素可以被溶解，会被搬运到河流或者海洋中。铀盐不稳定，会进入沉积物中。铀元素进入沉积物中有三种途径 (Serra 1984, 2004)

1. 在酸性还原环境下化学沉降 (pH 2.5-4.0)
2. 被植物或动物吸收
3. 与磷反应

酸还原条件尤其存在于停滞、缺氧的水中。沉降率相对较低，通常会产生黑色页岩。*(Rider, 1986)*

受搬运、沉积过程以及化学环境控制，铀存在于碎屑和化学沉积物（页岩、砂岩、砾岩、碳酸盐岩），也常见于凝灰岩和磷酸盐中。在还原作用下形成的富含有机物的碳酸盐岩中，铀的含量通常非常高。这些放射性的碳酸盐岩是丰富的储层。铀也被粘土矿物吸附；页岩中铀含量过高表明页岩为烃源岩。*(Baker Atlas, 1985)*

Rider, 1996 指出“铀元素作为一种独立的成分，它没有像钾一样结合于岩石的化学结构，反而松散的与第二成分结合。因此，它在沉积物中的分布非常不均匀。

三种放射性成分的主要发生情况如下 *(Schilumberger, 1982)*:

1. 钾：云母，钾长石，黏土，放射性盐岩
2. 钍：页岩，重矿物
3. 铀：磷矿，有机质

表5.2给出矿物的钾、铀和钍含量。一些重要的造岩矿物如石英，方解石，白云石和硬石膏没有列出。因为作为矿物，它们与钾、铀和钍无关。

表 5.2: 一些矿物的钾、铀和钍含量；[] 中的值表明平均值

矿物	钾 (%)	铀 (ppm)	钍 (ppm)	来源
斜长石	0.54	0.02-5.0	0.01-3.0	BA
	0.54	0.2-5.0	0.5-3.0	Sch
正长石	11.8-14.0	0.2-3.0	0.01-7.0	BA
	11.8 ^a (14 理想状态)	0.2-3.0	3-7	Sch
微斜长石	10.9	0.2-3.0	0.01-7.0	BA
	10.9 ^a (16 理想状态)			Sch
黑云母	6.2-10	1-40	0.5-50	Hu
	6.2-10.1[8.5]	1-40	0.5-50	Sch
	6.7-8.3		< 0.01	BA
白云母	7.8-9.8		0-25	Hu
	7.8-9.8	2-8	< 0.01	BA
	7.9(9.8 理想状态)		10-25 ^b	Sch
伊利石	3.5-8.3	1-5	10-25	Hu
	4.5	1.5	< 2.0	BA
	3.5-8.3[6.1]	1.5	10-25	Sch
高岭石	0-0.6	1-12	6-47	Hu
	0.42	1.5-3	6-19	BA
	0-0.6 ^c [0.35]	1.5-9	6-42	Sch
绿泥石	0-0.3		3-5	Hu
	0-0.35[0.1]			Sch

蒙皂石	0-1.5	1-21	6-44	Hu
	0-0.6[0.22]		10-24	Ri
蒙脱石	0.16	2-5	14-24	BA
	0-4.9 ^d [1.6]	2-5	10-24	Sch
铝土矿		3-30[8.0]	8-132[42]	BA
		3-30	10-132	Sch
膨润土	< 0.5	1-21[5.0]	6-50	BA
		1-36	4-55	Sch
海绿石	5.08-5.30			BA
	3.2-5.8[4.5]		< 10	Sch
	3.2-5.8[4.5]		2-8	Ri
磷酸盐		1000-350	1-5	BA
锆石		300-3000	100-2500	BA
楣石		100-700	100-600	BA
绿帘石		20-50	50-500	BA
磷灰石		5-150	20-150	BA
独居石		500-3000	(2.5 – 20) * 10 ⁴	BA
钾盐	52.4			Sch
菱镁矿	18.8			Sch
凯因石	15.7			Sch
光卤石	14.1			Sch

表中：BA 指 (*Baker Atlas, 1985*), Ri 指 (*Rider, 1986*), Sch 指 (*Schlumberger, 1983*), Hu 指 (*Hurst, 1990*)

a: 指初始搬运 *b*: 没有钍的纯白云母。然而，在沉积岩中，白云母的沉积（或云母）通常伴随着更细的重矿物沉积，重矿物承载铀和钍。*c*: 由于长石降解不完全，高岭石有时含有更多的 *K*。自生高岭石不含 *K* 和 *Th* *d*: 一些蒙脱石可能对应于不完全降解的白云母或不完整的通过成岩作用转化为伊利石

表 5.3: 铀、钍和钾在地壳中的平均含量值。来自 **Heier and Rogers(1963)[H]** 和 **Prutkina and Saskin(1975)[P]**

地壳类别	钾 (%)	铀 (ppm)	钍 (ppm)	来源
地壳	2.5	2.5	13	P
地壳	2.1	2.1	7.8	H
大洋地壳	0.87	0.64	2.8	H
大陆地壳	2.6	2.8	10	H

5.2.3 岩石中的钾、铀和钍含量

岩石的天然放射性是由于三种放射性元素：铀、钍和钾的分布。铀、钍和钾在不同地壳岩石中的浓度变化很大，这是因为不同岩石的矿物组成，成因和环境不同。地壳的平均含量在表5.3中展示。一些挑选过的值在表5.4中。更多数据在 (*Hacck 1982 and Clark 1966*) 中可以被找到。

表5.4展示了不同岩石的铀、钍和钾含量。这与岩石对应的造岩矿物中元素含量对应（表5.2）。

表 5.4: 一些岩石中的钾, 铀和钍的含量

岩石种类	钾 (%)	铀 (ppm)	钍 (ppm)	来源
侵入岩				
花岗岩	2.75-4.26	3.6-4.7	19-20	BA
花岗质岩石 (平均)	4.11	4.35	15.2	Sch
花岗质岩石	2.3-4.0	2.1-7.0	8.3-40	Do
黑云母花岗岩	3.4	4.0	15	D
正长岩	2.7-4.9	2500	1300	BA
	2.63	2500	1338	Sch
辉长岩	0.46-0.58	0.84-0.90	2.70-2.85	Sch
花岗闪长岩	2-2.5	2.6	9.3-11	BA, Sch
	2.3	2.1	8.3	Do
闪长岩	1.1	2.0	8.5	BA, Sch
	1.8	1.8	6.0	Do
纯橄榄岩	< 0.02	< 0.01	< 0.01	BA, ch
纯橄榄岩辉石岩	0.15	0.03	0.08	D
橄榄岩	0.2	0.01	0.05	BA, Sch
喷出岩				
流纹岩	4.2	5.0		BA
	2-4	2.5-5	6-15	Sch
粗面岩	5.7	2-7	9-25	Sch
碱性玄武岩	0.61	0.99	4.6	BA, Sch
高地玄武岩	0.61	0.53	1.96	Sch
安山岩	1.7	0.8	1.9	Sch
	1.7	1.2	4.0	D
英安岩	2.3	2.5	10.0	D
英安流纹岩	3.7	4.7	19	Do
变质岩				
片麻岩-瑞士阿尔卑斯山	0.32-4.7[3.11]	0.9-24[4.95]	1.2-25.7[13.1]	RyCe
片麻岩 (KTB, 德国)	2.28 ± 0.17	2.6 ± 1.2	8.2 ± 2.0	B
榴辉岩	0.8	0.2	0.4	D
角闪石-瑞士阿尔卑斯山	0.11-2.22[1.23]	0-7.8[1.65]	0.01-13.7[3.0]	RyCe
角闪石	0.6	0.7	1.8	Do
准基性岩 (KTB, 德国)	0.6 ± 0.5	2.5 ± 1.6	2.5 ± 1.6	B
片岩-瑞士阿尔卑斯山	0.39-4.44[2.23]	0.4-3.7[2.14]	1.6-17.2[9.73]	RyCe
石英岩	0.6	0.8	3.1	D
	0.9	0.6	1.8	R
大理岩	0.2	1.1	2.2	D
沉积岩				
碳酸盐岩	0.0-2.0[0.3]	2.8-2.5[2.2]	0.1-7.0[1.7]	BA
石灰岩	0.3	1.6	1.8	D
	0.3	2.0	1.5	R
白云岩	0.4	3.7	2.8	D
	0.7	1.0	0.8	R

表 5.5: 火成岩中铀、钍和钾平均含量。来自 (*Dortman (1976), Saporosec (1978), Fertl (1979), Kobranova (1989)*)

岩石种类	铀 (ppm)	钍 (ppm)	钾 (%)	钍/铀
花岗岩	4-7	15-40	3.4-40	3.5-5.6
花岗闪长岩	2.1	8.3	2.3	4.0
闪长岩	1.8	6.0	1.8	3.3
辉长岩，辉绿岩	0.6	1.8	0.7	3.0
橄榄岩	0.03	0.08	0.15	2.7
玄武岩	0.7	2.3	1.0	3.2

泥灰岩	0.8	2.8	2.5	D
硬石膏	0.4	0.1	0.3	R
盐岩	0.1	0.02	0.3	R
砂岩	0.7-3.8[1.1]	0.2-0.6[0.5]	0.7-2.0[1.7]	BA
硬砂岩	1.3	2.0	7.0	R
页岩 (200 个样品)	2.0	6.0	12.0	BA
普通页岩	1.6-4.2[2.7]	2-13	3-47	BA
页岩	2.7	3.7	12	R
含油页岩 (科罗拉多)	< 4.0	最高 500	1-30	BA
黑页岩	2.6	20.2	10.9	R
标准成分北美页岩	3.2	2.66	12.3	KGS
黏土 (北大西洋，加勒比)	2.5	2.1	11	KaHa
黏土 (更新世)	1.9-2.5	1.1-3.8	5.7-10.2	
黏土, 泥 (第三纪)	1.3-3.1	1.2-4.3	1.4-9.3	

BA,*Baker Atlas(1985)*; Sch,*Schlumberger (1982)*; Do, *Dortman (1976)*; RyCe, *Rybach and Cermak (1982)*; B, *Buker et al. (1989)*; KaHa, *Kappelmeyer and Haenel (1974)*; D, *Dobrynin et al. (2004)*; R, *Rybach (1976)*; KGS, *Kanas Geological Survey (2010)*. [] 中的值表示平均

图 5.2: 岩石天然放射性大体趋势

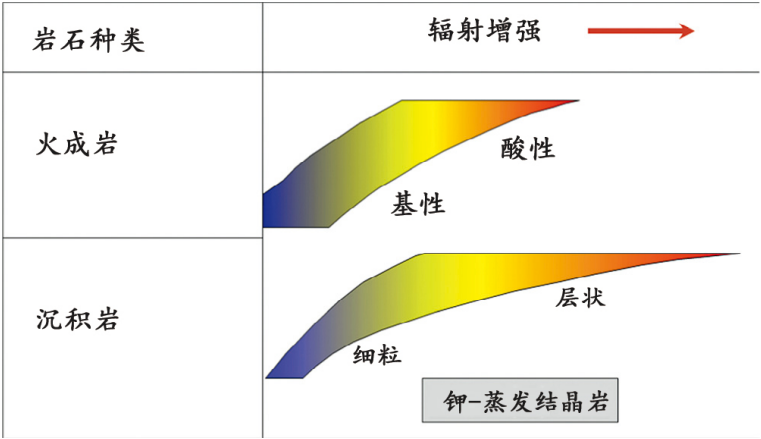


图5.2表示了由于钾、铀和钍的分布导致的岩石中天然放射性的大体趋势。

- 火成岩的放射性从基性岩到酸性岩递增。

- 沉积岩的放射性从砂岩到页岩递增，因为黏土矿物的成分增加。

5.2.3.1 火成岩 通常情况下，这三种元素在酸性岩石中比基性岩更多。有一个例外是碱性长石类岩石。岩浆岩中的高放射性主要与含铀和钍的副矿物的存在有关 (*Kobranova, 1989*)。在每种岩石类型中，元素含量的分布所产生的放射性是有代表性的。(表5.5)

表 5.6: 一些火成岩的铀、钍和钾含量，源自 USGS; *Adams and Gasparini 1970*

岩石种类	铀 (ppm)	钍 (ppm)	钾 (%)
酸性侵入			
花岗岩			
罗德岛	1.32-3.4(1.99)	21.5-26.6(25.2)	3.92-4.8(4.51)
罗德岛	1.3-4.7(4)	6.5-80(52)	5.06-7.4(5.48)
前寒武纪	3.2-4.6	14-27	2-6
平均	4.35	15.2	4.11
正长岩	2500	1338	2.63
基性侵入			
辉长岩	0.84-0.9	2.7-3.85	0.46-0.58
花岗闪长岩	2.6	9.3-11	2-2.5
闪长岩	2	8.5	1.1
纯橄岩	0.01	0.01	0.02
橄榄岩	0.01	0.05	0.2
酸性喷出			
流纹岩	2.5-5	6-15	2-4
粗面岩	2-7	9-25	5.7
基性喷出			
碱性玄武岩	0.99	4.6	0.61
高地玄武岩 (俄勒冈)	0.53	1.96	0.61
碱性橄榄石	1.4	3.9	1.4
玄武岩	1.2-2.2(1.73)	5.5-15(6.81)	1.4-3.23(1.68)

为了比较，表5.6表明了 USGS 标准中的放射性值和范围。

5.2.3.2 变质岩 变质岩中铀、钍和钾的含量是由离析物（火成岩或沉积岩）的原始含量决定，并且可能已被变质过程改变。元素被吸附，并根据变质程度重新分配 (*Rybach and Cermak, 1982*)。图5.3显示取自 KTB 的样本测量值以及两个主要岩性单元的分布。

放射性元素的含量经常随着变质作用的增加而减少。*Rybach and Cermak(1982)* 发现，“在麻粒岩相的岩石中，由渐进的变质作用引起的铀和钍的减少最为明显。……由于脱水反应（中地壳水平）或由于地壳底部附近的部分熔化（混合岩），引起铀和钍有向上的地壳迁移趋势……钾似乎或多或少不受这些过程的影响”。变质岩的平均 Th/U 比值可能会偏离典型的侵入岩的值（表5.7）。“这是由于钾、钍和铀在变质过程中的不等损失，其中铀的迁移性有很大影响”，根据 *Haack (1982)*。

5.2.3.3 沉积岩 “在沉积岩中，相对平均丰度的可预测性低于在火成岩中。平均而言，钾的有效浓度较低，钍和铀的含量大致相同。作为一类沉积岩，碳酸盐岩的天然放射性最低……

图 5.3: 0-3900 米的间隔的钻孔岩心伽马射线计数率频率分布；n，测量数；1、变基岩；2、片麻岩。(Bucker et al. 1989)

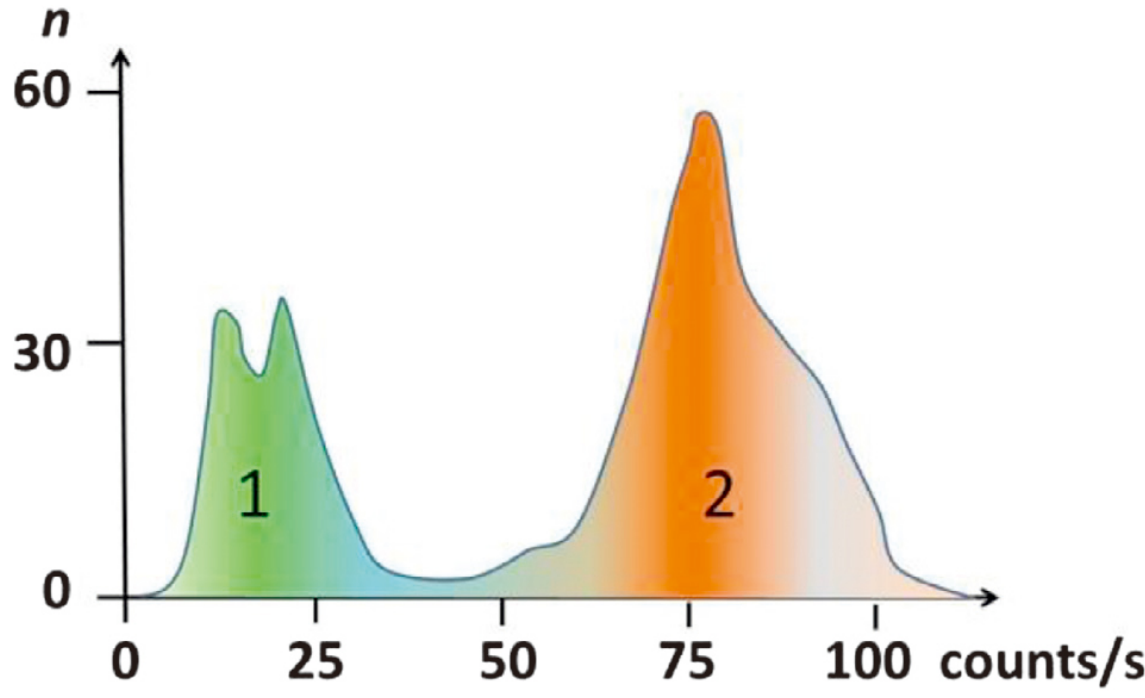


表 5.7: 变质岩中铀、钍和钾含量以及 Th/U 的平均值和范围。D, Dortman (1976); B, Bucker (1989); R, Rybach and Cermak (1982); P, Puzankov et al.(1977) and Rybach (1976)

岩石种类	铀 (ppm)	钍 (ppm)	钾 (%)	钍/铀	来源
石英岩-瑞士阿尔卑斯山	0.4	2.2	1.06	5.5	R
	0.2-0.6	2.1-2.3	0.95-1.16		
片麻岩 (KTB, 德国)	2.8 ± 1.2	8.2 ± 2.0	2.28 ± 0.17	3.2	B
片麻岩-瑞士阿尔卑斯山	4.95	13.1	3.11	2.64	R
	0.9-24	1.2-25.7	0.32-4.71	0.69-8.2	
榴辉岩	0.2	0.4	0.8	2.0	D
角闪石	0.7	1.8	0.6	2.6	D
角闪石-瑞士阿尔卑斯山	1.65	3.0	1.23	1.82	R
	0-7.8	0.01-13.7	0.11-2.22	0.01-3.5	
准基性岩 (KTB, 德国)	0.6 ± 0.5	2.5 ± 1.6	1.05 ± 0.16	4.2	B
斜长屑混合岩	0.8	2.3	1.7	2.9	D
硅线石-堇青石片麻岩	1.3	4.2	2.6	3.2	D
片岩-瑞士阿尔卑斯山	2.14	9.73	2.23	4.6	R
	0.4-3.7	1.6-17.2	0.39-4.44	0.25-2.28	
板岩-勘察加半岛	2.0	6.4	1.83	3.2	P

一般来说，页岩比其他沉积岩具有更强的天然放射性；因此，伽马射线探仪可用于区分页岩和其他沉积岩”。Hearst and Nelson, 1985

黏土成分与沉积岩的放射性强度的相关性对识别储层非常重要：

- 分辨黏土层和砂层
- 确定黏土成分

- 识别黏土类型

如果可以进行伽马射线光谱测量，推荐使用钍和钾进行页岩成分推导。*Fertl(1983)* 指出伽马射线光谱记录的钍曲线允许定量测量粘土体积，尽管存在铀和钾的影响。（可能是由于云母，尤其是白云母，例如在北海的侏罗纪砂岩）。

一些关于砂岩的天然放射性讨论实例在 *Schulumberger (1982)*：

长石砂岩或弧形砂岩有含钾的长石砂：因此它们显示出非常低的 Th/K 比率 ($< 10^{-4}$ ，同时也有比纯石英 ($2.65 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$) 低的基质密度，因为长石的低密度 ($2.52 - 2.53 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$)。

云母砂岩：云母含钾；因此，钾云母砂岩的钾含量高于纯砂岩。由于含含钍矿物，钍含量也较高。因此，Th/K 比率接近于 2.5×10^{-4} 。云母砂岩的密度高于纯石英的密度，因为云母密度较高 ($2.8 - 3.1 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$)。

砂岩中的重矿物：重矿物如锆石、花岗岩、独居石等是含钍和铀的。因此，在这些砂岩中，只有钍和铀含量高；钾水平非常低。因此，这种类型的砂岩显示出非常高的 Th/K 比率。

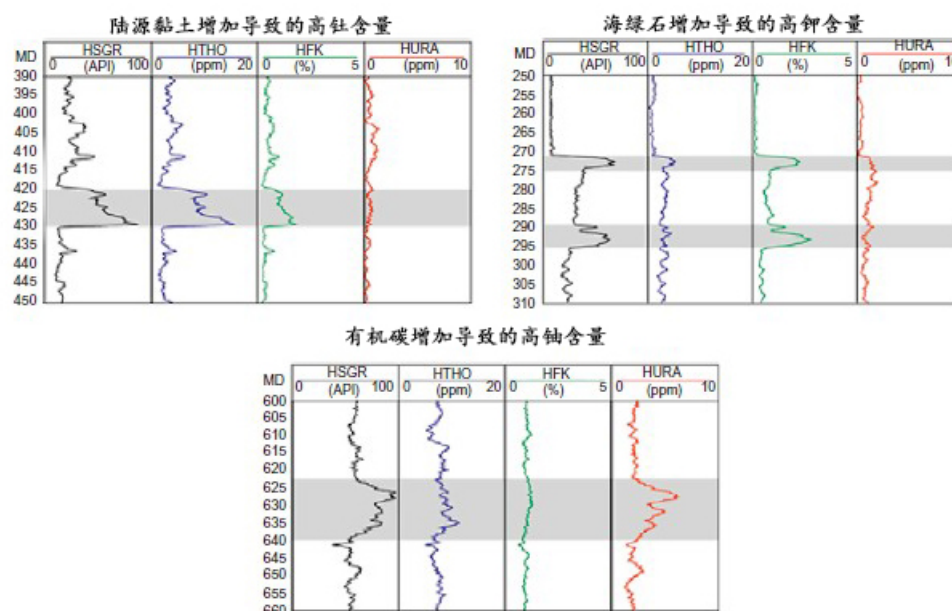


图 5.4: 三种典型的伽马射线光谱测量；来自大洋钻探项目 181 和 189

参考粘土矿物和页岩中存在的钍、铀、钾的发生机理，*Rider (1996)* 说：“总结：指示页岩的存在，大多数情况下可以使用钍，部分情况下可以使用钾，但根本不应该使用铀。这显然对伽马射线记录的使用有影响：它不一定是合适的页岩探测方法”。

图5.4显示了三种典型的伽马射线光谱测量。

在碳酸盐岩系列中，总的伽马强度是较差的粘土指标，因为测量值与粘土含量无关，而是与铀的存在有关。典型案例是图5.5：

- 无放射性碳酸盐（化学来源），具有钍和钾含量接近于零。如果铀含量也为零，则该碳酸盐在氧化环境中沉淀。
- 如果铀含量变化，则碳酸盐可能是沉积在还原环境中，或对应于碳酸盐中的柱石（其中含有杂质，如铀、有机物甚至粘土矿物），或含磷酸盐。

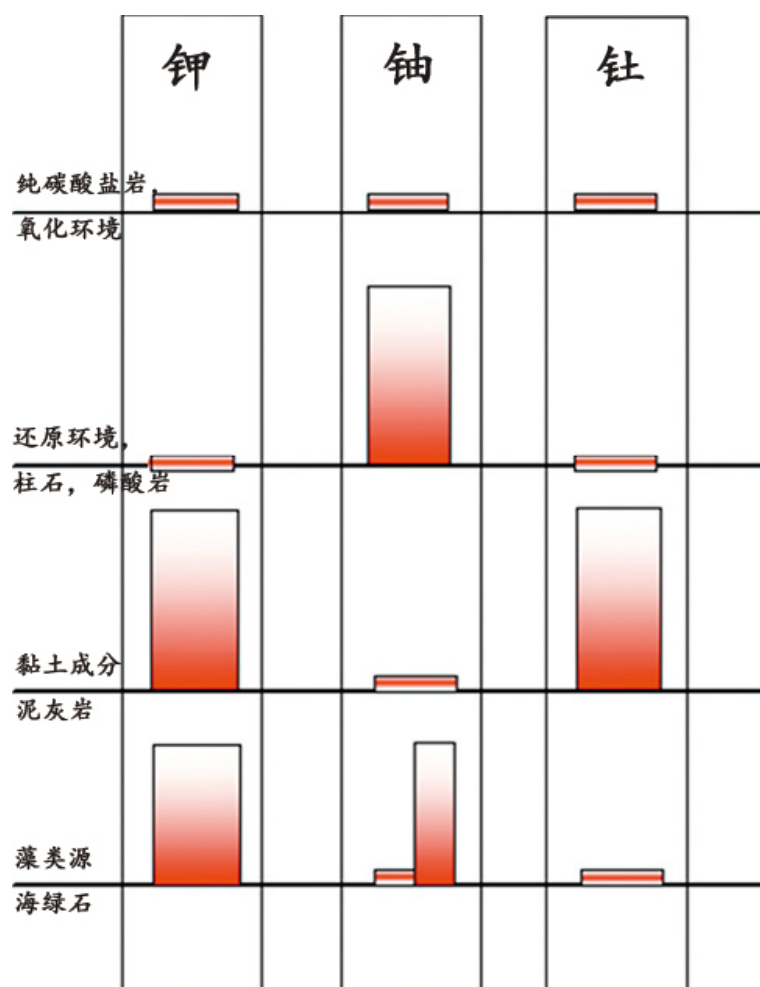


图 5.5: 碳酸盐岩中的伽马射线

- 如果钍和钾与铀一起存在，这表明碳酸盐中存在粘土（粘土碳酸盐到泥灰岩）。
- 如果钾存在或不存在铀，它可以对应于藻类来源的碳酸盐岩或海绿石碳酸盐岩。

5.2.4 光谱和整体测量-API 单位

在地球物理现场实际测量中，测量伽马辐射的两种技术是：光谱测量和整体测量。

图5.6展示了一个全光谱测量页岩区的例子。

对于大部分应用场景，光谱测量技术是通过数据简化实现的：整个光谱分为三个窗口：

1. 第一个窗口 1.3-1.6MeV 含有 K 能量峰 (1.46MeV)
2. 第二个窗口 1.6-2.4MeV 含有 U 能量峰 (1.76MeV)
3. 第三个窗口 2.4-2.8MeV 含有 Th 能量峰 (2.61MeV)

处理过程，所谓的“光谱分离” (比如 *Ellis, 1987; Hearst and Nelson, 1985*)，解决了三种元素混合的矩阵算法问题。

在许多情况下，会应用“整体测量技术”：在一个固定的能量水平，测量所有能量。因此，整体测量是三个元素贡献的总和。

$$I_{API} = k \cdot (a \cdot K + U + b \cdot Th) \quad (5.4)$$

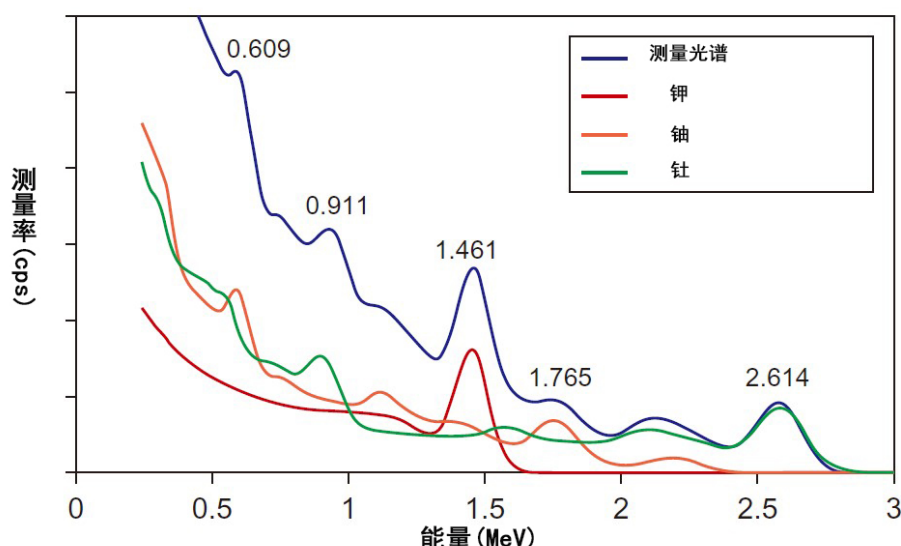


图 5.6: 页岩区中钍、钾、铀成分的伽马射线光谱

U 和 Th 单位是 ppm, K 是%。k 是仪器的常数, a 是与 1%K 产生相同辐射的 U 的浓度值 (ppm), b 是与 1ppmTh 产生相同辐射的 U 的浓度值 (ppm)(Hearst and Nelson, 1985)。

伽马辐射测量的单位由美国石油协会 (API) 确立。该标准允许在不同的伽马射线计数设备之间进行比较。API 单位由美国休斯顿大学的试验坑校准。美国石油协会 (API) 单位标准设施由混凝土建造, 掺有镭以提供铀衰变系列, 独居石矿石作为钍的来源和云母作为钾的来源。该设施有 4.07%K、24.2ppm Th 和 13.1 ppm U (Ellis, 1987)。该标准设施测量值为 200 个 API, 等于页岩平均值的两倍。表 5.8 给出了一些造岩矿物的平均 API 值。

表 5.8: 伽马辐射平均 API 值

物质	API
石英, 方解石, 白云石	0
斜长石 (钠长石, 钙长石)	0
碱性长石 (正长石, 微斜长石)	≈ 220
白云母	≈ 270
黑云母	≈ 275
高岭石	80 – 130
伊利石	250 – 300
绿泥石	180 – 250
蒙脱石	150-200
钾盐	500+
光卤石	≈ 220

5.2.5 应用

5.2.5.1 岩石剖面 在火成岩中, 总的趋势是辐射强度从超基性到酸性岩石逐渐增加。这归因于较高的铀、钍含量和云母、碱长石中的钾含量。岩石成分的改变可以改变放射性。

在沉积岩中, 无放射性的碳酸盐和砂岩通常显示最低值。放射性随着页岩含量的增加而增加。最高值来自黑色海相页岩。但有一些重要的具体的高辐射情况:

- 长石、云母、海绿石（绿砂）含量高的砂岩。
- 还原环境中的碳酸盐岩、柱石、磷酸盐。

伽马辐射记录允许进行（定性）岩性分析。无放射性（砂岩、碳酸盐岩）和页岩部分可以被分开。在地质应用中，伽马辐射记录是一个工具可以面向：

- 通过典型的河道曲线形状进行沉积学研究，上部粗糙、上部分选好等形态
- 沉积区井间对比及趋势推导

5.2.5.2 页岩成分估计 利用天然伽马辐射光谱数据是最好的确定黏土体积的方法...

Fertl(1983)

页岩含量估计值可以从基于伽马测量的页岩含量与放射性同位素含量之间的相关性得到。假设只有页岩或粘土产生辐射；不存在其他“放射性矿物质”。

对于这种应用，在许多情况下使用整体测量。为了消除铀含量变化的影响，建议测量钾和钍的光谱能量贡献。

分析包含两步：

第一步：

计算伽马辐射系数 I_{GR} ：这是实际的伽马读数通过无放射性岩石的值（最小伽马读数）和页岩（最大伽马读数）归一化：

$$I_{GR} = \frac{GR - GR_{cn}}{GR_{sh} - GR_{cn}} \quad (5.5)$$

GR_{cn} 是没有页岩的记录， GR_{sh} 是页岩区的记录， GR 是观测区的记录。

这个归一化对于无放射性岩石 $I_{GR} = 0$ ，对于页岩 (100% 页岩) $I_{GR} = 1$ 。

第二步：

将伽马辐射系数转换为页岩含量：对于这一转换，推荐使用经验公式。一下是经验公式，图5.4给了一个例子。线性相关在所有情况下给出最高的页岩含量图5.7。

$$V_{sh} = I_{GR} \quad \text{Linear relationship (upper limit)} \quad (5.6)$$

$$V_{sh} = 0.083 \cdot (2^{3.7 \cdot I_{GR}} - 1) \quad \text{Tertiary clastics} \quad (5.7)$$

$$V_{sh} = 0.33 \cdot (2^{2.0 \cdot I_{GR}} - 1) \quad \text{Mesozoic and older rocks} \quad (5.8)$$

5.2.5.3 黏土矿物种类 钍和钾是“重要的矿物质”放射性成分。粘土矿物（以及云母和长石）的特征在于不同比例的钍与钾。图5.8中的两种元素或不同位置。这可用于估计主要粘土地层中的矿物，也可用于检测云母或长石。

图5.8（下图）展示了一个例子（古生代碳酸盐岩与巴伦支海的碳酸盐岩和硅质碎屑岩混合）。1 区显示混合层粘土或伊利石；5 区显示出海绿岩或长石岩，砂岩与云母和伊利石。

Hurst (1990) 发表了批判 Th-K 作图识别砂岩的黏土种类的分析。主要原因是：

- 高岭石和绿泥石可忽略的钾含量
- 钍形成粉砂大小的离散自生矿物，而不是吸附在粘土矿物表面的趋势
- 不足的数据库和统计分析基础

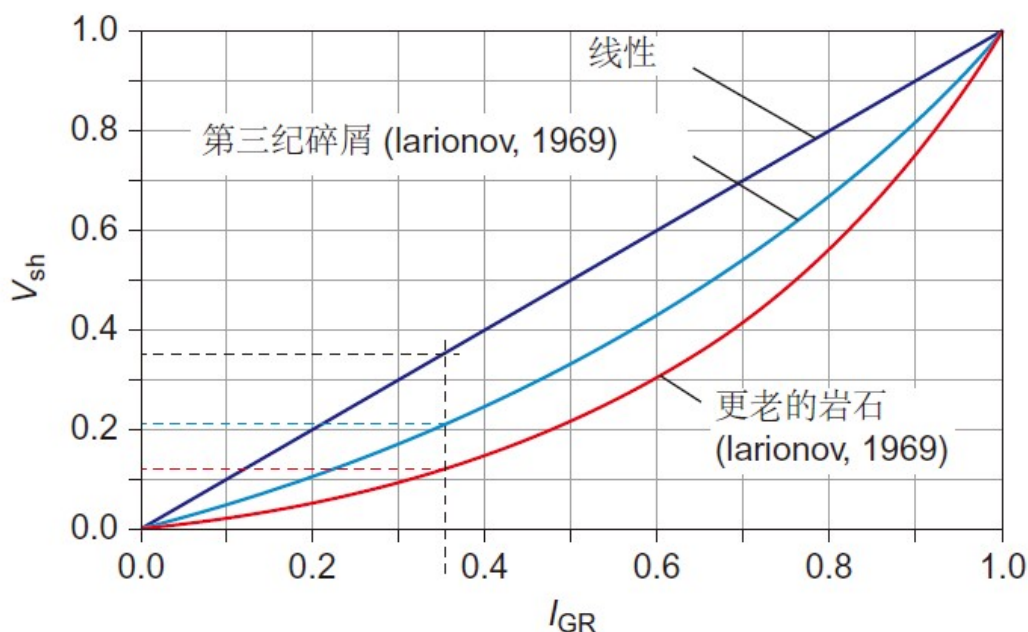


图 5.7: 伽马辐射系数 I_{GR} 和页岩含量 V_{sh} 的关系。作为例子 $I_{GR} = 0.35$ (打点的线), 对于线性关系有 $V_{sh} = 0.35$ 。 $V_{sh} = 0.21$ 对于第三纪碎屑, $V_{sh} = 0.12$ 对于中生代或更老的碎屑。

5.2.5.4 源岩识别 对于源岩的研究, 铀在不同环境下的行为尤为重要。(Fertl, 1979) 利用 Th/U 比率作为衡量标准:

- $Th/U > 7 \rightarrow$ 陆相, 氧化环境
- $Th/U < 7 \rightarrow$ 海相, 灰-绿页岩
- $Th/U < 2 \rightarrow$ 碱性, 黑色页岩, 磷酸岩

在停滞、缺氧的水中会发生极高的吸附作用 (通常产生黑色页岩), 沉积物沉积率低 (例如北海侏罗纪热页岩)。

图5.9展示了泥盆纪黑色页岩中 Th/U 值和有机碳含量的强相关性。

油气储层中观测到的天然伽马辐射强度变化与原油中铀的含量有关表5.9还有在生产过程中的成分改变 (Fertl 1983)。异常高的伽马辐射值在水油接触和采完油且注满水的地层中检测到 (Doering and Smith, 1974; Fertl, 1983; Khusnullin, 1973; Kin and Bradley, 1977; Lehnert and Just, 1979)。

表 5.9: 部分原油中铀含量 Fertl (1983)

位置	铀 ($10^{-3} ppm$)	位置	铀 ($10^{-3} ppm$)
阿肯色	0.5-2.5	俄克拉荷马	0.32-1.98
科罗拉多	0.17-0.7	堪萨斯	0.28-2.6
蒙塔纳	0.12	怀俄明	0.24-13.5
新墨西哥	0.54	利比亚	15.0

Toulhoat et al. (1989) 在低渗透性地层 (含水层) 中进行抽水实验, 研究了原位研究离子的保留行为, 并发现由于泵压过程, 铀含量明显减少。

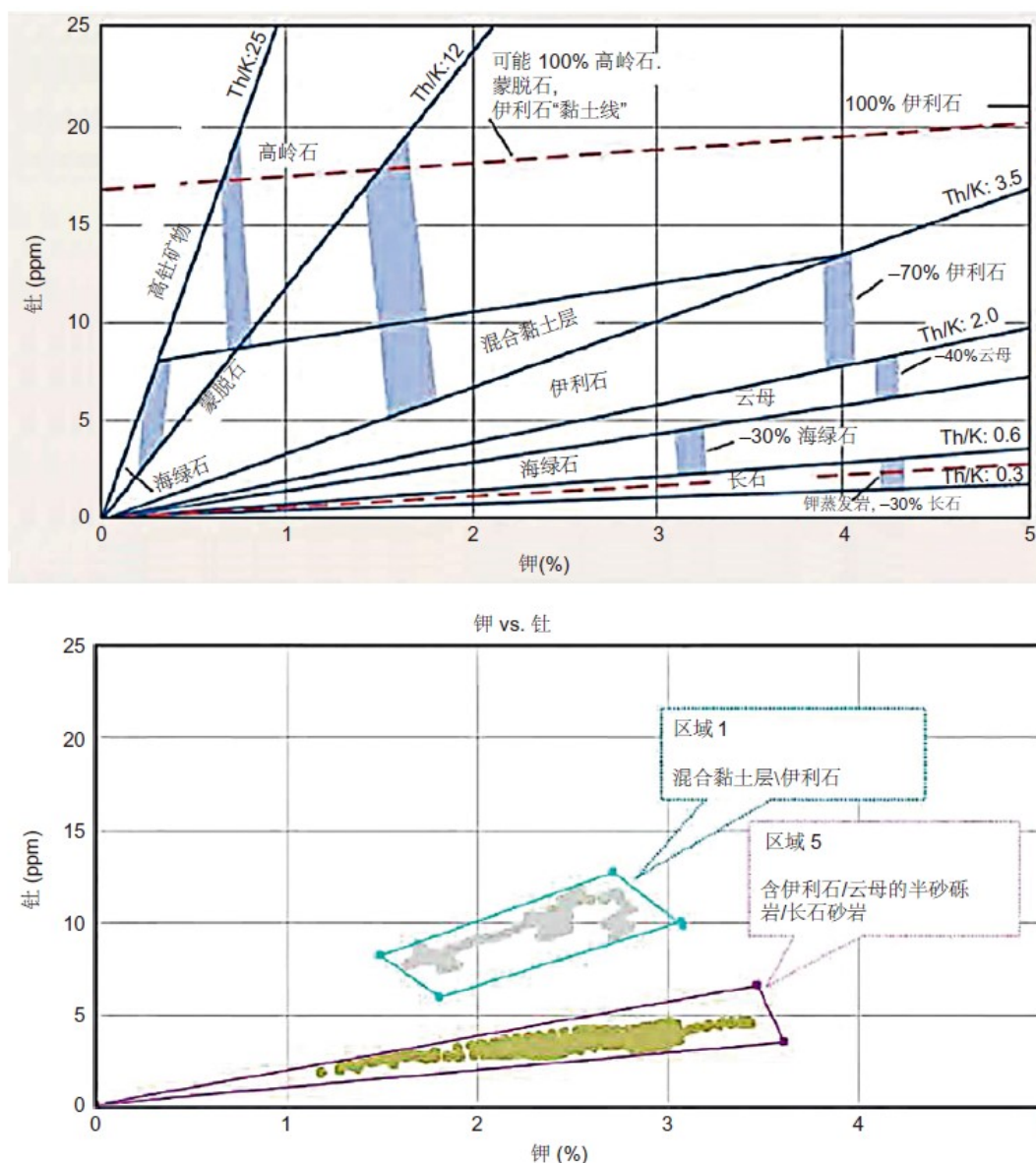


图 5.8: K-Th 图从光谱记录估计黏土矿物 (Mohammadlou et al., 2010)。上图: Th-K 图, 下图: 在两个区域中识别出的黏土种类的光谱观测数据的 Th-K 图

5.2.6 衰变放热

在地壳中, 天然放射性元素 (钾、铀和钍) 衰变产生热量, 是构成地热流的一大部分。地球表面的平均热流约为 $65\text{mW}/\text{m}^2$, 来自大陆地区地幔的热流约为 $20\text{mW}/\text{m}^2$ 。这个差异是由于地壳岩石中的辐射散热 (Rybach and Cermak, 1982)。

通常衰变放热率是从钾, 铀和钍含量和岩石密度, 利用公式 (Rybach (1976) and Rybach and Cermak(1982)) 计算出来的:

$$A = 0.01 \cdot \rho \cdot (9.52U + 2.56Th + 3.48K) \quad (5.9)$$

A 的单位是 $\mu\text{W}/\text{m}^3$ 。ρ 是岩石密度 g/cm^3 U 和 Th 是 ppm 为单位的浓度, K 是以% 为单位的浓度。

在某些情况下, 使用单位 HGU(Heat Generation Unit):

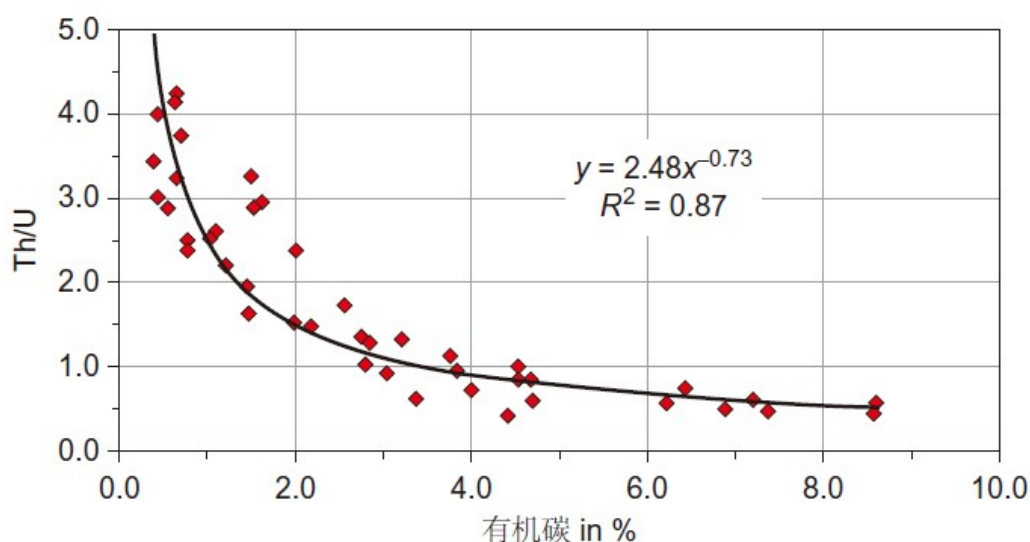


图 5.9: Th/U 值和泥盆纪黑色页岩（弗吉尼亚和肯塔基）生物碳含量关系。数据来源: *Fertl (1983)*

$$1\mu\text{W}/\text{m}^3 = 2.39\text{HGU} = 2.39 \times 10^{-13}\text{cal}/\text{s}/\text{cm}^3$$

$$1\text{HGU} = 0.418 \times 10^{-6}\text{W}/\text{m}^3 = 10^{-13}\text{cal}/\text{s}/\text{cm}^3$$

在大多数火成岩中，铀和钍的贡献相当，而钾的贡献量总是小得多。占总产热的比例约为 40% (U); 45% (钍); 和 15% (K)。(Rybach and Cermak, 1982) 表5.10给了一些数据。

表5.11展示了一下常见的沉积岩中钾、铀和钍含量和产热率。

表 5.10: 火成岩中衰变放热

侵入岩	$A(\mu\text{W}/\text{m}^3)$		喷出岩	$A(\mu\text{W}/\text{m}^3)$	
	范围	均值		范围	均值
花岗岩	0.7-7.65	3.00	安山岩		1.13
正长岩	1.1-5.9	2.84	玄武岩	0.2-0.95	0.63
闪长岩	0.2-2.45	1.15	流纹岩	1.9-4.0	3.58
辉长岩	0.1-0.73	0.33	英安岩	0.8-2.9	1.21
辉石岩	0.1-0.5	0.23	玢岩	0.7-1.7	0.94

衰变放热的测定一般需要光谱测量（实验室、测井或现场测量）。在很多情况下，只有一个完整的伽马辐射记录可用。*Bucker and Rybach (1996)* 发表了一个从完整伽马辐射记录确定产生的热量的方法。这种方法基于（完整）伽马辐射 (GR) 和产热 A:

$$A = 0.0158 \cdot (GR - 0.8) \quad (5.10)$$

A 的单位是 $\mu\text{W}/\text{m}^3$, GR 是伽马辐射强度, 单位 API。

作者指出, 该方程适用于各种岩性从花岗岩到片麻岩、碳酸盐和角闪岩再到玄武岩。在 0-350 API 和 $0.03-7 \mu\text{W}/\text{m}^3$ 范围内, 误差为小于 10%。

Gegenhuber(2011a,b) 开发了一种改进的方法, 利用 K、U 和 Th 的平均比率内容, 来确定从伽马射线测井中产生的热量。

表 5.11: 常见沉积岩中钾、铀和钍平均含量和产热率

岩石类型	钾 (%)	铀 (ppm)	钍 (ppm)	密度 (g/cm)	$A(\mu W/m^3)$
灰岩	0.3	2.0	1.5	2.6	0.62
白云岩	0.7	1.0	0.8	2.6	0.36
盐岩	0.1	0.02	0.01	2.2	0.012
硬石膏	0.4	0.1	0.3	2.9	0.090
页岩	2.7	3.7	12.0	2.4	1.8
黑色页岩	2.6	20.2	10.9	2.4	5.5
石英岩	0.9	0.6	1.8	2.4	0.32
长石砂岩	2.3	1.5	5.0	2.4	0.84
硬砂岩	1.3	2.0	7.0	2.4	0.99

铀、钍和钾的含量随岩石类型而不同，并显示出从碱性到酸性火成岩，放射性热增加的趋势。这趋势也反映在与衰变放热相关的经验方程中以及密度和地震波速度，因为这两个参数都随着岩石酸性的增加而增加。示例在表5.12。

表 5.12: 放热 ($\mu W/m^3$)，地震波速 (km/s) 和密度 (g/cm^3) 的经验性相关

公式	岩石类型	参考来源
$\ln A = 22.5 - 8.15 \cdot \rho$	显生宙结晶岩石 (瑞士)	Rybach and Buntebarth (1982)
$\ln A = 22.54 - 8.145 \cdot \rho$	花岗岩、玄武岩、辉长岩 (贝加尔湖地区, 俄罗斯)	Dorofeyeva (1990)
$\ln A = 16.5 - 2.74 \cdot V_p$ 50MPa	显生宙结晶岩石 (瑞士)	Rybach and Buntebarth (1982)
$\ln A = 13.7 - 2.17 \cdot V_p$ 100MPa		Cermak et al.(1990)
$\ln A = 12.4 - 1.93 \cdot V_p$ 200MPa		

5.3 伽马辐射的相互作用

基于伽马辐射与岩石相互作用进行探测的方法使用伽马源和伽马探测器。结果取决于伽马辐射的能量和目标 (岩石) 的放射性特性。这会产生两个效应，对应两种测量结果模式：

1. 光电效应，对应光电截面 (PE) 测量。
2. 康普顿效应，对应伽马-伽马密度测量。

5.3.1 基础知识

从伽马源发射的伽马光子与测量目标相互作用，会失去部分或全部能量。在最简单的公式中，这中准直光束可以表示为：

$$\Psi = \Psi_0 \cdot \exp(-\alpha \cdot x) \quad (5.11)$$

Ψ 是穿过目标后的能流， Ψ_0 是未穿过目标的能流， x 是目标厚度， α 是目标吸收过程的系数。

伽马辐射与物质之间存在三个相互作用的过程：

1. 光电效应 (低能量)
2. 康普顿效应 (中等能量)

3. 电子对生成（高能量）

相互作用的概率不仅取决于伽马的能量源，也取决于目标的原子序数 Z 。图5.10显示 Z 与源三种效应的相对重要性能量图。灰色区域表示普通岩石的元素。

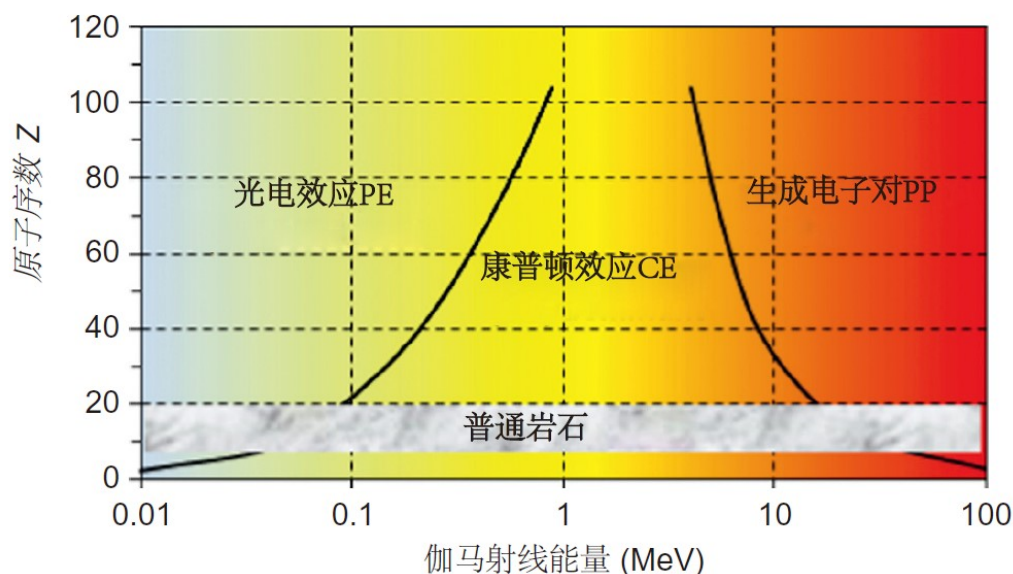


图 5.10: 三种伽马效应和 Z 的关系能量图。线表示两种效应发生概率一样。

5.3.1.1 光电效应 入射低能量的伽马光子 (<0.2 MeV) 与原子碰撞。如果伽马光子的能量等于或超过离散结合能一个轨道电子，那么：

- 伽马光子释放能量给环绕电子
- 电子离开其轨道并具有动能 $E_{kin} = \text{伽马射线能量} - \text{电子结合能}$ 。

光电效应的概率由伽马射线的能量和吸收物体的原子序数决定。在实际应用中，用到了两个参数：

- 以 b/e 为单位的光电横截面指数（每个电子的 Barn(一个面积单位)）

$$PE = \left(\frac{Z}{10}\right)^{3.6} \quad (5.12)$$

- 体积光电截面 U ，单位 b/cm^3 ：

$$U = PE \cdot \rho_e \quad (5.13)$$

U 实际上与孔隙率无关，可以计算为组分的加权（按体积分数）平均值。

5.3.1.2 康普顿效应 一个入射的中等能量伽马光子（伽马射线）与一个原子碰撞。它与一个轨道电子发生散射，并且仅传输其一部分能量。散射能量和射出电子的动能（康普顿或反冲电子）可以通过能量和动量守恒计算（*Hearst and Nelson, 1985*）。散射角依赖于能量而分布。

康普顿效应的概率由单位体积内的电子数决定。

5.3.1.3 电子对生成 一个入射的高能伽马光子（伽马射线能量 $>1.022 \text{ MeV}^1$ ）当它靠近原子核时可以转化为正负电子对。

光电效应和康普顿效应已经应用于地球科学。两个效应都导致伽马辐射衰减，表示为在方程式5.11中。吸收系数与不同效应有关。

5.3.2 伽马-伽马-光电效应测量辨别矿物

光电效应系数 (PE) 是现代密度测井工具的一种补充。此方法通过测量原子的 b/e 来测量低能量伽马辐射的吸收。在低能量范围 ($<100 \text{ keV}$) 的伽马-伽马测量得到与地层中的（平均）原子序数 Z 强相关的结果（平均每个电子的光电截面）。因此是一个对矿物敏感的结果。

如果密度也被测量（见下一节），参数 U （平均每 cm^3 的光电截面积）也可以被计算得到。

表5.13显示了造岩矿物的几个重要特性。平均荷质比 Z/A ，光电捕获截面，PE 和 U ，对于各种矿物来说可能大不相同。

表 5.13: 物质的伽马伽马辐射相互作用性质

物质类型	体密度	测井密度	Z/A	PE(b/e)	$U(b/\text{cm}^3)$
矿物					
石英	2.65	2.64	0.499	1.81	4.8
方解石	2.71	2.71	0.500	5.08	13.8
白云石	2.87	2.87	0.499	3.14	9.0
菱铁矿	3.94	3.89	0.483	14.69	57
岩盐	2.16	2.03	0.479	4.65	9.5
石膏	2.31	2.33	0.511	3.99	9.4
硬石膏	2.96	2.98	0.499	5.06	15
重晶石	4.48	4.09	0.466	266.8	1066
正长石	2.56	2.53	0.496	2.86	7.3
钠长石	2.62	2.59	0.496	1.68	4.4
白云母	2.83	2.82	0.497	2.40	6.7
黑云母	3.01	2.99	0.493	6.27	19
蒙脱石	2.06	2.02	0.502	2.04	4.0
高岭石	2.59	2.61	0.504	1.49	4.4
伊利石	2.64	2.63	0.499	3.45	8.7
绿泥石	2.88	2.88	0.497	6.30	17
海绿石	2.58	2.54	0.494	6.37	16.2
液体					
水	1.00	1.11	0.555	0.36	0.40
油	0.80	0.79	0.57	0.125	0.11

特别值得注意的是储层中的造岩矿物的差异性质：石英 (PE=1.81 barns/electron; $U=4.8 \text{ barns/cm}^3$)，方解石 (PE= 5.08barns/electron; $U=13.8 \text{ barns/cm}^3$) 和白云石 (PE=3.14 barns/electron; $U=9.0 \text{ barns/cm}^3$)。这使通过交叉关系图估计矿物的种类成为可能。（5.6 部分）

重晶石极高的 PE 和 U 值，使得当泥中含有重晶石时会影响观测。

另一方面，表5.9表明，不同的矿物具有几乎相同的 PE 水平。例如，绿泥石、黑云母和海绿石值都是 $PE \approx 6b/e$ （图5.11 中的红线）。如果在相同的地层中，比率 $\text{Th}/\text{K}=2$ 观察到（蓝线），交叉的地方对应于黑云母，与伽马辐射光谱测量的组合可以得出准确的结果。

¹1.02MeV 刚好是两倍电子静质量 (mc^2)

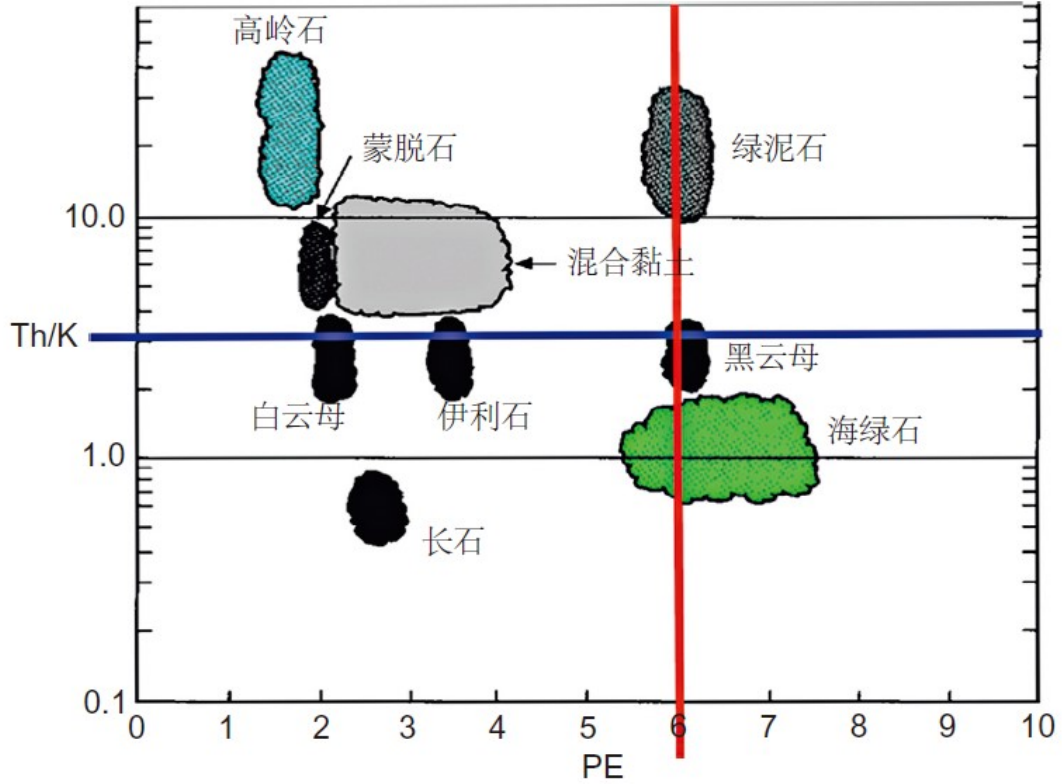


图 5.11: Th/K 与 U 交叉关系图

5.3.3 伽马-伽马-密度测量和渗透率估计

康普顿能量区 (0.5-5 MeV) 中的伽马-伽马方法测量由每单位体积的轨道电子数控制的目标响应。常用的放射源是铯 (0.66 MeV) 和钴 (1.17 和 1.33 MeV)。

每个体积的原子数是：

$$n_a = N_A \cdot \left(\frac{\rho_b}{A} \right) \quad (5.14)$$

N_A 是阿伏伽德罗常数， A 是原子质量， ρ_b 是体密度。每个单位体积内电子数是：

$$n_e = Z \cdot n_a = N_A \cdot \left(\frac{Z}{A} \right) \cdot \rho_b \quad (5.15)$$

决定康普顿效应的电子密度 ρ_e ，定义为：

$$\rho_e = 2 \cdot \rho_b \cdot \frac{Z}{A} \quad (5.16)$$

体密度是

$$\rho_b = \frac{\rho_e}{2 \cdot Z/A} \quad (5.17)$$

因此， ρ_b 与 (测量的) 电子密度 ρ_e 和岩石的平均比值 Z/A 。对于大部分造岩矿物，比值 Z/A 接近常数 0.5 (表5.13)：

$$\frac{Z}{A} \approx 0.5 \quad (5.18)$$

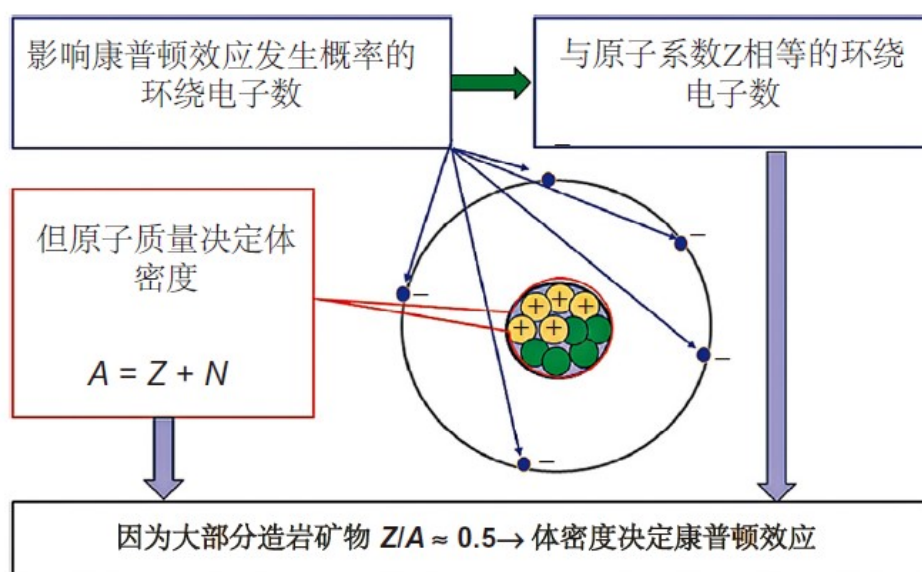


图 5.12: 电子密度的体密度决定康普顿效应的推导

在这个条件下, $\rho_b \approx \rho_e$, 这个方法可以直接得到体密度单位。

图5.12展示了电子密度的体密度推导过程。

如果该比率 Z/A 偏离了 $Z/A=0.5$, 则必须进行修正。对于 $Z/A=0.55$ 的水的存在尤其如此。这校正结果来自两个主要的成分: 基质和水的体积加权贡献。

$$\rho_b = \frac{\rho_e}{1 \cdot (1 - \phi) + 1.11 \cdot \phi} = \frac{\rho_e}{1 + 0.11 \cdot \phi} \quad (5.19)$$

ϕ 是孔隙率

从体密度可以得到孔隙率:

$$\phi = \frac{\rho_{solid} - \rho_b}{\rho_{solid} - \rho_{fluid}} \quad (5.20)$$

因此, 对于从密度测量得到的孔隙率, 已知岩石基质密度 ρ_{solid} 和流体密度 ρ_{fluid} 是必要的。关于基质矿物的信息可以从地质资料、交会图方法中获得 (见 5.6 部分) 和 PE 测量。

5.4 中子放射的相互作用

5.4.1 基础知识

例如, *Alger et al. (1971)* 和 *Allen et al. (1972)* 介绍了中子对数的基本原理。以及一系列岩石物理学教程 (SPWLA) 由 *Ellis et al. (2003,2004)* 和 *Gilchrist (2009)* 编撰。

中子的质量为 $1.67482 \times 10^{-27} \text{kg}$, 不带电, 具有很强的可穿透性。

中子可以根据能量分类:

- 快中子: 能量 $>500 \text{keV}$
- 中等能量中子: 能量 $1 \text{keV}-500 \text{keV}$
- 慢中子: $<1 \text{keV}$ 还可以被分为: 超热中子 ($0.1 \text{eV}-1 \text{keV}$) 和热中子 ($<0.1 \text{eV}$)

对于中子测量，使用源探测器系统。中子源有：

- ^{252}Cf 自发裂变；大部分中子能量在 (250keV 和 2MeV 之间) 比较低。这个源在勘探中并不常用。(Hearst and Nelson, 1985)
- 化学或 $\alpha - n$ 源（比如 Am-Be）： α 发射的混合物 (Am) 和铍反应产生中子，其能量介于 1 MeV 和 12 MeV；平均能量约为 4.2 MeV (Ellis et al., 2003)。该源广泛用于实际应用。
- 中子发生器：由加速器驱动的氘-氚反应产生能量为 14.1 MeV 的中子。中子发生器与其他来源相比有一些优势：它们可以关闭和打开，它们产生高且精确定义的能量，它们可以在脉冲模式下使用。

中子与原子核相互作用；它们在这些过程中转移并失去能量。有两种基本的相互作用类型：

1. 缓和或减慢相互作用（非弹性散射、弹性散射）
2. 吸收相互作用，如果它们（捕获、激活）热能。

与单核相互作用的概率由交叉面积 σ 。经常用于显微交叉面积的单位是 barn($1\text{barn} = 10^{-24}\text{cm}^2$)。当考虑与宏观物体相互作用，利用宏观交叉面积 Σ 更方便。

$$\Sigma = n_a \cdot \sigma \quad (5.21)$$

n_a 是单位体积内原子数， Σ 单位是 cm^{-1} 。平均自由程定义为 $\lambda = \Sigma^{-1}$ 。(Hearst and Nelson, 1985)

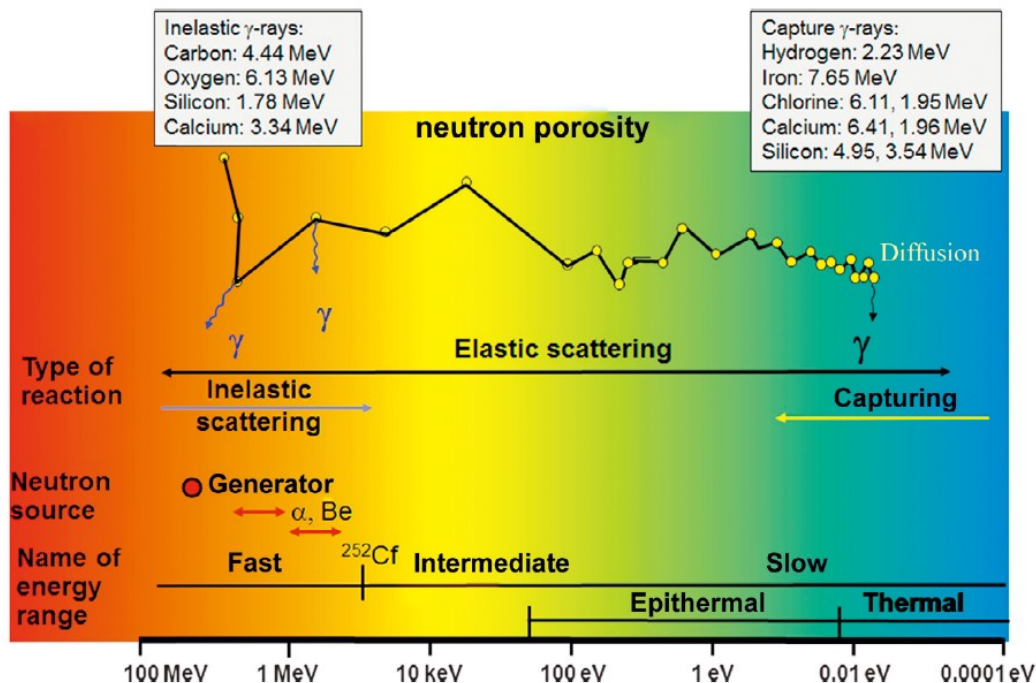


图 5.13: 作为能量函数的中子现象（以 MeV 为单位）。中子源和能量区域显示在底部。顶部是反应和过程的类型绘制。

图5.13说明了中子诞生到消失的过程，并将从高能级到低能级描述。

表 5.14: 非弹性散射和捕获：一些发射伽马辐射的特征性能量

元素	伽马能量 (MeV) 非弹性散射	伽马能量 (MeV) 捕获
H		2.2
O	6.1, 7.0	
C	4.43	
Si	1.78	3.5, 4.9
S	2.2	3.2, 4.9, 5.4
Ca	3.7	2.0, 4.4, 6.4
Al	2.2	7.7
Mg		3.9
Fe		6.0, 7.3, 7.6

表 5.15: 热化一个 14 MeV 中子所需的平均碰撞次数 n_{co}

元素	n_{co}	元素	n_{co}
H	19	Al	290
C	112	Si	297
O	152	Cl	343
Mg	235	Ca	380

非弹性散射 快中子与原子序数为 Z 和质量数 A 的原子核相互作用。该过程形成具有原子序数 Z 和质量数 $A+1$ ，并处于激发态。它衰减到基态（与初始目标核相同），释放：

- 低能态的中子
- 具有特征能量的伽马射线。特定的原子有特定的能量，可用于识别元素。表5.14展示了一些特征能量。此效应可用于碳/氧测井。(Chase et al., 1985; Oliver et al., 1981)

一个非弹性散射的光谱例子在图5.17中

5.4.1.2 弹性散射 中子与原子核碰撞并失去动能。全部入射中子的能量转化到碰撞后的目标核和中子。因此，这种散射过程是会减速反应过程，可以描述为“台球”间相互作用。因此，弹性散射不产生辐射。

最终能量 E_f 与初始能量 E_0 之比为：(Hearst and Nelson, 1985)

$$\frac{E_f}{E_0} = \frac{A^2 + 2 \cdot A \cdot \cos\Theta + 1}{(A + 1)^2} \quad (5.22)$$

A 是目标原子质量 Θ 是散射角度。

$A = 1$ （氢）是最大能量损失结果。氢有与中子的质量相同（表5.15）²。表5.11 说明了这种氢的主要的影响，通过比较某元素需要的以热化 14-MeV 中子的平均碰撞次数对。

因此，我们可以得出结论，弹性散射作为最常见的相互作用，以氢 (H) 为主。氢含量控制弹性散射强度；这是因为与含水量相关或“中子孔隙率”。但其他元素也会与中子辐射相互作用；这会导致用于中子孔隙率测定的“基质效应”

²一个中子在与一个氢原子碰撞时，失去所有能量

5.4.1.3 辐射俘获 对于热化中子，最可能的相互作用是辐射俘获。中子被原子核俘获，形成激发态的复合核。它衰变到基态并发射带有主体元素特有的能量的伽马辐射。因此，特征属性是：

- 中子捕获交叉区域单位为 b
- 捕获的伽马能量单位为 MeV

图 5.17 给出了一个捕获光谱的例子。表 5.14 显示一些选定的数据。岩石中常见的两种元素有突出的高捕获截面：硼（759b）和氯（33b）。作为比较，硅的横截面为 0.16 b，铝为 0.23 b 和氧气 0.0002 b(Hearst and Nelson, 1985)。两个元素，硼和氯都存在于地层水中，氯出现的频率更高。特别是氯会导致捕获过程产生在脉冲中子中可检测到辐射随时间衰减的记录 (PNC)。此效果应用于生产过程。该方法检测流体中氯盐度的变化并给出关于水饱和度变化的信息。另一方面，关于测井应用，我们注意到，任何不会受到水的盐度影响的中子测量，都必须在中子热化之前实现（中子超热技术）。

复杂的中子过程可以用特征长度来描述。它们是中子在其锯齿形中移动的修正距离的测量，考虑开始和结束之间的路径。详细说明是可见，例如，*Ellis et al. (2003)*, *Ellis and Singer (2007)* and *Gilchrist (2009)*:

- 减速长度 L_s 与直线距离成正比，中子在从源以高能量发射到低能量的时间经过的距离。
(*Ellis et al. 2003*)
- 热扩散长度 L_d 由均方距离给出，中子在吸收之前由于热扩散而传播。

减速长度和扩散长度与相应的横截面成反比。

图5.14显示砂岩，石灰石和白云石中的减速和扩散长度，用来自 Am-Be 源的中子。图表表明随着孔隙率的增加，两个长度都显著下降而且——特别是对于低孔隙率——三种不同岩石类型的不同反应（矿物学或基质作用）。

迁移长度 L_m 是路径组合的度量，被捕获前的阶段前，在减速阶段行进和在热流中行进的距离。*Ellis 1987*

$$L_m = \sqrt{L_s^2 + L_d^2} \quad (5.23)$$

5.4.2 中子测空隙率

传统的商业中子测量工具由一个中子源（或中子发生器）和两个相互作用后的辐射探测器组成。地层孔隙率由两个检测器的计数比决定。*Gilchrist, 2009*

因为在储层岩中，主要的弹性散射主要由氢控制，这样的系统提供有关“氢浓度”的信息，由地层中的水或碳氢化合物控制。这创造了术语“中子孔隙率”。以下部分将讨论中子测量得到孔隙率的条件。

图5.15显示了多孔岩石的简化图片，其中包含各种固体和流体成分。作为通用规则，不同的反应表明：

- 对于水或油饱和的岩石，中子响应主要反映孔隙率，而气体（H 含量较低）具有较低的中子效应
- 固体矿物通常具有很小但不可忽略的影响（基质效应）
- 结合水含量高的页岩会产生很强的影响

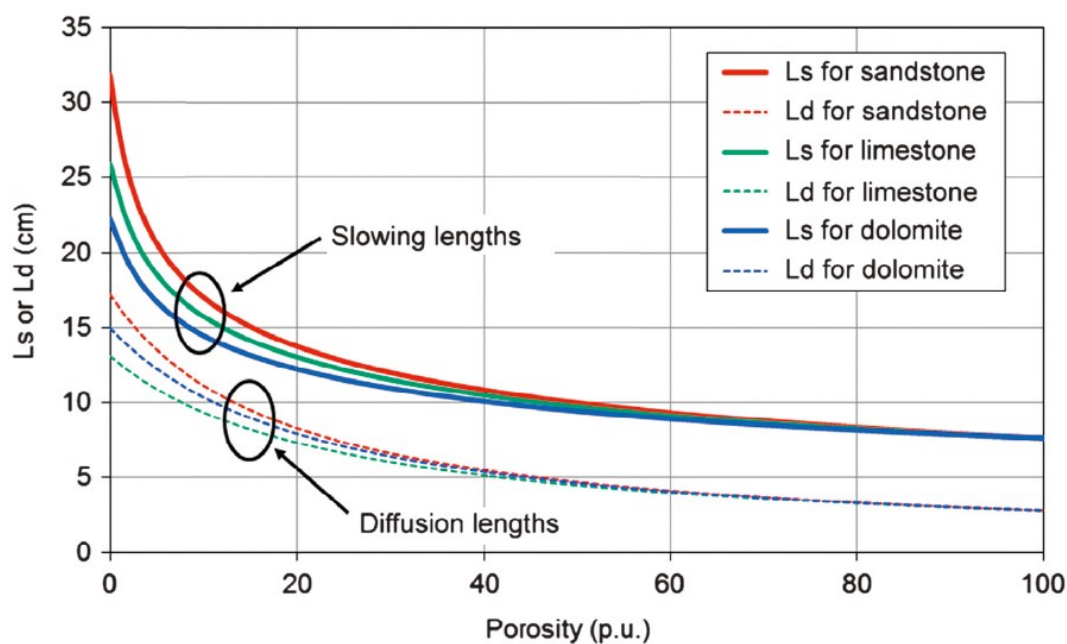


图 5.14: 砂岩、石灰岩和白云岩的减速和扩散长度, 对于来自 Am-Be 源的中子。Gilchrist (2009)

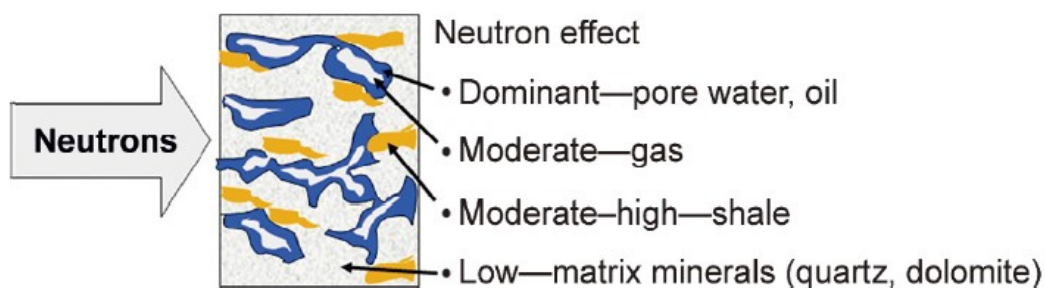


图 5.15: 具有各种固体和流体成分的多孔岩石关于中子相互作用的简化图。

对于大多数实际应用, 中子测量工具是在石灰岩——淡水校准设施中校准的。休斯顿大学的 API 校准设施 (API, 1959) 包括以下部分:

- 孔隙率为 0.019 的迦太基大理石
- 孔隙率为 0.19 的印第安纳石灰岩
- 孔隙率为 0.26 的奥斯汀石灰岩
- 液体是淡水

如果中子工具被这种石灰岩基质和淡水为孔隙流体校准, 然后:

- 在含水石灰岩地层中, 测量结果准确, 即真正的孔隙率。
- 在不同的组成中需要进行修正, 因为与石灰石比较, 不同的基质 (砂岩、白云石) 具有不同的中子效应。
- 在不同的孔隙流体中, 校正是必要的。因为不同的流体 (天然气、石油) 与淡水相比具有不同的中子效应。气体的 H 浓度特别低; 因此, 该工具在多孔气体区中读取低孔隙率。

- 在页岩区，修正是必要的。因为测量受大量 H 和高中子孔隙率读数的影响。

如果岩石组分的中子响应表示为“中子孔隙率” Φ_N ，那么纯石灰岩（方解石）有 $\Phi_N \equiv 0$ ，淡水有 $\Phi_N \equiv 1$ 。表5.16给出了更多关于流体和固体岩石成分的数据。

对于任何由不同矿物成分组成的多孔岩石，页岩和流体，来自石灰岩淡水校准装置的孔隙率结果为

$$\Phi_N = \Phi \cdot \Phi_{N,fluid} + (1 - \Phi) \cdot [(1 - V_{shale}) \cdot \Phi_{N,matrix} + V_{shale} \cdot \Phi_{N,shale}] \quad (5.24)$$

表 5.16: 一些岩石成分的中子响应，写成中子孔隙率 Φ_N 形式

成分	Φ_N	成分	Φ_N
淡水	1	方解石	0
200000ppm NaCl 水	0.9	白云石	0.01-0.04
油	0.96-1.02	石英	-0.02
气 15°C, 0.1MPa	0.0017	石膏	0.49
气 93°C, 48MPa	0.54	页岩	0.2-0.4

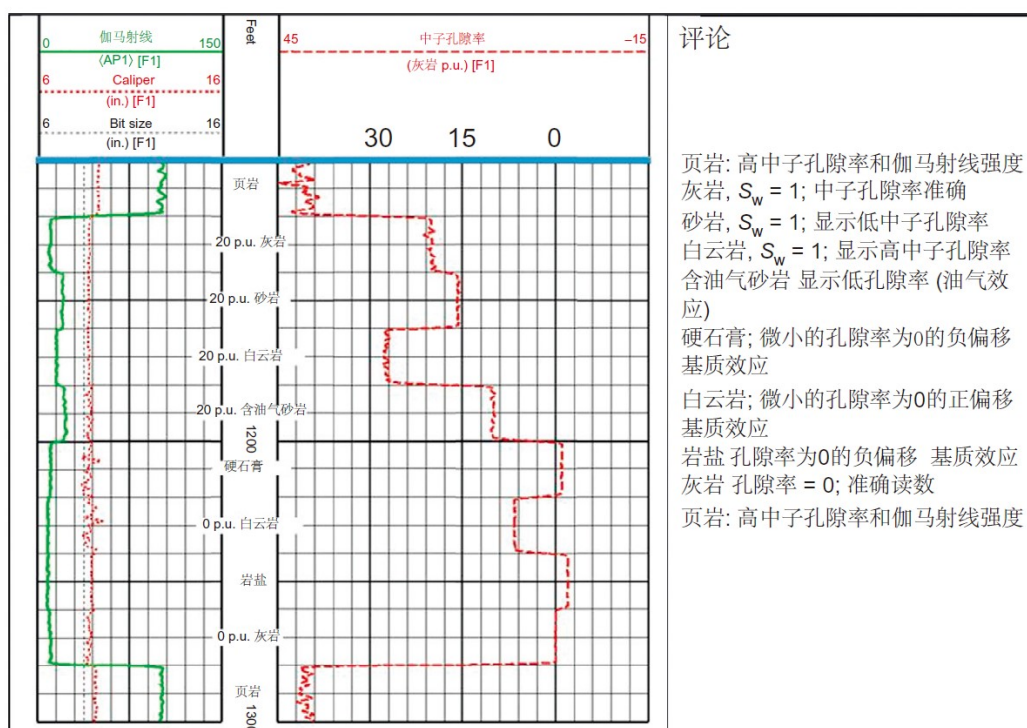


图 5.16: 矿物学和孔隙流体对中子响应的影响. Baker Atlas (2002)

Φ 是岩石孔隙率， Φ_N 是测量的中子孔隙率， $\Phi_{N,fluid}$ 是液体的中子响应， $\Phi_{N,matrix}$ 是基质的中子响应， $\Phi_{N,shale}$ 是页岩的中子响应， V_{shale} 是页岩含量。

图5.16展示了展示了不同矿物学、不同孔隙流体和页岩存在的影响。

因此，对于根据中子测量值进行精确的孔隙率计算，流体的中子响应，基质效应，页岩的中子响应和页岩含量是必要的信息。

中子孔隙率是交会图技术的重要组成部分，结合矿物学-孔隙率计算，以估计基质组成和孔隙率。（5.6 部分）

5.5 反射性测量应用矿物分析

5.5.1 引言

确定岩石的矿物成分（矿物学）是至关重要的尤其是在确定储层方面的非常重要。矿物组成决定基质的属性并直接决定导出孔隙率的准确性。但矿物质含量和成分也提供了有关岩石形成过程和由此产生的岩石特性的信息。在碳酸盐岩中，矿物组成与孔隙空间性质和孔隙类型有关。

传统的放射性测量方法（自然伽马辐射测量、伽马-伽马相互作用测量、中子相互作用测量）提供了使用确定的特征或倾向进行初始分类的可能性。例子是：

- 来自伽马辐射测量，伽马-伽马相互作用和中子相互作用测量组合的页岩测量。
- 利用中子密度交叉图 (5.6.2 部分) 测量碳酸盐岩。PE 交叉图鉴别白云岩和石灰岩。
- PE 鉴定高密度的硬石膏 (2.96g/cm^3)。

为了更详细和可靠地测量矿物成分，已经开发了基于放射性光谱测量的元素分析。放射性测量的物理过程直接与某些元素的反应相关。因此，一般的放射性测量能够提供“元素信息”。

在碳酸盐岩矿物学中，在某些情况下 PE 测量可以区分方解石和白云石。但如果重晶石存在于泥浆中，或地层中含有硬石膏时，PE 方法有问题。

使用脉冲中子发生器的中子伽马能谱方法可以提供各种元素浓度的信息，利用伽马射线在非弹性散射或中子俘获事件中产生的射线。不同的岩石成分中的元素在表5.17中

表 5.17: 伽马光谱法检测到在岩石和流体中的元素

元素	存在位置
H	水，碳水化合物，黏土
Ca	方解石，白云石，硬石膏
Si	石英，黏土
Cl	岩盐
S	硬石膏
Fe	黄铁矿，黏土
C	碳水化合物，方解石，白云石

5.5.2 原理

现代方法和工具，如“元素捕获光谱探测器 ECS”，Schlumberger 的“EcoScope”和“地层岩性探索器”(FLeX)”设备结合解释系统“RockView”和 Baker Atlas 基于模型假设矿物成分，确定某些元素浓度并计算。文章有 *Hertzog et al. (1987)*, *Gilchrist et al. (1999,2000)*, *Barson et al. (2015)*, *Pemper et al. (2006)* and *Han et al. (2009)*

放射性光谱方法提供某些元素的重量分数（见下文），但当然，他们无法提供完整的矿物分析。所以，就可检测元素而言，确定矿物成分需要使用典型的矿物成分模型。在实际应用中，典型的是：

- 总粘土、总碳酸盐和石英、长石和云母（QFM）的岩石圈比例
- 岩石圈的砂岩、页岩、煤、碳酸盐岩和蒸发岩的比例。

某些元素的浓度包括：

- 沉积岩中一些最容易识别和最丰富的元素，特别是 Si、Ca、Fe、S
- 一些容易识别但不丰富的元素，如钛 (Ti) 和钆 (Gd)
- 大量元素如 H 和 Cl

在许多情况下，从元素到矿物的转化需要准确的粘土含量测定，然后结合分析剩余的矿物和更详细的组成。算法使用的是矿物标准样品。

5.5.3 例子

例如对 “Atlas RockView” 的解释过程的主要步骤如下：

元素 → 大致岩性 → 准确岩性 → 矿物

5.5.3.1 元素含量测定 放射性测井系统使用脉冲中子源并测量非弹性散射和捕获伽马射线能谱。基质反光谱拟合算法分析这些光谱，以便将总响应分成它的各个元素组成。

与地下岩层相关的测量元素包括钙、硅、镁、碳、硫、铝和铁。钾、钍和铀分别用天然伽马射线光谱仪测量。

因此，工具和数据处理措施（检测和量化）：

- 从天然放射能量：K、U 和 Th
- 从捕获光谱：Ca、Si、S、Fe、Ti、Gd 和 Mn
- 从非弹性光谱：Si、Mg、Al 和 C

5.5.3.2 得到大致岩性 岩性分为几类，包括砂岩、页岩、煤、碳酸盐岩和蒸发岩。仪器结果可用于对每个元素进行鉴定，通过将其与已知化学成分的地层匹配。图5.17展示了基本岩性的捕获光谱和非弹性光谱。

一下普遍的观测：

- Ca 和 C 能量峰在石灰岩地层中普遍存在，Si 在砂岩中非常明显
- 白云岩中可观察到 Ca、Mg、C；并且在硬石膏中可以区分 Ca 和 S
- 由于粘土和长石的存在，铝能量峰值在页岩地层中突出

5.5.3.3 准确岩性和矿物组成 常见类别（砂岩、页岩、煤、碳酸盐岩、蒸发岩）的区分是对特定岩性进行更详细的评估的基础。以碳酸盐岩为例，根据钙的含量得出是方解石或白云石和镁。中间步骤的目的是提供机会识别并限制随后岩石中其他矿物的评估。

解释过程的最后一步是得到特定的岩性。表5.18提供了一些用于鉴定地层的常见沉积矿物信息。潜在可识别的矿物有石英、钾长石、钠长石、方解石、白云石、菱铁矿、硬石膏、伊利石/蒙脱石、高岭石、海绿石、绿泥石、黄铁矿等。

准确的岩性分类对最终的岩石物理解决方案有所限定。例如长石砂岩，人们可能希望预测伊利石/蒙脱石、绿泥石和高岭石的存在，依靠各种长石分解模型。类似地，可以预测钙质白云岩，是一种特殊的碳酸盐岩，主要由白云石和少量方解石以及可能的硬石膏组成。
(Pemper et al., 2006)

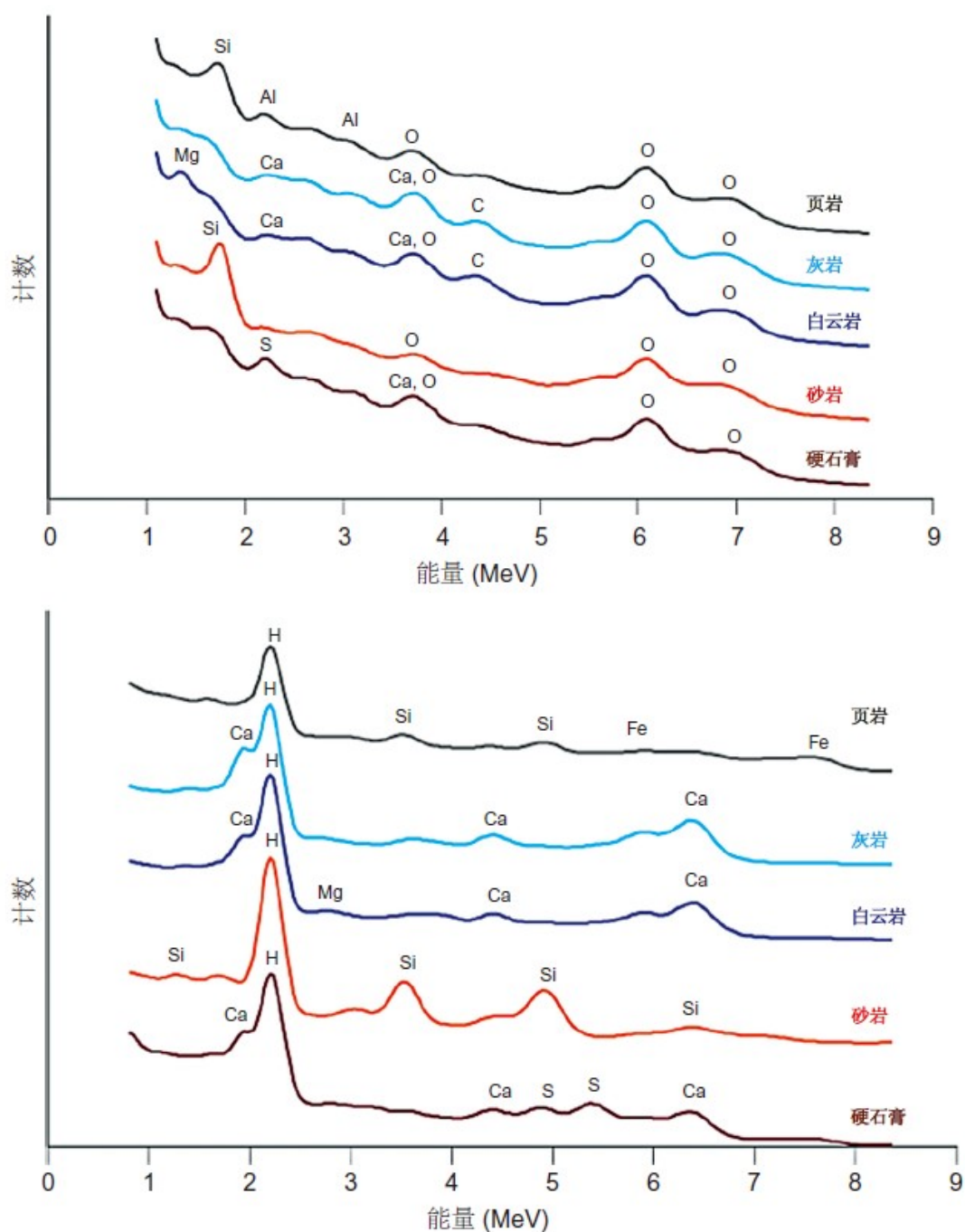


图 5.17: 基本类岩性的非弹性散射和捕获能量光谱

算法基于 334 个来自文献的化学和矿物学的样品，以及大量 (463) 岩心样本。

中子俘获光谱是 Schlumberger “碳酸盐顾问” (www.slb.com/carbonates) 的一个集成组件。对于碳酸盐岩，测量镁和硫可用于辨别方解石和硬石膏以及硬石膏体积估计（低估硬石膏含量导致低估颗粒密度和低估总孔隙率）。使用手册给出了一个例子并证明了“在岩性-孔隙率分析中加入中子能谱法识别硬石膏可以改进孔隙率估计，最高可达比三重组合测井得到的孔隙率高 2 个 pus（孔隙率单位）”。

根据 Radtke et al. (2012), 在非常规油藏, 综合捕获和非弹性伽马射线光谱方法测量“碳准确, 考虑到碳酸盐矿物中的无机碳, 并确定总量有机碳 (TOC)”。这种方法是在 Schlumberger (2012) 中实现的, 在研究“LithoScanner 准确测定非常规样品的 TOC 实验中”。图5.18 展示了一个例子: 左图给出总碳 TC (黑色曲线), 源自非弹性测量, 但也包括使用捕获光谱元素计

表 5.18: 可检测元素和常见沉积矿物（在矿物化学方程式中可检测到的元素以粗体显示）

测量结果	矿物	化学方程式
元素含量	硅酸岩	
K	石英	Si O ₂
Th	钾长石	KAlSi ₃ O ₈
U	钠长石	NaAlSi ₃ O ₈
Ca	硅酸岩	
Fe	方解石	CaCO ₃
Gd	白云石	CaMgCO ₃
Mg	菱铁矿	FeCO ₃
S	蒸发岩	
Si	硬石膏	CaSO ₄
Ti	岩盐	NaCl
Al	黏土矿物	
C	伊利石	K _{1-1.5} Al ₄ (Si _{7-6.5} Al _{1-1.5})O ₂₀ (OH) ₄
H	绿泥石	(Mg,Fe,Al) ₆ (Si,Al) ₄ O ₁₀ (OH) ₈
O	高岭石	Al ₄ Si ₄ O ₁₀ (OH) ₈
	海绿石	K ₀₋₇ (Mg,Fe ₂ , Al)(Si ₄ , Al ₁₀)O ₂ (OH)
	含铁矿物	
	黄铁矿	FeS ₂
	赤铁矿	Fe ₂ O ₃

算的碳酸盐矿物总无机碳 TIC（蓝色阴影）。绿色阴影的差异是总有机含量 TOC。右图显示了来自中子光谱的 TOC 与红芯数据相比。

5.6 伽马-伽马相互作用密度和中子孔隙率结合——多种孔隙率方法

5.6.1 引言

很多岩石地球物理数据解释可以方程式化如下：

- 给定的输入是测量的结果（例如：密度、中子孔隙率、弹性波速度）
- 要求的输出是不同的岩石地球物理参数（例如：孔隙率，矿物体积分数，水饱和度）

如果响应方程为已知这两种类型的参数，并且如果有至少与未知参数一样多的已知条件输入，方程可以有数值解。这是经典的数据分析问题。

对于线性响应方程，综合解释使用体积模型。这些线性响应方程是合理的：

- 对于标量性质（例如：密度，放射性）
- 对某些张量性质的近似值的限制（例如：使用 Wyllie 方程计算速度或慢度，请参阅下一章）

5.6.2 伽马-伽马辐射密度和中子测量确定岩石组成体积分数

孔隙率是储层研究的关键参数。如果基质和流体属性是已知的，从伽马-伽马密度和中子孔隙率可计算孔隙率。这对于具有复杂基质问题比较复杂。一个典型的例子是方解石和白云石的混合物；那么测量的方程是：

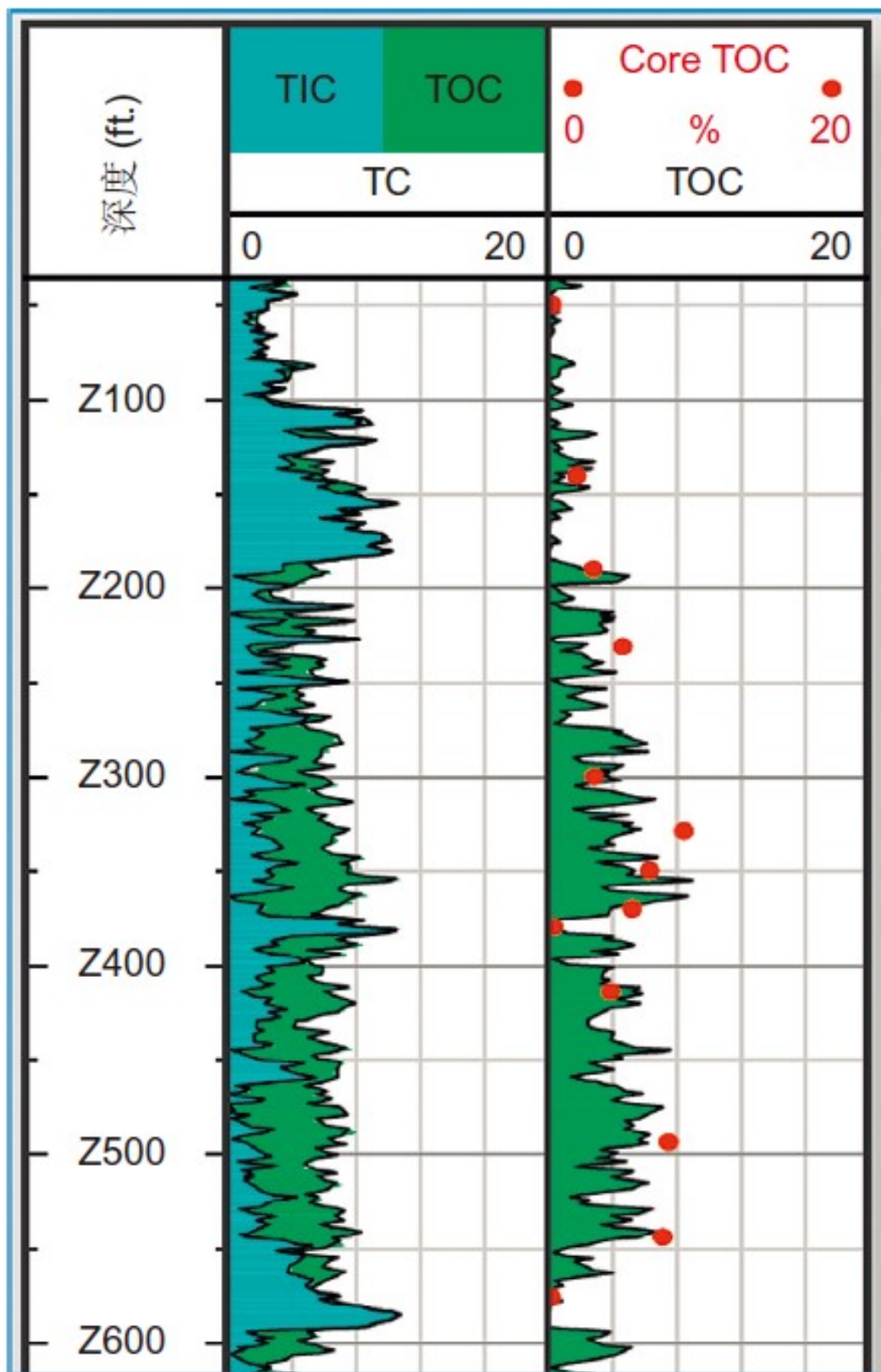


图 5.18: 碳含量的扫描分析: TC, 总碳; TIC, 总无机物碳; TOC, 总有机碳; 红点是 TOC 的核心数据。Schlumberger (2012)

$$\rho = V_{\text{方解石}} \cdot \rho_{\text{方解石}} + V_{\text{白云石}} \cdot \rho_{\text{白云石}} + \Phi \rho_{\text{流体}} \quad (5.25)$$

$$\Phi_N = V_{\text{方解石}} \cdot \Phi_{N, \text{方解石}} + V_{\text{白云石}} \cdot \Phi_{N, \text{白云石}} + \Phi \cdot \Phi_{N, \text{液体}} \quad (5.26)$$

$$V_{\text{方解石}} + V_{\text{白云石}} + \Phi = 1$$

ρ 是体密度, Φ_N 是中子孔隙率, Φ 是体积孔隙率。

下标表示基质和流体。对于石灰石校准中子设施: $\Phi_{N, \text{方解石}} = 0$ 。

两种技术——图像, 使用交叉图, 以及数学模拟, 使用数学形式代表——是为了解决此类问题并得到有关孔隙率和矿物成分的信息。

5.6.2.1 交叉图 交叉图是响应方程的二维图形表示。交叉图显示了任何两个“孔隙率敏感”特性的变化 (例如密度和中子, 还有慢度, 见下一章)。将全部性质组合是可能的:

- 中子-密度图
- 密度-慢度图
- 慢度-中子图

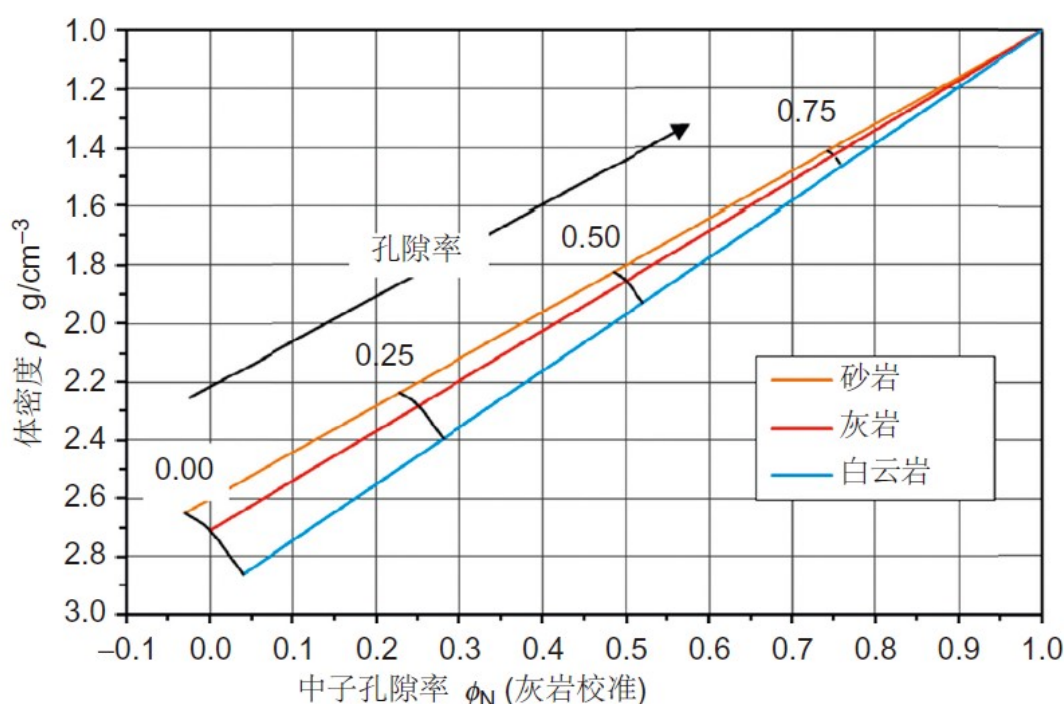


图 5.19: 计算得到的中子密度交叉图: x 轴是灰岩校准过的中子密度; y 轴是体密度。三条线分别是砂岩、灰岩、白云岩。

最常用的图是中子密度交叉图。图5.19显示了三个主要储层的中子密度交会图的原理岩石成分: 砂岩、石灰岩和白云岩。图从左下角开始, 上升到右上角“水点”。这三条线分别表示了纯石灰岩、白云岩和砂岩。线按孔隙率单位缩放。

对于实际使用, 仅绘制孔隙率 < 0.50 的部分。交叉图出现在所有图表书中 (例如 *Baker Atlas, 1985*; *Schlumberger, 2013*), 其中一些图是为特定的工具和不同的流体特性 (水的盐度) 设计。图5.20是这样一个例子。白云岩和砂岩曲线与直线的偏差, 有助于更好地近似 (实际数据)。绘图允许估计矿物学 (岩性) 和确保一致的孔隙率。

两个趋势非常重要:

1. 页岩含量使点从砂岩线向右移动 (中子孔隙率增加); 它显然向白云岩移动
2. 含气区将点向左移动 (中子孔隙率降低); 它转向低中子孔隙率。

图5.20中的例子展示了三种测量数据的结果。

点	测量结果	结果
A	体密度 $\rho = 2.540 \text{ g cm}^{-3}$ 中子密度 $\phi_N = 0.100$	纯灰岩孔隙率为 $\phi = 0.100$
B	体密度 $\rho = 2.370 \text{ g cm}^{-3}$ 中子密度 $\phi_N = 0.330$	纯白云岩孔隙率为 $\phi = 0.265$
C	体密度 $\rho = 2.454 \text{ g cm}^{-3}$ 中子密度 $\phi_N = 0.205$	白云岩和灰岩混合，灰岩含量更高；孔隙率 $\phi = 0.190$

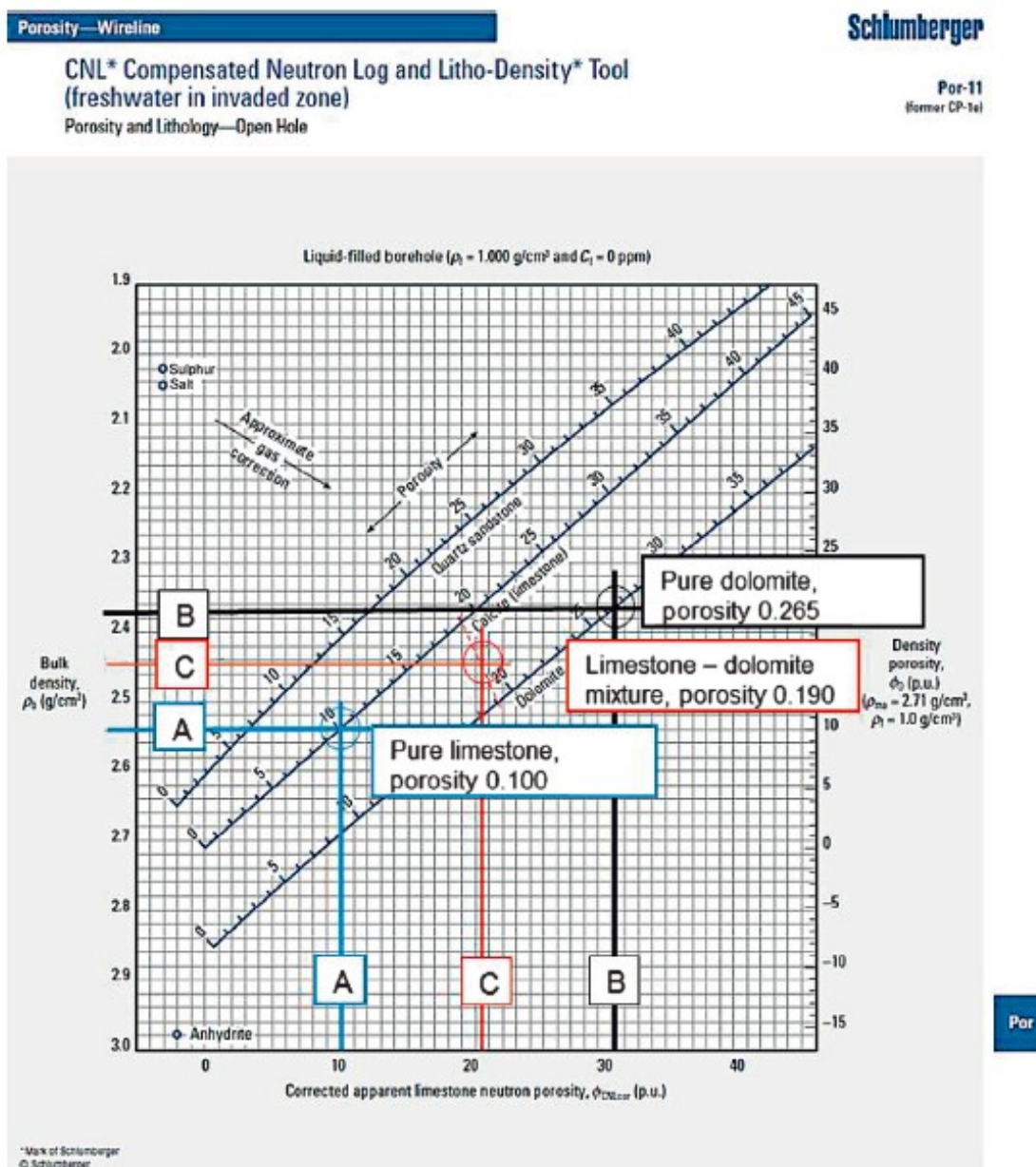


图 5.20: 中子密度交叉图。数据来源于一个碳酸盐岩区域。Schlumberger 2000, 2013

5.6.2.2 普适的数值解法 该解决方案使用测量的伽马-伽马密度和中子孔隙率作为输入。如果地层由方解石、白云石和流体组成，则线性方程5.25,5.26可以求解未知的体积分数，包括孔

隙率。

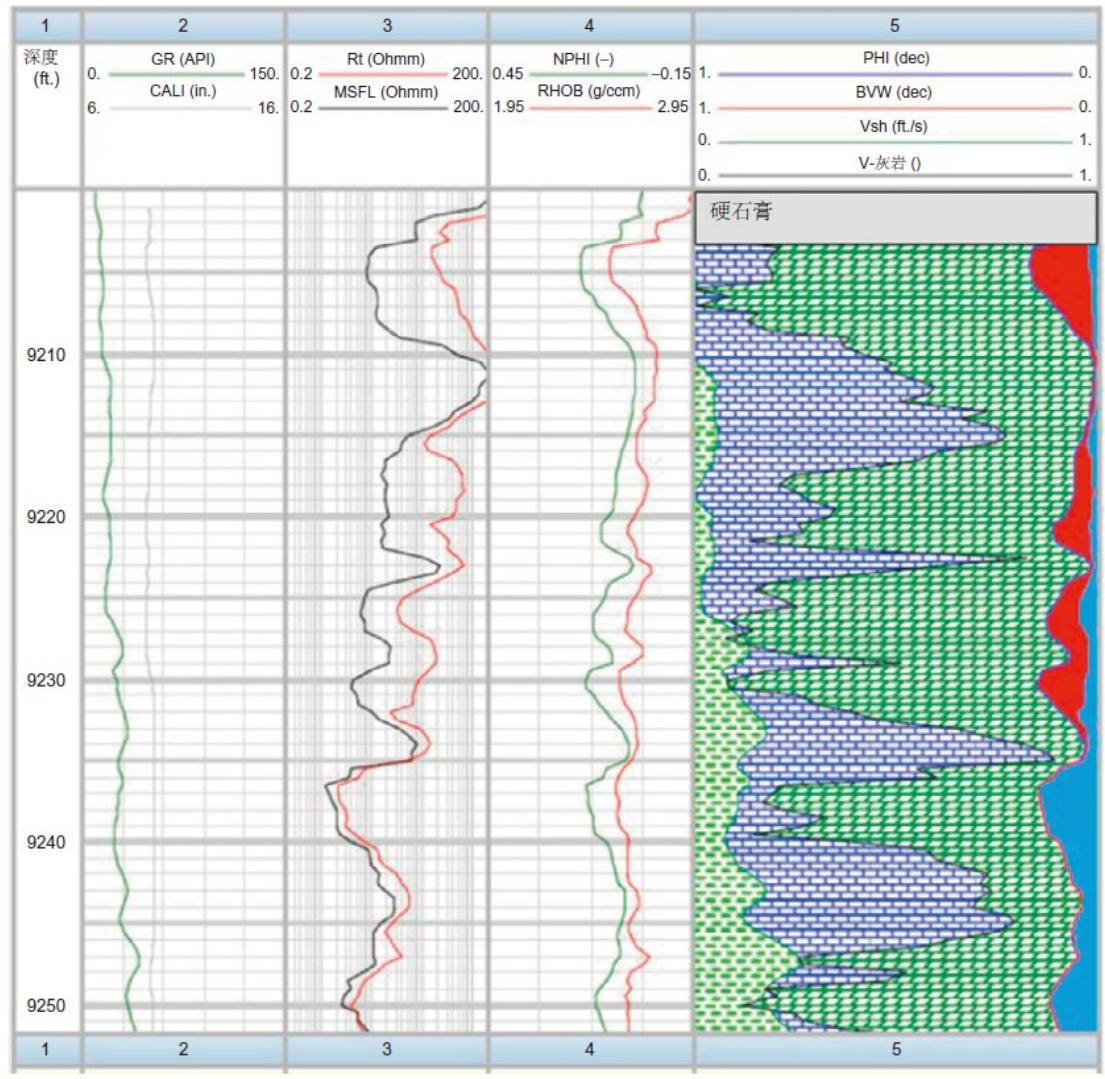


图 5.21: 碳酸盐岩部分: 左曲线是伽马-伽马密度测量 (ρ) 和石灰石校准中子记录 (Φ_N); 使用来自 *Asquith and Krygowski (2004)* 的数据组成的剖面。右图是页岩 (来自伽玛测井)、石灰岩、白云岩的综合解释结果和孔隙率 (来自联合伽马-伽马-中子计算) 和流体饱和度 (来自电阻率测量) 作为累积图。

图5.21中的例子显示了一个复合碳酸盐岩剖面³。数据是经 AAPG 许可, 摘自 “*Basic Well Log Analysis*”, *Asquith and Krygowski (2004)*。该剖面由具有混合岩性的碳酸盐岩组成。

核心部分显示了破裂的白云岩; 一部分微晶灰岩。两个 “孔隙率敏感记录” (密度和中子孔隙率) 表明孔隙率的变化, 但测量值可能受到变化的岩石成分影响 (白云石-方解石含量)。

对于岩石成分体积分数的计算, 使用以下方法:

- RHOB-体密度测量, g/cm^3 (伽马-伽马测量)
- NPHI-中子孔隙率测量 (灰岩校正中子测量)
- GR-页岩估计的伽马辐射测量
- Rt-电阻率测量水饱和度

³一些部分来自原始数据且用于例子

基质成分和孔隙率组合计算可以从数学矩阵反演得到：

对于给定的模型（方解石/灰岩-白云岩-孔隙水）写成矩阵形式的等式是：

$$\begin{bmatrix} RHOB \\ NPHI \\ 1.00 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.71 & 2.87 & 1.05 \\ 0.00 & 0.04 & 1.00 \\ 1.00 & 1.00 & 1.00 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{\text{方解石}} \\ V_{\text{白云石}} \\ \Phi \end{bmatrix} \quad (5.27)$$

将矩阵取逆：

$$\begin{bmatrix} V_{\text{方解石}} \\ V_{\text{白云石}} \\ \Phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4.240 & -8.039 & 12.491 \\ 4.417 & 7.332 & -11.970 \\ -0.177 & 0.707 & 0.479 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \rho \\ \Phi_N \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5.28)$$

如果对于一个 9220ft 深，记录 $\rho = 2.668 \text{ g/cm}^3$ 和 $\Phi_N = 0.095$ ，计算是

$$\begin{aligned} V_{\text{方解石}} &= -4.240 \cdot 2.668 - 8.3039 \cdot 0.095 + 12.491 = 0.414 \\ V_{\text{白云石}} &= 4.417 \cdot 2.668 + 7.332 \cdot 0.095 - 11.970 = 0.511 \\ \Phi &= -0.177 \cdot 2.668 + 0.707 \cdot 0.095 + 0.479 = 0.075 \end{aligned} \quad (5.29)$$

图5.21右部分将结果显示为石灰岩，白云岩的体积分数，和孔隙率。注意高孔隙率的趋势是与剖面的白云岩部分相关。

线性响应方程组可以推广到由 n 个不同的组分（固体、流体）组成的岩石。对于任何测量的整体特性 g 遵循线性响应方程，结果：

$$g_m = \sum_{i=1}^n V_i \cdot g_{m,i} \quad \sum_{i=1}^n V_i = 1 \quad (5.30)$$

g_m 是利用 m 方法测量的整体特性， g_{mj} 是 m 方法测量的 i 成分的性质， V_i 是 i 成分的体积分数。

这代表了一个 $m+1$ 个独立变量的线性方程组。是一个 $n = m+1$ 维矩阵。可以利用逆矩阵 (Doveton (1986)) 求解：

响应方程5.30写成测量矩阵 \mathbf{M}

$$\mathbf{M} = \mathbf{R}\mathbf{V} \quad (5.31)$$

\mathbf{R} 是响应矩阵， \mathbf{V} 是体积矩阵。数据解释结果为：

$$\mathbf{V} = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{M} \quad (5.32)$$

\mathbf{R}^{-1} 是逆矩阵。