控制系统(三)——反馈控制系统设计

一、能控性与能观性

1.能控性

对于状态变量系统$\dot{x}=Ax+Bu$，构造能控性矩阵P_c：

$$P_c=[B,AB,A^2B,...,A^{n-1}B]$$

当$|P_c|\neq 0$时，系统是完全能控的。

2.能观性

对于单输入单输出系统：

$$\dot{x}=Ax+Bu \qquad y=Cx$$

定义能观性矩阵P_o：

$$P_o=[C,CA,CA^2,...,CA^{n-1}]^T$$

当$|P_o|\neq 0$时，系统是完全能观的。

二、全状态反馈控制设计

假定状态反馈输入信号为$u=-Kx$，那么闭环系统的状态变量模型是：

$$\dot{x}=Ax+Bu=\dot{x}=Ax-BKx=(A-BK)x$$

因此，这个闭环控制系统的特征方程是：

$$det\{\lambda I-(A-BK)\}=0$$

希望将它的根全部配置在s的左半平面上，而这要求系统是完全能控的。

对于单输入单输出系统，可以利用阿克曼公式计算增益矩阵K。如果预期的闭环系统特征方程具有形式：

$$q(\lambda)=\lambda^n+\alpha_{n-1}\lambda^{n-1}+...+\alpha_0$$

则应有：

$$K=[0,0,...,1]P_c^{-1}q(A)$$

三、观测器设计

下述系统：

$$\dot{x}=Ax+Bu \qquad y=Cx$$

的全状态观测器是：

$$\dot{\hat{x}}=A\hat{x}+Bu+L(y-C\hat{x})$$

观测器的估计误差是$e(t)=x(t)-\hat{x}(t)$

显然有$\dot{e}=\dot{x}-\dot{\hat{x}}$，因此：

$$\dot{e}(t)=(A-LC)e(t)$$

从而观测器的特征方程是：

$$det\{\lambda I-(A-LC)\}=0$$

当系统完全能观，那么总能找到合适的L使上式的根都配置在s的左半平面。

同样地，若预期的观测器特征方程具有形式：

$$p(\lambda)=\lambda^n+\beta_{n-1}\lambda^{n-1}+...+\beta_0$$

则应有：

$$L=p(A)P_o^{-1}[0,0,...,1]^T$$

四、指令跟踪

当状态变量反馈校正器具有参考输入信号$r(t)$时：

$$
\begin{cases}
\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + B\tilde{u} + L\tilde{y} + Mr \\
u = \tilde{u} + Nr
\end{cases}
$$

其中:

$$
\begin{cases}
\tilde{y} = y - C\hat{x} \\
\tilde{u} = -K\hat{x}
\end{cases}
$$