

第六章. 高等组合学.

6.1 计数.

6.1.1 / 6.1.2 枚举.

6.1.3 “有放回”与“无放回”

6.2 单词排序.

“Mississippi” 这个单词组成的字母可以重新构成多少单词呢？（不考虑无意义单词不算词）.

A= 可以给 i_1, i_2, i_3, i_4 编号处理.

同理 s, p 也是.

先认为每个不同下标的字母是不同的.

则有 $N = 11!$ 个.

但要对每个带编号的去序, 则事实上有:

$$N = \frac{11!}{4! \cdot 4! \cdot 2!} \text{ 个.}$$

拓展地, N 个字母组成的单词, 分别有 m, n, l, \dots 次字母重复, 则可以构成

单词 $\frac{N!}{m_1! \cdot n_1! \cdot l_1! \cdots}$ 个.

6.2.2 多项式系数.

对二项式系数进行推广, 有

$$\binom{N}{m_1, m_2, \dots, m_n} = \frac{N!}{m_1! \cdot m_2! \cdot \dots \cdot m_n!}.$$

显然, 当 $n=2$ 时就是二项式系数.

$$(X + Y + Z)^N = \sum_{\substack{0 \leq n_1, n_2, n_3 \leq N \\ n_1 + n_2 + n_3 = N}} X^{n_1} Y^{n_2} Z^{n_3} \cdot \binom{N}{n_1, n_2, n_3}$$

6.3 划分.

(类似高中的“隔板问题”)

饼干问题: 把 C 块相同的饼干全部分发给 P 个不同的人, 一共有 $\binom{C+P-1}{P-1}$ 种不同的方法.

数论的解释 = .

$$x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_p = C .$$

求不定方程解的数量 .

6.3.2 彩票.

1 不重复

1 可重复 .

6.3.3 其它划分 .

的解集. 确定下列方程的非负整数解的个数: (1) $x_1 + x_2 = 1996$; (2) $2x_1 + 2x_2 = 1996$; (3) $2x_1 + 2x_2 = 1997$; (4) $2x_1 + 3x_2 = 1996$; (5) $2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 1996$; (6) $2x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 3x_4 = 1996$.

$$(6) \quad 2(x_1 + x_2) + 3(x_3 + x_4) = 1996 .$$

\Downarrow

$$2t_1 + 3t_2 = 1996 .$$

$\underbrace{\hspace{10em}}$
... ..