



Predictive Control

预测控制

习题课

控制科学与工程

2019年4月

内容

- 1) 预测控制的应用与发展趋势
- 2) 结合具体例子，讲解预测控制器的设计与仿真
- 3) 给出预测控制课程的作业及要求

预测控制的应用与发展趋势

近年来预测控制的理论与应用研究的重点可归结为：

- 1) 降低预测控制在线计算量的结构、策略和算法
- 2) 非线性和随机系统预测控制理论
- 3) 鲁棒预测控制理论
- 4) 预测控制算法的嵌入式实现（FPGA等）
- 5) 预测控制应用向更多领域扩展

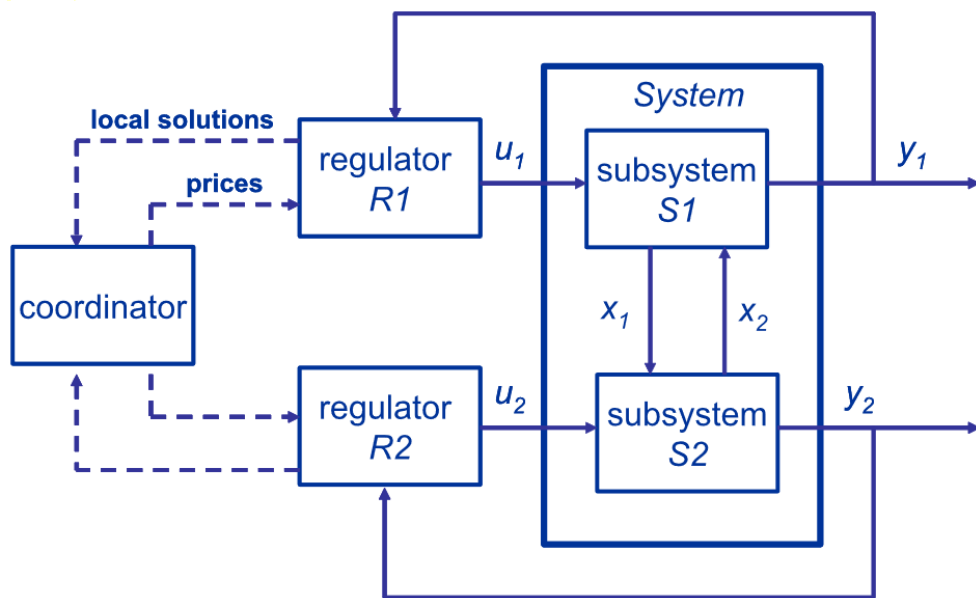
预测控制的应用与发展趋势

预测控制在线求解约束优化问题**计算量大**，极大地限制了其应用范围和应用场合。针对这一问题，近年来分别从**结构**、**策略**、**算法**层面开展了广泛的研究：

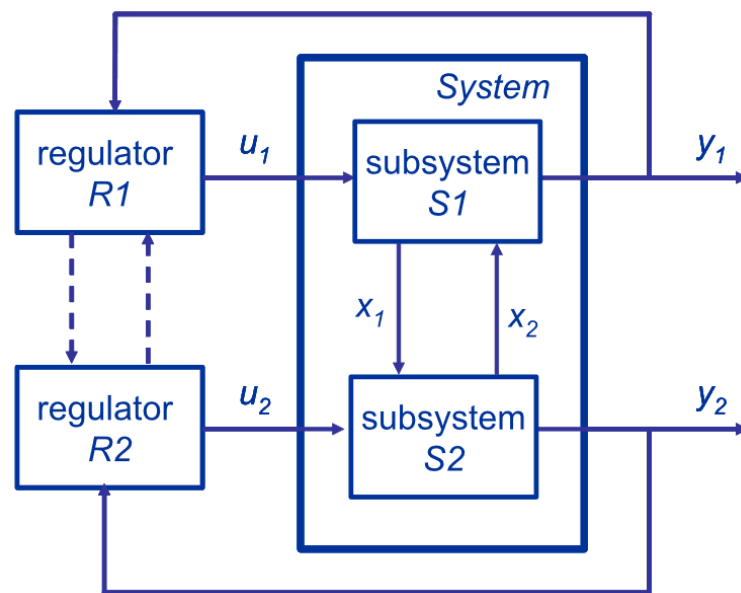
- ① 结构层面：多层递阶结构、分布式控制结构
- ② 策略层面：离线设计/在线综合
- ③ 算法层面：改进或近似优化算法

预测控制的应用与发展趋势

多层递阶结构与分布式控制结构



多层递阶结构



分布式控制结构

预测控制的应用与发展趋势

非线性和随机系统预测控制理论：

- ① 基于T-S模型的预测控制：不变集理论、LMI
- ② 混合逻辑系统预测控制：逻辑变量
- ③ 多模型预测控制：模型切换规则设计
- ④ 随机系统：不确定性满足特定统计概率的系统

预测控制的应用与发展趋势

鲁棒预测控制理论：

- ① 外部不确定性：外部干扰
- ② 内部不确定性：测量误差、参数估计误差、模型失配、未建模动态等
- ③ 鲁棒性分析：针对名义系统设计控制器，针对某种不确定性分析闭环控制系统鲁棒性
- ④ 鲁棒性综合：控制器设计时考虑某种不确定性的影响，在线求解最小-最大化问题

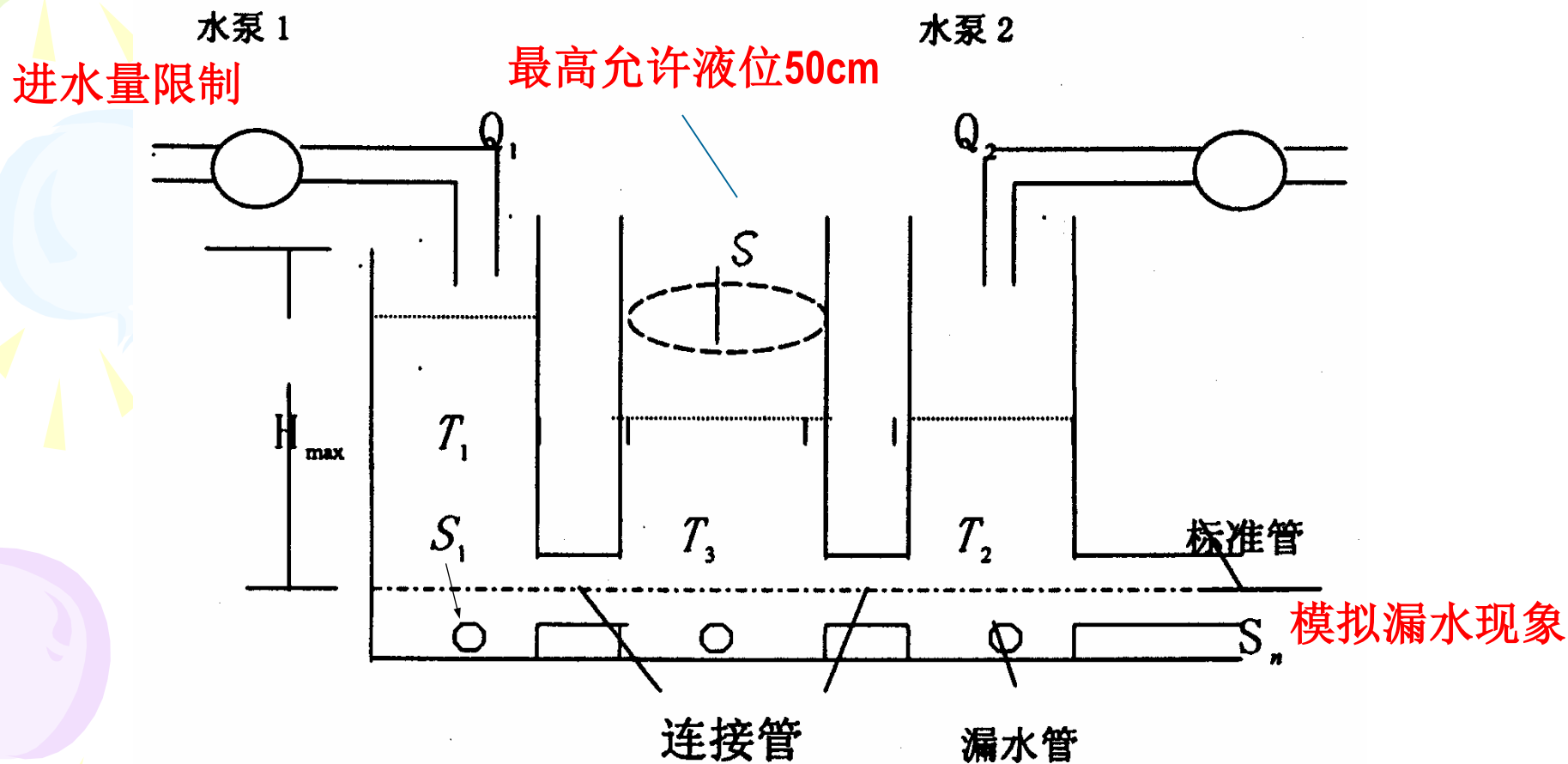
预测控制的应用与发展趋势

除了工业过程，预测控制的应用向新的领域扩展：

- ① 大规模系统：城市供水系统、污水处理系统等
- ② 网络系统：网络延迟、数据丢包等
- ③ 新能源系统：风电、太阳能
- ④ 汽车电子（无人驾驶）、船舶、电力电子
- ⑤ 飞行器控制、机器人路径动态规划、医疗等

预测控制器设计与仿真实例

例子：三容水箱 控制目标：使 T_3 的液位稳定在20cm。



预测控制器设计与仿真实例

分析

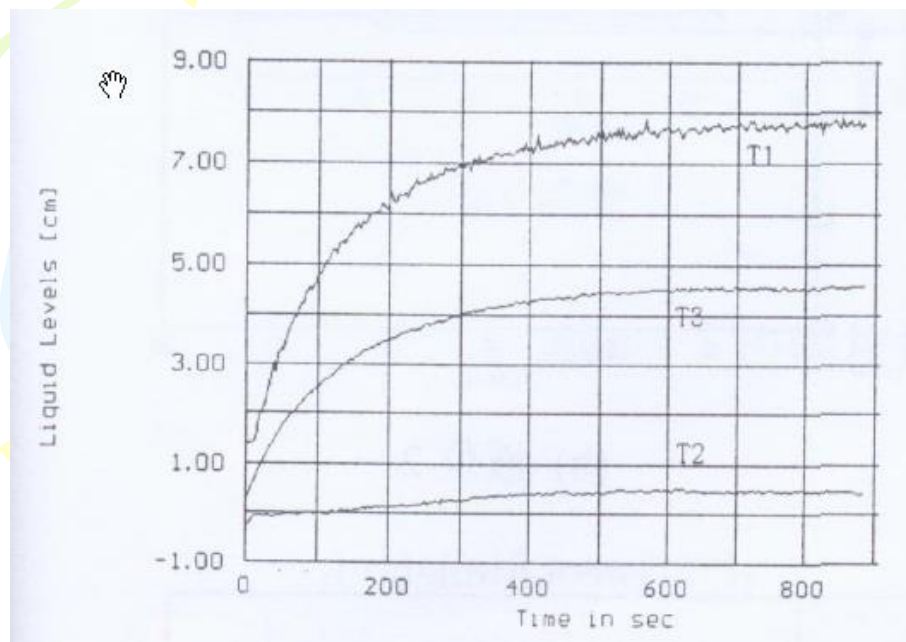
1) 控制输入：两水泵流量

2) 系统输出：三水箱液位，均可测量

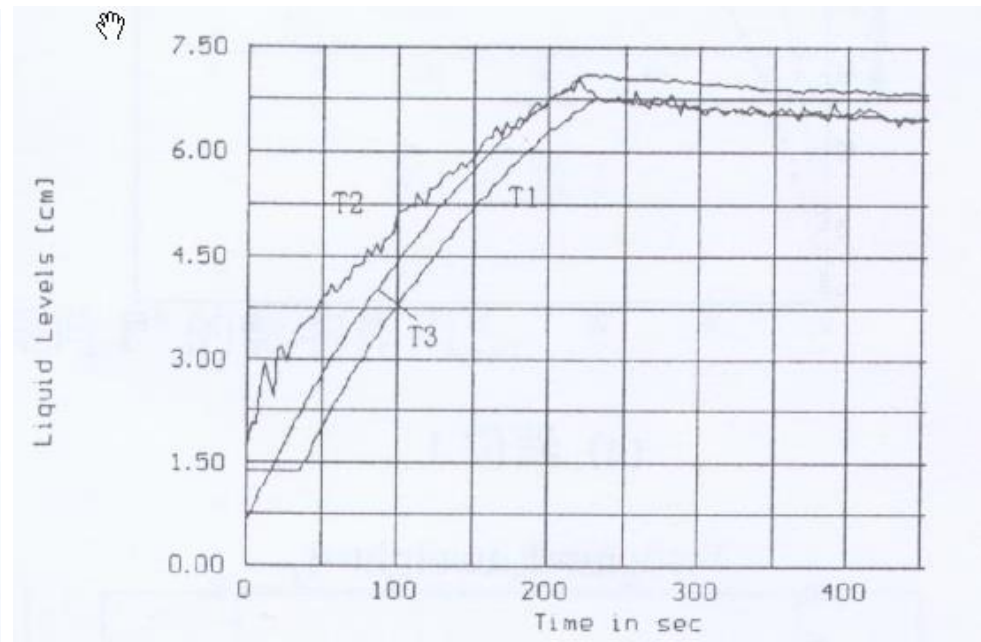
两入三出系统！

预测控制器设计与仿真实例

阶跃响应曲线



$Q_1=20\text{ml/sec}$ 作用下的容器液位响应曲线



$Q_2=50\text{ml/sec}$ 作用下的容器液位响应曲线

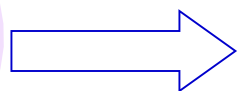
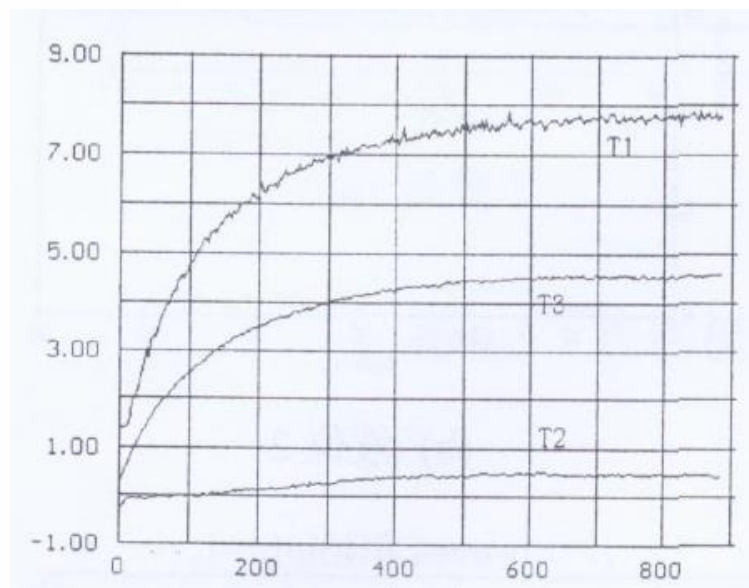
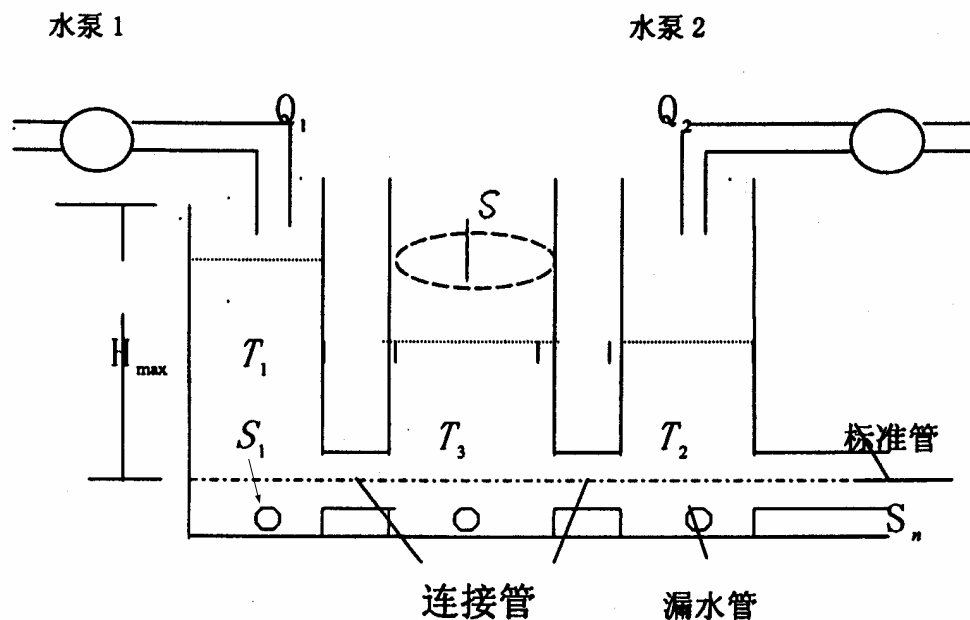
预测控制器设计与仿真实例

系统建模：阶跃响应模型

- 1) 确定采样时间 T
- 2) 确定模型长度 N
- 3) 采样得阶跃响应系数
- 4) 转换为单位阶跃响应系数阵 S

预测控制器设计与仿真实例

系统建模：阶跃响应模型



$$Y(k) = M_{ss} Y(k-1) + S \Delta u(k-1)$$

预测控制器设计与仿真实例

系统建模：脉冲响应模型

$$h_i = s_i - s_{i-1}$$


$$\Delta Y(k) = M_{hs} \Delta Y(k-1) + H \Delta u(k-1)$$

预测控制器设计与仿真实例

系统建模：状态空间模型

有了系统的单位阶跃响应数据，可以采用Matlab模型辨识工具箱把系统的状态空间模型辨识出来。

1) 辨识函数n4sid

状态空间模型表达式

$$x(t + T_s) = Ax(t) + Bu(t) + Ke(t)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t) + e(t)$$

预测控制器设计与仿真实例

2) 调用格式

$m = n4sid(data, order)$

参数说明

data: 系统输入输出数据

order: 模型阶数

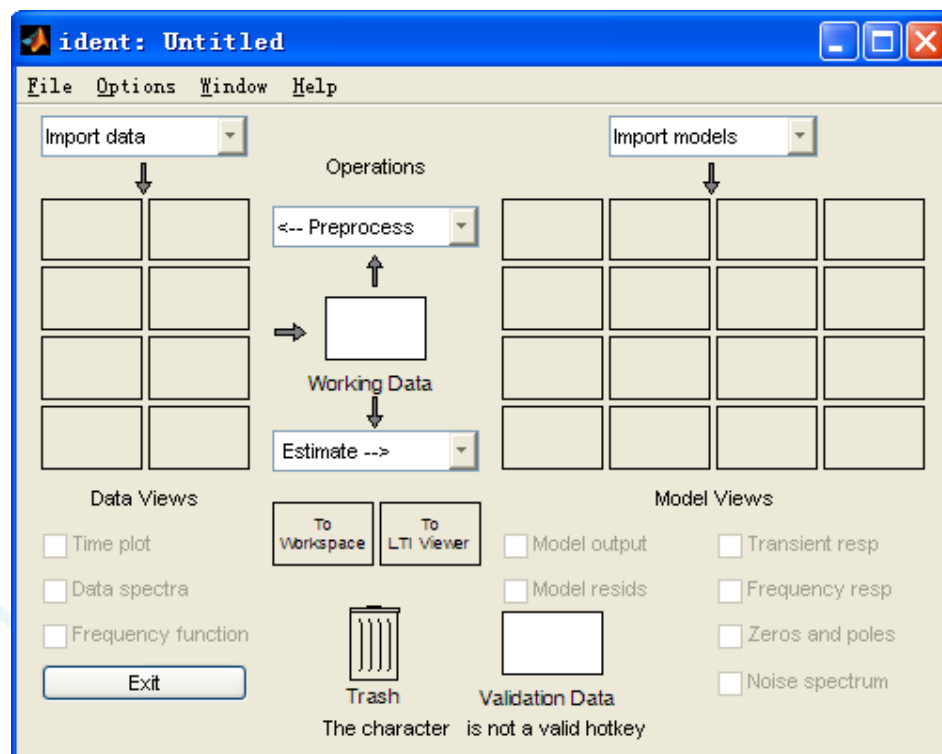
3) 数据结构

函数 `n4sid` 采用的数据格式具有特殊性，是一个具有系统输入输出数据的 `iddata` 数据类型，需要用函数 `iddata` 进行数据封装。

```
pump1 = iddata([y11 y12 y13],[u1,zeros(size(y11))],Ts);  
pump2 = iddata([y21 y22 y23],[zeros(size(y21)),u2],Ts);  
pump = merge(pump1,pump2);  
set(pump,'inputname','Q1','Q2','outputname','L1','L2','L3',  
'inputunit','ml/s','ml/s','outputunit','cm','cm','cm');
```

预测控制器设计与仿真实例

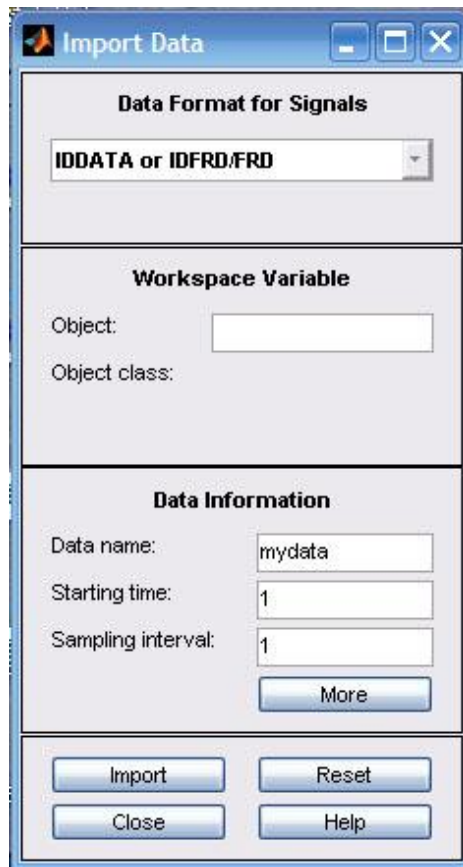
有了输入输出数据，在matlab命令行输入**ident**，打开辨识工具箱的图形界面。



通过“Import data”下拉菜单选择“Data object”。

预测控制器设计与仿真实例

打开输入数据界面



The screenshot shows a dialog box titled "Import Data" with a standard Windows-style title bar (minimize, maximize, close buttons). The dialog is divided into three main sections:

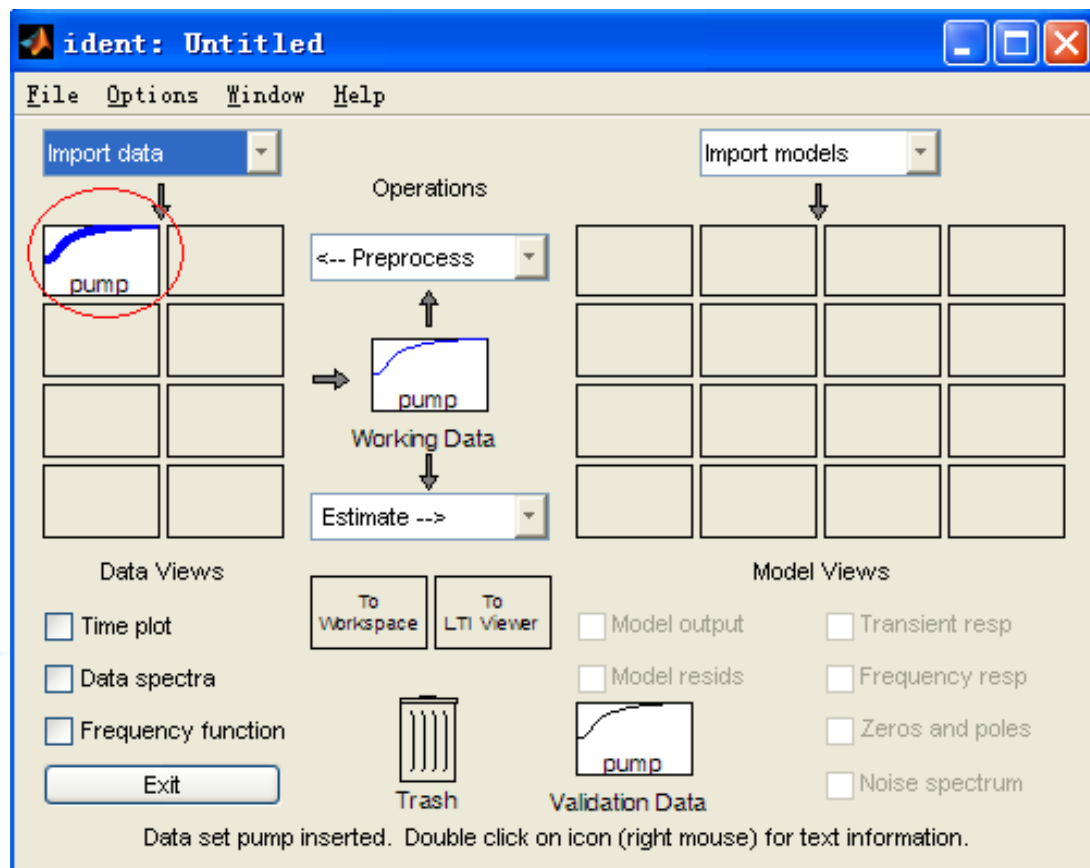
- Data Format for Signals:** Contains a dropdown menu currently set to "IDDATA or IDFRD/FRD".
- Workspace Variable:** Contains two labels: "Object:" followed by an empty text input field, and "Object class:" followed by an empty text input field.
- Data Information:** Contains three labels with corresponding input fields: "Data name:" with the value "mydata", "Starting time:" with the value "1", and "Sampling interval:" with the value "1". Below these fields is a button labeled "More".

At the bottom of the dialog, there are four buttons arranged in a 2x2 grid: "Import", "Reset", "Close", and "Help".

在“object”栏输入封包的数据“pump”，点击“import”。

预测控制器设计与仿真实例

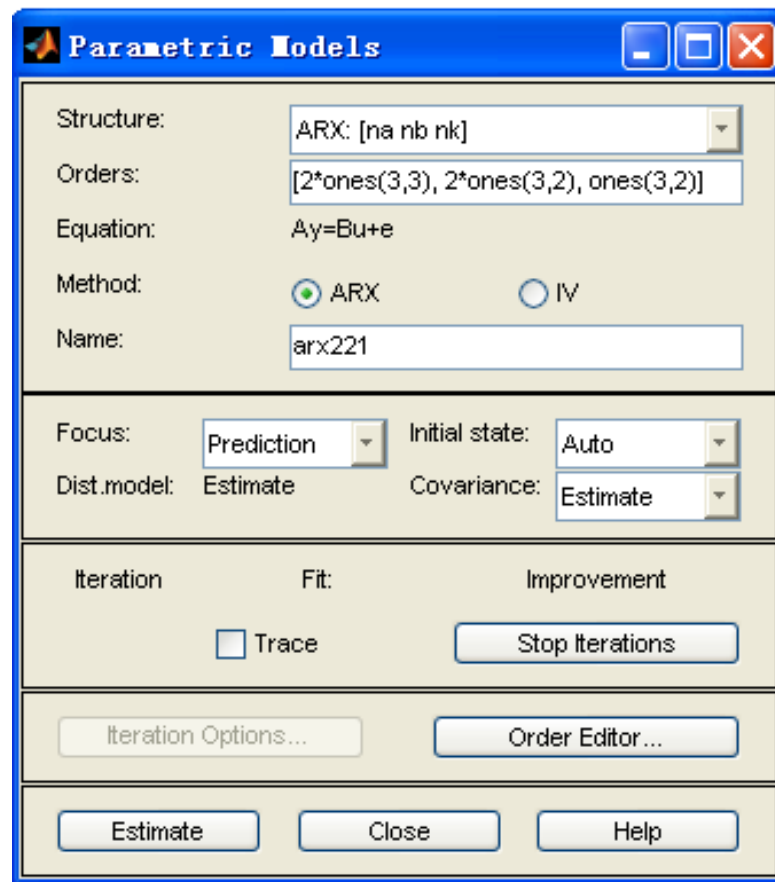
成功导入数据后的界面



在“Estimate”下拉菜单中选择“Parametric models” 20

预测控制器设计与仿真实例

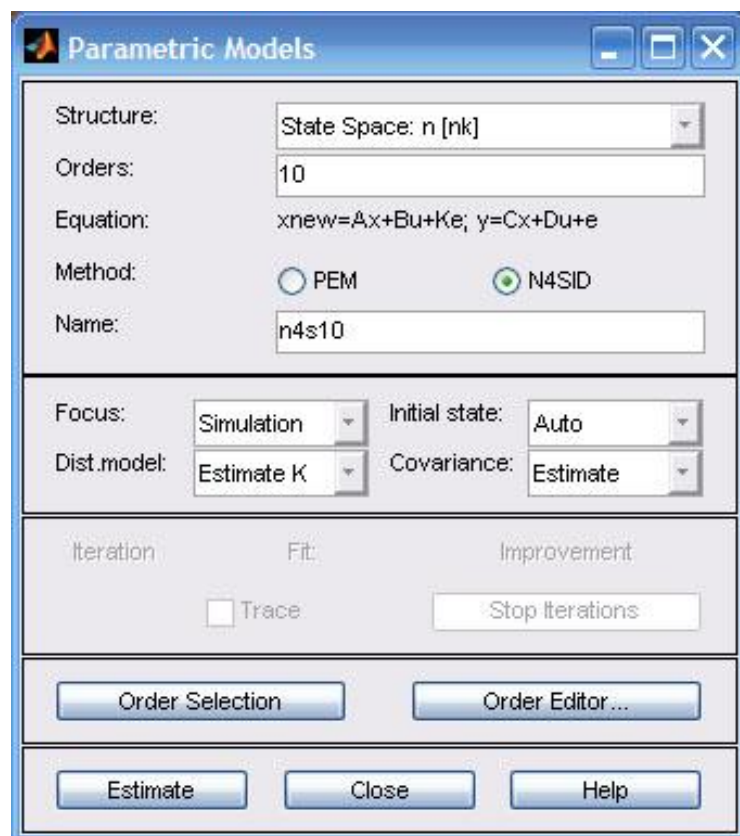
打开模型参数界面



在“Structure”下拉菜单中选择“State Space: $n(nk)$ ”

预测控制器设计与仿真实例

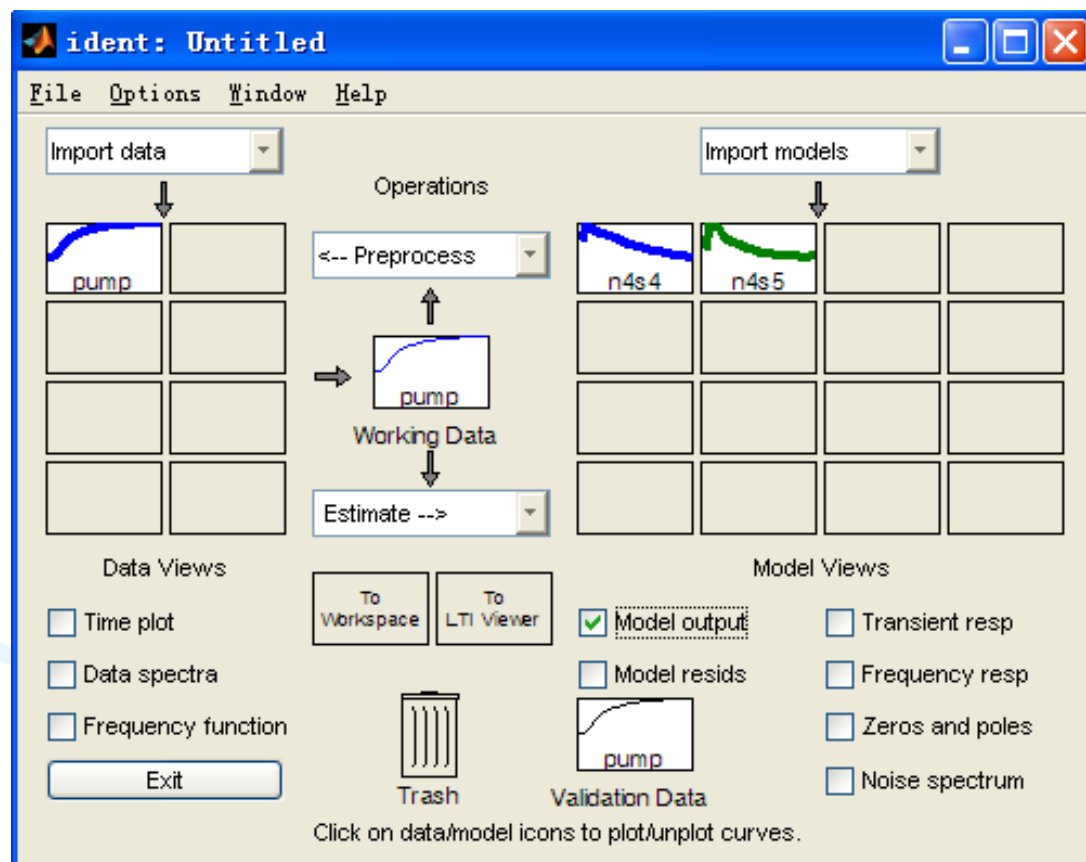
打开状态空间模型阶数配置界面



在“Orders”栏输入模型阶数，然后点击“Estimate”₂₂

预测控制器设计与仿真实例

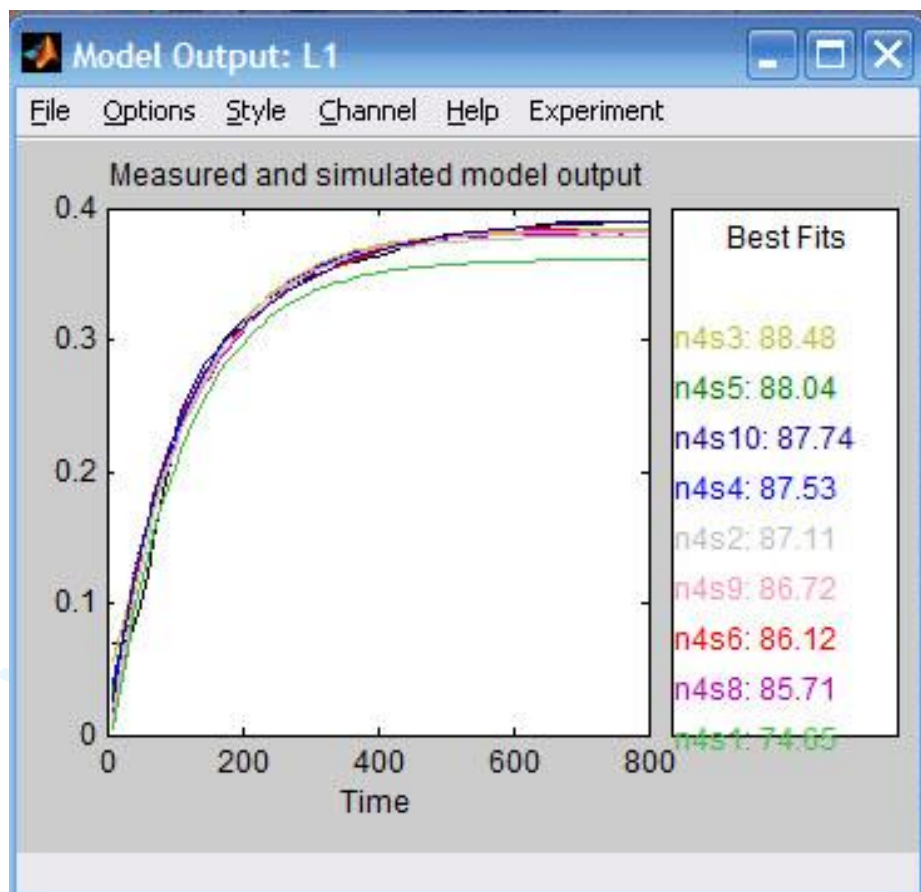
获得多组辨识结果



通过选择 “Model output” 观察比较辨识结果。

预测控制器设计与仿真实例

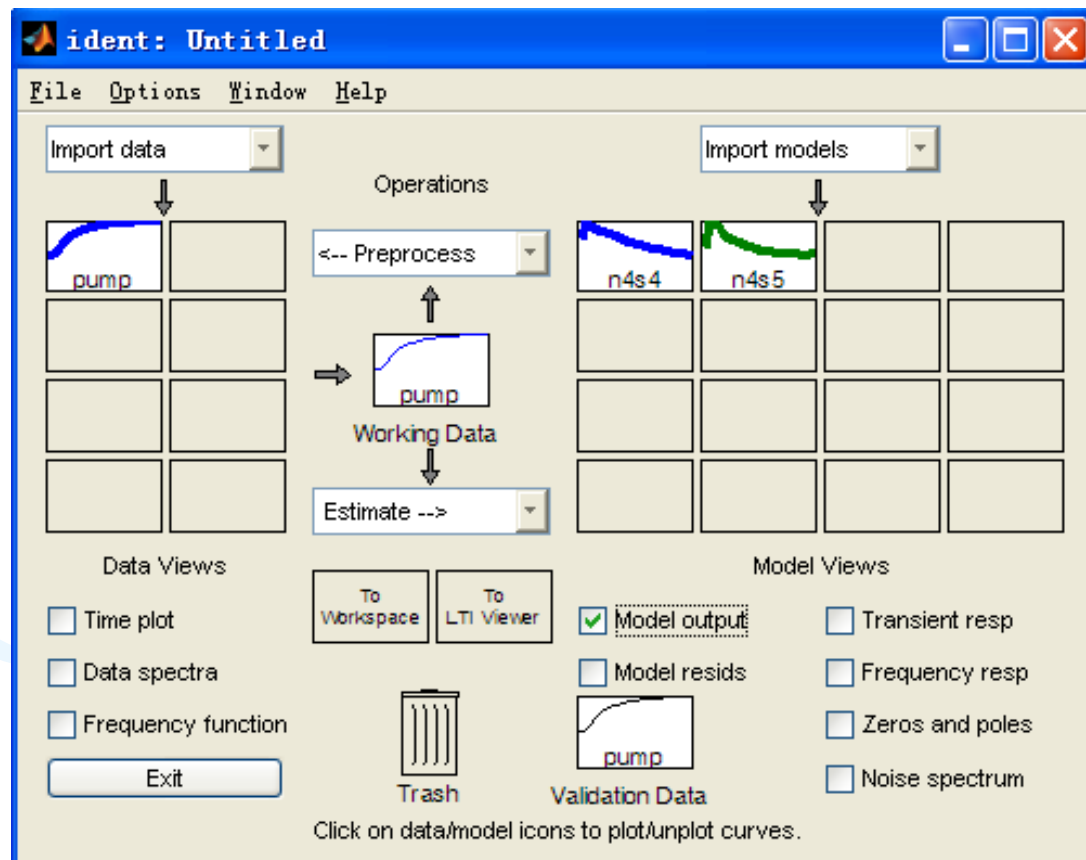
打开模型辨识结果比较界面



辨识结果比较界面

预测控制器设计与仿真实例

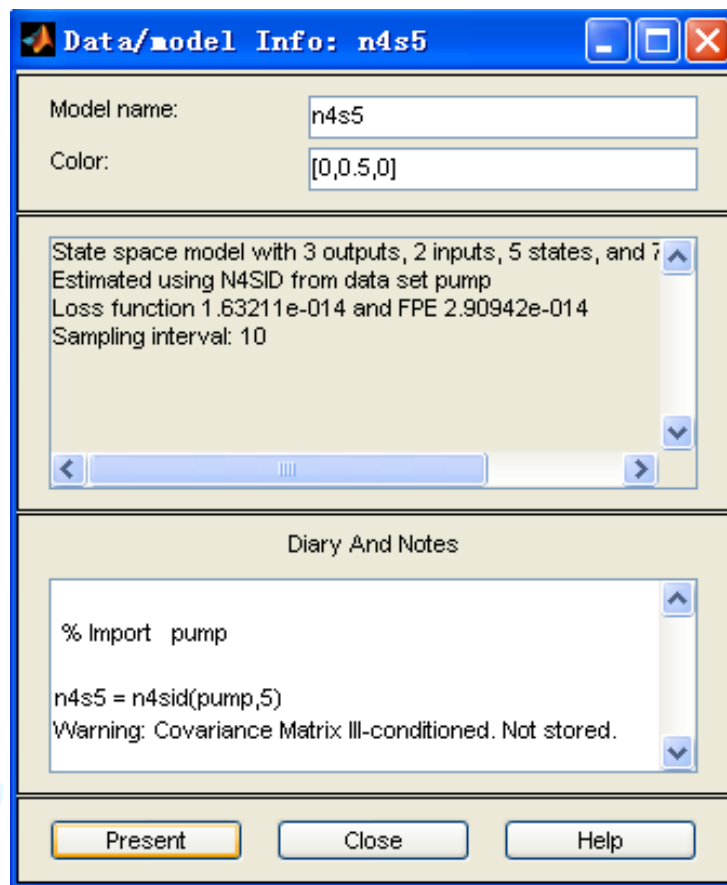
选择一组符合要求的辨识结果



鼠标左键双击选中的模型。

预测控制器设计与仿真实例

打开模型辨识结果输出界面



通过选择“Present”输出辨识结果。

预测控制器设计与仿真实例

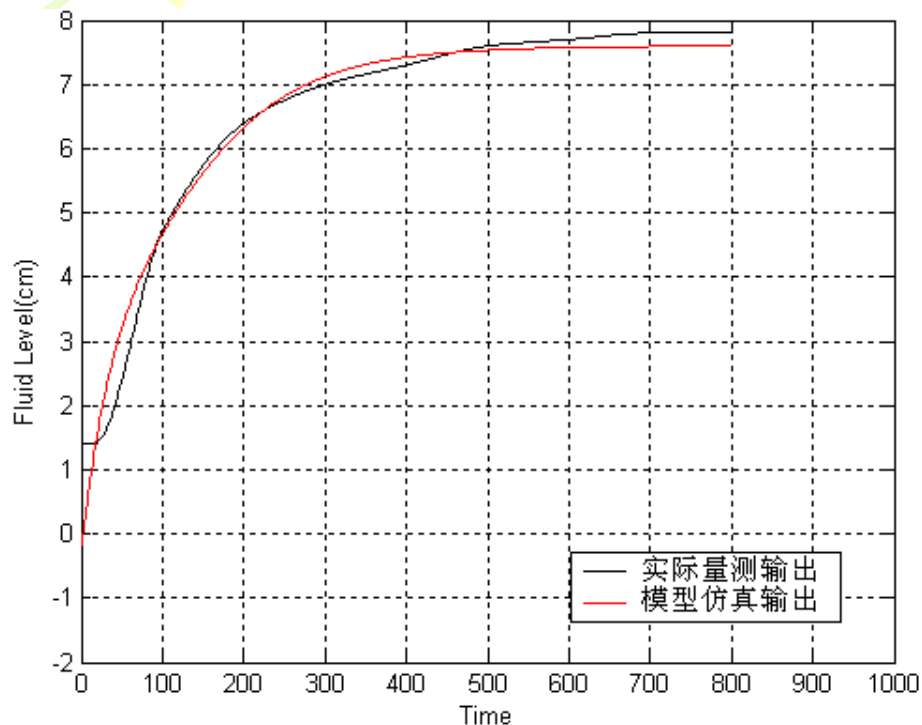
辨识获得的四阶状态空间模型

$$x(k+1) = \begin{bmatrix} 0.9217 & -0.0022 & -0.0098 & -0.0308 \\ 0.1067 & 0.8037 & -0.0612 & -0.1183 \\ 0.0387 & -0.0171 & 0.7892 & 0.0039 \\ -0.0473 & 0.1414 & -0.0387 & 0.7371 \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} -0.0841 & -0.006 \\ 0.809 & -0.0287 \\ 0.3959 & 0.3271 \\ -0.4726 & 0.446 \end{bmatrix} u(k)$$

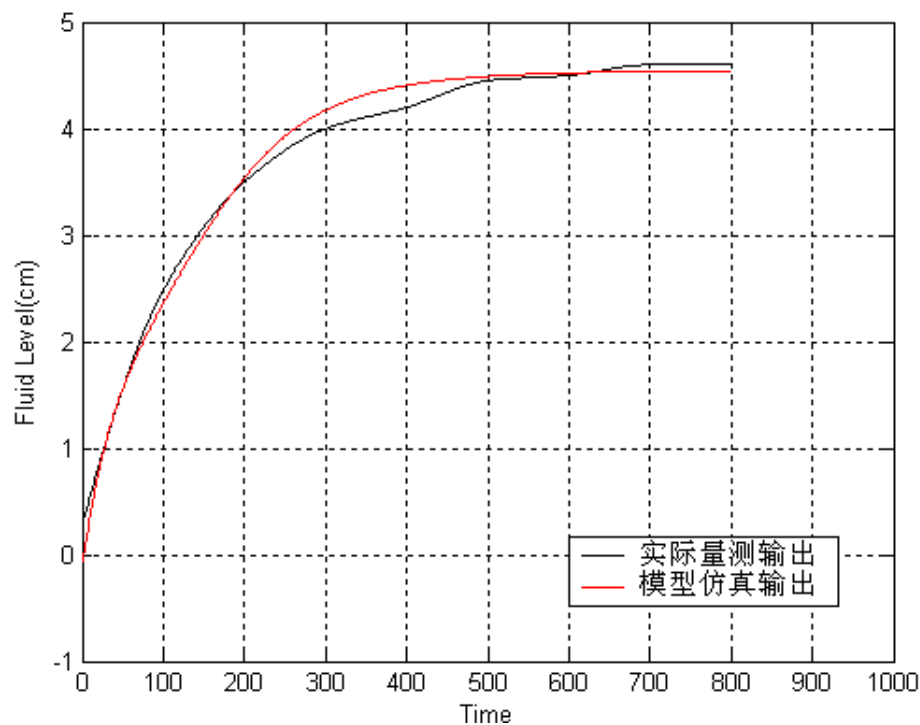
$$y(k) = \begin{bmatrix} -0.3038 & -0.002 & 0.003 & 0.0038 \\ -0.0728 & -0.0313 & 0.022 & 0.0003 \\ -0.223 & -0.0194 & 0.0037 & 0.0043 \end{bmatrix} x(k)$$

预测控制器设计与仿真实例

模型验证



液位1响应实际输出与模型输出对比



液位3响应实际输出与模型输出对比

预测控制器设计与仿真实例

无约束预测控制

1) 无约束预测控制求解: **mpccon**, 求取 K_{mpc}

Kmpc=mpccon(model,yw,uw,m,p);

参数:

model: 开环对象的阶跃响应模型

yw: 二次型性能指标的输出误差加权矩阵

uw: 二次型性能指标的控制量加权矩阵

m/p: 控制/预测时域长度

预测控制器设计与仿真实例

无约束预测控制

2) 无约束预测控制仿真: **mpcsim**

[y,u]=mpcsim(plant,model,Kmpc,tend,R);

参数:

planr/model: 开环对象的阶跃响应模型

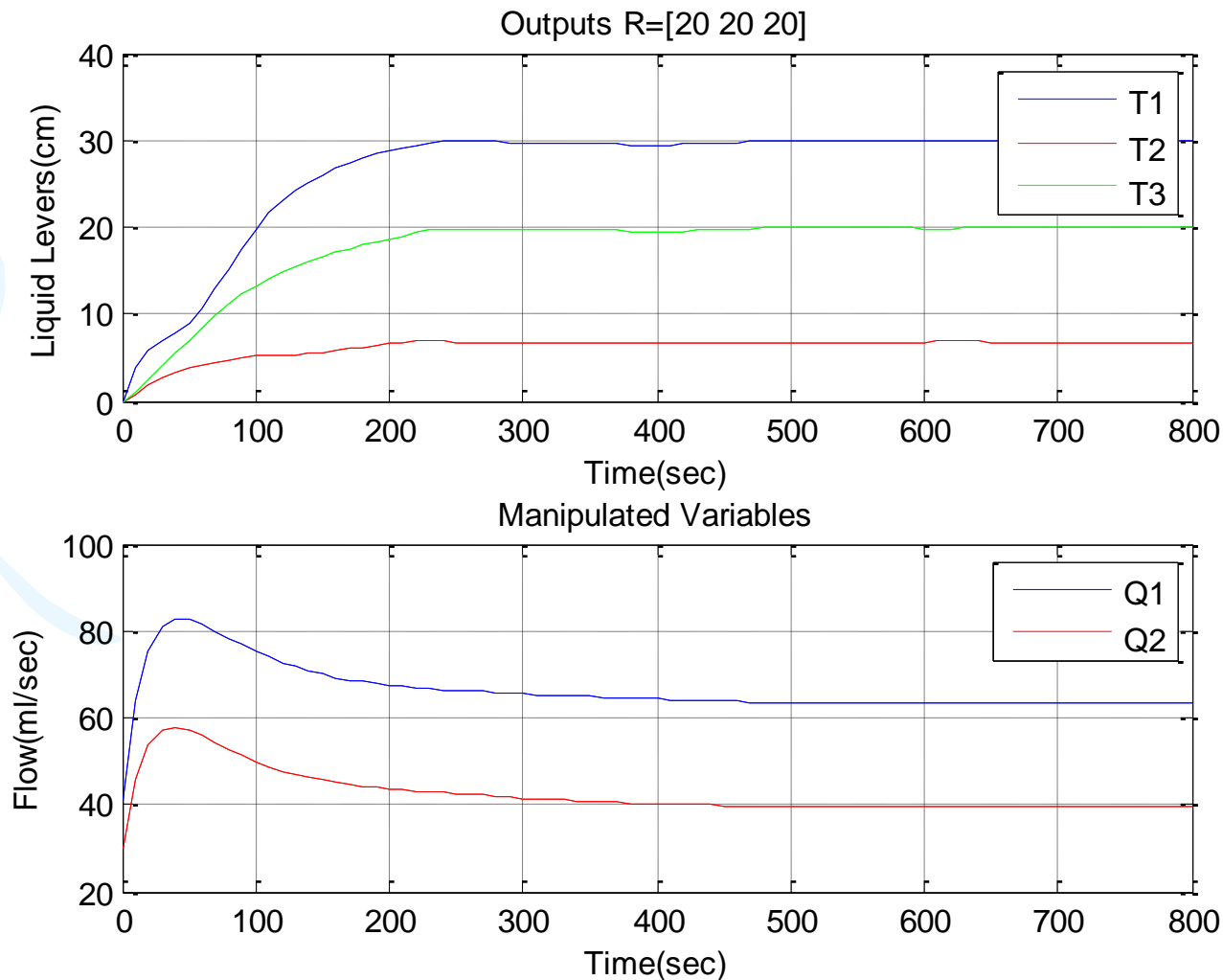
Kmpc: 预测控制器的增益矩阵

tend: 仿真时长

R: 输出设定值, 常值或时变轨迹

预测控制器设计与仿真实例

仿真结果:



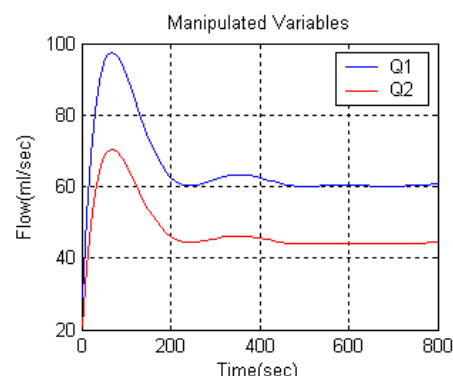
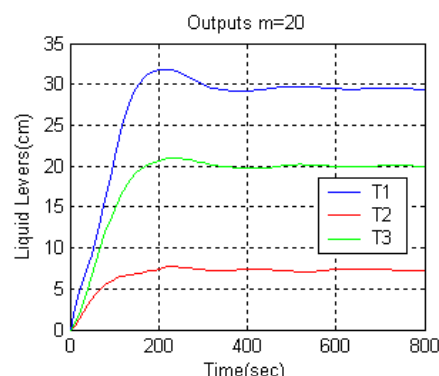
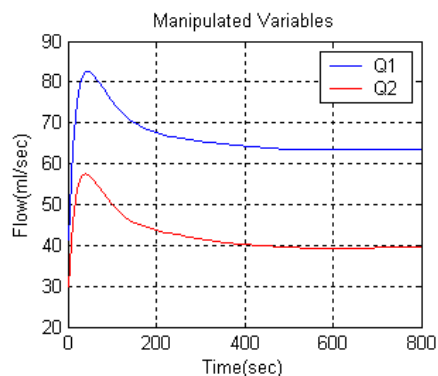
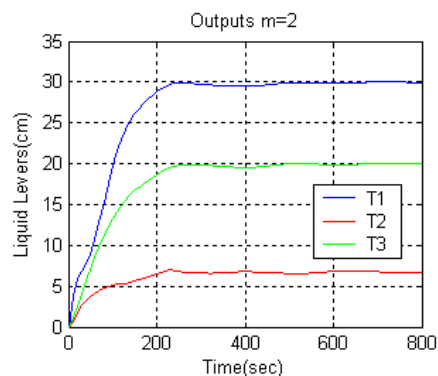
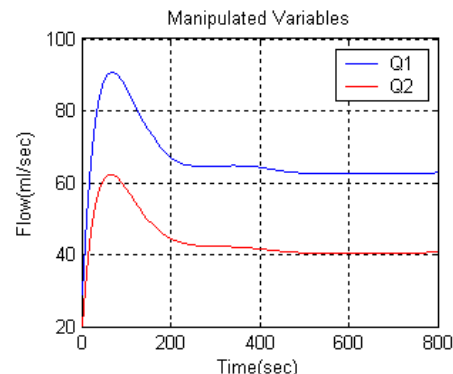
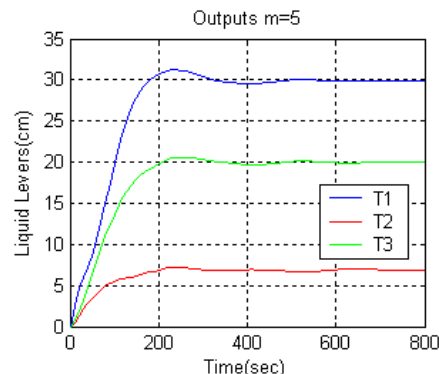
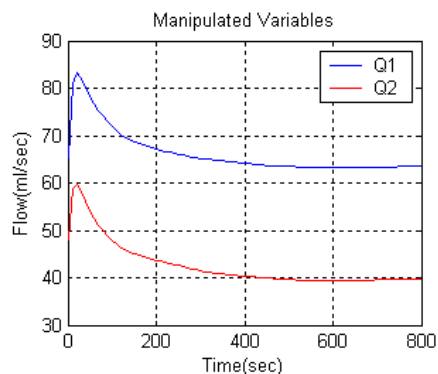
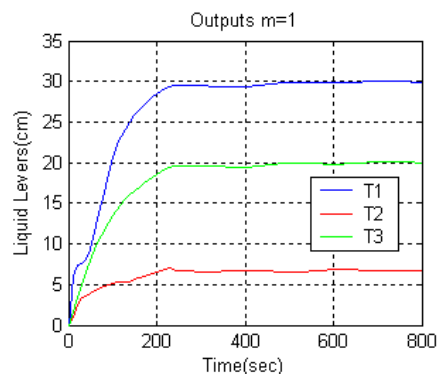
预测控制器设计与仿真实例

控制器参数选取及性能分析

- 1) 控制时域对控制性能的影响
- 2) 预测时域对控制性能的影响
- 3) 输出加权矩阵对控制性能的影响
- 4) 控制加权矩阵对控制性能的影响
- 5) 系统输出存在白噪声干扰下的控制性能

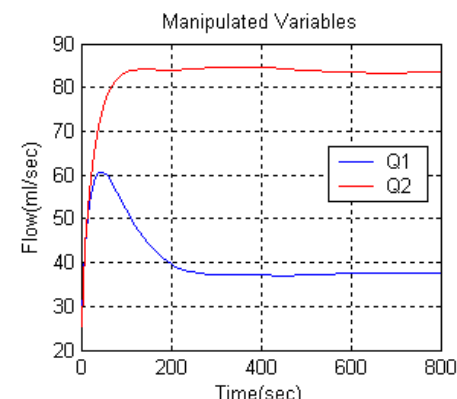
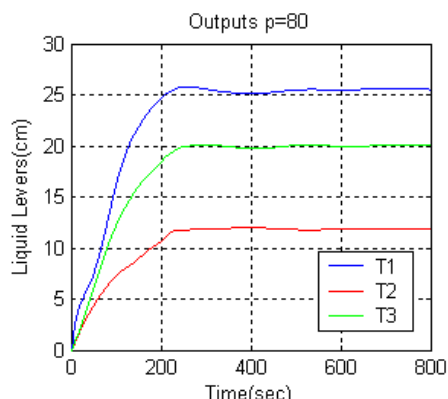
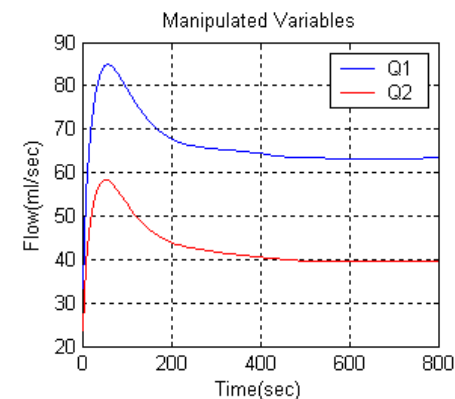
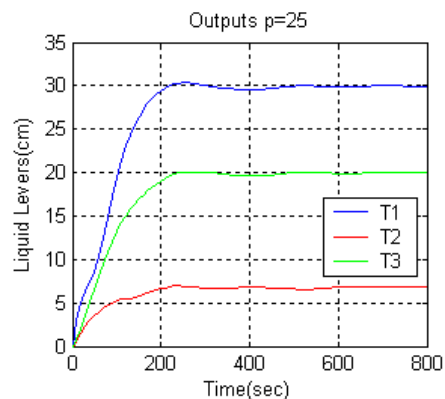
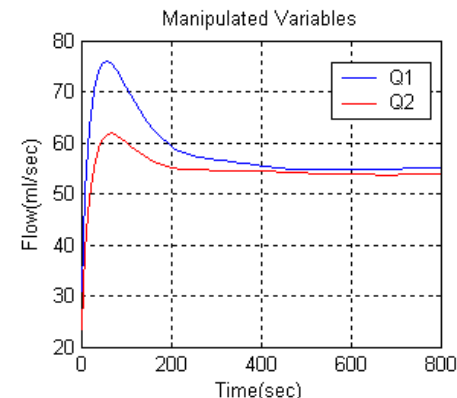
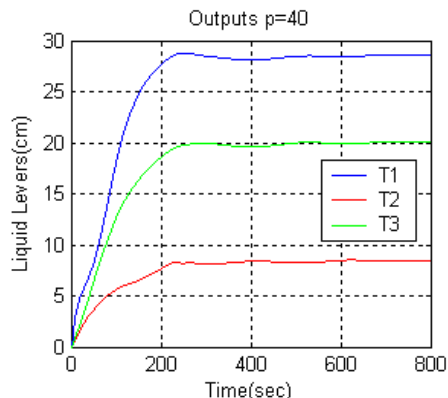
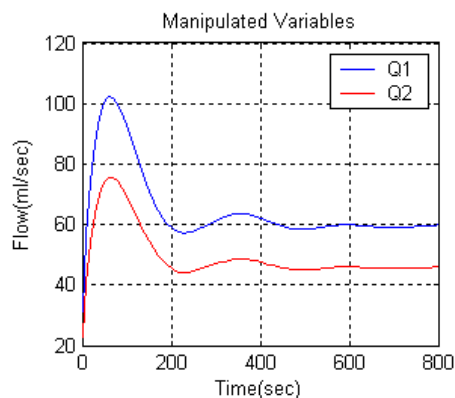
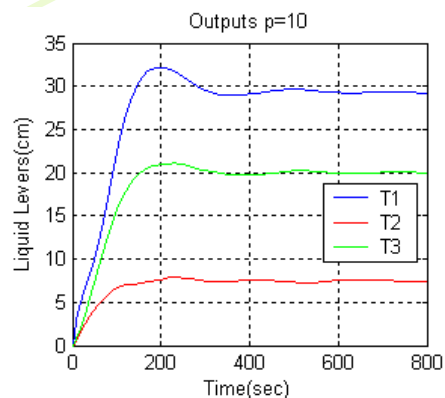
预测控制器设计与仿真实例

控制时域对控制性能的影响



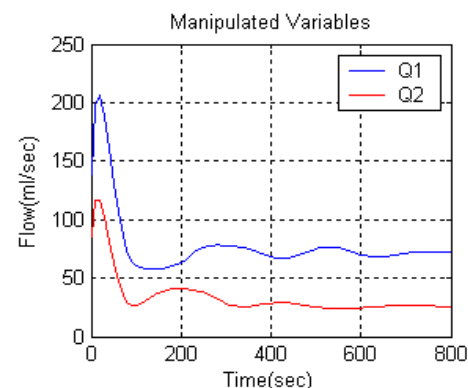
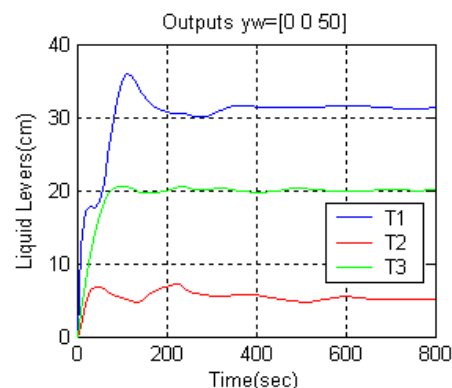
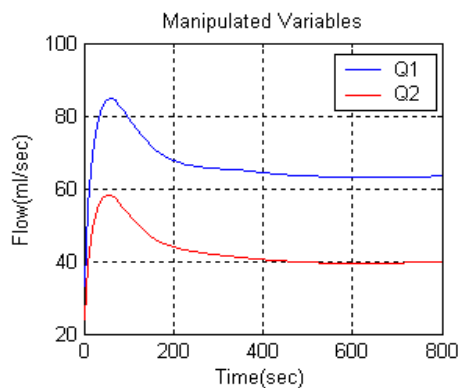
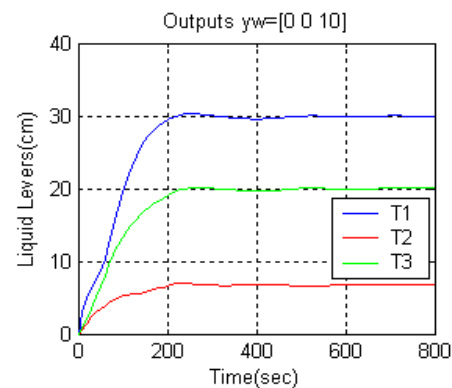
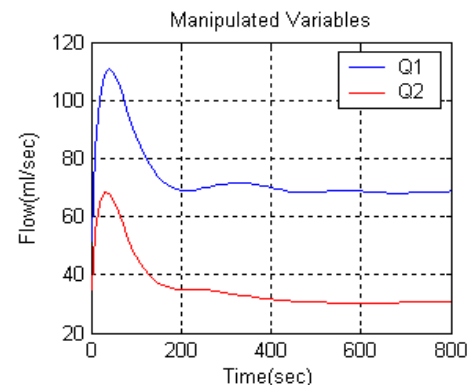
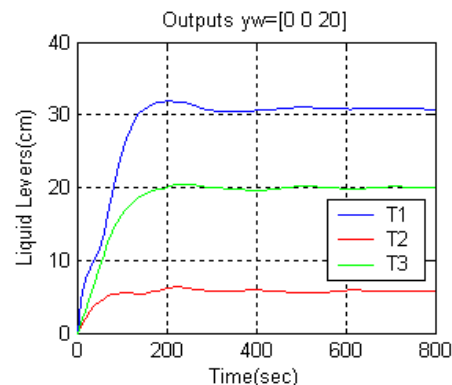
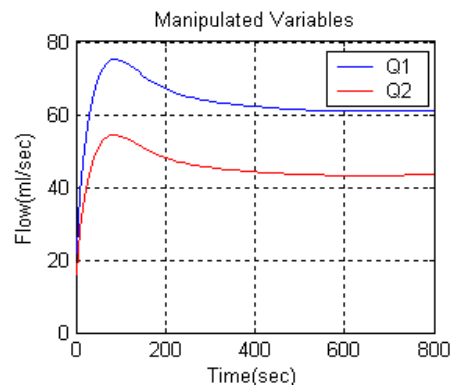
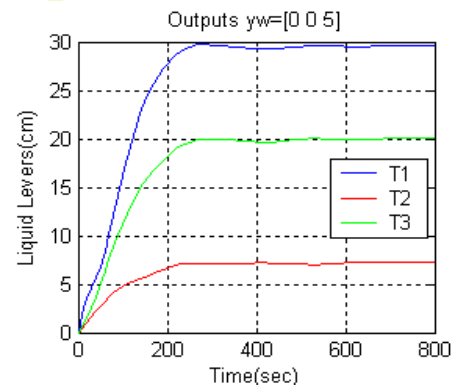
预测控制器设计与仿真实例

预测时域对控制性能的影响



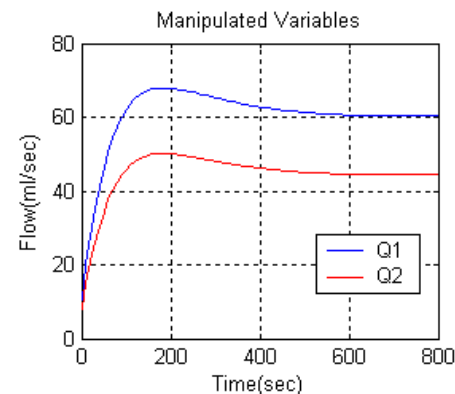
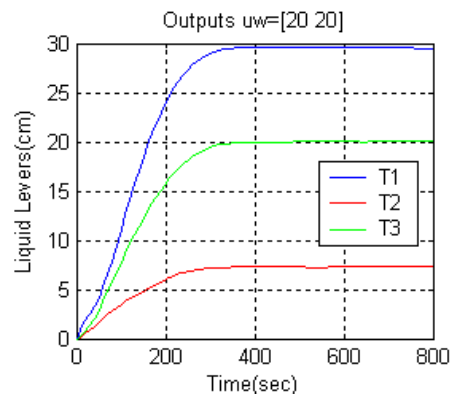
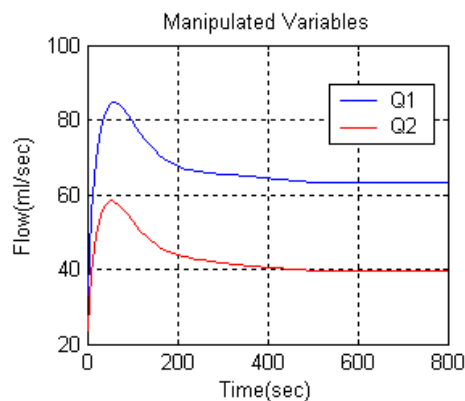
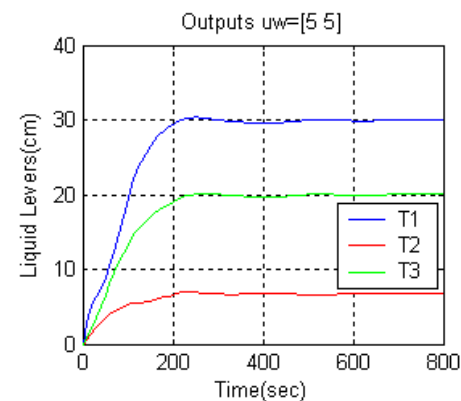
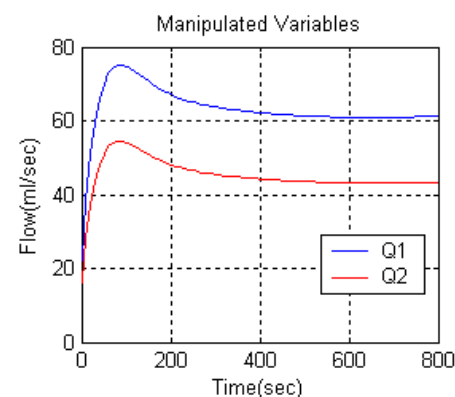
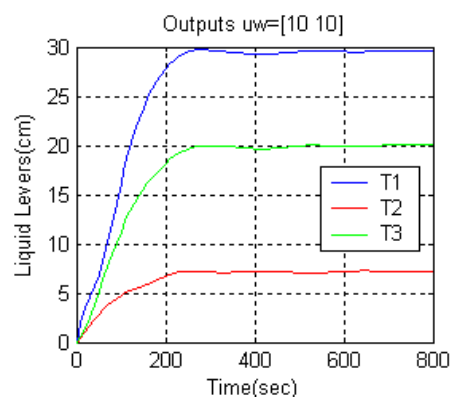
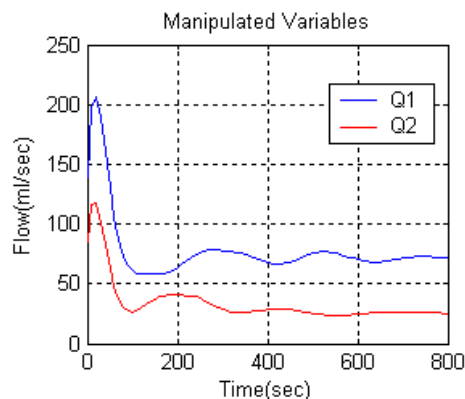
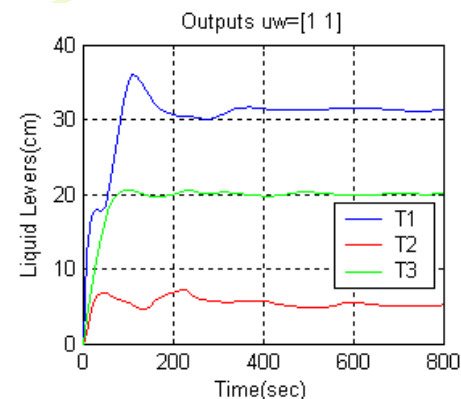
预测控制器设计与仿真实例

输出误差加权对控制性能的影响



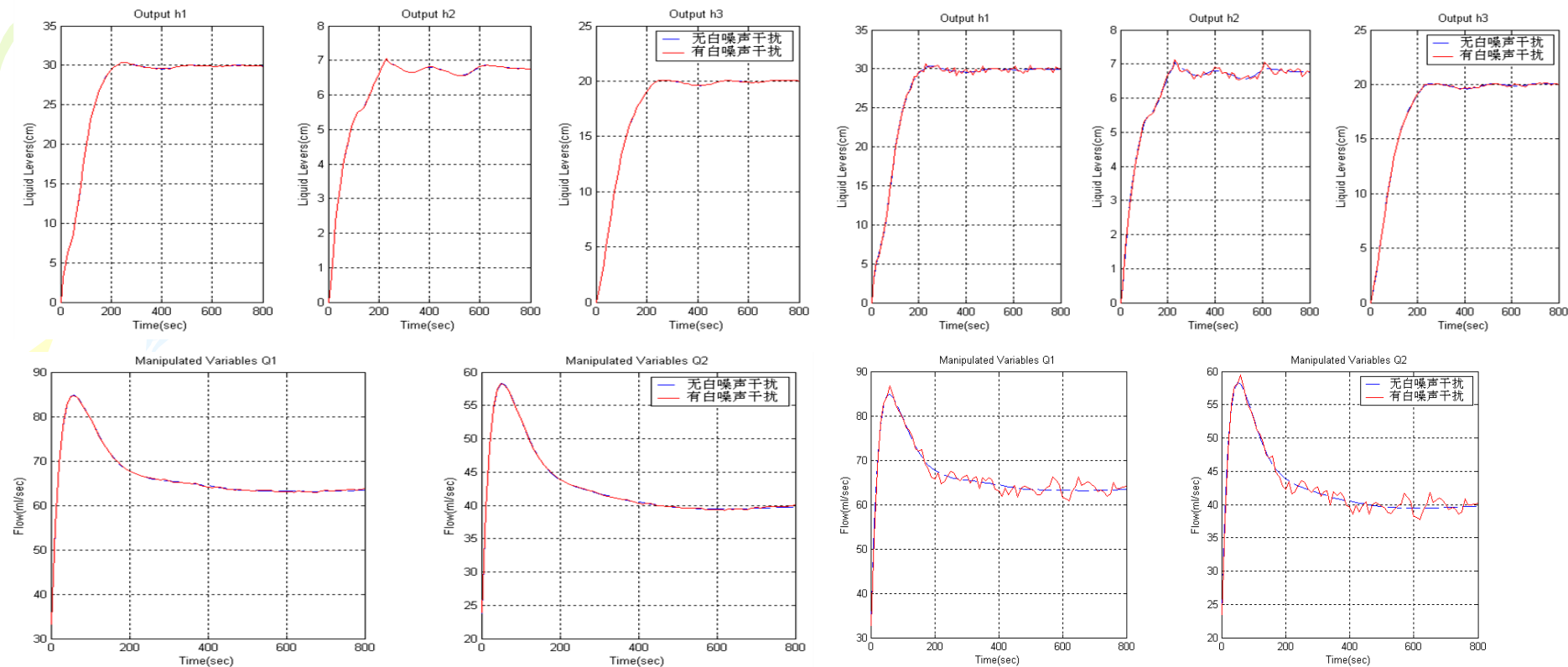
预测控制器设计与仿真实例

控制增量加权对控制性能的影响



预测控制器设计与仿真实例

系统抗干扰性能分析



扰动：零均值方差0.1的白噪声

扰动：零均值方差10的白噪声

预测控制器设计与仿真实例

约束预测控制

1) QP问题求解: **quadprog**

$x = \text{quadprog}(H, f, A, b);$

参数:

目标函数

$$\frac{1}{2} x^T H x + f^T x$$

约束

$$A x \leq b$$

预测控制器设计与仿真实例

约束预测控制-无限预测时域有限控制时域

2) 终端惩罚阵P: dlyap

$$P = \text{dlyap}(A', C' * YW' * YW * C)$$

参数:

离散系统Lyapunov方程

$$P = (\Gamma^y C)^T \Gamma^y C + A^T P A$$

约束预测控制

优化问题有解，则输入输出稳定

是否内稳定？取决于 $(\Gamma^y C, A)$

离散系统的Lyapunov方程

$$P = \left(\Gamma^y C \right)^T \Gamma^y C + A^T P A$$

解存在的充要条件： A 稳定(开环稳定系统)

方法的局限性： A 不稳定无法解决！

预测控制器设计与仿真实例

无限预测时域有限控制时域约束预测控制

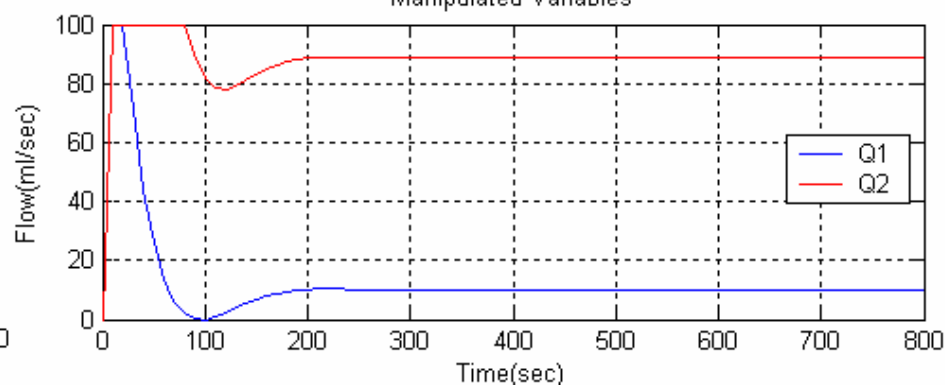
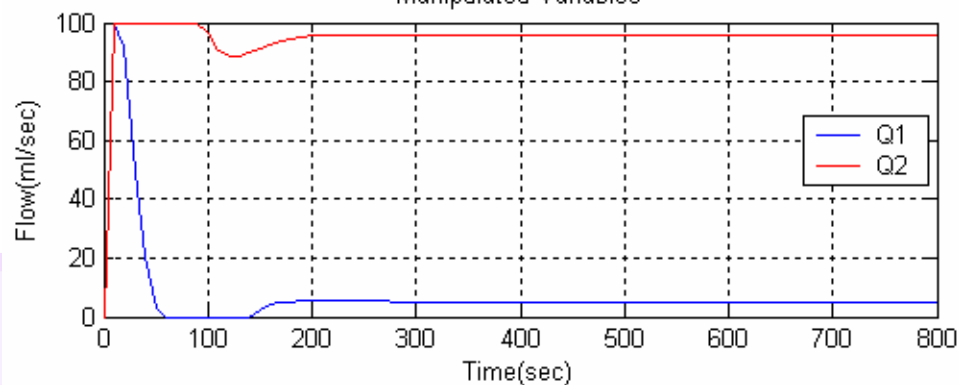
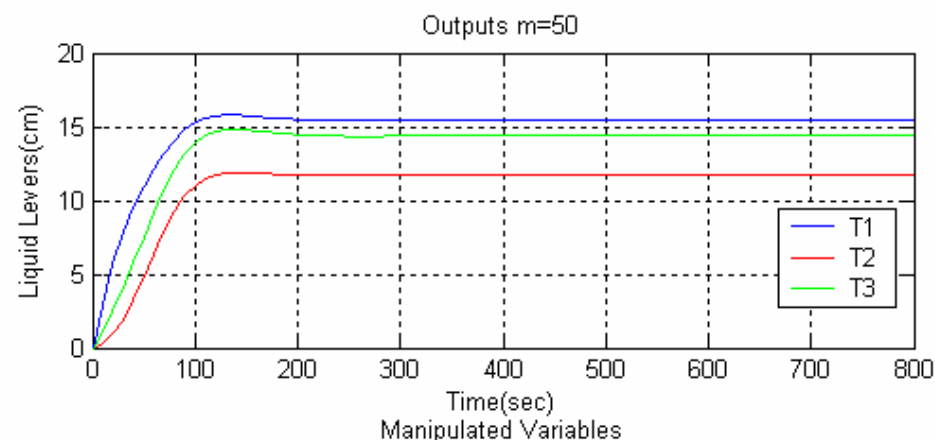
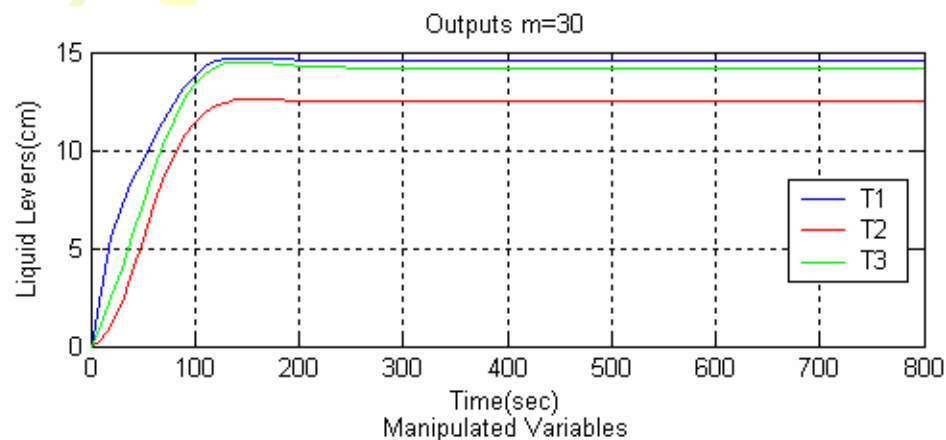
前提条件：开环系统稳定

控制器参数选取及性能分析

- 1) 控制时域对控制性能的影响
- 2) 输出加权矩阵对控制性能的影响
- 3) 控制加权矩阵对控制性能的影响
- 4) 系统输出存在白噪声干扰下的控制性能

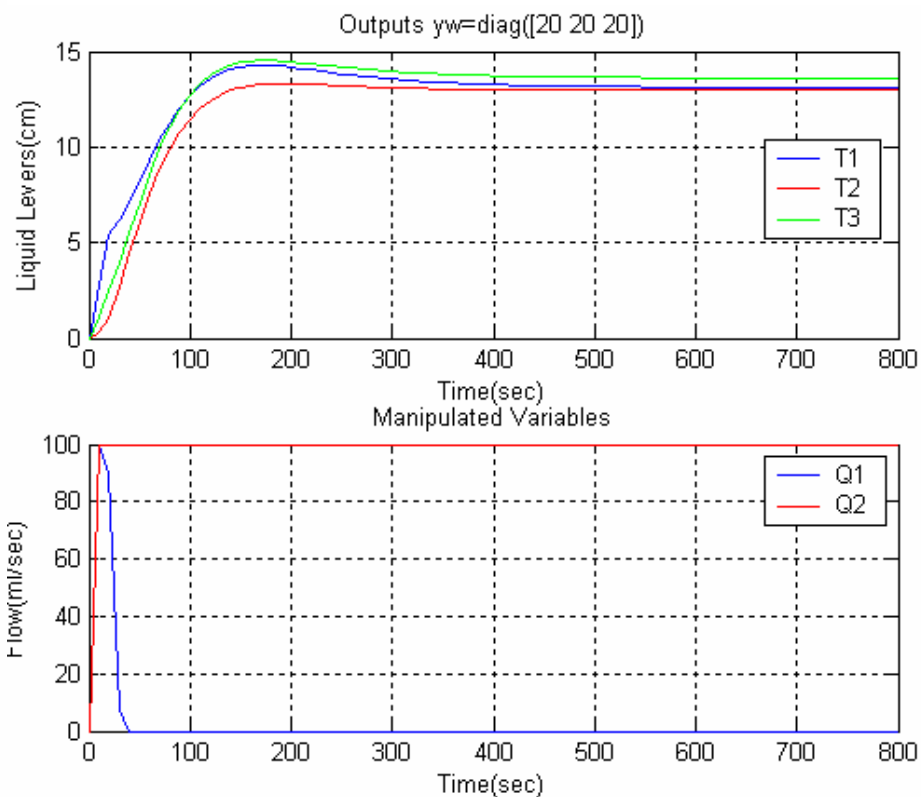
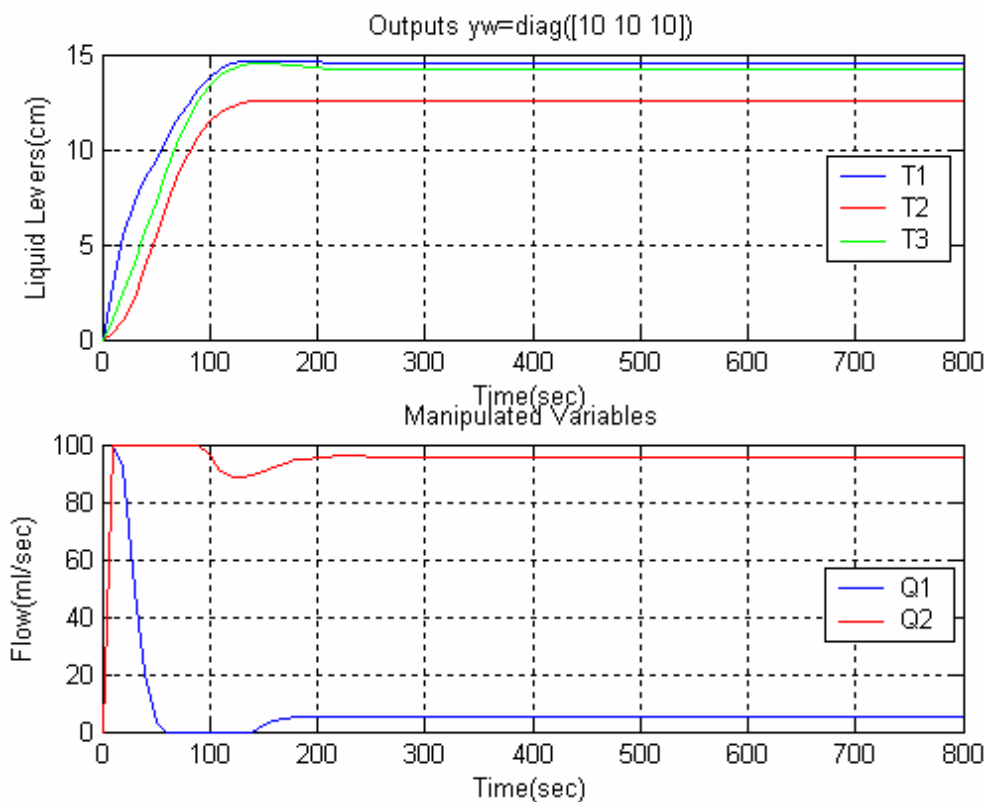
预测控制器设计与仿真实例

控制时域对控制性能的影响



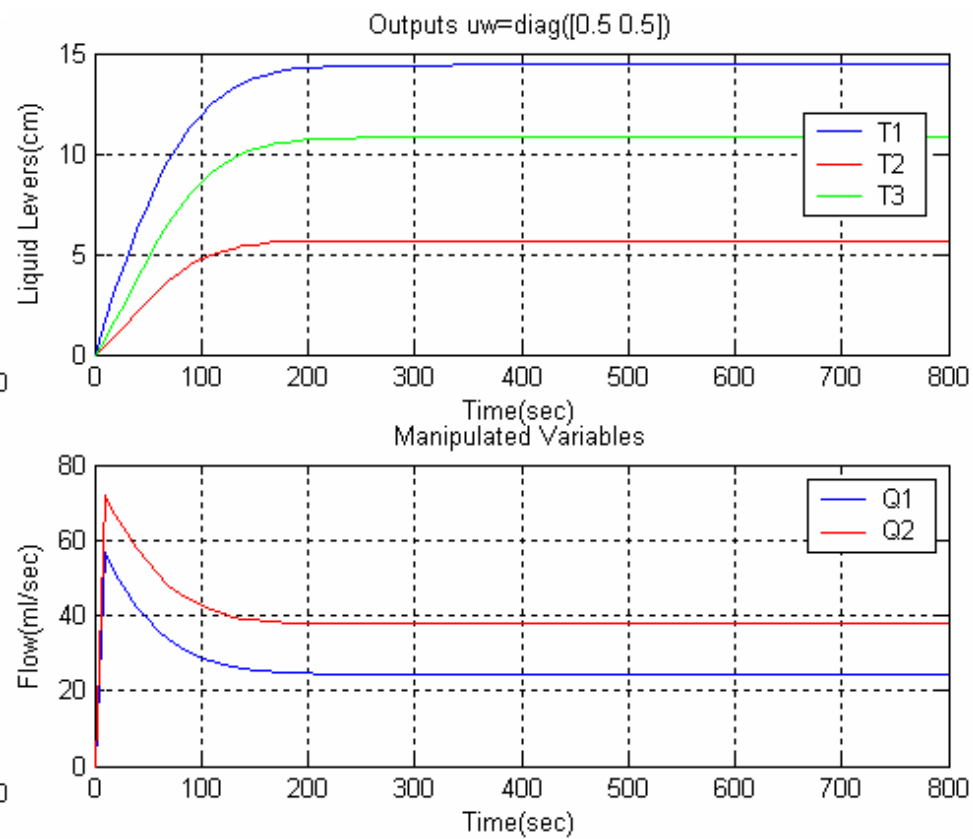
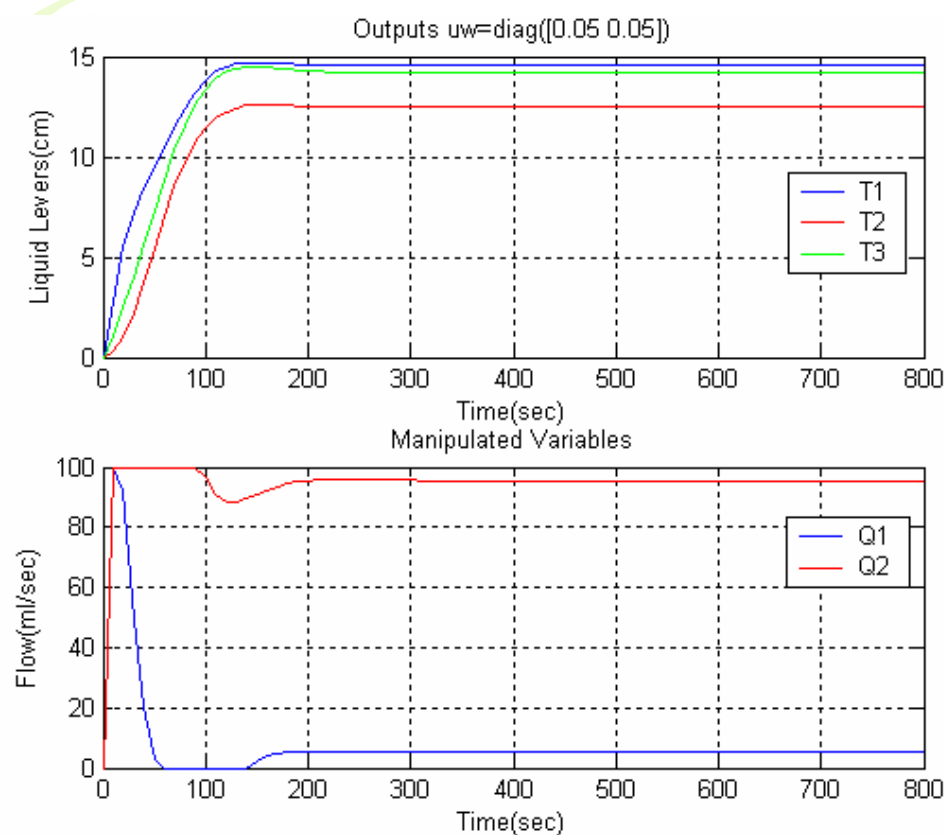
预测控制器设计与仿真实例

输出误差加权对控制性能的影响



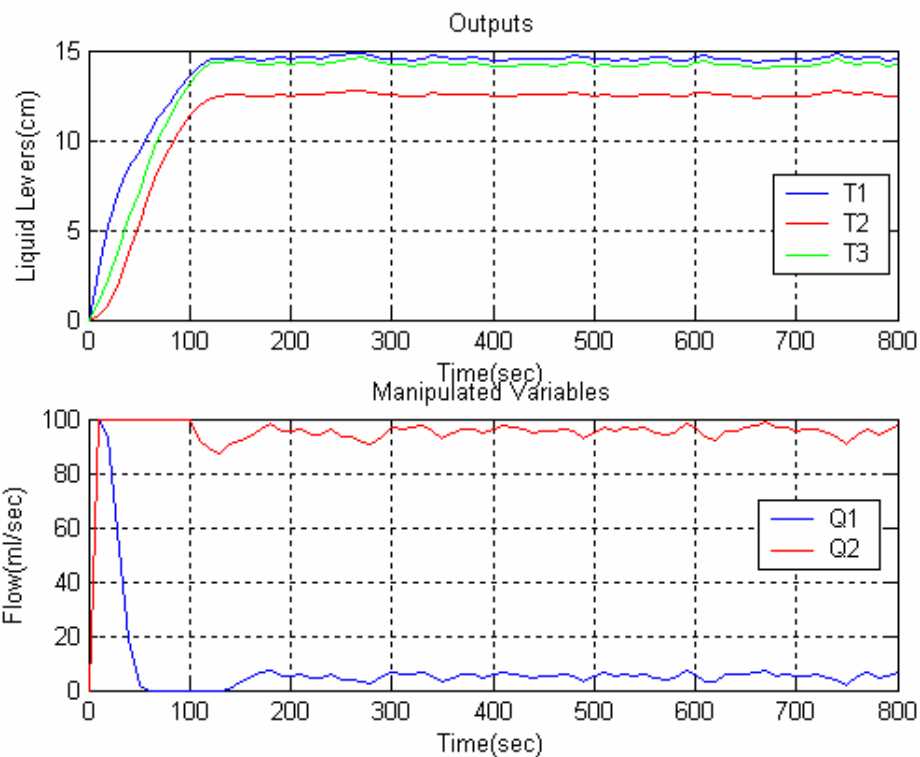
预测控制器设计与仿真实例

控制增量加权对控制性能的影响

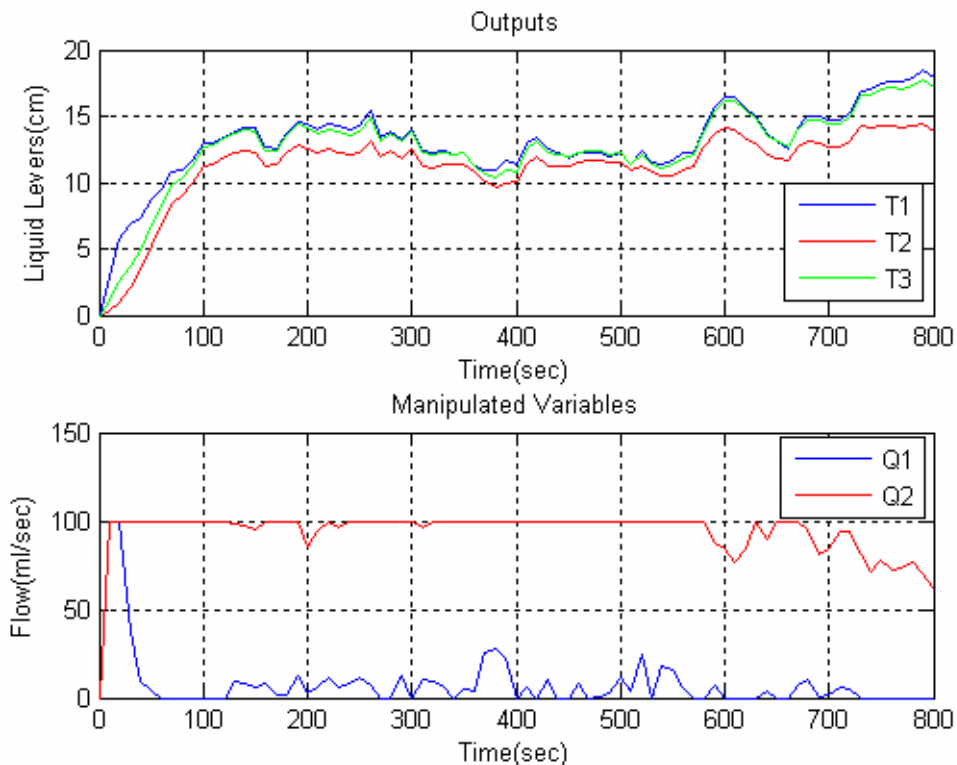


预测控制器设计与仿真实例

系统抗干扰性能分析



扰动：零均值方差0.01的白噪声



扰动：零均值方差0.5的白噪声

预测控制器设计与仿真实例

终端不等式约束预测控制

优化问题描述

$$\text{Find } \min_{\Delta u(*)} \sum_{i=0}^{m-1} \left(\|x(k+i)\|_Q^2 + \|u(k+i)\|_R^2 \right) + \|x(k+m)\|_P^2$$

s.t.

$$x(k) = Ax(k-1) + Bu(k-1)$$

$$y(k) = Cx(k)$$

$$x(k) \in X, \quad u(k) \in U$$

$$x(k+m) \in \Omega \quad \Omega = \{x \in R^n \mid x^T P x < \alpha\}$$

预测控制器设计与仿真实例

附加条件：当 $x(k+m) \in \Omega$ ，取

$$u(k) = Lx(k)$$

$\Omega \triangleq \{x \in R^n \mid x^T P x < \alpha\}$ 为不变集。

P 为离散Lyapunov方程

$$P = (A + BL)^T P (A + BL) + Q + L^T R L$$

的正定解。

只要 $A+BL$ 稳定，则 (A, B) 可控， P 一定存在！

终端不等式约束预测控制

终端域外MPC + 终端域内线性反馈控制

需求取：

- 1) 静态反馈矩阵 L
- 2) 终端惩罚矩阵 P
- 3) 终端不等式约束 $x^T P x < \alpha$
- 4) 稳态平衡点 x_s 、 u_s （稳态平衡点不在原点的情况）
- 5) 终端域外的MPC控制器

预测控制器设计与仿真实例

终端不等式约束预测控制

终端域外MPC + 终端域内线性反馈控制

需求取：

- 1) 静态反馈矩阵 L
- 2) 终端惩罚矩阵 P
- 3) 终端不等式约束 $x^T P x < \alpha$
- 4) 稳态平衡点 x_s 、 u_s （稳态平衡点不在原点的情况）
- 5) 终端域外的MPC控制器

静态反馈矩阵L

1) 极点配置: `place`函数

- 根据系统能控阵判断系统是否可控
- 如系统可控，则设置闭环系统极点使之充分接近原点
- 利用极点配置函数`place`可求得反馈增益阵

预测控制器设计与仿真实例

静态反馈矩阵L

1) 极点配置: place函数

三容水箱的四阶状态空间模型

$$x(k+1) = \begin{bmatrix} 0.9217 & -0.0022 & -0.0098 & -0.0308 \\ 0.1067 & 0.8037 & -0.0612 & -0.1183 \\ 0.0387 & -0.0171 & 0.7892 & 0.0039 \\ -0.0473 & 0.1414 & -0.0387 & 0.7371 \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} -0.0841 & -0.006 \\ 0.809 & -0.0287 \\ 0.3959 & 0.3271 \\ -0.4726 & 0.446 \end{bmatrix} u(k)$$

$$\text{系统能控阵 } Q_C = [B \quad AB \quad \cdots \quad A^{n-1}B]$$

$$\text{rank}(Q_C) = 4$$

静态反馈矩阵L

1) 极点配置: place函数

如果设定闭环系统极点为

$-0.01, -0.02, -0.01+0.02j, -0.01-0.02j$

则线性反馈增益阵

$$\mathbf{L} = \text{place}(\mathbf{A}, \mathbf{B}, [-0.01, -0.02, -0.01+0.02j, -0.01-0.02j])$$

静态反馈矩阵L

2) 最优化: dlqr函数

➤ $L = \text{dlqr}(A, B, Q, R, \text{zeros}(\text{size}(B)))$

A: 系统阵, B: 控制阵,

Q: 状态加权阵, R: 控制加权阵

➤ 求取的最优增益矩阵L可使得系统在状态反馈率 $u(k) = Lx(k)$ 作用下目标函数取最小值

静态反馈矩阵L

2) 最优化: dlqr函数

直接利用dlqr函数求取线性增益阵为

$$L = \begin{bmatrix} 2.3892 & -0.1358 & 0.0156 & -0.1617 \\ 2.6839 & 0.1514 & -0.2061 & -0.2831 \end{bmatrix}$$

闭环系统特征值

0.8658、0.6265、0.6449+0.1680i、0.6449-0.1680i

系统稳定

预测控制器设计与仿真实例

终端不等式约束预测控制

终端域外MPC + 终端域内线性反馈控制

需求取：

- 1) 静态反馈矩阵 L
- 2) 终端惩罚矩阵 P
- 3) 终端不等式约束 $x^T P x < \alpha$
- 4) 稳态平衡点 x_s 、 u_s （稳态平衡点不在原点的情况）
- 5) 终端域外的MPC控制器

预测控制器设计与仿真实例

终端惩罚阵P：dlyap函数

调用方式

$$P = \text{dlyap}\left((A + BL)^T, (Q + L^T RL)\right)$$

用于求解离散系统Lyapunov方程

$$P = (A + BL)^T P (A + BL) + Q + L^T RL$$

预测控制器设计与仿真实例

终端不等式约束预测控制

终端域外MPC + 终端域内线性反馈控制

需求取：

- 1) 静态反馈矩阵 L
- 2) 终端惩罚矩阵 P
- 3) 终端不等式约束 $x^T P x < \alpha$
- 4) 稳态平衡点 x_s 、 u_s （稳态平衡点不在原点的情况）
- 5) 终端域外的MPC控制器

预测控制器设计与仿真实例

终端不等式约束

平衡点为原点的计算方法:

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \frac{\lambda_{\min}(Q + L^T R L)}{\lambda_{\max}(P)}$$

找一个尽可能大的参数 α 使得 $\forall x \in \Omega = \{x \mid x^T P x < \alpha\}$ 满足

- 1) $x^T (Q + L^T R L) x \geq \varepsilon x^T P x$
- 2) $Lx \in U$, 即满足控制约束

H. Chen and F. Allgower. A Quasi-Infinite Horizon Nonlinear Model Predictive Control Scheme with Guaranteed Stability, Automatica. 34(10):1205-1217, 1998.

预测控制器设计与仿真实例

终端不等式约束预测控制

终端域外MPC + 终端域内线性反馈控制

需求取：

- 1) 静态反馈矩阵 L
- 2) 终端惩罚矩阵 P
- 3) 终端不等式约束 $x^T P x < \alpha$
- 4) 稳态平衡点 x_s 、 u_s （稳态平衡点不在原点的情况）
- 5) 终端域外的MPC控制器

预测控制器设计与仿真实例

稳态平衡点

平衡点平移问题：求取稳态状态和控制

1) 定义系统稳定后的状态和控制分别为 x_s 、 u_s ，根据给定的输出参考轨迹 y_r ，找一个矩阵 C' 使得

$$\begin{aligned} x_s &= Ax_s + Bu_s \\ y_r &= C'x_s \end{aligned} \quad \text{且矩阵} \begin{bmatrix} I - A \\ C' \end{bmatrix} \text{满秩}$$

通常当系统可观测的时候，系统的测量矩阵 C 就可以满足上述条件。

预测控制器设计与仿真实例

稳态平衡点

平衡点平移问题：求取稳态状态和控制

2) 求解优化问题

$$\min_{[x_s, u_s]^T} (y_r - C'x_s)^T Q_s (y_r - C'x_s) + (u_s - u_t)^T R_s (u_s - u_t)$$

$$s.t. \quad [I - A \quad -B][x_s, u_s]^T = 0$$

其中 Q_s 为任意正定阵， R_s 通常取为0。

预测控制器设计与仿真实例

终端不等式约束预测控制

终端域外MPC + 终端域内线性反馈控制

需求取：

- 1) 静态反馈矩阵 L
- 2) 终端惩罚矩阵 P
- 3) 终端不等式约束 $x^T P x < \alpha$
- 4) 稳态平衡点 x_s 、 u_s （跟踪问题稳态平衡点不在原点）
- 5) 终端域外的MPC控制器

预测控制器设计与仿真实例

终端域外的MPC控制器

优化问题能否转化为标准的QP问题？

$$\text{Find} \quad \min_{\Delta u(*)} \sum_{i=0}^{m-1} \left(\|x(k+i)\|_Q^2 + \|u(k+i)\|_R^2 \right) + \|x(k+m)\|_P^2$$

s.t.

$$x(k) = Ax(k-1) + Bu(k-1)$$

$$y(k) = Cx(k)$$

$$x(k) \in X, \quad u(k) \in U$$

$$x(k+m) \in \Omega \quad \Omega = \{x \in R^n \mid x^T P x < \alpha\}$$

预测控制器设计与仿真实例

终端域外的MPC控制器

终端不等式约束集 $\Omega = \{x \in R^n \mid x^T P x < \alpha\}$ 是一个**不变集**:

$$x^T(k) P x(k) < \alpha$$



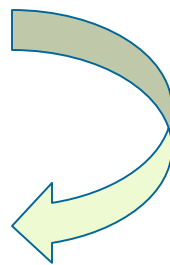
$$x^T(k+1) P x(k+1)$$

$$= x^T(k) (A + BL)^T P (A + BL) x(k)$$

$$= x^T(k) (P - L^T R L - Q) x(k)$$

$$= x^T(k) P x(k) - x^T(k) (L^T R L + Q) x(k) < \alpha$$

$$P = (A + BL)^T P (A + BL) + Q + L^T R L$$



预测控制器设计与仿真实例

终端域外的MPC控制器

根据状态方程递推关系：

$$x^T(k+m)Px(k+m) < \alpha$$



$$(A^m x(k|k))^T P A^m x(k|k) + U^T \begin{bmatrix} A^{m-1} B & \dots & B \end{bmatrix}^T P \begin{bmatrix} A^{m-1} B & \dots & B \end{bmatrix} U \\ + 2(A^m x(k|k))^T \begin{bmatrix} A^{m-1} B & \dots & B \end{bmatrix} U < \alpha$$

二次约束

预测控制器设计与仿真实例

终端域外的MPC控制器

优化问题能否转化为标准的QP问题？

$$\text{Find } \min_{\Delta u(\cdot)} \sum_{i=0}^{m-1} \left(\|x(k+i)\|_Q^2 + \|u(k+i)\|_R^2 \right) + \|x(k+m)\|_P^2$$

s.t.

$$x(k) = Ax(k-1) + Bu(k-1)$$

$$y(k) = Cx(k)$$

$$x(k) \in X, \quad u(k) \in U$$

$$x(k+m) \in \Omega \quad \Omega = \{x \in R^n \mid x^T P x < \alpha\}$$

二次目标函数

二次约束

预测控制器设计与仿真实例

二次规划（QP）形式

$$\begin{aligned} \min_x \quad & x^T H x + g^T x \\ \text{s.t.} \quad & Cx \geq b \end{aligned}$$

线性规划（LP）

二次规划（QP）

其中， H 为Hessian矩阵， g 为梯度向量

二次目标函数、线性约束

$$\begin{cases} x(k+m) \in \Omega \\ \Omega = \{x \in R^n \mid x^T P x < \alpha\} \end{cases}$$

约束不是线性的，优化问题不再是QP问题。

预测控制器设计与仿真实例

终端域外的MPC控制器

优化工具箱Cplex

◆线性规划（Linear Programming）

◆二次方程规划（Quadratic Programming）

◆二次方程约束规划（Quadratically Constrained Programming） cplexqcp函数

◆混合整形规划（Mixed Integer Programming）

预测控制器设计与仿真实例

终端不等式约束预测控制

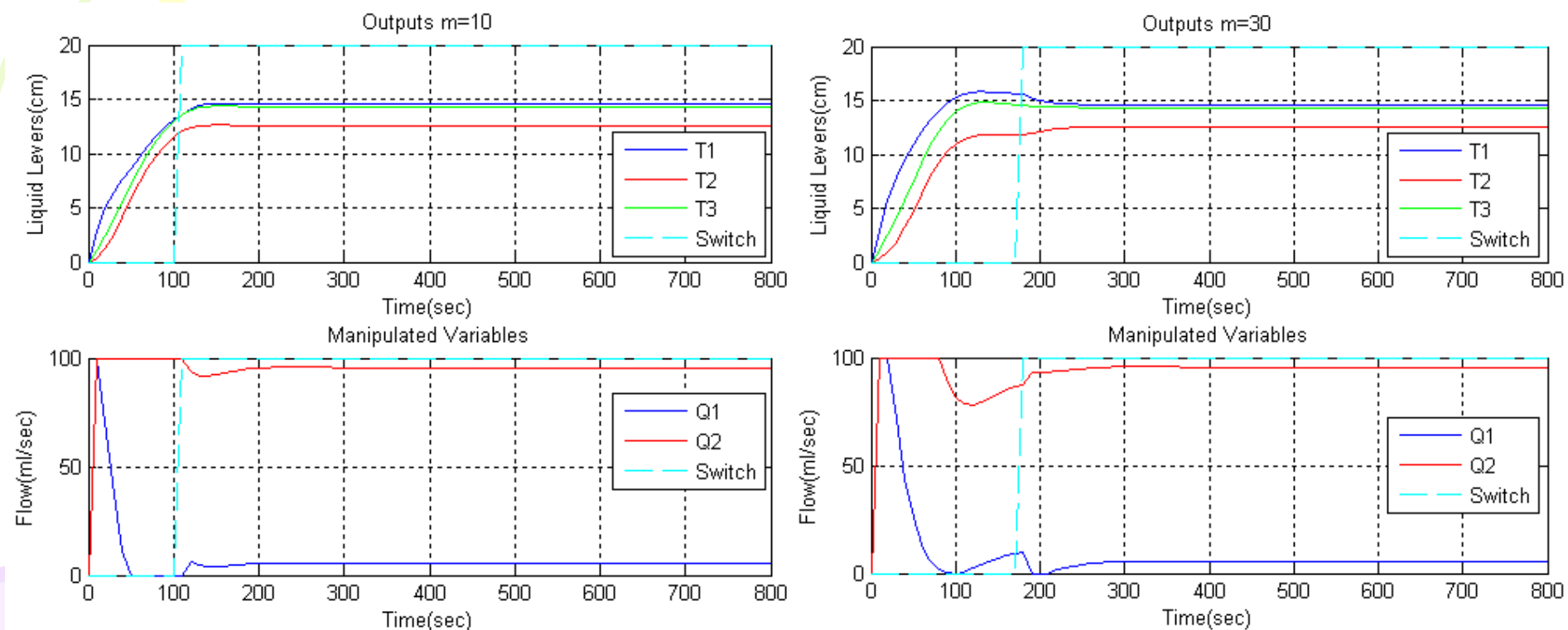
终端域外MPC + 终端域内线性反馈控制

控制器参数选取及性能分析

- 1) 控制时域对控制性能的影响
- 2) 输出加权矩阵对控制性能的影响
- 3) 控制加权矩阵对控制性能的影响
- 4) 系统输出存在白噪声干扰下的控制性能

预测控制器设计与仿真实例

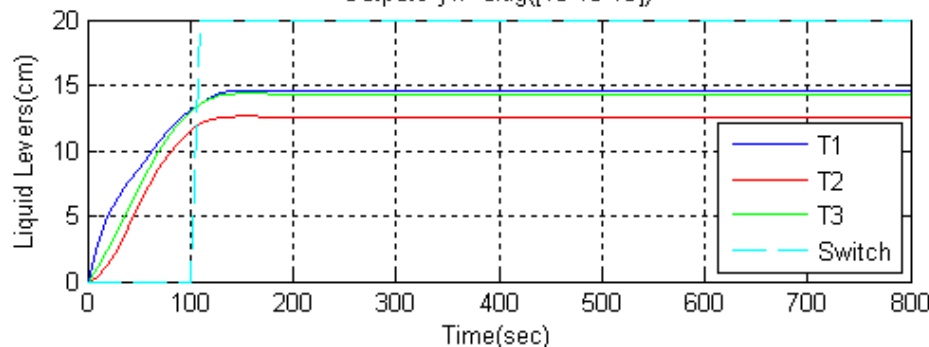
控制时域对控制性能的影响



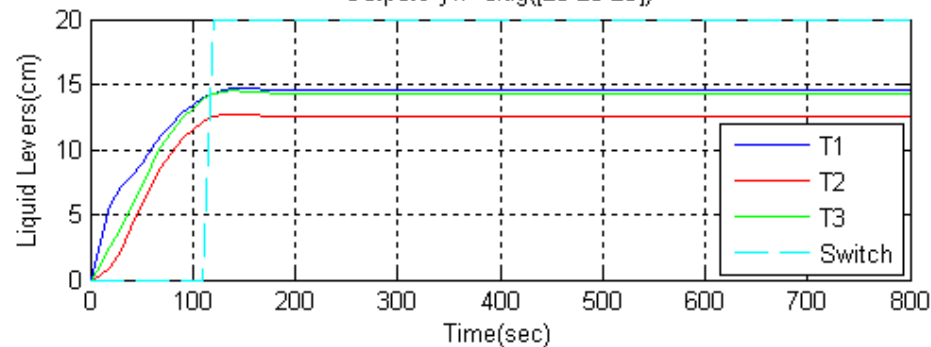
预测控制器设计与仿真实例

输出误差加权对控制性能的影响

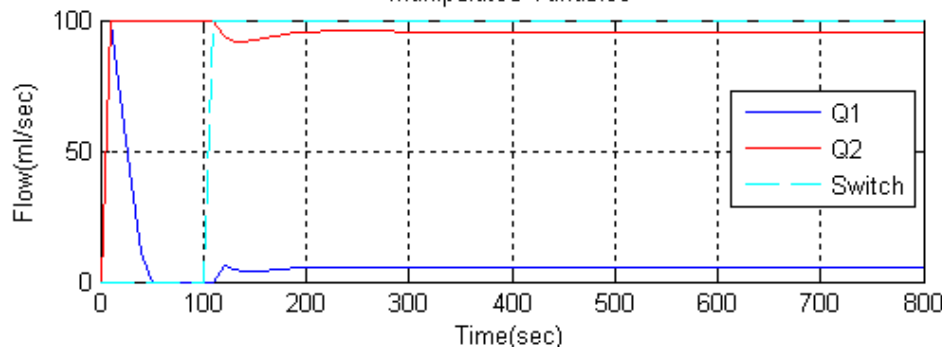
Outputs $y_w = \text{diag}([10 \ 10 \ 10])$



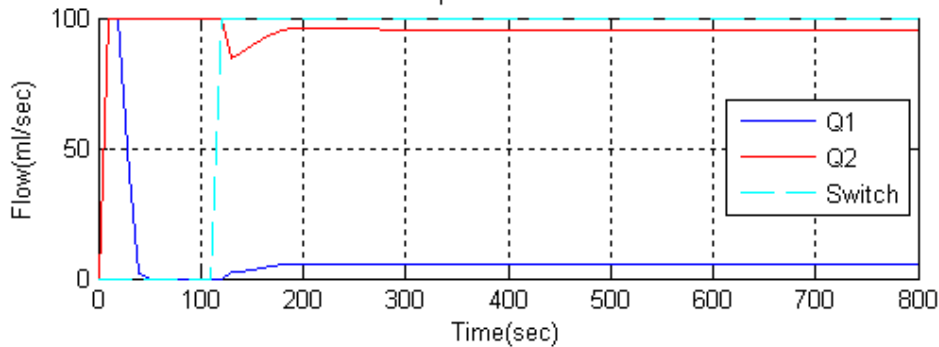
Outputs $y_w = \text{diag}([20 \ 20 \ 20])$



Manipulated Variables

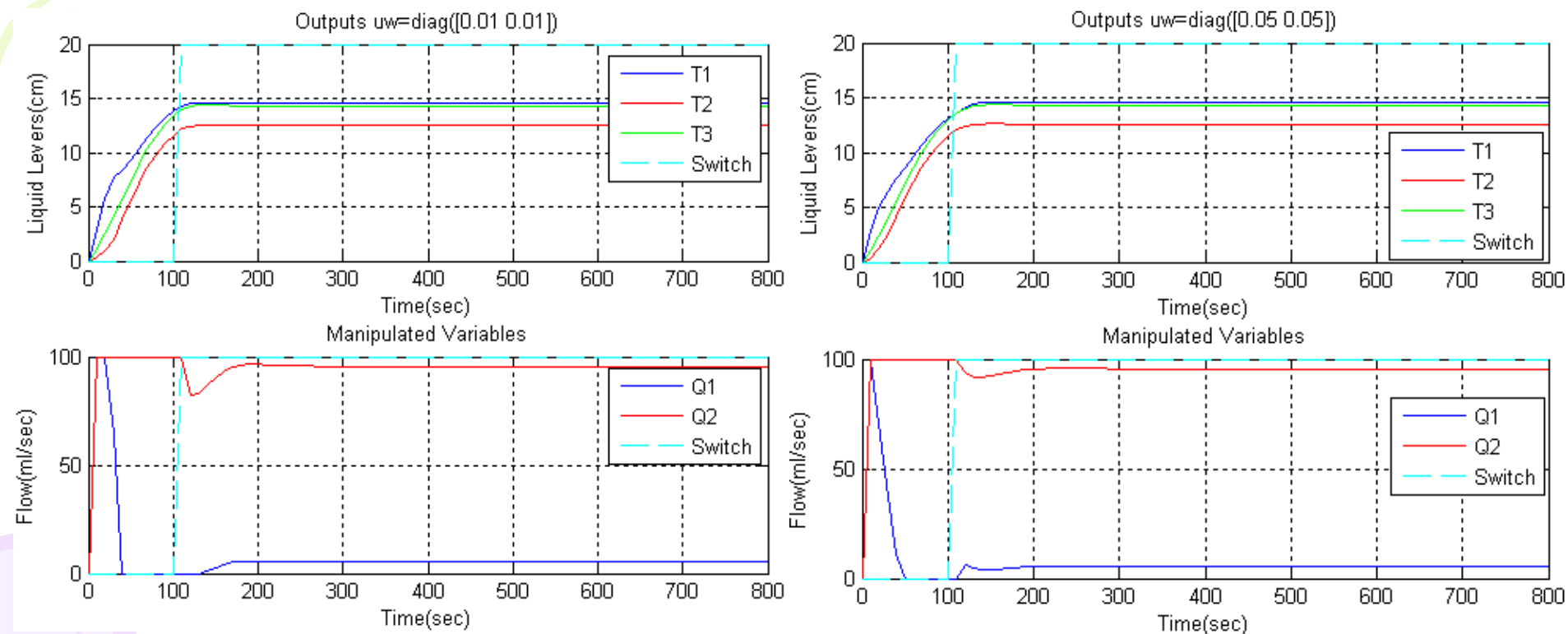


Manipulated Variables



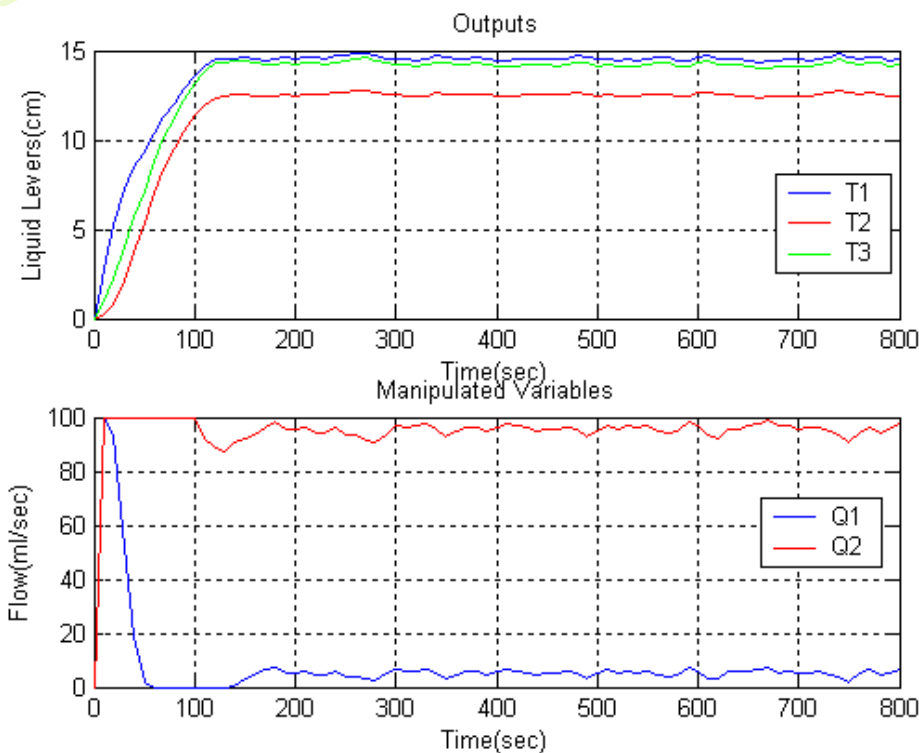
预测控制器设计与仿真实例

控制增量加权对控制性能的影响

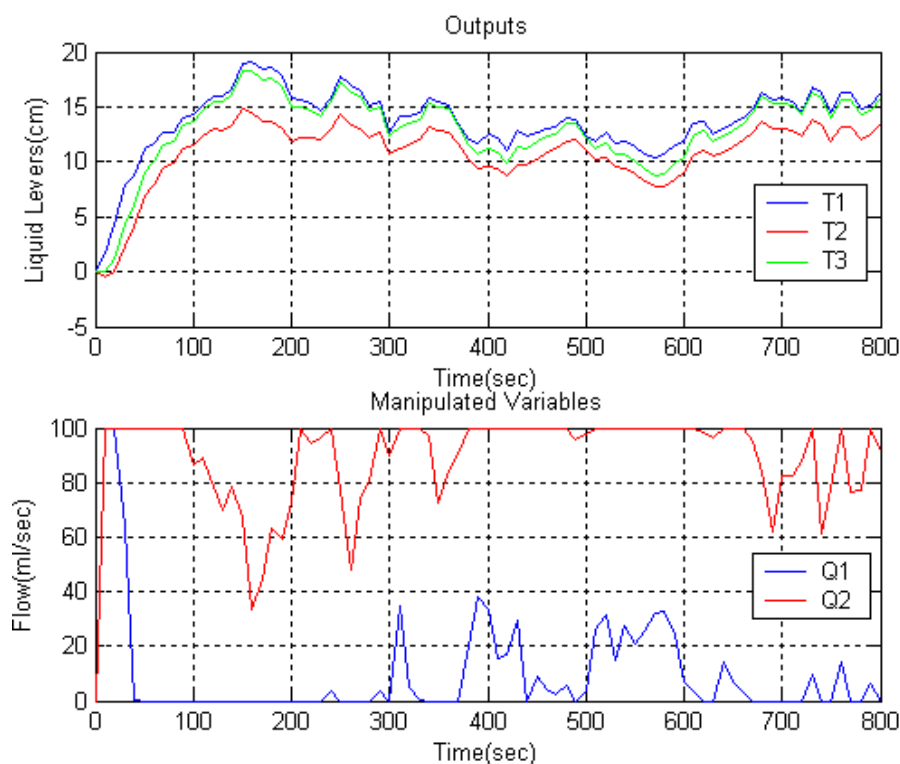


预测控制器设计与仿真实例

系统抗干扰性能分析



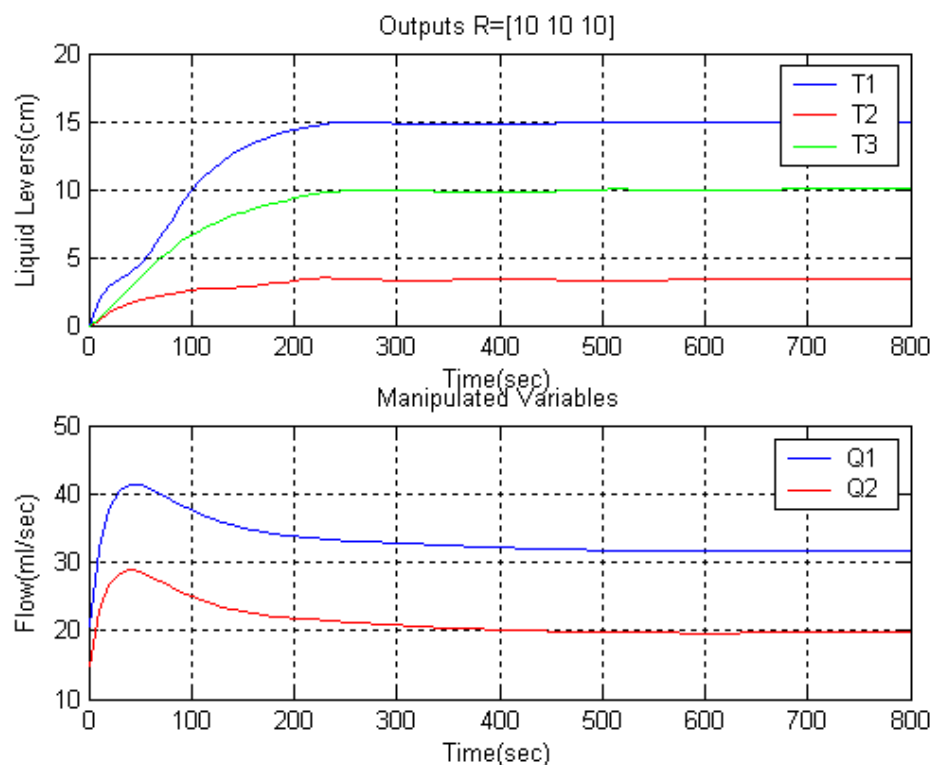
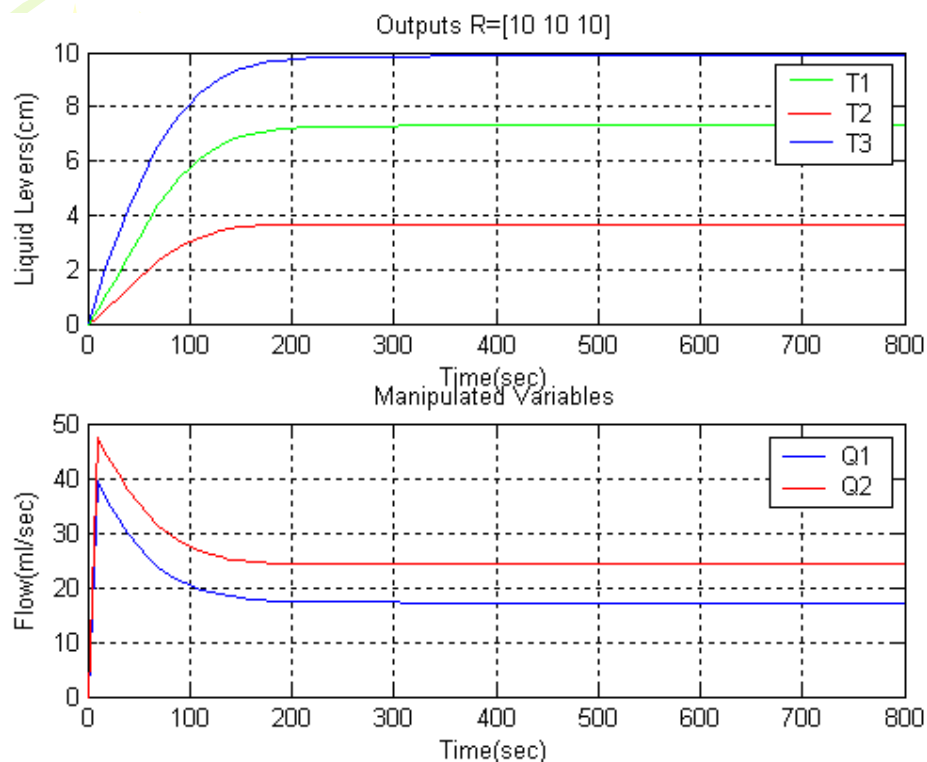
扰动：零均值方差0.01的白噪声



扰动：零均值方差0.5的白噪声

预测控制器设计与仿真实例

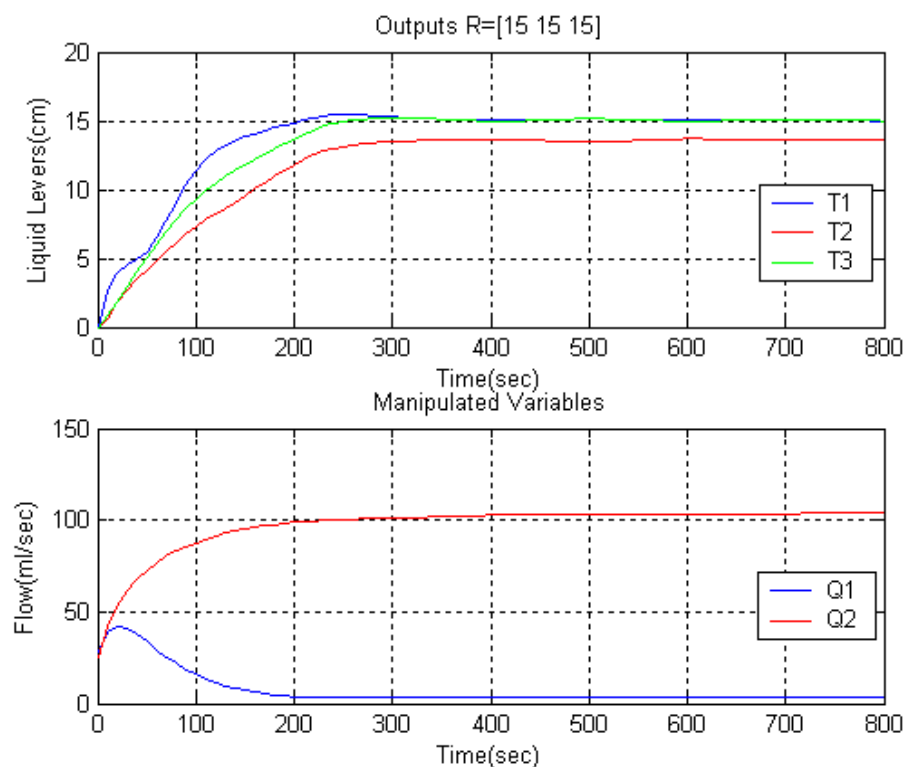
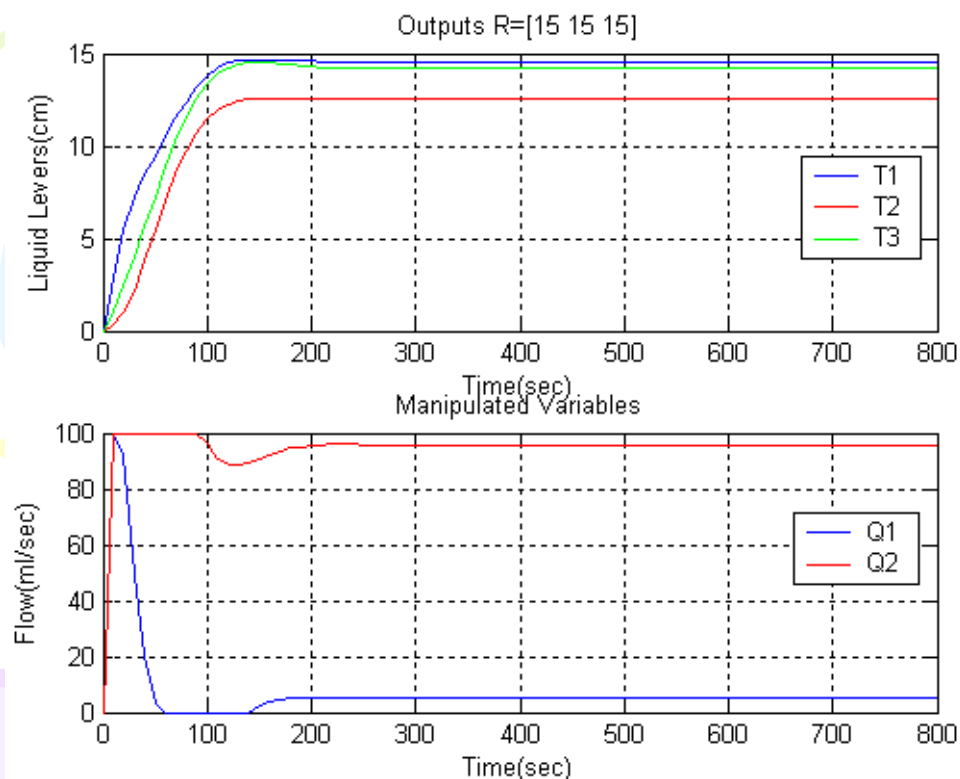
约束预测控制与无约束预测控制对比



期望输出较小

预测控制器设计与仿真实例

约束预测控制与无约束预测控制对比



期望输出较大

显式预测控制

约束预测控制实际应用时面临以下问题：

- 1) 需要反复在线优化计算，只能适应系统动态变化较慢的系统，如过程控制系统，难以适应采样速率较高的系统，如动态变化较快的机电系统等。
- 2) 为了保证闭环系统稳定性而“人为”引入的终端不等式约束条件，通常会导致设计的闭环预测控制系统可行区域减少，控制性能下降和计算复杂性的增加。

显式预测控制

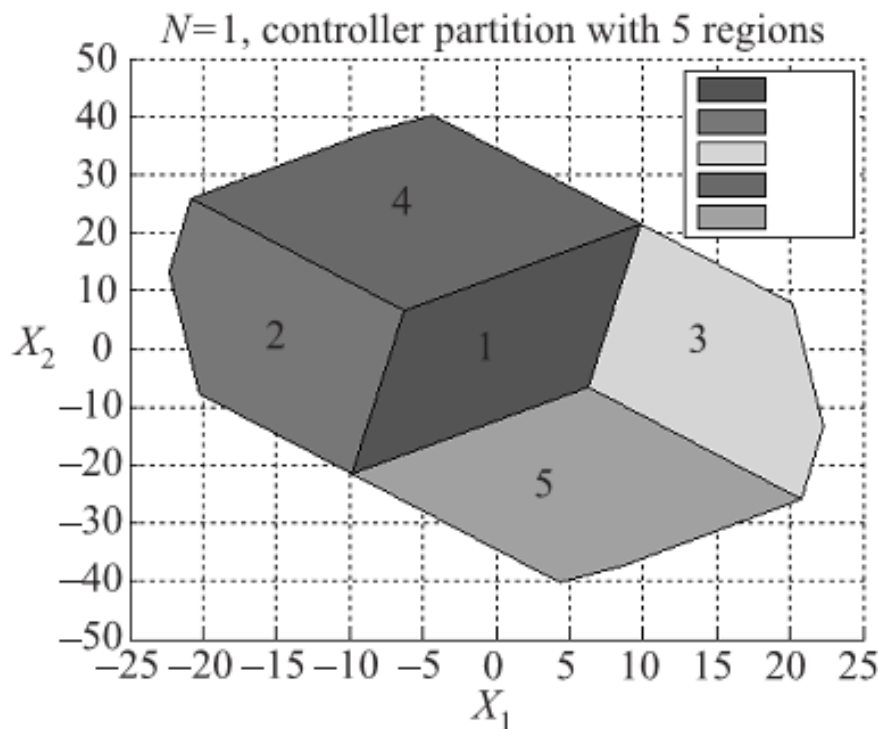
- 1) 其主要思想是把**多参数规划**理论引入到线性时不变对象的约束二次优化控制问题的求解中；
- 2) 对系统的状态区域(即参数区域)进行凸划分，离线计算得到对应每个状态分区上的状态反馈最优显式控制律；
- 3) 建立显式模型预测控制系统；
- 4) 在线计算就只需要查找当前状态所在的分区就可以获得相应的控制律，从而获得当前所需要的控制量。

预测控制器设计与仿真实例

显式预测控制

利用多参数规划理论求解线性时不变对象的约束二次优化控制问题，可以获得：

- 1) 系统的状态分区
状态分区数量随
控制时域长度的
增加而增加。



预测控制器设计与仿真实例

显式预测控制

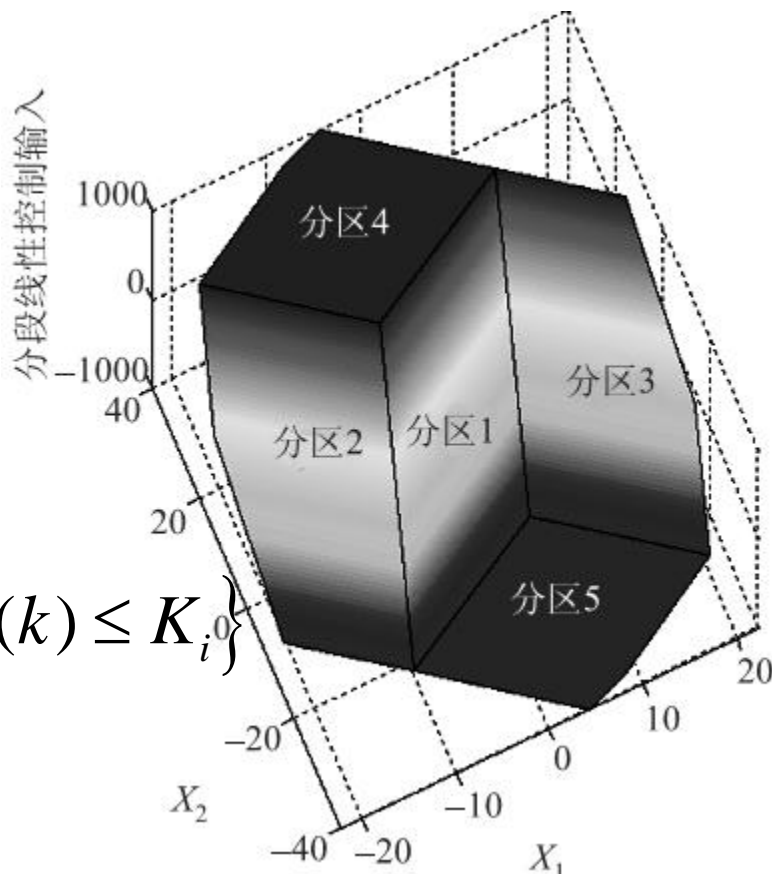
利用多参数规划方法求解线性时不变对象的约束二次优化控制问题，可以获得：

- 2) 每个状态分区对应一个
线性状态反馈控制律

$$u(k) = F_i x(k) + G_i$$

$$x(k) \in \Omega_i, \quad \Omega_i = \{x \in \mathbb{R}^n \mid H_i x(k) \leq K_i\}$$

F_i, G_i, H_i, K_i 为常数阵



显式预测控制

线性时不变对象的闭环模型预测控制系统可以等价地转化为显式自治的分段仿射（PWA）系统：

$$x(k+1) = A'x(k) + B'$$

$$z(k) = C'x(k)$$

$$x(k) \in \Omega_i, \quad \Omega_i = \{x \in \mathbb{R}^n \mid H_i x(k) \leq K_i\}$$

H_i, K_i, A', B', C' 为常数阵

预测控制器设计与仿真实例

显式预测控制

显式预测控制算法的实现步骤：

1) 离线计算

- 应用多参数规划方法对系统的状态区域进行凸划分
- 计算得到每个状态分区上的状态反馈最优控制律

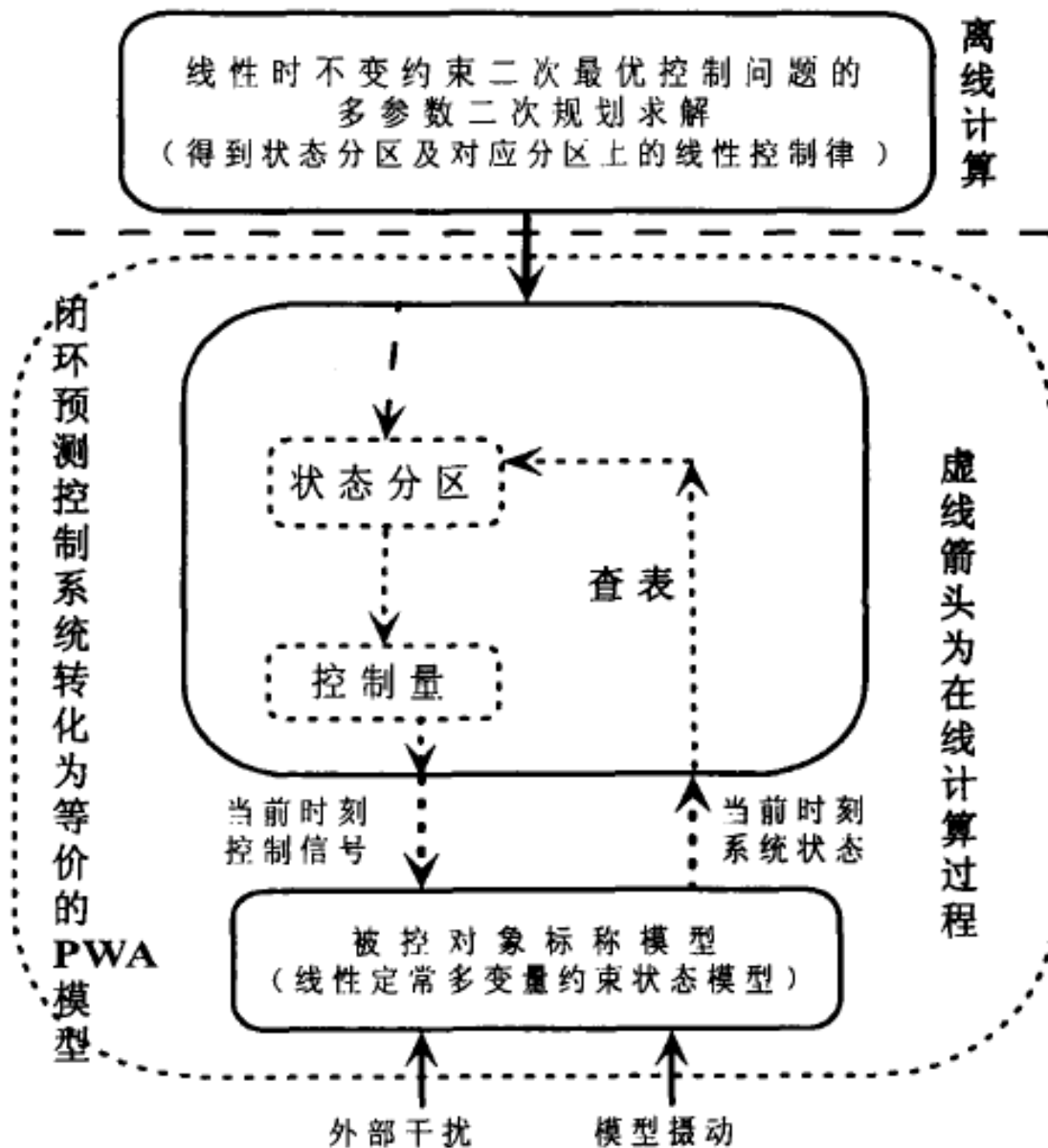
2) 在线计算

- 查表确定当前时刻的系统状态所处分区
- 按照该分区上的控制律计算当前时刻的控制量

预测控制器设计与仿真实例

显式预测控制

显式预测控制算法的实现步骤:



显式预测控制

显式预测控制算法特点：

- 1) 降低了在线计算时间，有利于应用于采样速度高的系统并且控制率的实现简单，有望在片上系统实现。
- 2) 获得控制律的解析表达式有助于进行控制器性能分析,如稳定性分析、可行性分析、鲁棒性分析等。

因此，扩大预测控制的应用范围到新的领域,如汽车、航空电子、机电一体化等，以及其它需要在线快速计算的领域。

显式预测控制

Matlab多参数规划工具箱MPT（Multi-Parametric Toolbox）：

1) 下载并安装MPT工具箱

✓ 下载网址 <https://www.mpt3.org/>

✓ 下载网页有详细的安装步骤

2) 使用MPT工具箱求解

✓ 下载网页有详细的使用说明

预测控制器设计与仿真实例

显式预测控制

3) 加载或编辑模型

The screenshot displays the IPT Studio software interface, which is used for designing and simulating predictive controllers. The interface is divided into several sections:

- Model Setup:** This section is highlighted with a red circle. It contains a button labeled "Load / Edit model" and a status message "No model defined".
- Controller Setup:** This section contains various configuration options for the controller:
 - Type of controller:** Radio buttons for "Explicit Controller" (selected) and "On-line Controller".
 - Type of solution:** A dropdown menu set to "Finite Horizon Solution".
 - Cost function:** A dropdown menu set to "Linear cost function (1-norm)".
 - Control objective:** A dropdown menu set to "Regulation towards origin".
 - Prediction horizon:** A text input field set to "1".
 - Reference point:** An empty text input field.
 - Buttons for "Define Penalties" and "Advanced Options" are located at the bottom of this section.
- Controller Computation:** This section includes a text input field for "Export to workspace as" with the value "ctrl", and a red button labeled "Generate Controller".
- Controller Details:** This section currently displays the message "No controller loaded".
- Post-Processing:** This section contains several buttons for further analysis and simulation:
 - Merge Controller Regions
 - Plot Controller Regions
 - Compute Invariant Subset
 - Plot Control Law
 - Compute Lyapunov Function
 - Plot Value Function
 - Simulations

预测控制器设计与仿真实例

显式预测控制

LTI系统

Model setup

File Dynamics

System Dynamics

Dynamics 1 ? ☐ PWA system

Sampling time

Ts

$x(k+1) = A x(k) + B u(k) + f$

A

B

$y(k) = C x(k) + D u(k) + g$

C

D

System Constraints

Input Constraints

$\leq u(k) \leq$

$\leq u(k) - u(k+1) \leq$

Boolean / Integer Inputs

Output Constraints

$\leq y(k) \leq$

$\leq y(k) - y(k+1) \leq$

State Constraints (Optional)

$\leq x(k) \leq$

The system setup was not yet validated

Return Validate Text Labels

预测控制器设计与仿真实例

显式预测控制

PWA系统

The screenshot shows the 'Model setup' window with the 'Dynamics' tab selected. The 'System Dynamics' section on the left includes a dropdown menu set to 'Dynamics 1', a checked checkbox for 'PWA system' (highlighted with a red circle), and input fields for 'Sampling time' (T_s), system matrices A , B , and f (governing $x(k+1) = A x(k) + B u(k) + f$), and matrices C , D , and g (governing $y(k) = C x(k) + D u(k) + g$). A 'Guardlines' section is at the bottom left. The 'System Constraints' section on the right contains 'Input Constraints' (with fields for $u(k)$ and $u(k) - u(k+1)$), 'Output Constraints' (with fields for $y(k)$ and $y(k) - y(k+1)$), and 'State Constraints (Optional)' (with a field for $x(k)$). A 'Boolean / Integer Inputs' button is also present. At the bottom, a status message reads 'The system setup was not yet validated', and there are 'Return', 'Validate', and 'Text Labels' buttons.

Model setup

File Dynamics

System Dynamics

Dynamics 1 ☒ PWA system

Sampling time T_s

$x(k+1) = A x(k) + B u(k) + f$

A

B

f

$y(k) = C x(k) + D u(k) + g$

C

D

g

Guardlines

System Constraints

Input Constraints

$\leq u(k) \leq$

$\leq u(k) - u(k+1) \leq$

Boolean / Integer Inputs

Output Constraints

$\leq y(k) \leq$

$\leq y(k) - y(k+1) \leq$

State Constraints (Optional)

$\leq x(k) \leq$

The system setup was not yet validated

Return Validate Text Labels

预测控制器设计与仿真实例

显式预测控制

参数验证

Model setup

File Dynamics

System Dynamics

Dynamics 1 ? ☐ PWA system

Sampling time

Ts 10

$x(k+1) = A x(k) + B u(k) + f$

A [.7892 0.00387;-0.0473 0.1414 -0.03687 0.7371]

B [04;0.809 -0.2087;0.3959 0.3271;-0.4726 0.446]

$y(k) = C x(k) + D u(k) + g$

C [0.0003045;-0.223 -0.01938 0.003717 0.004326]

D [0 0;0 0;0 0]

System Constraints

Input Constraints

[0;0] $\leq u(k) \leq$ [100;100]

$\leq u(k) - u(k+1) \leq$

Boolean / Integer Inputs

Output Constraints

[0;0;0] $\leq y(k) \leq$ [50;50;50]

$\leq y(k) - y(k+1) \leq$

State Constraints (Optional)

$\leq x(k) \leq$

The system has been successfully validated.

Return Validate Text Labels

预测控制器设计与仿真实例

显式预测控制

保存已配置好的参数

Model setup

File Dynamics

- Load from workspace...
- Load from M-file...
- Load from HYSDEL file...
- Save to workspace...
- Save to M-file...**
- New...
- Exit

Dynamics

☐ PWA system

System Constraints

Input Constraints

$[0;0] \leq u(k) \leq [100;100]$

$\leq u(k) - u(k+1) \leq$

Boolean / Integer Inputs

Output Constraints

$[0;0;0] \leq y(k) \leq [50;50;50]$

$\leq y(k) - y(k+1) \leq$

State Constraints (Optional)

$\leq x(k) \leq$

The system has been successfully validated.

Return Validate Text Labels

预测控制器设计与仿真实例

显式预测控制

4) 控制器设计

The screenshot shows the IPT Studio software interface, which is used for designing and simulating predictive controllers. The interface is divided into several sections:

- Model Setup:** Contains a "Load / Edit model" button and displays the current model as an "LTI system" with 4 states, 2 inputs, and 3 outputs.
- Controller Setup:** Contains various configuration options:
 - Type of controller:** Radio buttons for "Explicit Controller" (selected) and "On-line Controller".
 - Type of solution:** A dropdown menu set to "Finite Horizon Solution".
 - Cost function:** A dropdown menu set to "Quadratic cost function (2-norm)".
 - Control objective:** A dropdown menu set to "Regulation to output reference".
 - Prediction horizon:** A text input field set to "2".
 - Reference point:** A text input field set to "[10;10;10]".
 - Buttons:** "Define Penalties" (highlighted with a red circle) and "Advanced Options".
- Controller Computation:** Contains an "Export to workspace as" text field set to "ctrl" and a "Generate Controller" button.
- Controller Details:** A section that currently displays "No controller available".
- Post-Processing:** Contains several buttons for analyzing the controller's performance:
 - Merge Controller Regions
 - Plot Controller Regions
 - Compute Invariant Subset
 - Plot Control Law
 - Compute Lyapunov Function
 - Plot Value Function
 - Simulations

预测控制器设计与仿真实例

显式预测控制

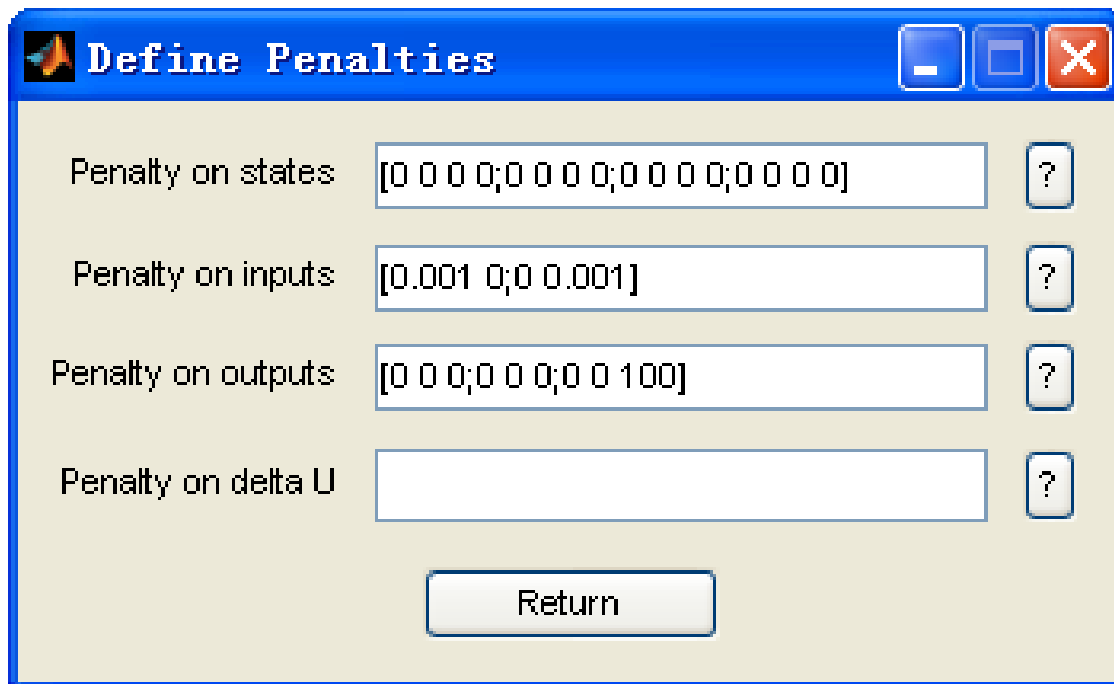
目标函数中

状态惩罚

输入惩罚

输出惩罚

控制增量惩罚



The image shows a software dialog box titled "Define Penalties". It contains four rows of input fields, each with a corresponding help button (a square button with a question mark). The first row is "Penalty on states" with the value "[0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0]". The second row is "Penalty on inputs" with the value "[0.001 0;0 0.001]". The third row is "Penalty on outputs" with the value "[0 0 0;0 0 0;0 0 100]". The fourth row is "Penalty on delta U" with an empty field. At the bottom center of the dialog is a "Return" button.

| Penalty Type | Value | Help |
|--------------------|-----------------------------------|------|
| Penalty on states | [0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0] | ? |
| Penalty on inputs | [0.001 0;0 0.001] | ? |
| Penalty on outputs | [0 0 0;0 0 0;0 0 100] | ? |
| Penalty on delta U | | ? |

Return

预测控制器设计与仿真实例

显式预测控制

5) 控制器生成

The screenshot displays the IPT Studio software interface, which is used for designing and simulating predictive controllers. The interface is organized into several sections:

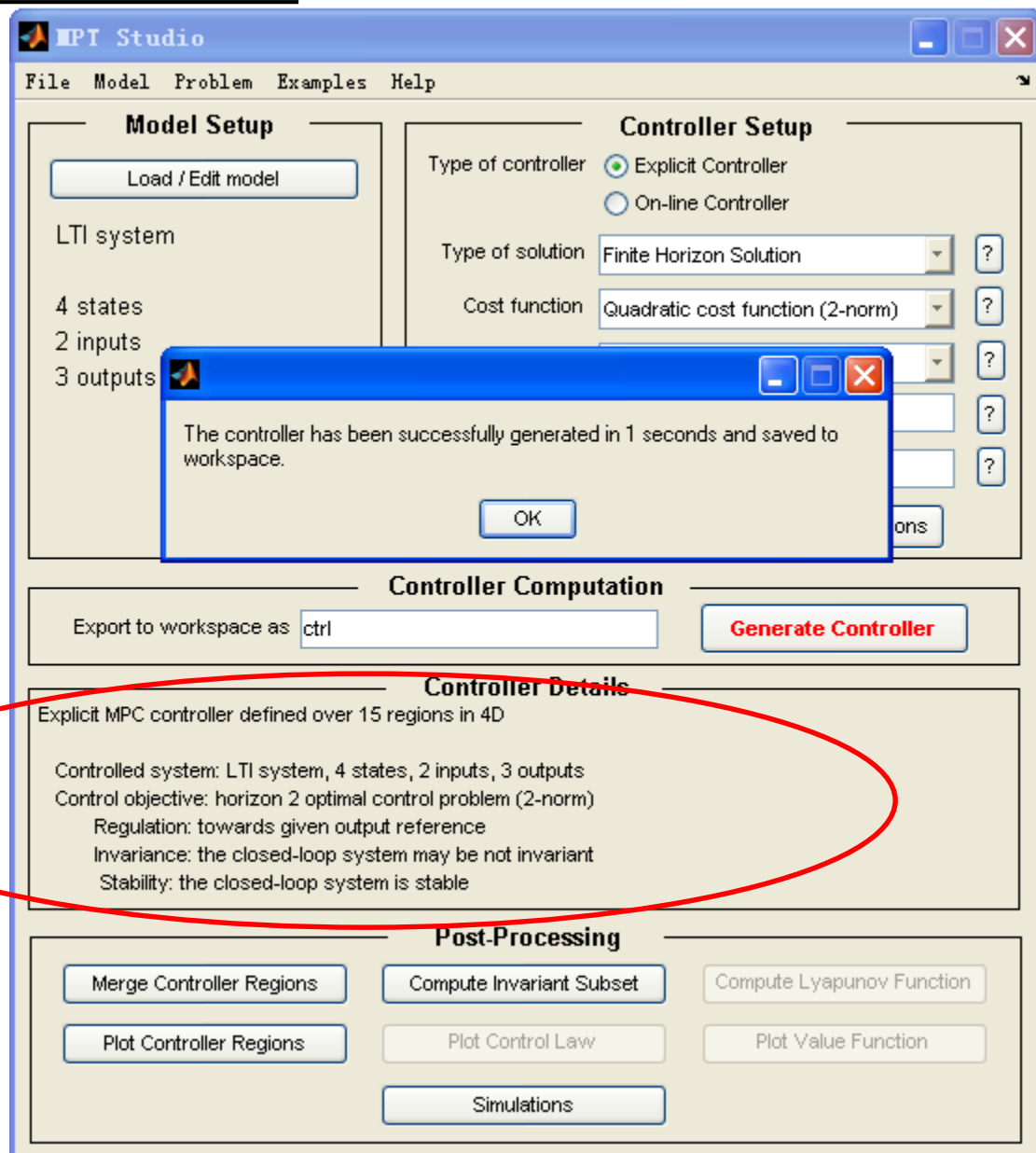
- Model Setup:** Contains a "Load / Edit model" button and displays the current model parameters: "LTI system", "4 states", "2 inputs", and "3 outputs".
- Controller Setup:** Contains configuration options for the controller:
 - Type of controller:** Radio buttons for "Explicit Controller" (selected) and "On-line Controller".
 - Type of solution:** A dropdown menu set to "Finite Horizon Solution".
 - Cost function:** A dropdown menu set to "Quadratic cost function (2-norm)".
 - Control objective:** A dropdown menu set to "Regulation to output reference".
 - Prediction horizon:** A text input field set to "2".
 - Reference point:** A text input field set to "[10;10;10]".
 - Buttons for "Define Penalties" and "Advanced Options".
- Controller Computation:** Contains an "Export to workspace as" text field set to "ctrl" and a prominent red button labeled "Generate Controller", which is circled in red in the image.
- Controller Details:** A section that currently displays the message "No controller available".
- Post-Processing:** Contains several buttons for further analysis and simulation:
 - Merge Controller Regions
 - Plot Controller Regions
 - Compute Invariant Subset
 - Plot Control Law
 - Compute Lyapunov Function
 - Plot Value Function
 - Simulations

预测控制器设计与仿真实例

显式预测控制

控制器信息已保存在

Matlab工作空间中



预测控制器设计与仿真实例

显式预测控制

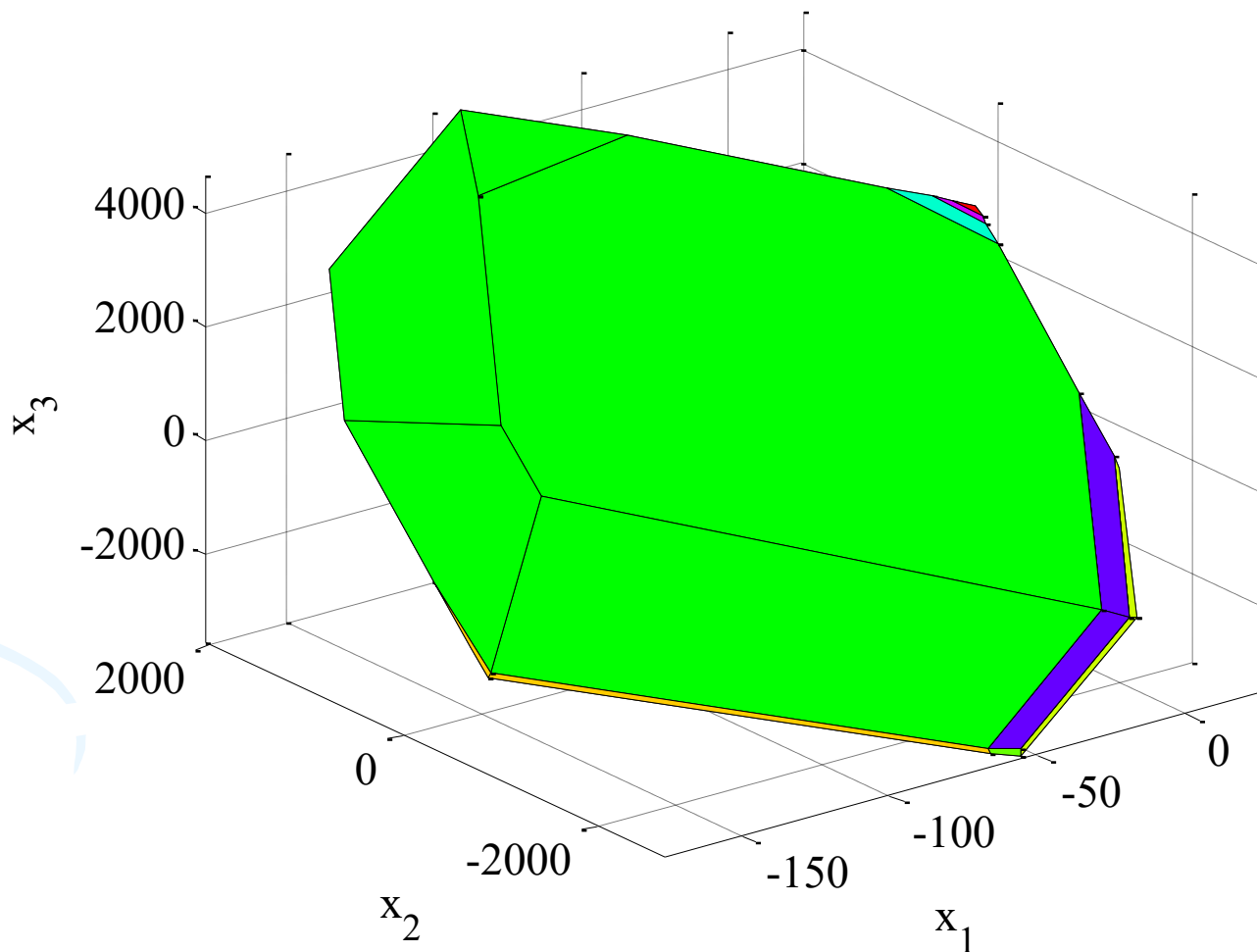
| | | | | | |
|-------------|-----------|------------|------------|-------------|---------------------|
| 状态区域 的划分 | [-0.90441 | -0.32896 | 0.25927 | 0.081225] | [649.2944] |
| | [-0.99537 | -0.06966 | 0.029472 | 0.059241] | [239.7124] |
| | [0.98382 | 0.12705 | -0.11146 | -0.059363] | [8.238] |
| | [0.99283 | 0.090713 | -0.047977 | -0.061279] | [5.268291] |
| | [0.90441 | 0.32896 | -0.25927 | -0.081225] | [18.56787] |
| | [-0.99884 | -0.001691 | 0.019086 | 0.044277] | [178.1844] |
| | [0.99884 | 0.001691 | -0.019086 | -0.044277] | [10.06244] |
| | [0.99537 | 0.06966 | -0.029472 | -0.059241] | $x \leq$ [5.28675] |
| | [0.99985 | 0.0067072 | -0.0099735 | -0.0126] | [0] |
| | [0.88535 | 0.38052 | -0.26711 | -0.0037012] | [0] |
| | [0.99592 | 0.086557 | -0.016603 | -0.019324] | [0] |
| | [-0.99985 | -0.0067072 | 0.0099735 | 0.0126] | [164.5624] |
| | [-0.88535 | -0.38052 | 0.26711 | 0.0037012] | [607.6781] |
| | [-0.99592 | -0.086557 | 0.016603 | 0.019324] | [223.3508] |

预测控制器设计与仿真实例

显式预测控制

Controller partition with 15 regions. Cut through $x_4=0.00$

状态区域
的划分



预测控制器设计与仿真实例

显式预测控制

6) 仿真

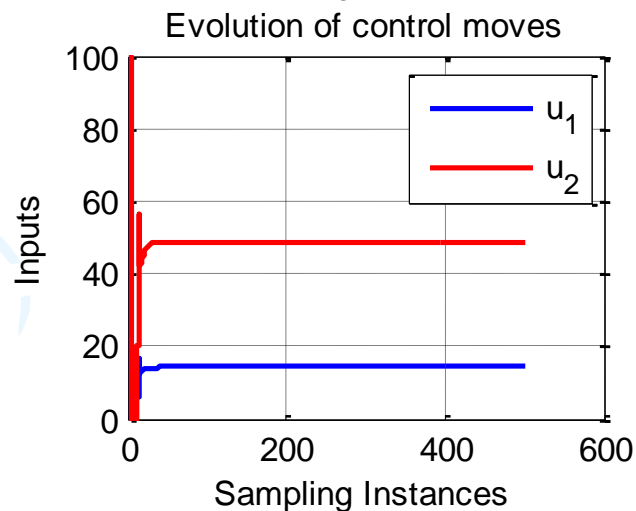
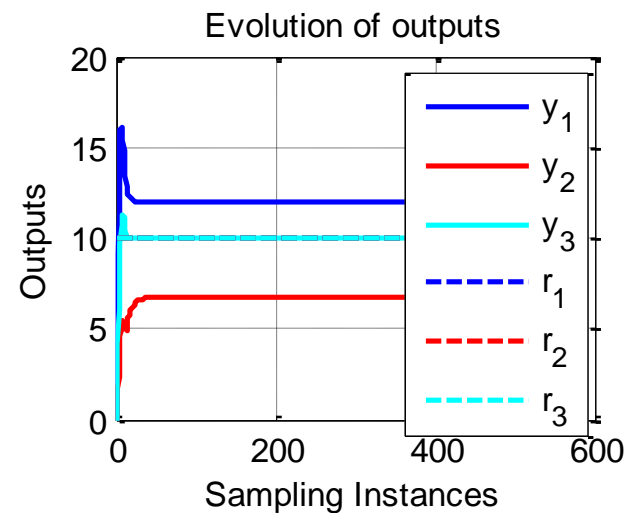
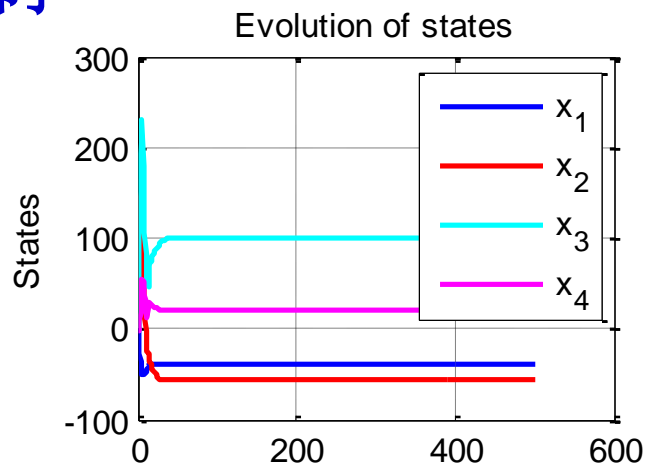
The screenshot displays the MPT Studio software interface, which is used for designing and simulating explicit MPC controllers. The interface is organized into several sections:

- Model Setup:** Contains a "Load / Edit model" button and displays the system parameters: "LTI system", "4 states", "2 inputs", and "3 outputs".
- Controller Setup:** Configures the controller parameters:
 - Type of controller: ☒ Explicit Controller, ☐ On-line Controller
 - Type of solution: Finite Horizon Solution (dropdown)
 - Cost function: Quadratic cost function (2-norm) (dropdown)
 - Control objective: Regulation to output reference (dropdown)
 - Prediction horizon: 2 (text input)
 - Reference point: [10;10;10] (text input)Buttons for "Define Penalties" and "Advanced Options" are also present.
- Controller Computation:** Includes an "Export to workspace as" field set to "ctrl" and a prominent red "Generate Controller" button.
- Controller Details:** Provides a summary of the controller configuration:
 - Explicit MPC controller defined over 15 regions in 4D
 - Controlled system: LTI system, 4 states, 2 inputs, 3 outputs
 - Control objective: horizon 2 optimal control problem (2-norm)
 - Regulation: towards given output reference
 - Invariance: the closed-loop system may be not invariant
 - Stability: the closed-loop system is stable
- Post-Processing:** Offers various analysis and simulation tools:
 - Merge Controller Regions
 - Compute Invariant Subset
 - Compute Lyapunov Function
 - Plot Controller Regions
 - Plot Control Law
 - Plot Value Function
 - Simulations** (highlighted with a red circle)

预测控制器设计与仿真实例

显式预测控制

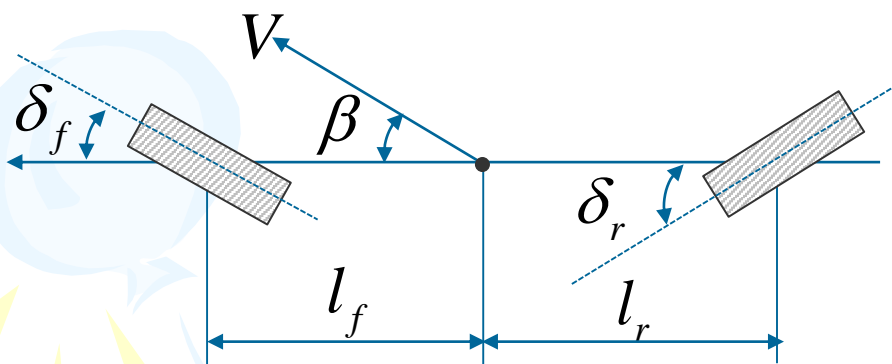
仿真结果



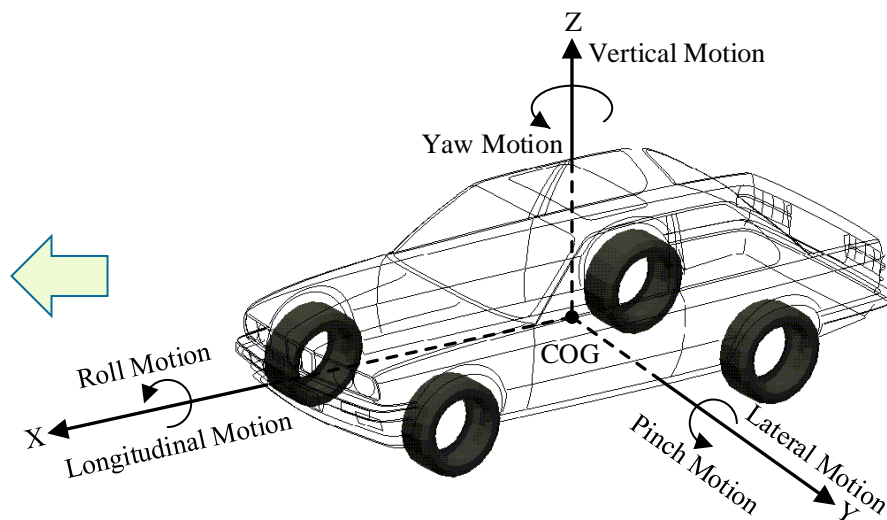
作业要求

被控对象：汽车四轮转向系统

系统模型：



车辆两自由度四轮转向模型



车辆六自由度运动

δ_f 前轮转角

l_f 质心到前轴距离

V 车辆速度

δ_r 后轮转角

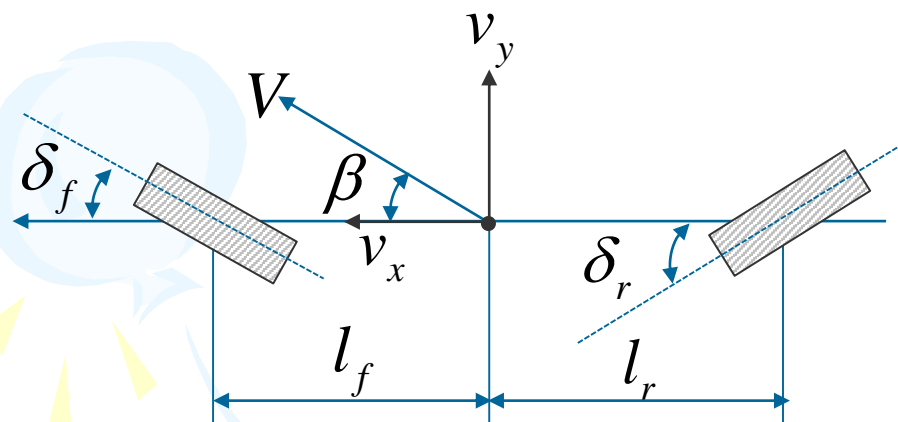
l_r 质心到后轴距离

β 质心侧偏角

作业要求

被控对象：汽车四轮转向系统

系统模型：



$$mv_x(r + \dot{\beta}) = F_{yf} \cos \delta_f + F_{yr} \cos \delta_r$$

$$I_z \dot{r} = F_{yf} l_f \cos \delta_f + F_{yr} l_r \cos \delta_r$$

$$\delta_f = \delta_s + K_c \delta_c$$

$$\delta_r = (1 - K_c) \delta_c$$

δ_s 方向盘转角

δ_c 主动转向角

K_c 前后转向角分配比

车辆两自由度四轮转向模型

m 整车质量

v_x 纵向车速

F_{y1} 前轮侧向摩擦力

I_z 整车绕Z轴转动惯量

v_y 侧向车速

F_{y2} 后轮侧向摩擦力

作业要求

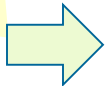
被控对象：汽车四轮转向系统

系统模型：

考虑 $K_c = 0.5$ ，车速为30km/h的情形，选取系统状态和输出为：

$$x = [\beta \quad r], y = [\beta \quad r]$$

δ_s, δ_c 分别为可测输入和控制输入


$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + B_u u(t) + B_d d(t) & d = \delta_s, u = \delta_c \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned}$$

其中

$$A = \begin{bmatrix} -4.59 & -0.94 \\ 1.52 & -4.44 \end{bmatrix}, B_u = \begin{bmatrix} 2.29 \\ -0.76 \end{bmatrix}, B_d = \begin{bmatrix} 2.30 \\ 10.67 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

作业要求

被控对象：汽车四轮转向系统

系统模型：

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B_u u(t) + B_d d(t)$$

$$y(t) = Cx(t)$$

$$A = \begin{bmatrix} -4.59 & -0.94 \\ 1.52 & -4.44 \end{bmatrix}, B_u = \begin{bmatrix} 2.29 \\ -0.76 \end{bmatrix}, B_d = \begin{bmatrix} 2.30 \\ 10.67 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

系统约束

$$\begin{bmatrix} -1 \\ -0.85 \end{bmatrix} \leq y(t) \leq \begin{bmatrix} 1 \\ 0.85 \end{bmatrix}$$

系统初始状态 $x(0) = [0, 0]^T$ $d(t)$ 0.1弧度的阶跃输入信号

作业要求

要求：

对于给定系统，

- 1) 通过离散化获得离散时间系统；
- 2) 分别采用**约束预测控制**和**显式预测控制**方法设计控制器使闭环系统稳定。

作业要求

报告内容：

- 1) 被控对象和控制问题描述。
- 2) 根据模型推导多步预测方程。
- 3) 控制器设计及仿真分析，讨论不同控制器参数选取对系统控制性能的影响。
- 4) 小结（闭环系统是否达到了期望的性能，设计中存在问题的说明和讨论）。

作业要求

报告提交：

- 1) 实验报告要完整，公式引用和符号使用要统一。
- 2) 实验报告包括纸质版和电子版（word/pdf格式）。
- 3) 程序和数据文件单独提交，不体现在实验报告中。
- 4) 程序必须有说明，每个子程序必须有注释。
- 5) 电子版材料压缩提交，以自己的名字和学号命名。
- 6) 电子版报告和程序提交邮箱：**zhaolinhui@hit.edu.cn**。
- 7) 纸质报告提交地址：科学园2B 栋205室。
- 8) 报告提交时间：5月11日前电子版，5月18日前纸质报告。