6-2

（1）当性能指标为J_1时，相应的系数为

$$A=-0.5, B=1, F=P\left(t_f\right)=k, Q=2, R=1$$

则最优控制为

$$u^*(t)=-P(t)x(t)$$

其中$P(t)$满足微分黎卡提方程和边界条件

$$\dot{P}(t)=P(t)^2+P(t)-2, P\left(t_f\right)=k$$

由附件 Matlab 程序可以解得

$$P(t)=\frac{k+2-2e^{3\left(t-t_f\right)}+2ke^{3\left(t-t_f\right)}}{k+2+e^{3\left(t-t_f\right)}-ke^{3\left(t-t_f\right)}}$$

于是最优控制为

$$u^*(t)=-\frac{k+2-2e^{3\left(t-t_f\right)}+2ke^{3\left(t-t_f\right)}}{k+2+e^{3\left(t-t_f\right)}-ke^{3\left(t-t_f\right)}}x(t)$$

（2）当性能指标为J_2，相应的系数为

$$A=-0.5, B=1, Q=2, R=1$$

显然系统状态是能控能观的，则最优控制为

$$u^*(t)=-\bar{P}x(t)$$

其中$\bar{P}>0$且满足如下代数黎卡提方程

$$\bar{P}^2+\bar{P}-2=0$$

解得$\bar{P}=1$，于是最优控制为

$$u^*(t)=-x(t)$$