Induction vs. Deduction

- 归纳
  - 归纳是从多个个别的事物中获得普遍的规则，例如：昨天太阳从东方升起，那么今天太阳也从东方升起
  - 黑天鹅，不知道会不会出现新的例子，只需要一个特例，就可以打破所有之前的认知

- 演绎
  - 演绎是从普遍性规则推导出个别性规则，例如：大前提：所有人都会死；小前提：苏格拉底是人；结论：苏格拉底会死
  - 演绎推理的主要形式是“三段论”，由**大前提、小前提、结论**三部分组成一个“连珠”。

有穷自动机的定义

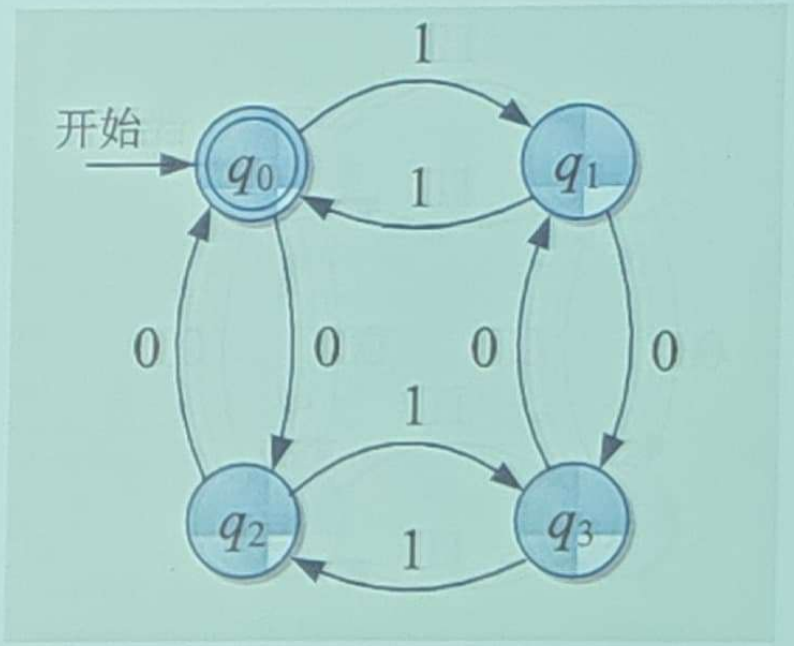
- 一个有穷自动机(Finite Automata，简称 FA)是一个五元组

$$M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$$

其中：

1. Q 是 有穷状态集
2. Σ 是有穷的 输入字母表
3. δ 是 转移函数，即映射 $\delta : Q \times \Sigma \rightarrow Q$
4. $q_0 \in Q$ 是 初始状态
5. $F \subseteq Q$ 是 接受状态集

- 给出转移图，可以把五元组写出来！



正则表达式的形式化定义

- 例子：

在下面的例子中假定字母表$\Sigma = \{0, 1\}$

1. $0^*10^* = \{w|w$恰好有一个1$\}$
2. $\Sigma^*1\Sigma^* = \{w|w$中至少有一个1$\}$
3. $\Sigma^*001\Sigma^* = \{w|w$中含有子串001$\}$
4. $1^*(01^+)^* = \{w|w$中每一个0后面至少跟有一个1$\}$
5. $(\Sigma\Sigma)^* = \{w|w$是长度为偶数的字符串$\}$
6. $(\Sigma\Sigma\Sigma)^* = \{w|w$的长度为3的整数倍$\}$
7. $01 \cup 10 = \{01, 10\}$
8. $0\Sigma^*0 \cup 1\Sigma^*1 \cup 0 \cup 1 = \{w|w$以相同的符号开始和结束$\}$

正则表达式的形式化定义

- 例子：

在下面的例子中假定字母表$\Sigma = \{0, 1\}$

9. $(0 \cup \varepsilon) 1^* = 01^* \cup 1^*$

表达式$0 \cup \varepsilon$表示语言$\{0,\varepsilon\}$，因此连接运算把0或ε加在1^*中每一个字符串的前面。

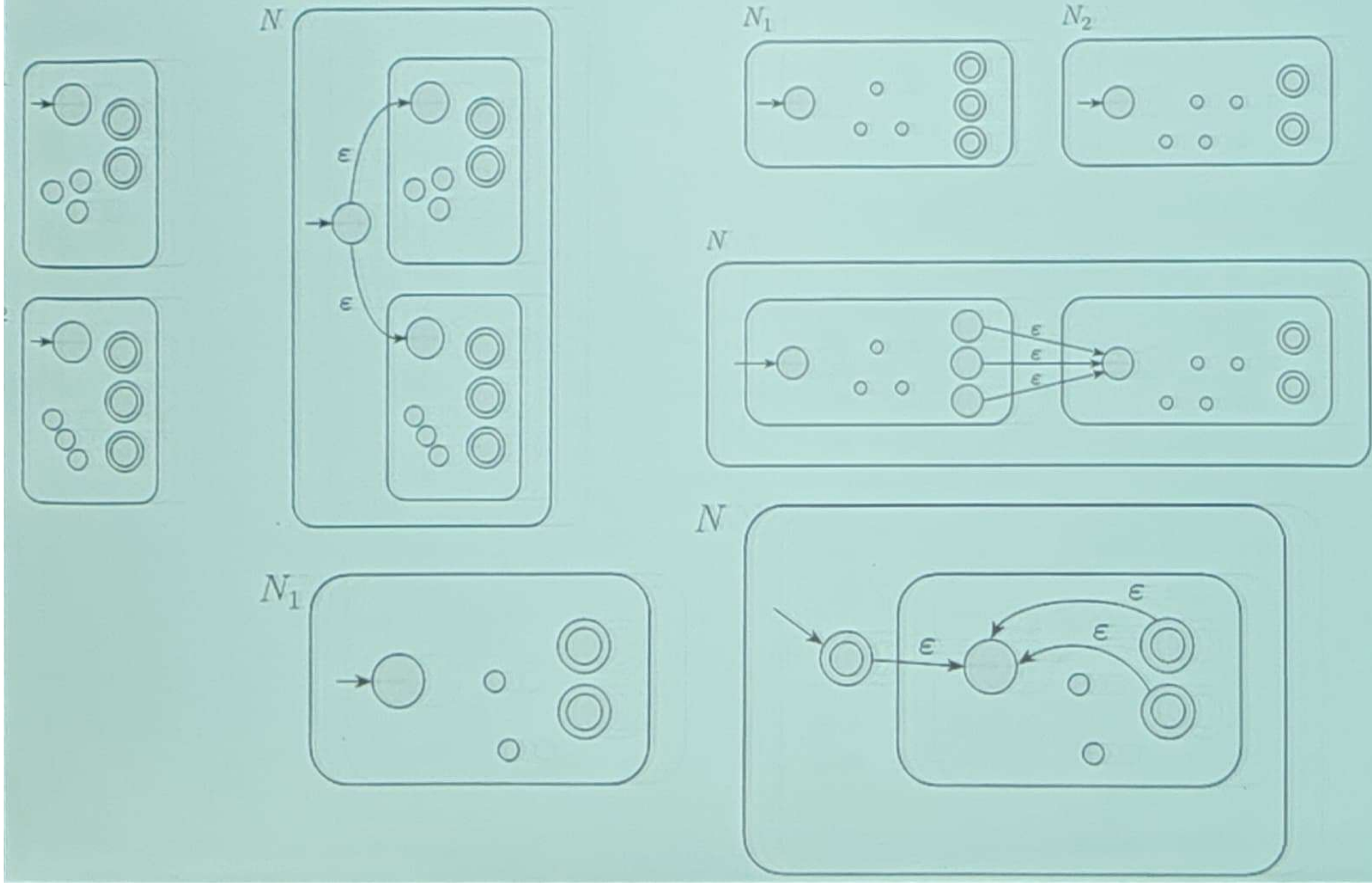
10. $(0 \cup \varepsilon)(1 \cup \varepsilon) = \{\varepsilon, 0, 1, 01\}$

11. $1^*\emptyset = \emptyset$ 把空集连接到任何集合上得到空集

12. $\emptyset^* = \{\varepsilon\}$

星号运算把该语言中的任意个字符串连接在一起，得到运算结果中的一个字符串。如果该语言是空集，星号运算能把0个字符串连接在一起，得到唯一的空串

正则语言在并、连接、星号运算下封闭



正则表达式与有穷自动机的等价性

把正则表达式转换成NFA

- 例子：分若干阶段把正则表达式(ab ∪ a)*转换成一台NFA

a

b

ab

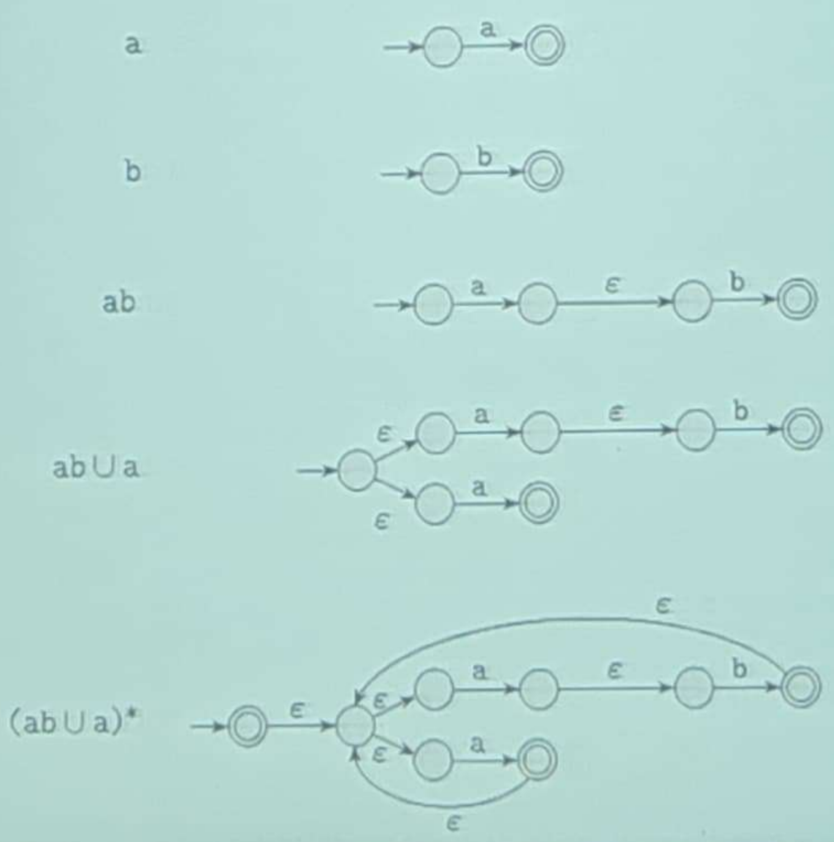
ab∪a

(ab∪a)*

正则表达式与有穷自动机的等价性

把正则表达式转换成NFA

- 例子：分若干阶段把正则表达式(ab ∪ a)*转换成一台NFA



上下文无关文法形式化定义

上下文无关文法(context-free grammar) 是一个 4 元组(V, Σ, R, S)，且

1. V 是一个有穷集合，称为变元集 (variables)。
2. Σ 是一个与 V 不相交的有穷集合，称为终结符集 (terminals)。
3. R是一个有穷规则集 (rules)，每条规则由一个变元和一个由变元及终结符组成的字符串构成。
4. $S \in V$ 是起始变元。

下推自动机的定义

- 下推自动机是一个六元组

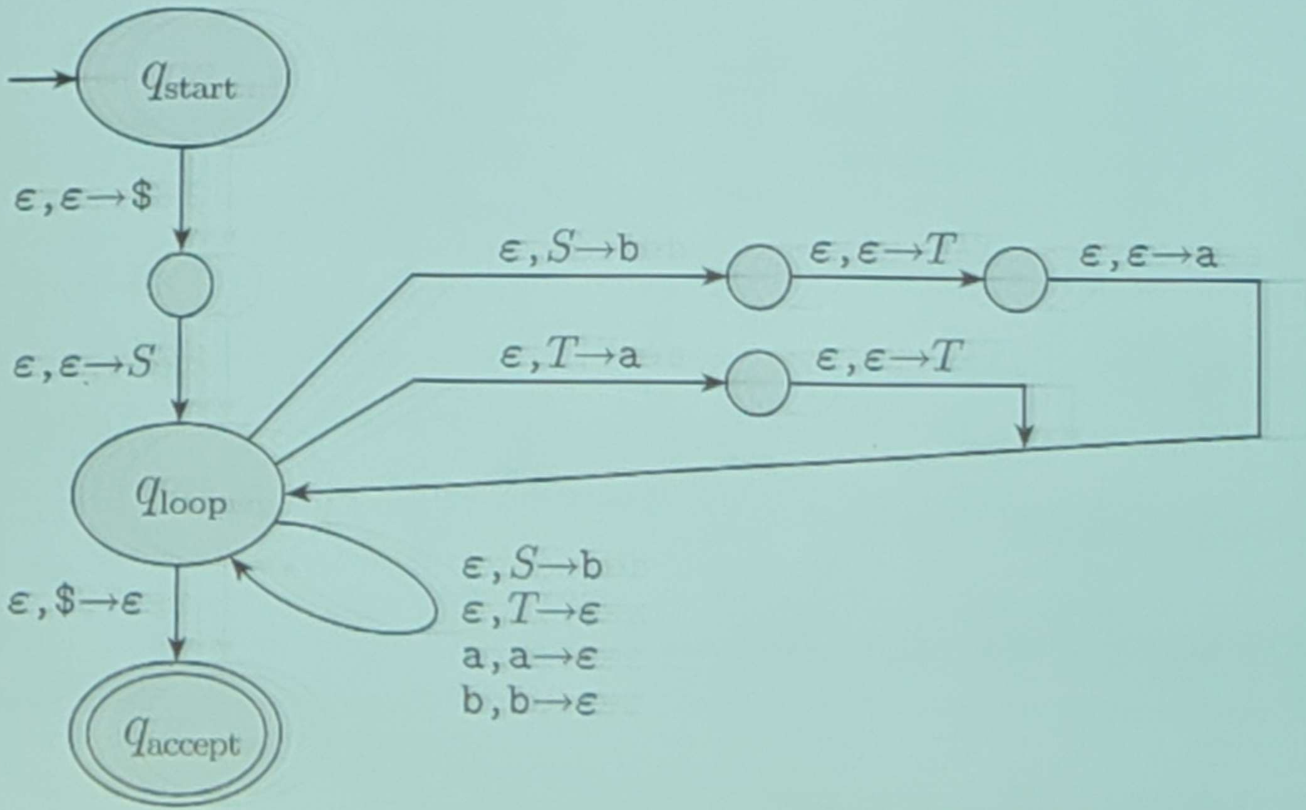
$$M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, F)$$

Q, Σ, Γ, F都是有穷集合，并且：

1. Q 是 有穷状态集
2. Σ 是有穷的 输入字母表
3. Γ是栈字母表
4. δ 是 转移函数，即映射 δ : $Q \times \Sigma_\varepsilon \times \Gamma_\varepsilon \rightarrow P(Q \times \Gamma_\varepsilon)$
5. $q_0 \in Q$ 是 初始状态
6. $F \subseteq Q$ 是 接受状态集

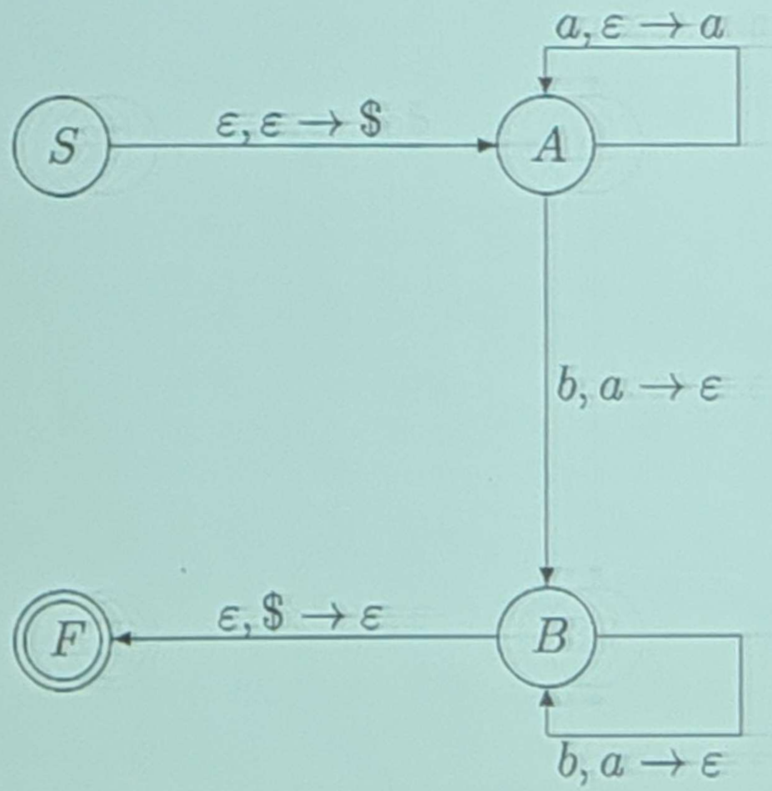
例子（考试题）

- $S \rightarrow aTb \mid b$
- $T \rightarrow Ta \mid \varepsilon$

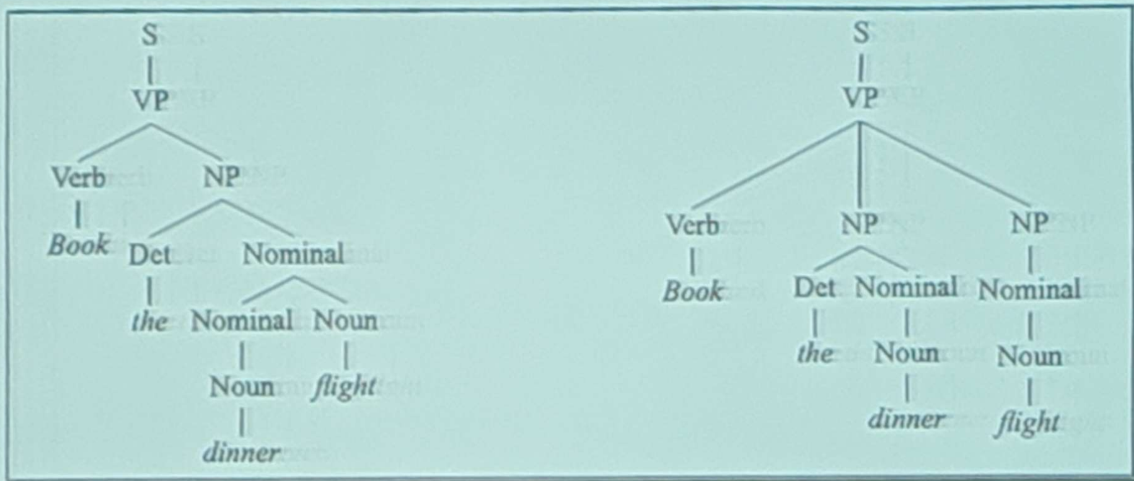


例子（考试题）

$\{a^n b^n : n = 1, 2, \ldots\}$.



考试题



Rules			P	Rules			P
S	→	VP	.05	S	→	VP	.05
VP	→	Verb NP	.20	VP	→	Verb NP NP	.10
NP	→	Det Nominal	.20	NP	→	Det Nominal	.20
Nominal	→	Nominal Noun	.20	NP	→	Nominal	.15
Nominal	→	Noun	.75	Nominal	→	Noun	.75
				Nominal	→	Noun	.75
Verb	→	book	.30	Verb	→	book	.30
Det	→	the	.60	Det	→	the	.60
Noun	→	dinner	.10	Noun	→	dinner	.10
Noun	→	flights	.40	Noun	→	flights	.40

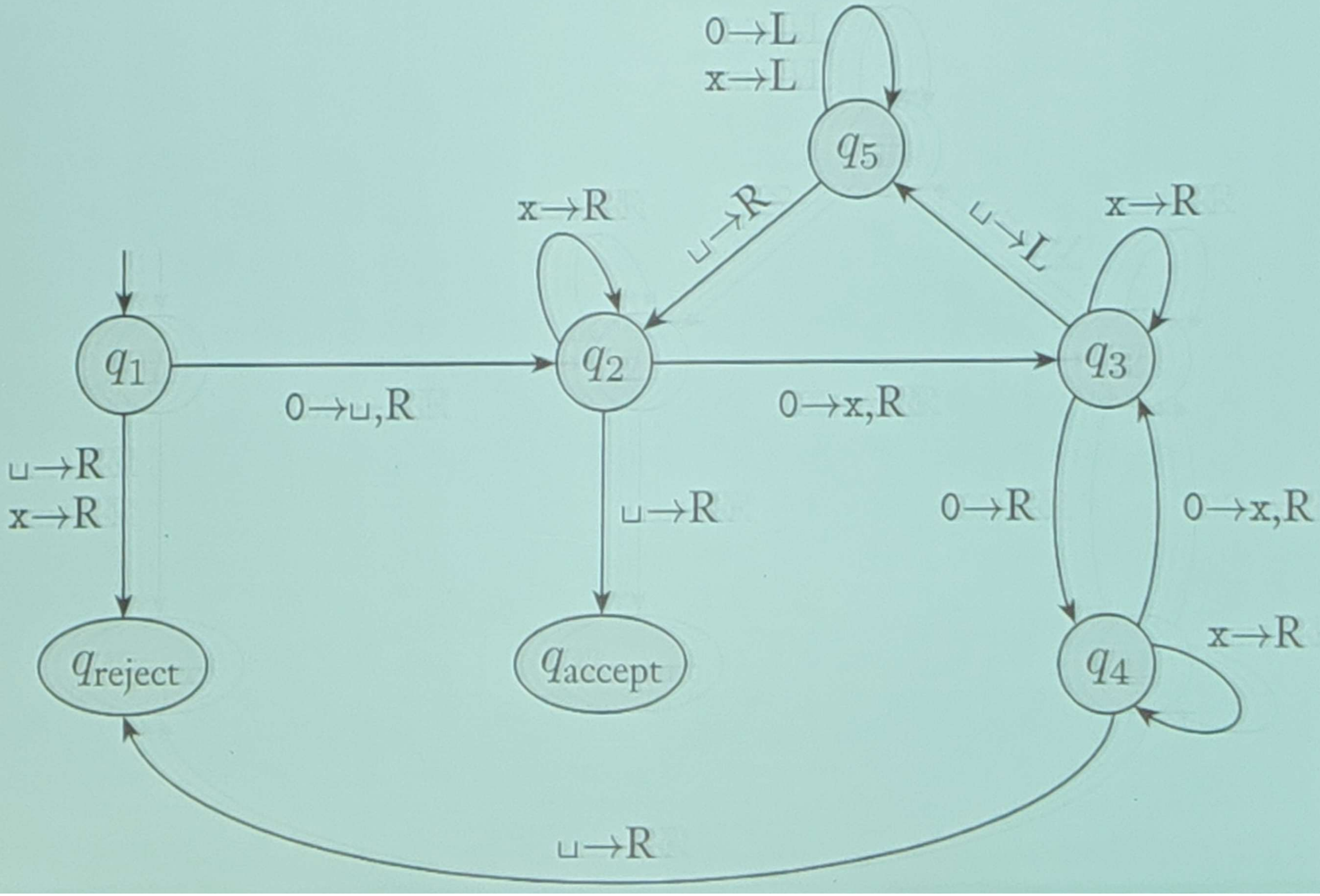
- $P(T_{left}) = .05 * .20 * .20 * .20 * .75 * .30 * .60 * .10 * .40 = 2.2\times10^{-6}$
- $P(T_{right}) = .05 * .10 * .20 * .15 * .75 * .75 * .30 * .60 * .10 * .40 = 6.1\times10-7$

图灵机的形式化定义

图灵机 (TM)是一个 7-元组 $(Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, q_{accept}, q_{reject})$, 其中$Q, \Sigma, \Gamma$ 都 是有穷集合, 并且

1. Q 是状态集,
2. Σ 是输入字母表, 不包括特殊空白符号 $\sqcup$,
3. Γ是纸带字母表,其中$\sqcup \in \Gamma, \Sigma \subseteq \Gamma$,
4. $\delta: Q \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma \times \{L, R\}$是转移函数,
5. $q_0 \in Q$ 是起始状态,
6. $q_{accept} \in Q$ 是接受状态,
7. $q_{reject} \in Q$ 是拒绝状态, 且 $q_{accept} \neq q_{reject}$.

图灵机


0→L
x→L
q_5
x→R
⊔→R
⊔→L
x→R
q_1
0→⊔,R
q_2
0→x,R
q_3
⊔→R
x→R
⊔→R
0→R
0→x,R
x→R
q_{reject}
q_{accept}
q_4
⊔→R

考试题

- 我们给出这个机器在输入 0000 上运行的例子，起始格局是 q,0000。下面是机器所进入的格局序列，应先从上到下再从左到右地读这个序列。

$q_1 0000$	$\sqcup q_5 \mathrm{x0x} \sqcup$	$\sqcup \mathrm{x} q_5 \mathrm{xx} \sqcup$
$\sqcup q_2 000$	$q_5 \sqcup \mathrm{x0x} \sqcup$	$\sqcup q_5 \mathrm{xxx} \sqcup$
$\sqcup \mathrm{x} q_3 00$	$\sqcup q_2 \mathrm{x0x} \sqcup$	$q_5 \sqcup \mathrm{xxx} \sqcup$
$\sqcup \mathrm{x0} q_4 0$	$\sqcup \mathrm{x} q_2 \mathrm{0x} \sqcup$	$\sqcup q_2 \mathrm{xxx} \sqcup$
$\sqcup \mathrm{x0x} q_3 \sqcup$	$\sqcup \mathrm{xx} q_3 \mathrm{x} \sqcup$	$\sqcup \mathrm{x} q_2 \mathrm{xx} \sqcup$
$\sqcup \mathrm{x0} q_5 \mathrm{x} \sqcup$	$\sqcup \mathrm{xxx} q_3 \sqcup$	$\sqcup \mathrm{xx} q_2 \mathrm{x} \sqcup$
$\sqcup \mathrm{x} q_5 \mathrm{0x} \sqcup$	$\sqcup \mathrm{xx} q_5 \mathrm{x} \sqcup$	$\sqcup \mathrm{xxx} q_2 \sqcup$
		$\sqcup \mathrm{xxx} \sqcup q_{\mathrm{accept}}$