

# 21/22 (一) 浙江工业大学高等数学期中考试试卷

学院：\_\_\_\_\_ 班级：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_ 学号：\_\_\_\_\_

任课教师：\_\_\_\_\_

题 号	一	二	三	四	五	总 分
得 分						

## 一、填空题（每小题 4 分）

1. 已知  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{(x+p)(x+q)} - x) = 1$ , 则  $p+q =$ \_\_\_\_\_。
2. 曲线  $y = f(x)$  与  $y = \sin x$  在原点相切,  $f(x) \geq 0$ , 则  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{nf\left(\frac{2}{n}\right)} =$ \_\_\_\_\_。
3. 设  $y = e^{-\sin^2 x}$ , 则  $y' =$ \_\_\_\_\_。
4. 设  $y = f(\sin 2x)$ , 其中  $f$  二阶可导, 则  $\frac{d^2 y}{dx^2} =$ \_\_\_\_\_。
5. 函数  $f(x)$  在可导点  $x_0$  处有增量  $\Delta x = 0.2$ , 其对应函数增量的线性主部为 0.8, 则  $f'(x_0) =$ \_\_\_\_\_。
6. 曲线  $e^{xy} - 2x - y = 3$  在点  $(-1, 0)$  处的切线方程是\_\_\_\_\_。

## 二、选择题（每小题 4 分）

1. 当  $x \rightarrow 0$  时,  $\sin x - \tan x$  是  $x^3$  的 ( )  
 (A) 高阶无穷小; (B) 同阶无穷小, 但不是等价无穷小;  
 (C) 低阶无穷小; (D) 等价无穷小.
2. 设  $f(x)$  在  $x = x_0$  处附近四阶连续可导且  $f'(x_0) = f''(x_0) = f'''(x_0) = 0$ ,  $f^{(4)}(x_0) > 0$ , 则  $f(x)$  在  $x = x_0$  有 ( )  
 (A) 极大值; (B) 极小值; (C) 拐点; (D) 无极值也无拐点.
3. 设函数  $f(x)$  在区间  $[1, +\infty)$  内二阶可导, 且满足:  $f(1) = f'(1) = 0$ , 当  $x > 1$  时  $f''(x) < 0$ ,  $g(x) = \frac{f(x)}{x}$ , 则在  $(1, +\infty)$  内 ( )  
 (A) 存在点  $\xi$ , 使  $g(\xi) = 0$ ; (B) 存在点  $\xi$ , 使  $f(\xi) = 0$ ;  
 (C)  $g(x)$  单调减少; (D)  $g(x)$  单调增加.

4. 设  $f(x) = \frac{x}{3-x}$ , 则曲线  $y = f(x)$  ( )

- (A) 只有水平渐近线; (B) 只有垂直渐近线;  
(C) 既有水平又有垂直渐近线; (D) 没有水平和垂直渐近线.

5. 设  $f(x)$  在  $x=a$  的某个邻域内有定义, 则  $f(x)$  在  $x=a$  处可导的一个充分条件是 ( )

- (A)  $\lim_{h \rightarrow +\infty} h[f(a + \frac{1}{h}) - f(a)]$  存在; (B)  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+2h) - f(a+h)}{h}$  存在;  
(C)  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a-h)}{2h}$  存在; (D)  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a) - f(a-h)}{h}$  存在.

三、试解下列各题 (每小题 7 分)

1. 求  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - \cos x}{x^2}$

2. 设  $\begin{cases} x = \ln(1+t^2) \\ y = t - \arctan t \end{cases}$ , 求:  $\frac{dy}{dx}$ ;  $\frac{d^2y}{dx^2}$

3. 设  $f(x)$  在  $x=a$  的邻域内有连续的二阶导数, 且  $f'(a) \neq 0$ ,

求  $\lim_{x \rightarrow a} \left[ \frac{1}{(x-a)f'(a)} - \frac{1}{f(x) - f(a)} \right]$

4. 证明不等式:  $2x \arctan x \geq \ln(1+x^2)$

5. 求曲线  $xy=1$  在第一象限内的切线方程, 并使该切线在两个坐标轴上的截距之和最小。

四、(5 分) 设函数  $f(x)$  在  $[0,1]$  上连续可导, 且  $f'(x)$  单调减少,  $f(0)=0$ , 证明: 当  $a, b, a+b \in [0,1]$  时恒有  $f(a+b) \leq f(a) + f(b)$ 。

五、试解下列各题（每小题 8 分）

1. 求函数  $f(x) = \frac{x-2}{\ln|x-1|}$  的间断点，并指出间断点的类型。

2. 讨论方程  $e^x - ax = 0$  的实根个数。