

第八章 威尔科克森符号的秩检验

wilcoxon 是 20 世纪美国的著名学家。他于 1945 年提出了 20 世纪最伟大的方法之一：wilcoxon 的秩检验。首先我们要了解威尔科克森符号的秩检验中秩的概念。

秩是矩阵中非零行向量线性无关的最大数量。换句话说，秩是由矩阵中的行向量或列向量生成的向量空间的维数。它可以通过标准化矩阵并将其转换为行简化阶梯矩阵来确定。秩也可以用于判断矩阵是否具有逆矩阵以及矩阵是否可以唯一地分解为列向量的线性组合的形式。

下面是一个关于体重内部检测的威尔科克森符号秩检验的例子：假设我们有一组 10 个人的体重记录，分别为 A1, A2, A3, A4, A5, B1, B2, B3, B4, B5。现在我们想要测试 A 组体重是否显著高于 B 组体重。我们可以通过进行威尔科克森符号秩检验来检验该假设。

步骤如下：

1. 对每个样本计算差值 (A-B)，并对差值按照其绝对值的大小进行排序，得到 D_i 。
2. 计算每个差值对应的符号，正号表示 A 组的对应记录体重高于 B 组对应记录的体重，负号则表示 A 组对应记录体重低于 B 组对应记录的体重，得到 S_i 。
3. 计算每个绝对值相等的差值所对应的秩次。如果一个差值的绝对值在数列中出现了多次，则该差值所对应的秩次应该是这些出现位置的秩次之和的平均值。
4. 计算秩和 W，公式为 $W = \sum (D_i \times S_i)$ 。
5. 确定显著性水平和检验类型（单侧或双侧）。根据显著性水平及自由度查表得到检验的临界值。
6. 比较计算得到的 W 值与临界值。如果 W 值大于临界值，则拒绝原假设，即认为 A 组体重显著高于 B 组体重。

需要注意的是，该检验假设数据是连续型且对称分布的，如果不满足这个假设，可能需要采用其他的非参数检验方法。

我们再来举一个例子：

下面是 9 位重度幻想症患者在接受新的药物治疗后得出的治疗效果，我们想知道这种新型治疗药物是否对重度幻想症患者有治疗效果。（表 8）

表 8

第一次	1.83	0.50	1.62	2.48	1.68	1.88	1.55	3.06	1.30
第二次	0.878	0.647	0.598	2.05	1.06	1.29	1.06	3.14	1.29

我们用 rstudio 来译写代码，从而再得出结论。代码如下：

```
> x<-c(1.83, 0.50, 1.62, 2.48, 1.68, 1.88, 1.55, 3.06, 1.30)
> y<-c(0.878, 0.647, 0.598, 2.05, 1.06, 1.29, 1.06, 3.14, 1.29)> wilcox.test
(x,y,paired=TRUE,alternative = "greater")
Wilcoxon signed rank exact test

data: x and y
V = 40, p-value = 0.01953
alternative hypothesis: true location shift is greater than 0
```

因为我们得出来的 P 值在 $\alpha=0.05$ 的区间外面的，所以该药物对于重度幻想症的患者是有治疗效果的。