

# 第二章 矩阵及其运算

马燕鹏，华北电力大学

**Github:** <https://github.com/datawhalechina>

**CSDN:** <https://lsgogroup.blog.csdn.net>

## 2.5 矩阵LU分解

- 2.5.1  $LU$ 分解的概念
- 2.5.2  $LU$ 分解的应用

## 2.5.1 $LU$ 分解的概念

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ 4x_1 + 3x_2 + 3x_3 + x_4 = 11 \\ 8x_1 + 7x_2 + 9x_3 + 5x_4 = 29 \\ 6x_1 + 7x_2 + 9x_3 + 8x_4 = 30 \end{cases}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 3 & 1 \\ 8 & 7 & 9 & 5 \\ 6 & 7 & 9 & 8 \end{bmatrix}, A = LU$$

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 3 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 1 & 1 \end{bmatrix}, U = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

矩阵的分解是把矩阵 $A$ 表示成两个或多个矩阵的乘积。

$A = LU$ 是关于高斯消元法的全新认知，也是最基础的矩阵分解。

一般地，设 $A$ 是 $n$ 阶可逆矩阵，若存在 $n$ 阶下三角形且主对角元素全为1的矩阵 $L$ ， $U$ 是与 $A$ 等价的上三角形矩阵，满足 $A = LU$ ，则称为 $A$ 的 $LU$ 分解。

## 2.5.2 $LU$ 分解的应用

$$Ax = b, A = LU$$

$$LUx = b, Ly = b, Ux = y$$

概念:

1. 矩阵分解

方法论:

1. 矩阵的 $LU$ 分解

2. 利用矩阵 $LU$ 分解求解线性方程组