

第一章 线性方程组

马燕鹏，华北电力大学

Github: <https://github.com/datawhalechina>

CSDN: <https://lsgogroup.blog.csdn.net>

1.1 线性方程组的消元法

- 1.1.1 引例
- 1.1.2 利用矩阵推演高斯消元法
- 1.1.3 矩阵的初等变换
- 1.1.4 矩阵的基本概念
- 1.1.5 练习

1.1.1 引例

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ 4x_1 + 3x_2 + 3x_3 + x_4 = 11 \\ 8x_1 + 7x_2 + 9x_3 + 5x_4 = 29 \\ 6x_1 + 7x_2 + 9x_3 + 8x_4 = 30 \end{cases}$$

概念：

1. 线性方程组等价
2. 线性方程组的三种等价变换
3. 高斯（Gauss）消元法

1.1.2 利用矩阵推演高斯消元法

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 3 & 1 \\ 8 & 7 & 9 & 5 \\ 6 & 7 & 9 & 8 \end{bmatrix}, x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 4 \\ 11 \\ 29 \\ 30 \end{bmatrix}$$

$$B = (A, b) = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 0 & 4 \\ 4 & 3 & 3 & 1 & 11 \\ 8 & 7 & 9 & 5 & 29 \\ 6 & 7 & 9 & 8 & 30 \end{bmatrix}$$

概念：

1. 系数矩阵
2. 增广矩阵
3. 线性方程组的矩阵表示

方法论：

1. 利用矩阵推演高斯消元法

1.1.3 矩阵的初等变换

概念：

1. 矩阵的初等变换

2. 矩阵等价

- 矩阵行等价（线性方程组等价）

- 矩阵列等价

3. 矩阵等价的性质

1.1.4 矩阵的基本概念

概念：

1. 矩阵（Matrix）的定义
2. 矩阵的表示
3. 特殊矩阵

1.1.5 练习

1. 写出下列方程组的系数矩阵和增广矩阵

$$(1) \begin{cases} x_1 - 3x_2 + 4x_3 = -4 \\ 3x_1 - 7x_2 + 7x_3 = -8 \\ -4x_1 + 6x_2 - x_3 = 7 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} x_1 - x_3 = 8 \\ 2x_1 + 2x_2 + 9x_3 = 7 \\ x_2 + 5x_3 = -2 \end{cases}$$

(2) 如果以下矩阵为某个线性方程组的增广矩阵，试写出其对应的线性方程组。

$$(1) B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 & 2 \\ 3 & -2 & 1 & 7 \\ 1 & -3 & -2 & -7 \end{bmatrix}$$

$$(2) B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 3 & -4 & 7 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 6 \\ 2 & 3 & 1 & 3 & 6 \end{bmatrix}$$

(3) 已知某个线性方程组的增广矩阵已用初等行变换化成了如下形式：

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & -3 & 0 & -7 \\ 0 & 0 & 1 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 4 \end{bmatrix}$$

试进行适当的行变换并求出原方程组的解。