

1. Dado un número  $a \in \mathbb{R}$  con  $a > 0$ , se puede crear una sucesión en forma recursiva que da inicio en un valor real  $s_0$  y luego para cada  $k \geq 1$ , se toma

$$s_{k+1} = \frac{1}{2} \left( s_k + \frac{a}{s_k} \right)$$

De tal manera que  $\lim_{k \rightarrow \infty} s_k = \sqrt{a}$ .

2. Construya una función en python que tenga como entrada un flotante  $a > 0$  y un entero  $k$  que indica el número de iteraciones o términos de la sucesión  $s_0, s_1, \dots, s_k$ . La función también tendrá como entrada una lista de posibles valores iniciales  $s_0$  que serán tomados como puntos de partida para las sucesiones que convergen a  $\sqrt{a}$ . La función de python deberá retornar un DataFrame en el que cada columna es una sucesión que converge a  $\sqrt{a}$  y los encabezados de las columnas son los diferentes valores para  $s_0$ .
3. Teniendo en cuenta que  $\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \dots$  y que  $e = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{1}{n} \right)^n$ , construya funciones en python que le permitan crear aproximaciones a las constantes  $\pi$  y  $e$ .
4. Construya una función en Python que permita aproximarse a la constante de Euler

$$\gamma = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sum_{k=1}^n \frac{1}{k} - \log(n) \right)$$

5. Construya una función en Python que permita aproximarse al valor

$$e^\gamma = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\log p_n} \prod_{i=1}^n \frac{p_i}{p_i - 1}$$

siendo  $p_i$  el  $i$ -ésimo número primo.