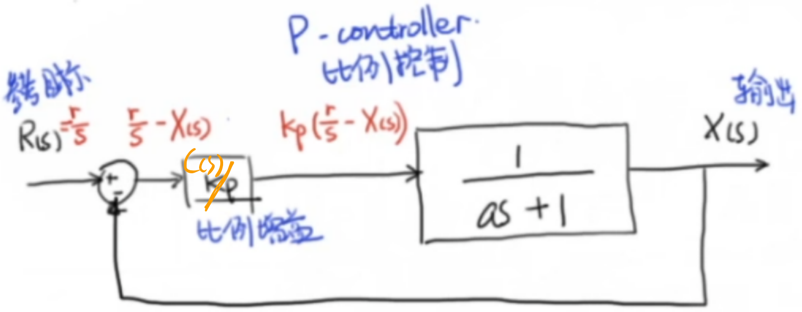
自动控制原理 6

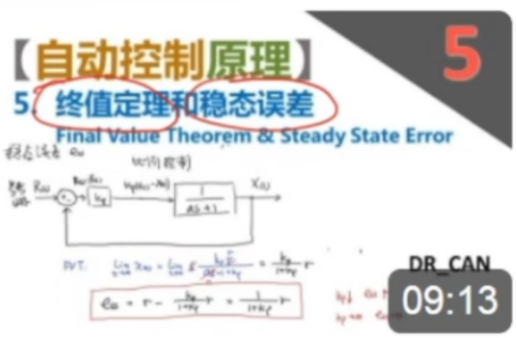
比例积分控制器

Proportional - Integral Controller

比例环节. 积分环节 … 振荡　　开发者的角度. → 思考

比例环节. 积分环节 … 振荡　　开发者的角度. → 思考





$r(t) = r$ 常数　　$R(s) = \mathcal{L}[r] = r \cdot \frac{1}{s}$

$$K_p\left(\frac{r}{s} - X(s)\right)\frac{1}{as+1} = X(s)$$

$$K_p\frac{r}{s} - K_p X(s) = (as+1)X(s)$$

$$K_p\frac{r}{s} = (as+1+K_p)X(s)$$

$$\boxed{X(s) = \frac{K_p\frac{r}{s}}{as+1+K_p}}$$

当 $K_p > -1$ 时 系统稳定.

$$K_p\frac{r}{s} = (as+1+K_p)X(s)$$

$$\boxed{X(s) = \frac{K_p\frac{r}{s}}{as+1+K_p}}$$

FVT: $$\lim_{t\to\infty} x(t) = \lim_{s\to 0} sX(s) = \lim_{s\to 0}\frac{\cancel{s}K_p\frac{r}{\cancel{s}}}{\cancel{as}^{0}+1+K_p} = \frac{K_p}{1+K_p}r$$

稳态误差

steadstate error

$$e_{ss} = r - \frac{K_p}{1+K_p}r = \frac{1}{1+K_p}r$$

$\Rightarrow$ P控制 无法消除e_{ss}

例：空调

$r = 25°C$

$x_{ss} = 22°C$ $\boxed{3°C = e_{ss}}$

设计新的控制器 $C(s) \Rightarrow e_{ss}=0$ $\lim_{t\to\infty} x(t) = r$

$K_p \to C(s)$

$$X(s) = \frac{C(s)\frac{r}{s}}{as+1+C(s)}$$

设计新的控制器 $C(s) \Rightarrow e_{ss}=0$ $\lim_{t\to\infty} x(t) = r$

$K_p \to C(s)$

$$X(s) = \frac{C(s)\frac{r}{s}}{as+1+C(s)}$$

设计 $C(s)$ 使系统稳定.

FVT: $$\lim_{t\to\infty} x(t) = \lim_{s\to 0} sX(s) = \lim_{s\to 0}\frac{\cancel{s}C(s)\frac{r}{\cancel{s}}}{\cancel{as}^{0}+1+C(s)}$$

$$= \lim_{s\to 0}\frac{C(s)}{1+C(s)}r$$

$$= \lim_{s\to 0}\frac{1+C(s)-1}{1+C(s)}r = \lim_{s\to 0}\left(1-\frac{1}{1+C(s)}\right)r$$

$$r = r - \lim_{s\to 0}\frac{1}{1+C(s)}r$$

$$\Rightarrow \cancel{r} = \cancel{r} - \lim_{s\to 0}\frac{1}{1+C(s)}r$$

$$\lim_{s\to 0}\frac{1}{1+C(s)}r = 0 \Rightarrow \boxed{\lim_{s\to 0} C(s) = \infty}$$

$$\Rightarrow \quad \lim_{s\to 0} \frac{1}{1+C(s)}\, r = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\lim_{s\to 0} C(s) = \infty}$$

Integral Gain 积分增益 ← 加上一个调节的系数

$$C(s) = \frac{k_I}{s} \xrightarrow{\text{反拉氏}} C(t) = \int$$

积分 Integral.

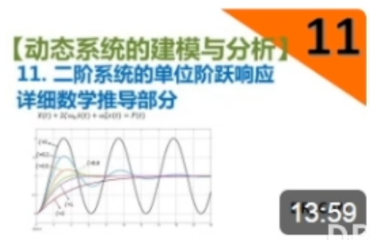
$$X(s) = \frac{\frac{r}{s}\cdot\frac{k_I}{s}}{as+1+\frac{k_I}{s}} = \frac{r}{s}\,\frac{k_I}{as^2+s+k_I}$$

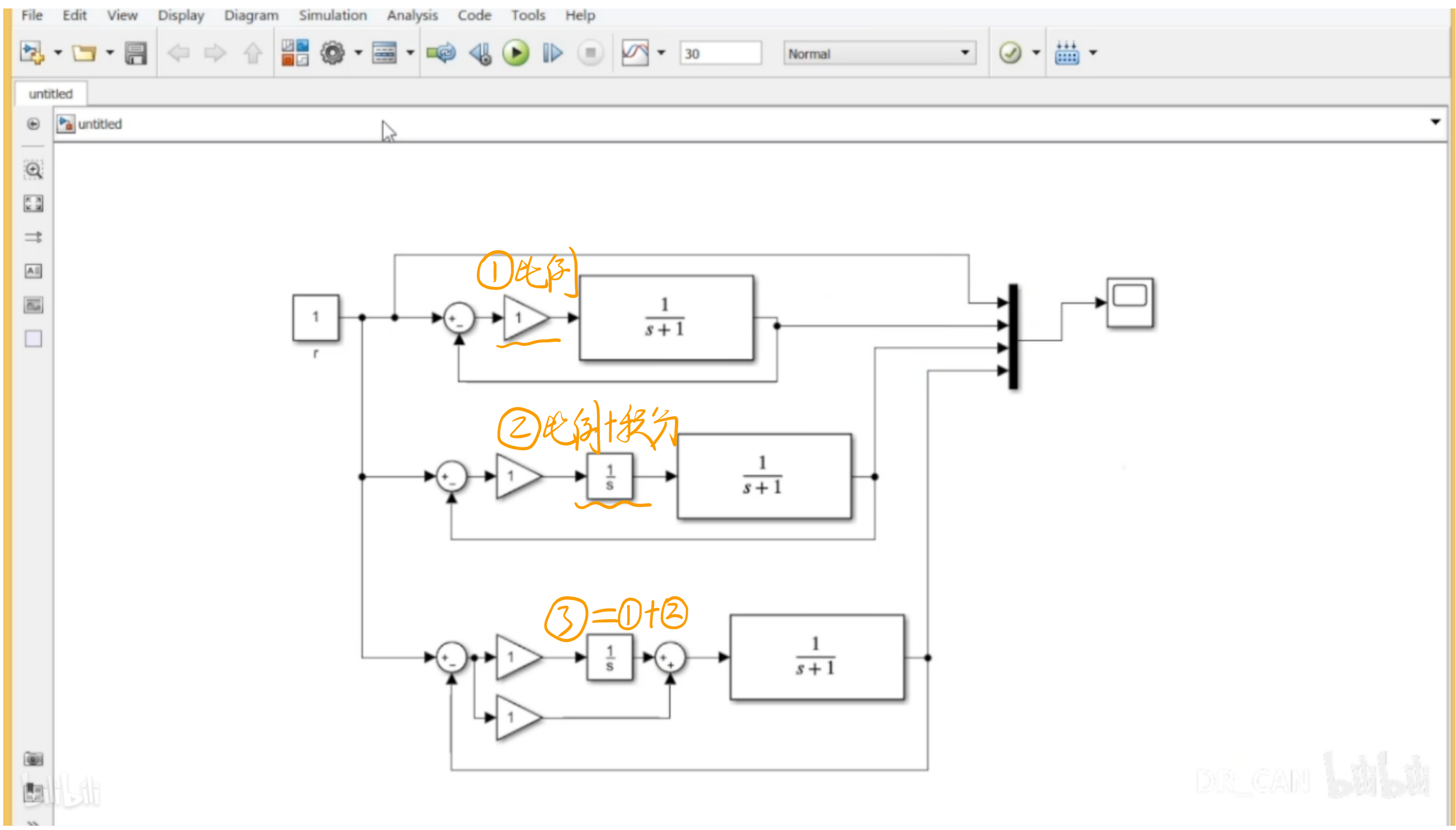
$$\mathcal{L}^{-1}\left[(as^2+s+k_I)X(s)\right] = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{rk_I}{s}\right]$$

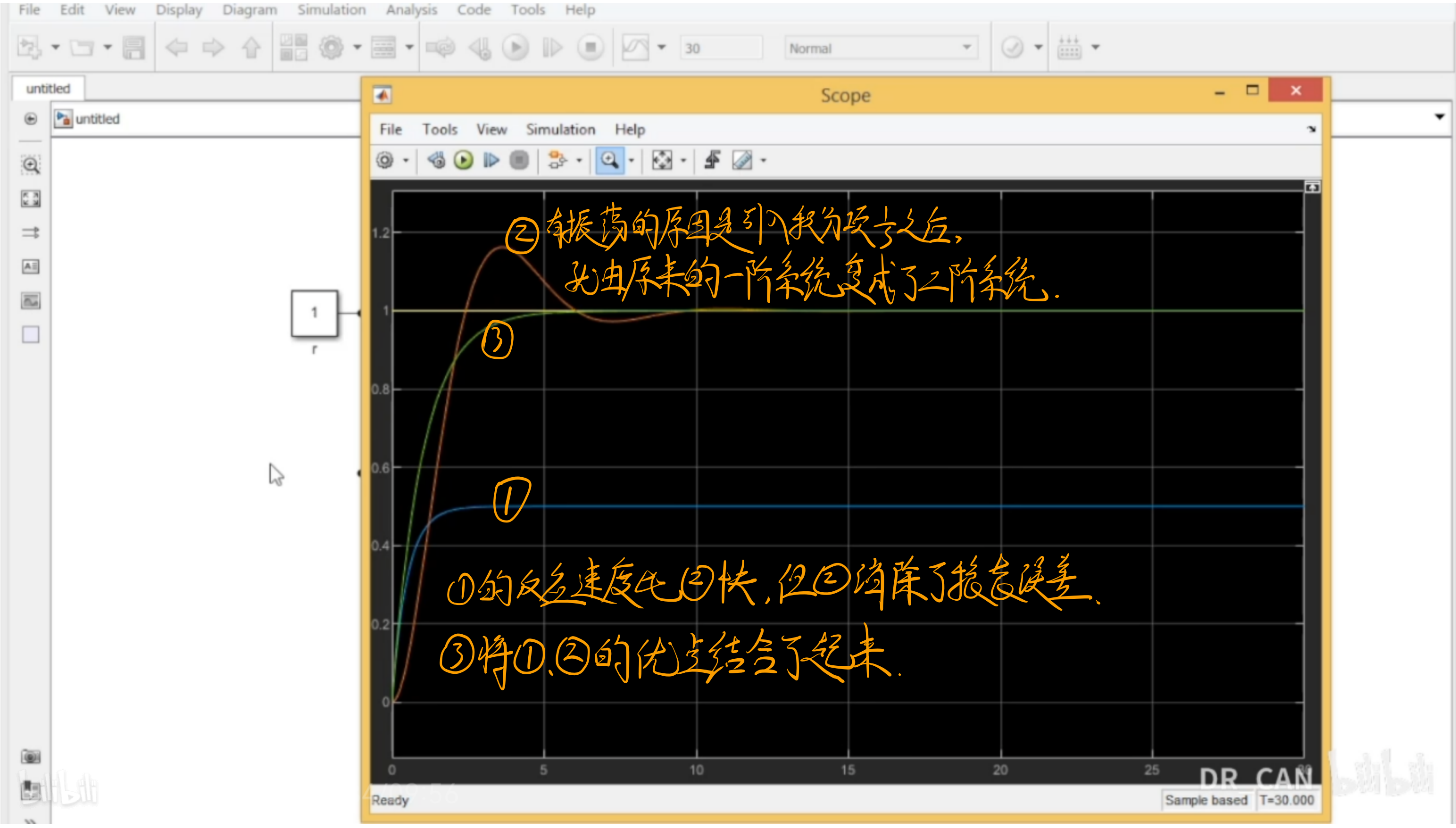
$$a\ddot{x}(t) + \dot{x}(t) + k_I x(t) = rk_I$$

二阶系统的阶跃响应

2nd Order System Step Response






Scope
②有振荡的原因是引入积分项之后，
就由原来的一阶系统变成了二阶系统。
③
①
①的反应速度比②快，但②消除了稳态误差。
③将①、②的优点结合了起来。
DR_CAN