西安电子科技大学
XIDIAN UNIVERSITY

数字电路与逻辑设计

宗　汝

西安电子科技大学电子工程学院

Email: zongru@xidian.edu.cn

目　录

第一章 数值与编码

1.1 数字电路概述

1.2 数制

1.3 编码

1.1 数字电路概述

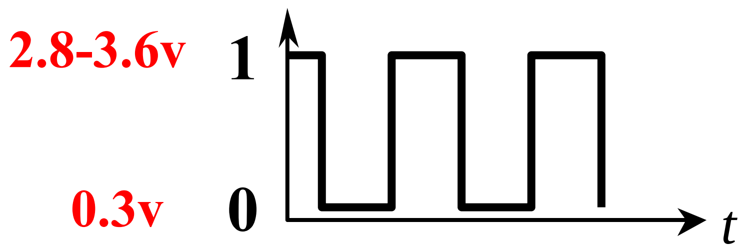
我们身边的数字电路应用

二、什么是数字电路

数字电路：用数字信号进行算术运算和逻辑运算的电路，称为数字电路或数字系统。

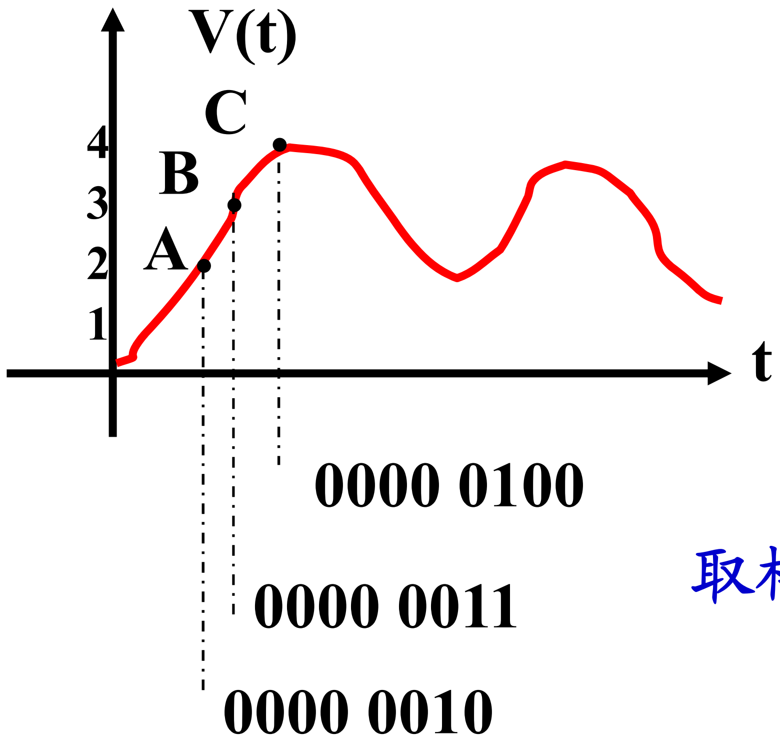
数字电路具有逻辑运算和逻辑处理功能，又称数字逻辑电路。

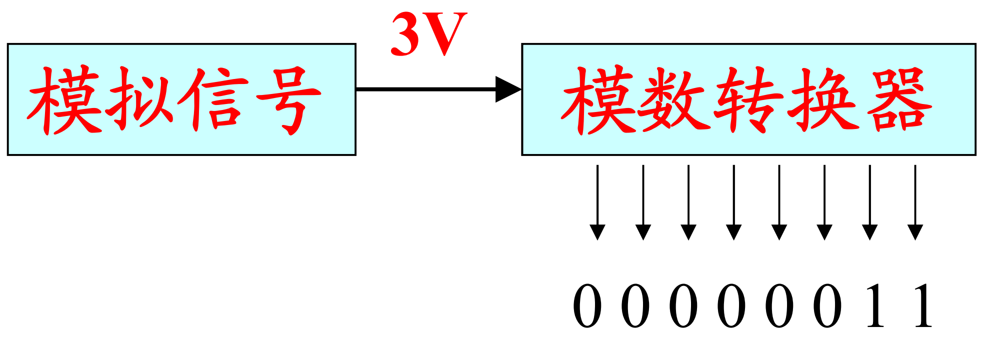
数字信号：时间和幅值的变化是离散的信号。即时间上离散，幅值上整数化（低电平表示逻辑0，高电平表示逻辑1）。



1.1 模拟信号与数字信号

模拟量用数字0、1的编码表示





取样点足够多，原信号可较真实的复原

1.2 电子技术概述

十九世纪末、二十世纪初开始发展的新兴技术。

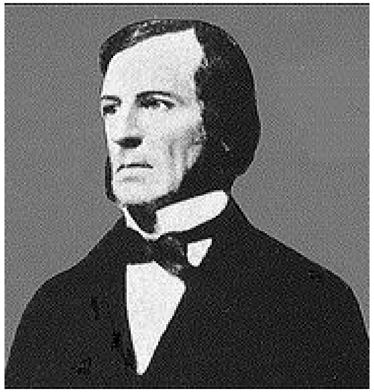
电子技术由模拟电子技术和数字电子技术两部分构成。

电子技术的发展与电子器件的发展紧密相关。

1.3 同期理论的发展

布尔代数 (Boolean Logic)
——现代数字计算机逻辑的基础

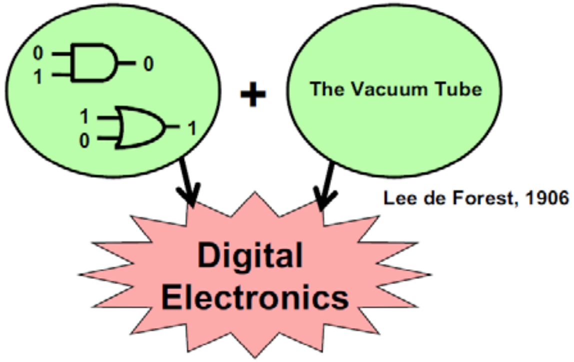
1854年，George Boole指出：逻辑不仅仅是哲学，也是数学

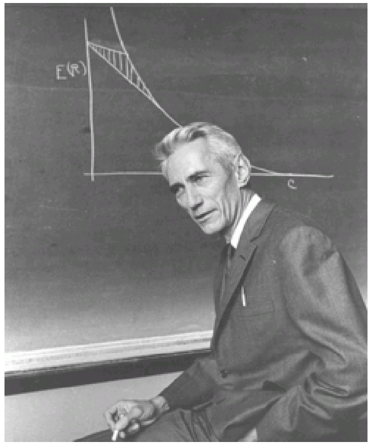


George Boole
(1815 –1864)

香农的硕士论文《继电器与开关电路的符号分析》
——奠定了数字电路的理论基础

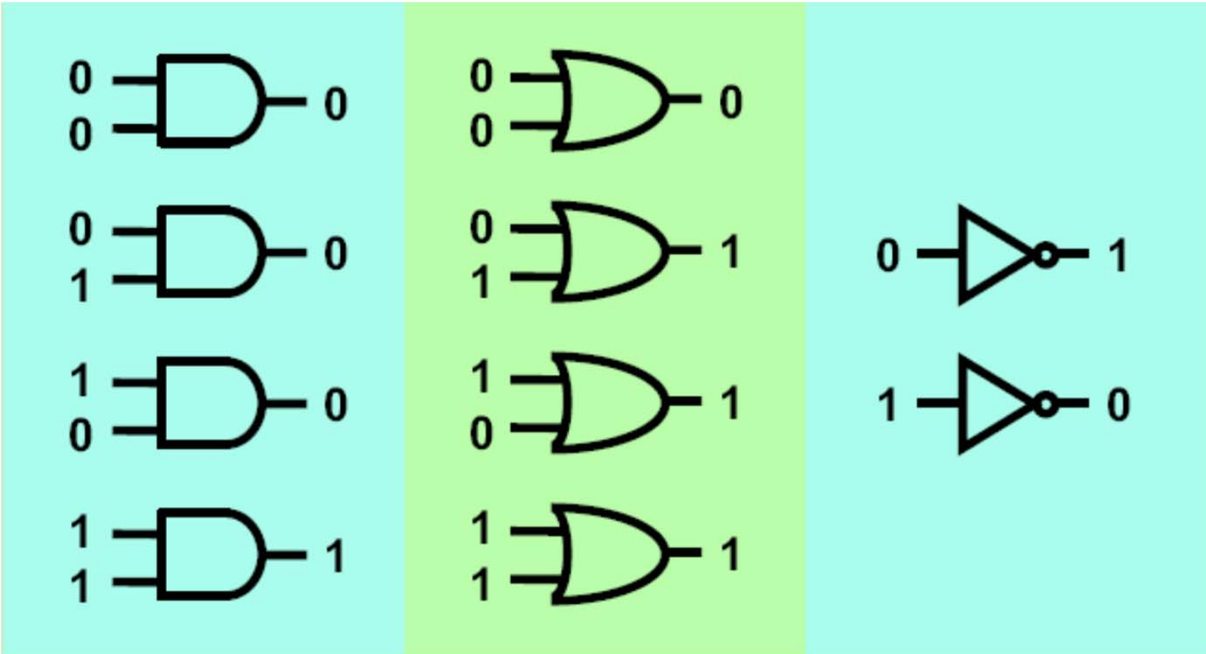
1937年，香农首次注意到布尔代数和电话交换电路之间存在类似性，把布尔代数的“真”与“假”和电路系统的“开”与“关”对应起来，并用1和0表示。
用布尔代数分析并优化开关电路。





C. Shannon
(1916-2001)

1.3 同期理论的发展



与 (AND)　　或 (OR)　　取反 (Inversion)

数字电路的优点

- 便于高度集成化。
- 工作可靠性高、抗干扰能力强。
- 数字信息便于长期保存。
- 数字集成电路产品系列多、通用性强、成本低。
- 保密性好。

1.4 数制

- 进位计数制
- 二进制数
- 八进制数和十六进制数
- 数制转换

数制的一般表示

数制的一般表示：

$$(376.53)_{10}=3\times10^2+7\times10^1+6\times10^0+5\times10^{-1}+3\times10^{-2}$$

R进制：以R为基数的记数体制

基数(Base)

1. 有R个数码(Digit)： 0 ~ (R-1)

2. 逢R进1

第i位的权(The i th power of R)

3. $(D)_N=\sum_{i=-\infty}^{\infty}K_i\times R^i$

第i位的系数

进位计数制的一般表示

十进制： $(376.53)_{10} = 3\times10^2 + 7\times10^1 + 6\times10^0 + 5\times10^{-1} + 3\times10^{-2}$

数制的一般表示：

$$(N)_R = a_{n-1}a_{n-2}\cdots a_1 a_0 \cdot a_{-1}a_{-2}\cdots a_{-m}$$

$$= a_{n-1}\times R^{n-1} + a_{n-2}\times R^{n-2} + \cdots + a_1\times R^1 + a_0\times R^0 + a_{-1}\times R^{-1}$$

$$+ a_{-2}\times R^{-2} + \cdots + a_{-m}\times R^{-m}$$

$$= \sum_{i=-m}^{n-1} a_i R^i \qquad 0 \le a_i \le R-1$$

R—基数； a_i—系数（第i位数码）； R^i—第i位权值；

n—整数位数； m—小数位数。

十进制 (Decimal number)

基数	系数	第i位的权
$N=10$	K_i： 0~9	N^i： 10^i

$$7642_{10} = 7\times10^3+6\times10^2+4\times10^1+2\times10^0$$

位置记数法或
并列表示法

多项式表示法或
按权展开法

二进制数(Binary number)

基数	系数	第i位的权
$N=2$	K_i：0，1	N：2^i

$$101111_2 = 1\times2^5+0\times2^4+1\times2^3+1\times2^2+1\times2^1+1\times2^0 = 47_{10}$$

八进制数 (Octal number)

基数	系数	第i位的权
$N = 8$	K_i：0~7	N：8^i

$$1352_8 = 1 \times 8^3 + 3 \times 8^2 + 5 \times 8^1 + 2 \times 8^0 = 746_{10}$$

十六进制 (Hexadecimal number)

基数　　系数　　第i位的权

$N = 16$ 　 K_i : 0~9,A,B,C,D,E,F 　 N^i : 16^i

$$2EA_{16} = 2 \times 16^2 + 14 \times 16^1 + 10 \times 16^0 = 746_{10}$$

二（八、十六）进制到十进制转换

二进制到十进制——按权展开法

$$101111_2=1\times2^5+0\times2^4+1\times2^3+1\times2^2+1\times2^1+1\times2^0=47_{10}$$

- 任意进制数转换为十进制数
  - 将$(N)_R$按权展开成多项式；
  - 按十进制数规则进行运算；
  - 求得十进制数$(M)_{10}$。

十进制数转换成二进制数转换

2. 十进制数转换成二进制数

例：把53.375转换为二进制数

(1) 整数转换——除2取余法

整数部分：

2 | 53	……………………	余数＝1＝b_0
2 | 26	……………………	余数＝0＝b_1
2 | 13	……………………	余数＝1＝b_2
2 | 6	……………………	余数＝0＝b_3
2 | 3	……………………	余数＝1＝b_4
2 | 1	……………………	余数＝1＝b_5
0		

除2取余法——先余的是低位，后余的是高位。

数制转换原理

2. 十进制数转换成二进制数

（1）整数转换——除2取余法

将 $(N)_{10}$转换为 $(M)_2$：

$$(N)_{10} = (a_{n-1}a_{n-2}\cdots a_1 a_0)_2 \qquad\qquad a_i = 0, or 1$$

$$= a_{n-1}\times 2^{n-1} + a_{n-2}\times 2^{n-2} + \cdots + a_1\times 2^1 + a_0\times 2^0$$

$$= 2(a_{n-1}\times 2^{n-2} + a_{n-2}\times 2^{n-3} + \cdots + a_2\times 2^1 + a_1) + a_0$$

$$= 2Q_1 + a_0$$

将上式两边同除以2，所得的商为：

$$Q_1 = (a_{n-1}\times 2^{n-2} + a_{n-2}\times 2^{n-3} + \cdots + a_2\times 2^1 + a_1)$$

余数就是a_0。

数制转换原理

前面得到的商：$Q_1=(a_{n-1}\times 2^{n-2}+a_{n-2}\times 2^{n-3}+\cdots+a_2\times 2^1+a_1)$

同理，这个商Q_1又可以写成：

$$Q_1=2(a_{n-1}\times 2^{n-3}+a_{n-2}\times 2^{n-4}+\cdots+a_2)+a_1$$

显然，若将上式两边再同时除以2，则所得余数是a_1。重复上述过程，直到商为0，就可得二进制数的数码a_0、a_1、…、a_{n-1}。

即：$(N)_{10}=(a_{n-1}a_{n-2}\cdots a_1a_0)_2$

十进制整数转换为二进制整数—小数部分

（2）小数转换——乘2取整法

小数部分： 0.375

$$
\begin{array}{r}
0.375 \\
\times \quad\quad 2 \\
\hline
0.750
\end{array}
\quad \text{.........整数部分} = 0 = b_{-1}
$$

$$
\begin{array}{r}
0.750 \\
\times \quad\quad 2 \\
\hline
1.500
\end{array}
\quad \text{.........整数部分} = 1 = b_{-2}
$$

$$
\begin{array}{r}
0.500 \\
\times \quad\quad 2 \\
\hline
1.000
\end{array}
\quad \text{......... 整数部分} = 1 = b_{-3}
$$

乘2取整法——先取的是高位，后取的是低位。

转换原理

（2）小数转换——乘2取整法。

如将十进制小数$(N)_{10}$转换为二进制小数$(M)_2$。

$$
\begin{aligned}
(N)_{10} &= (a_{-1}a_{-2}\cdots a_{-m})_2 \\
&= a_{-1}\times 2^{-1} + a_{-2}\times 2^{-2} + \cdots + a_{-m}\times 2^{-m} \\
&= 2^{-1}\times (a_{-1} + a_{-2}\times 2^{-1} + \cdots + a_{-m}\times 2^{-m+1})
\end{aligned}
$$

上式两边同时乘以2， 便得到

$$2(N)_{10} = a_{-1} + \underline{(a_{-2}\times 2^{-1} + \cdots + a_{-m}\times 2^{-m+1})}$$

$$2(N)_{10} = a_{-1} + \underline{F_1}$$

因此，$2(N)_{10}$乘积的整数部分就是a_{-1}。若将$2(N)_{10}$乘积的小数部分F_1再乘以2，则可以依次得到$a_{-2},\ldots,a_{-m}$ 。

练习

练习：

173.8125D ＝？

173.8125D ＝ 10101101.1101B

注意：小数部分乘2取整过程，不一定能使最后乘积的小数为0，因此转换值有可能存在一定的误差。

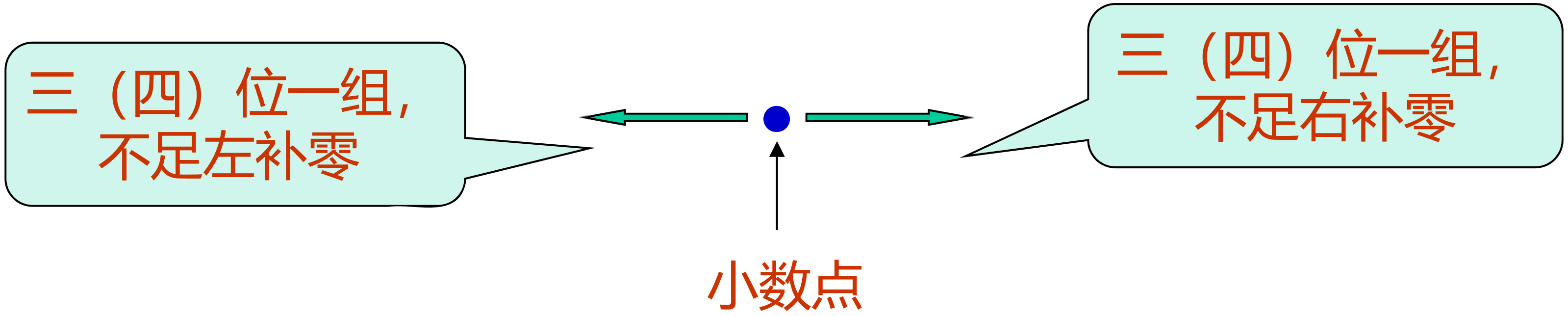
常用2的幂级数

n	2^n	n	2^n
1	2	9	512
2	4	10	1024
3	8	11	2048
4	16	12	4096
5	32	13	8192
6	64	14	16384
7	128	15	32768
8	256	16	65536

二进制数和八(十六)进制数间的转换

八进制数和十六进制数的基数分别为 $8=2^3$，$16=2^4$，

（1）2进制数转换为8进制、16进制数



（2）8进制、16进制数转换为2进制数

8进制数 → 2进制数：1位变3位

16进制数 → 2进制数：1位变4位

二进制与八(十六)进制之间的转换

例:

$(110101.011000111)_2$ = (? $)_8$ = (? $)_{16}$

110 101 . 011 000 111

6 5 . 3 0 7

1 1 0 1 0 1. 0 1 1 0 0 0 1 1 1

0011 0101 . 0110 0011 1000

3 5 . 6 3 8

$$(110101.011000111)_2 = (65.307)_8 = (35.638)_{16}$$

1.5 编码

对于若干个不同的数据或信息，按照一定的规律分别给其指定一个代表符号的过程叫编码。

用一定位数的二进制数来表示一定数量的数码、字母、符号等信息，称为二进制编码。

问题：对于N个信息，要用几位二进制数才能满足编码呢?

$$2^n \geq N$$

二进制编码（BCD码）

用4位二进制数码表示1位十进制数的十个状态，称这些代码为二-十进制代码，即 BCD（Binary Coded Decimal）代码。

十进制数 \ 编码种类	8421码	余3码	2421码	5421码	余3循环码
0	0000	0011	0000	0000	0010
1	0001	0100	0001	0001	0110
2	0010	0101	0010	0010	0111
3	0011	0110	0011	0011	0101
4	0100	0111	0100	0100	0100
5	0101	1000	1011	1000	1100
6	0110	1001	1100	1001	1101
7	0111	1010	1101	1010	1111
8	1000	1011	1110	1011	1110
9	1001	1100	1111	1100	1010
权	8421		2421	5421	

8421BCD码和十进制间的转换

直接按位（按组）转换。

例： $(3.6)_{10}$ $=(0011.0110)_{8421BCD}=(11.0110)_{8421BCD}$

$(101\ 0001\ 0111\ 1001)_{8421BCD}=(5179)_{10}$

补0

Why BCD?

- 十进制——人类认知形式
- 二进制——机器处理形制

可靠性编码

1. 格雷码（Gray码）

格雷码是一种典型的循环码。

循环码特点:

①相邻性：任意两个相邻码组间仅有一位的状态不同。

②循环性：首尾两个码组也具有相邻性。

十进制数	格雷码	十进制数	格雷码
0	0000	8	1100
1	0001	9	1101
2	0011	10	1111
3	0010	11	1110
4	0110	12	1010
5	0111	13	1011
6	0101	14	1001
7	0100	15	1000

典型的格雷码

两位格雷码

0	0
0	1
1	1
1	0

三位格雷码

0	0	0
0	0	1
0	1	1
0	1	0
1	1	0
1	1	1
1	0	1
1	0	0

四位格雷码

0	0	0	0
0	0	0	1
0	0	1	1
0	0	1	0
0	1	1	0
0	1	1	1
0	1	0	1
0	1	0	0
1	1	0	0
1	1	0	1
1	1	1	1
1	1	1	0
1	0	1	0
1	0	1	1
1	0	0	1
1	0	0	0

格雷码具有反射特性。

反射特性是指以编码最高位0和1的交界处为对称轴，处于对称位置的各代码除最高位不同外，其余各位均相同。低位镜像，高位取反。

Why Gray?

- 编码的相邻特性

2. 奇偶校验码

代码(或数据)在传输和处理过程中，有时会出现代码中的某一位由 0 错变成 1，或 1 变成 0。

奇偶校验码由信息位和一位奇偶检验位两部分组成。

信息位：是位数不限的任一种二进制代码。

检验位：仅有一位，它可以放在信息位的前面，也可以放在信息位的后面。

信息位	检验位

检验位	信息位

奇校验码（odd codes）：信息位与测试位1的个数之和为奇数

偶校验码（Even codes）：信息位与测试位1的个数之和为偶数

8421BCD奇偶校验码

十进制数	8421BCD奇校验码		8421BCD偶校验码	
	信息位	校验位	信息位	校验位
0	0 0 0 0	1	0 0 0 0	0
1	0 0 0 1	0	0 0 0 1	1
2	0 0 1 0	0	0 0 1 0	1
3	0 0 1 1	1	0 0 1 1	0
4	0 1 0 0	0	0 1 0 0	1
5	0 1 0 1	1	0 1 0 1	0
6	0 1 1 0	1	0 1 1 0	0
7	0 1 1 1	0	0 1 1 1	1
8	1 0 0 0	0	1 0 0 0	1
9	1 0 0 1	1	1 0 0 1	0

Why Odd or Even?

- 检测传输或处理错误
  - 奇校验码：10010111　？
  - 偶校验码：00101000　？

- 生成奇（偶）校验位

  10101100　？
  - 奇校验码的校验位：　　1
  - 偶校验码的校验位：　　0

*3. ASCII码

ASCII码即 American Standard Code for Information Interchange (美国国家标准信息交换码) 的英文缩写。

常用的有两种：

ASCII-7编码用7 位二进制编码表示一个字符，共可表示 128 个不同的字符。通常使用时在最高位添 0 凑成 8 位二进制编码，或根据实际情况将最高位用做校验位。

ASCII-8编码用 8 位二进制编码表示一个字符，共可表示 256 个不同的字符。

		0	1	2	3	4	5	6	7
	$B_7B_6B_5$ / $B_4B_3B_2B_1$	0 0 0	0 0 1	0 1 0	0 1 1	1 0 0	1 0 1	1 1 0	1 1 1
0	0 0 0 0	NUL	DLE	Sp	0	@	P	`	p
1	0 0 0 1	SOH	DC1	!	1	A	Q	a	q
2	0 0 1 0	STX	DC2	"	2	B	R	b	r
3	0 0 1 1	ETX	DC3	#	3	C	S	c	s
4	0 1 0 0	EOT	DC4	$	4	D	T	d	t
5	0 1 0 1	ENQ	NAK	%	5	E	U	e	u
6	0 1 1 0	ACK	SYN	&	6	F	V	f	v
7	0 1 1 1	BEL	ETB	'	7	G	W	g	w
8	1 0 0 0	BS	CAN	(	8	H	X	h	x
9	1 0 0 1	HT	EM	)	9	I	Y	i	y
A	1 0 1 0	LF	SUB	*	:	J	Z	j	z
B	1 0 1 1	VT	ESC	+	;	K	[	k	{
C	1 1 0 0	FF	FS	,	<	L	\	l	|
D	1 1 0 1	CR	GS	-	=	M	]	m	}
E	1 1 1 0	SO	RS	.	>	N	^	n	~
F	1 1 1 1	SI	US	/	?	O	_	o	DEL

小结

- 数字信号
- 进位计数制
- 二进制数、八进制数和十六进制数
- 数制转换
- BCD码
- 格雷码
- 奇偶校验码

第1章作业

- 1-2 : (1)、(2)、(3);
- 1-4;
- 1-8:①③④;

本章完！

练习：数制转换

1．把下列二进制数转换为十进制数

a．110100101

b．00010111

a. 110100101 $=1+4+32+128+256$

$=421_{10}$

b. 00010111 $= 1+2+4+16=23_{10}$

练习：数制转换

2 .把下列十进制数转换为二进制数，假设下列数是无符号数（正数），用12位表示。

a. 47　　b. 98　　c.5000

a. 47

$47<64$	没有2^6位或者更高位
$47-32=15$	得到一个2^5位
$15<16$	没有2^4位
$15-8=7$	2^3位
$7=111$	
$47_{10}=000000101111_2$	

练习：数制转换

b. 98

$$98_{10} = 000001100010_2$$

C. 5000

不能用 12 bit表示，因为 $5000 > 2^{12}$

练习：数制转换

3. 把下列数转换为 i. 八进制数

ii. 十六进制数

a. 11010110111_2

b. 611_{10}

a. i 011 010 110 111 $= 3267_8$

ii 0110 1011 0111 $= 6B7_{16}$

b. i. $611_{10} = 512 + 64 + 32 + 2 + 1$

$= 2^9 + 2^6 + 2^5 + 2^1 + 2^0$

$= 1001100011_2 = 001\ 001\ 100\ 011_2 = 1143_8$

ii. $611_{10} = 1001100011_2 = 0010\ 0110\ 0011_2 = 263_{16}$

练习：数制转换

4. 把下列数转换为十进制数

a. 2170_8

b. $1C3_{16}$

a. $2170_8 = 10\ \ 001\ \ 111\ \ 000_2 = 2^{10}+2^6+2^5+2^4+2^3$

$= 1144_{10}$

b. $1C3_{16}=1\ \ 1100\ \ 0011_2 =2^8+2^7+2^6+2^1+2^0$

$= 256+128+64+2+1=451_{10}$

练习：数制转换

5. 用三位4种BCD码来表示以下两个数

a. 491　　b. 27

i BCD 8421　　iii BCD 2421

ii BCD 5421　　iv BCD excess 3

	a. 491	b. 27
8421	**0100 1001 0001**	**0000 0010 0111**
5421	**0100 1100 0001**	**0000 0010 1010**
2421	**0100 1111 0001**	**0000 1111 0001**
exs3	**0111 1100 0100**	**0011 0101 1010**

练习：数制转换

6. 当以下数为BCD码或者是无符号二进制数时，十进制数为多少？

i BCD 8421　　iii BCD 2421

ii BCD 5421　　iv BCD excess 3

v Binary unsigned

a. 1000 0111

b. 1100 1001

十进制数	8421 BCD	5421 BCD	2421 BCD	余3码 (Es3）
0	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 1 1
1	0 0 0 1	0 0 0 1	0 0 0 1	0 1 0 0
2	0 0 1 0	0 0 1 0	0 0 1 0	0 1 0 1
3	0 0 1 1	0 0 1 1	0 0 1 1	0 1 1 0
4	0 1 0 0	0 1 0 0	0 1 0 0	0 1 1 1
5	0 1 0 1	1 0 0 0	1 0 1 1	1 0 0 0
6	0 1 1 0	1 0 0 1	1 1 0 0	1 0 0 1
7	0 1 1 1	1 0 1 0	1 1 0 1	1 0 1 0
8	1 0 0 0	1 0 1 1	1 1 1 0	1 0 1 1
9	1 0 0 1	1 1 0 0	1 1 1 1	1 1 0 0
不用 unused	1 0 1 0	0 1 0 1	0 1 0 1	0 0 0 0
	1 0 1 1	0 1 1 0	0 1 1 0	0 0 0 1
	1 1 0 0	0 1 1 1	0 1 1 1	0 0 1 0
	1 1 0 1	1 1 0 1	1 0 0 0	1 1 0 1
	1 1 1 0	1 1 1 0	1 0 0 1	1 1 1 0
	1 1 1 1	1 1 1 1	1 0 1 0	1 1 1 1

a. $(1000\ 0111)_{8421BCD} = 87_{10}$

$(1000\ 0111)_{5421BCD}$ / ∵ 0111 unused

$(1000\ 0111)_{2421BCD}$ / ∵ 1000 0111 unused

$(1000\ 0111)_{BCDexs3} = 54_{10}$

$(1000\ 0111)_{2} = 135_{10}$

练习：数制转换

b. 1100 1001

$(1100\ 1001)_{8421BCD}$ /　　　∵1100 useless

$(1100\ 1001)_{5421BCD} = 96_{10}$

$(1100\ 1001)_{2421BCD}$ /　　　∵1001 useless

$(1100\ 1001)_{BCDexs3} = 96_{10}$

$(1100\ 1001)_{2} = 201_{10}$