Test 1 Automatic S5 (jeudi 23 Septembre) (durée 1h10mn maximum)

Une fiche A4 recto-verso manuscrite – Pas de téléphone portable- Pas de calculatrice

Nom : **Prénom :** **N'étudiant :**

Exercice 1 : Le schéma fonctionnel, figure 1, représente la chaîne directe du procédé d'une enceinte à chauffage. Il est constitué d'un bloc servomoteur, d'une vanne, de l'échangeur et de l'enceinte, et d'un capteur de température.

Le modèle de l'échangeur et de l'enceinte, qui permet d'obtenir la température *T°(t)*, est décrit par un comportement du second ordre de la forme $:\boldsymbol{F_3(p)} = \frac{\boldsymbol{T^0(p)}}{\boldsymbol{Q(p)}} = \frac{\boldsymbol{k_e}}{(\boldsymbol{1+\tau_e p})^2}$

Le modèle du servomoteur est donné par l'équation différentielle suivante :

$$\tau_m \frac{d^2x(t)}{dt^2} + \frac{dx(t)}{dt} = k_p\, u(t) \qquad \text{(on considère que } x(0) = \frac{dx(0)}{dt} = 0\text{)}$$

La fonction de transfert de la vanne, qui permet de régler le débit *q(t)*, est assimilable à un simple gain de valeur k_v, soit : $F_2(p) = \frac{Q(p)}{X(p)} = k_v$

L'organe de mesure de la température (qui donne la sortie mesurée) est un capteur linéaire de gain k_c, $F_4(p) = k_c$.

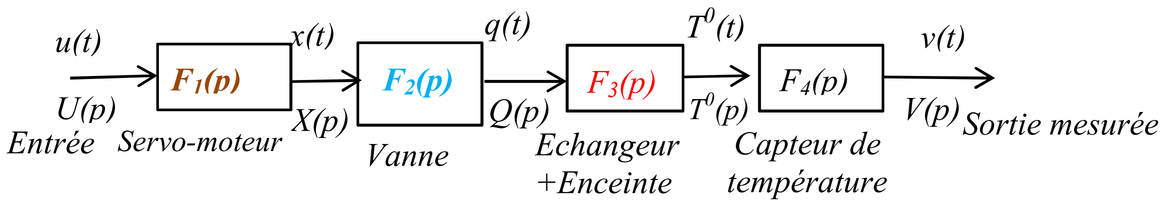


Figure 1. Schéma fonctionnel de l'enceinte de chauffage

1°)- Donner l'expression de ***F₁ (p)***

<u>Réponse</u> : On applique la transformée de Laplace à l'équation :

$$\tau_m \frac{d^2x(t)}{dt^2} + \frac{dx(t)}{dt} = k_p\, u(t)\ ,$$

on trouve $\boxed{\boldsymbol{F_1(p)} = \frac{\boldsymbol{X(p)}}{\boldsymbol{U(p)}} = \frac{\boldsymbol{k_p}}{\boldsymbol{p(\tau_m p+1)}}}$

2°)- Calculer la fonction de transfert de l'ensemble du procédé qui permet de passer du schéma figure 1 au schéma de la figure2

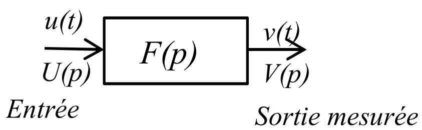


Figure 2 Schéma fonctionnel équivalent à la figure 1

Réponse :

$F(p) = F_1(p)F_2(p)F_3(p)F_4(p)$, soit : $\boxed{F(p) = \frac{\boldsymbol{k_p k_v}\, kc\, \boldsymbol{k_e}.}{\boldsymbol{p(\tau_m p+1)(1+\tau_e p)^2}}}$

3°)- Donner l'ordre de *F(p)* ainsi que ses pôles.

Réponse :   L'ordre est : 4   ,

Les pôles sont : 4 pôles $\boxed{p_1 = 0,\ p_2 = -\frac{1}{\tau_m}, p_3 = p_4 = -\frac{1}{\tau_e}}$

4°)- Le schéma fonctionnel de l'asservissement de la température $T°(t)$ est donné en figure 3 (K > 0):

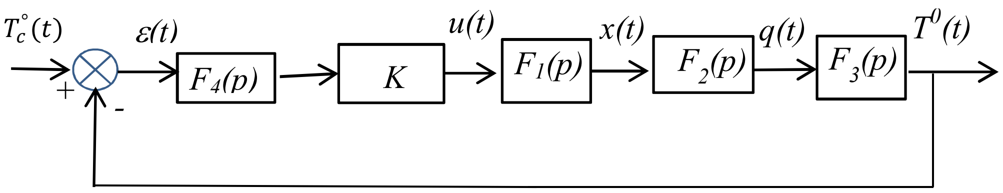


Figure 3 Boucle d'asservissement

a)- Que représentent les différents signaux: $T_c^{\circ}(t)$, $T^0(t)$, $u(t)$, $\varepsilon(t)$, $v_c(t)$ et $v(t)$.

Réponse :

$T_c^{\circ}(t)$ *: la consigne*

$T^0(t)$ *:température*

$u(t)$: le signal de commande délivré par le le gain K

$\varepsilon(t)$ *:erreur entre la consigne et la sortie mesurée*

$v_c(t)$ *: sortie de F4 ,*

$v(t)$ *: température mesurée*

b)- Donner les expressions des fonctions de transfert en boucle ouverte et en boucle fermée et donner l'ordre de chaque fonction de transfert.

Réponse :

- La **F**onction de **T**ransfert en **B**oucle **O**uverte est : $\boxed{FTBO = K\ F_1(p)F_2(p)F_3(p)F_4(p)}$
- Ordre de la **FTBO** : 4

- La **F**onction de **T**ransfert en **B**oucle **F**ermée est : $FTBF = \frac{T^{\circ}(p)}{T_c^{\circ}(p)} = \frac{K\ F_1(p)F_2(p)F_3(p)F_4(p)}{1+K\ F_1(p)F_2(p)F_3(p)F_4(p)}$

$$\boxed{\boldsymbol{FTBF = H(p) = \frac{K\, k_p k_v\, kc\, k_e}{\tau_m\tau_e^2 p^4 + (2\tau_m\tau_e + \tau_e^2)P^3 + (\tau_m + 2\tau_e)p^2 + p + K k_p k_v\, kc\, k_e}}}$$

- Ordre de la **FTBF** : 4

c)- Calculer l'erreur $\varepsilon(p)$ lorsque la consigne $T_c^{\circ}(t)$ est de type échelon

Réponse : (donner le détail du calcul)

Erreur=entrée-sortie, soit :

$$\varepsilon(p) = T_c^\circ(p) - T^\circ(p) = T_c^\circ(p) - H(p)T_c^\circ(p) = \big(1 - H(p)\big)T_c^\circ(p)$$

Soit : $\boxed{\varepsilon(p) = (1 - H(p))T_c^\circ(p)}$

$T_c^\circ(p) = \frac{1}{p}$, échelon (on peut prendre échelon unité)

$$\varepsilon(p) = \left(1 - \frac{\boldsymbol{K\, k_p} k_v\, kc\, \boldsymbol{k_e}}{\boldsymbol{\tau_m \tau_e^2 p^4 + (2\tau_m\tau_e + \tau_e^2)P^3 + (\tau_m + 2\tau_e)p^2 + p + Kk_p} k_v\, kc\, \boldsymbol{k_e}}\right)\frac{1}{p}$$

$$\varepsilon(p) = \left(\frac{\boldsymbol{\tau_m \tau_e^2 p^4 + (2\tau_m\tau_e + \tau_e^2)P^3 + (\tau_m + 2\tau_e)p^2 + p + Kk_p} k_v\, kc\, \boldsymbol{k_e} - \boldsymbol{K\, k_p} k_v\, kc\, \boldsymbol{k_e}}{\boldsymbol{\tau_m \tau_e^2 p^4 + (2\tau_m\tau_e + \tau_e^2)P^3 + (\tau_m + 2\tau_e)p^2 + p + Kk_p} k_v\, kc\, \boldsymbol{k_e}}\right)\frac{1}{p}$$

$$\varepsilon(p) = \frac{(\tau_m \tau_e^2 p^3 + (2\tau_m\tau_e + \tau_e^2)P^2 + (\tau_m + 2\tau_e)p + 1)p}{(\tau_m \tau_e^2 p^4 + (2\tau_m\tau_e + \tau_e^2)P^3 + (\tau_m + 2\tau_e)p^2 + p + Kk_p k_v\, kc\, k_e)p}$$

On trouve alors

$$\boxed{\varepsilon(p) = \frac{\boldsymbol{\tau_m \tau_e^2 p^3 + (2\tau_m\tau_e + \tau_e^2)P^2 + (\tau_m + 2\tau_e)p + 1}}{(\boldsymbol{\tau_m \tau_e^2 p^4 + (2\tau_m\tau_e + \tau_e^2)P^3 + (\tau_m + 2\tau_e)p^2 + p + Kk_p} k_v\, kc\, \boldsymbol{k_e})}}$$

d)- Que vaut l'erreur en régime permanent (c'est-à-dire : $\varepsilon(\infty)$)

<u>Réponse :</u> (donner le détail du calcul)

On applique le théorème de la valeur finale : $\varepsilon(\infty) = \lim_{p\to 0} p\varepsilon(p)$

$$\varepsilon(\infty) = \lim_{p\to 0} p\left(\frac{\boldsymbol{\tau_m \tau_e^2 p^3 + (2\tau_m\tau_e + \tau_e^2)P^2 + (\tau_m + 2\tau_e)p + 1}}{(\boldsymbol{\tau_m \tau_e^2 p^4 + (2\tau_m\tau_e + \tau_e^2)P^3 + (\tau_m + 2\tau_e)p^2 + p + Kk_p} k_v\, kc\, \boldsymbol{k_e})}\right)$$

$\boxed{\varepsilon(\infty) = 0}$

<u>Exercice 2</u> :

<u>Question 1</u>: Compléter les phrases suivantes :

- Si un système est de type apériodique alors son coefficient d'amortissement ξ **est >1** et ce système admet des pôles **réels**
- Si un système est de type critique alors son coefficient d'amortissement ξ **est égal à 0** et ce système admet **des pôles doubles**

- Si un système est de type oscillatoire alors son coefficient d'amortissement ξ **est <1**, et ce système admet **des pôles complexes conjugués**.

Question 2:

a- La forme canonique de la fonction de transfert d'un système du premier est (cocher la bonne ou les bonnes réponses)

■ $\frac{2}{1+P}$ ☐ $\frac{2}{2+P}$ ■ $\frac{2}{1+\frac{p}{2}}$

b- Soit la fonction de transfert suivante, d'un système linéaire du second :

$$M(p) = \frac{18}{9p^2 + 36p + 27}$$

- Mettre *M(p)* sous forme canonique :

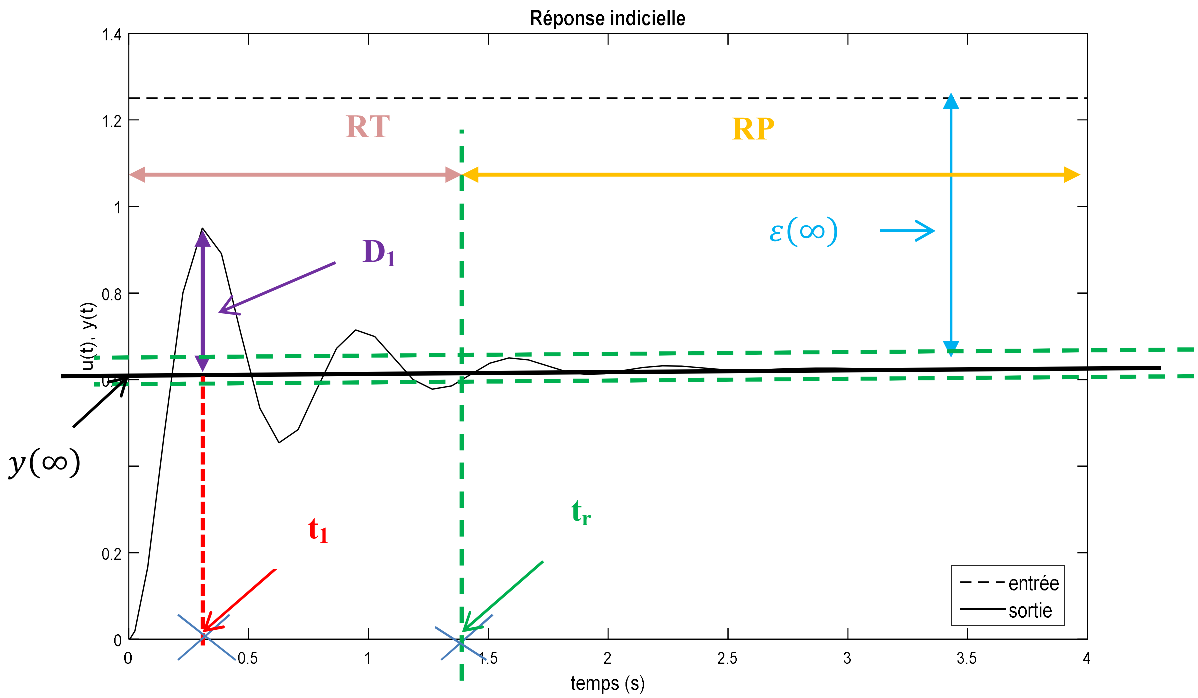
$$M(p) = \frac{\frac{18}{9}}{p^2+\frac{36}{9}p+\frac{27}{9}} \text{ soit : } M(p) = \frac{\frac{2}{3}3}{p^2+4p+3} = \frac{K\,\omega_n^2}{p^2+2\xi\omega_n p+\omega_n^2}$$

- Donner la valeur du gain, la valeur de l'amortissement et la valeur de la pulsation naturelle :

Gain=K= $\frac{2}{3}$, Amortissement= $\xi = \frac{4}{2\sqrt{3}} = 1{,}15$

pulsation naturelle=$\omega_n = \sqrt{3}$ rad/s

Question3: Indiquer graphiquement sur la figure ci-dessous : l'erreur , le régime permanent (RP) et le régime transitoire (RT), le premier dépassement (D1), l'instant du 1er dépassement t1, **la valeur finale**, le temps de réponse tr



Question 4 : Quel diagramme représente la figure 4 ci-dessous ??

La figure ci-dessous représente le diagramme de Bode

Indiquer graphiquement sur la figure ci-dessous : le facteur de surtension, la pulsation de résonance ω_r