

**Travaux dirigés et Travaux Pratiques
Signaux et Filtrage Linéaire**

Université de Xidian

A. SAADANE

5 novembre 2024

SOMMAIRE

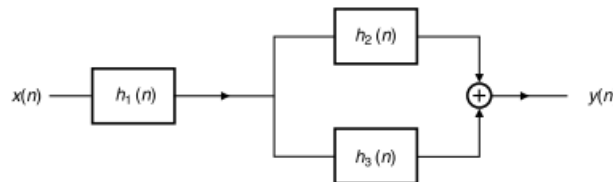
Les travaux dirigés et les travaux pratiques présentés ici sont destinés à illustrer le cours ‘Signaux et filtrage linéaire’ dispensé à Xidian University.

- **TD1 - SLIT : Réponse impulsionnelle et convolution**
- **TD2 - SLIT : Propriétés et convolution**
- **TD3 - SLIT : Filtres numériques**
- **TD4 - Filtres numériques et Transformée en Z**
- **TP1 - Décomposition-Reconstruction en sous bandes**
- **TP2 - Filtrage numérique** : synthèse de filtres récurrents et non récurrents, structures de filtres (forme directe, forme cascade) et application.
- **TP3 - Récepteur DTMF** : étude et conception de filtres numériques pour la détection et la reconnaissance des touches d’un téléphone à fréquences vocales.

TD1 - SLIT : Réponse impulsionnelle et convolution

Réponse impulsionnelle

Calculer la réponse impulsionnelle du système de la figure ci-dessous



Réponse impulsionnelle

Calculer la réponse impulsionnelle du système caractérisé par l'équation récurrente

$$y_n - \frac{1}{a}y_{(n-1)} = x_n$$

Convolution à support fini

La réponse impulsionnelle d'un SLIT est donnée par

$$h_n = \begin{cases} 1 & \text{si } |n| \leq M \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

1. Pour $M = 1$, calculer le signal $x_n = h_n \otimes h_n$ où \otimes représente le produit de convolution.
2. Représenter x_n .
3. Représenter x_n dans le cas $M=2$ et dans le cas général M .

Propriétés SLIT

On considère un système caractérisé par son équation récurrente :

$$y_n = (n + 3) x_{(n-4)}.$$

Ce système est-il

1. linéaire ?
2. Invariant dans le temps ?

TD2 - SLIT : Propriétés et convolution

propriétés d'un SLIT

Préciser pour chacun des systèmes discrets ci-dessous s'il est linéaire, invariant dans le temps, causal.

— $y_n = |x_n|$

— $y_n = -x_{n-1} + 2x_n - x_{n+1}$

— $y_n = \prod_{i=0}^2 x_{n-i}$

— $y_n = \frac{3x_{n-1} + x_{n-2}}{x_{n-3}}$

Convolution

La séquence $\{a_n\}$ de longueur 3, $a_0 = -1$, $a_1 = 2$, $a_2 = 3$ est convoluée avec une deuxième séquence $\{b_n\}$ de longueur 5.

1. Ecrire cette opération linéaire comme une multiplication matricielle impliquant une matrice A , un vecteur $\vec{b} \in \mathbb{R}^5$ et un vecteur résultat \vec{c} .
2. Utiliser MATLAB pour multiplier votre matrice par le vecteur $\vec{b} = (1, 0, 1, 0, 2)$ et comparer le résultat avec celui de l'utilisation de la fonction conv.

TD3 - SLIT : Filtres numériques

Filtre en peigne

L'équation récurrente d'un filtre discret d'entrée u_t et de sortie y_t est donnée par

$$y_t = u_t - u_{t-N}$$

1. Calculer la transmittance de ce filtre.
2. Figurer sa réponse impulsionnelle.
3. Calculer sa réponse fréquentielle et représenter le gain pour $N=8$.

Filtres numériques

Les équations récurrentes de 2 filtres discrets d'entrée u_t et de sortie y_t sont données par :

$$y_t = \frac{1}{3} (u_{t-1} + u_t + u_{t+1})$$

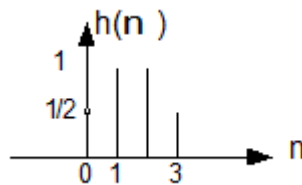
$$y_t = \frac{1}{2} (u_t - u_{t-1})$$

Dans chacun des cas :

1. Figurer la réponse impulsionnelle du filtre.
2. Déterminer le rôle du filtre.
3. Calculer la réponse fréquentielle et représenter le gain.

Filtre à phase linéaire

La réponse impulsionnelle d'un filtre est donnée par :



Calculer la réponse fréquentielle $H(f)$ de ce filtre et

1. Montrer que sa phase est linéaire en f .
2. Montrer que $H(f)=0$ si $f\Delta = 1/2$ avec $\Delta = 1$.
3. Conclure.

TD4 - Filtres numériques et Transformée en Z

Filtre à moyenne pondérée

Soit un filtre numérique défini par son équation récurrente :

$$y_t = 0.4u_t + 0.3u_{t-1} + 0.4u_{t-2}$$

1. Tracer la réponse impulsionnelle et la réponse indicielle de ce filtre.
2. Quel est le gain statique et le type de ce filtre ?
3. Calculer la transformée en Z.
4. En déduire la réponse fréquentielle du filtre.

Système discret du premier ordre

Soit l'équation récurrente d'un système d'entrée u et de sortie x

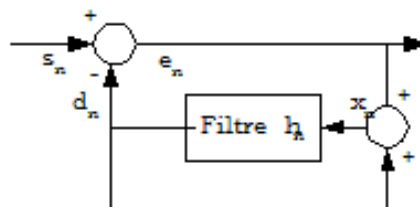
$$x_n = x_{n-1} + u_{n-1}$$

Calculer de deux façons différentes, d'une part en faisant tourner la récurrence et d'autre part en utilisant la transformée en z, les réponses pour

$$x_n = \delta_n \quad x_n = \Gamma_n \quad x_n = n\Gamma_n$$

Utilisation de la transformée en z

Soit le système de la figure ci-dessous où par définition la sortie du filtre est liée à l'entrée par la relation de convolution $d_n = h_n * x_n$



1. En déduire la relation liant $D(z)$ à $H(z)$ et $X(z)$.

2. En posant $H(z) = \sum_{i=1}^M h_i z^{-i}$ donner alors $D(z)$ en fonction de h_i et $X(z)$.
3. Dédire, en fonction des h_i la relation liant d_n et x_n .
4. Exprimer x_n en fonction de d_n et e_n .
5. Donner, dans le cas $M = 3$, la relation temporelle permettant de calculer d_n à partir des échantillons d_{n-i} et e_{n-i} pour $1 < i < 3$.

Filtres numériques et Transformée en Z

On cherche le filtre numérique équivalent au filtre analogique

$$H_a(s) = \frac{1}{1 + 0.2s}$$

L'équivalence est appréciée en comparant les réponses indicielles et fréquentielles des filtres.

1. Représenter la réponse indicielle et le module de la réponse fréquentielle de $H_a(s)$.
2. Etude du filtre numérique $H_{N1}(z)$ obtenu par équivalence de la dérivation $s = \frac{1-z^{-1}}{\Delta}$.
3. Calculer $H_{N1}(z)$ pour $\Delta = 0.2$ seconde.
4. Tracer la réponse indicielle de $H_{N1}(z)$.
5. Tracer le module de la réponse fréquentielle de $H_{N1}(z)$.
6. Etude du filtre numérique $H_{N2}(z)$ obtenu par la transformation bilinéaire $s = \frac{2}{\Delta} \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}$.
7. Calculer $H_{N2}(z)$ pour $\Delta = 0.2$ seconde.
8. Tracer la réponse indicielle de $H_{N2}(z)$.
9. Tracer le module de la réponse fréquentielle de $H_{N2}(z)$.
10. Conclusion.

TP1 - Décomposition-Reconstruction en sous bandes

Objectif

L'objectif de ce premier TP est une initiation au filtrage numérique. Le contexte est celui du codage en sous bandes. Le principe de base d'une telle approche est de diviser le spectre du signal en sous spectres non corrélés et de traiter ensuite individuellement chacune de ces sous bandes en fonction de l'application considérée. D'un point de vue codage les sous bandes contenant le plus d'énergie seront quantifiées plus finement. Pour les besoins de ce TP, nous nous limiterons à un banc de filtres à deux canaux.

Banc de filtres à deux canaux

Le banc de filtres à deux canaux constitue la base dans l'étude des systèmes de codage en sous-bandes. Dans un tel système, figure 1, les filtres d'analyse $H_0(z)$ et $H_1(z)$ divisent le spectre initial $X(\omega)$ $0 < \omega < \pi$ en deux sous-bandes égales. Les signaux obtenus $u_0(n)$ et $u_1(n)$ sont ensuite sous-échantillonnés d'un facteur 2 en respectant le théorème de Shannon pour produire les signaux de sortie de l'étage d'analyse $v_0(n)$ et $v_1(n)$. Dans les codeurs en sous-bandes ces signaux sont quantifiés, codés et transmis. Dans un premier temps et pour simplifier nous supposons que les signaux $v_0(n)$ et $v_1(n)$ représentent aussi les signaux d'entrée de l'étage de synthèse. Chacun de ces signaux est donc sur-échantillonné d'un facteur deux pour être ensuite filtré par les filtres d'interpolation $G_0(z)$ et $G_1(z)$. La somme de la sortie de chacun de ces filtres donne le signal reconstruit.

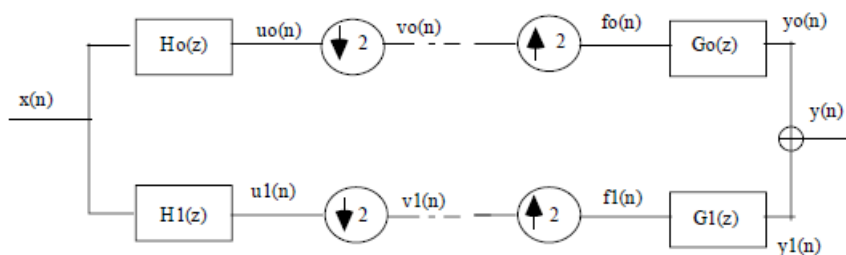


FIGURE 1 – Banc de filtres à deux canaux

Banc de filtres Q.M.F

En considérant la figure 1, les différents signaux de la branche supérieure peuvent s'écrire

$$U_0(z) = H_0(z) X(z)$$

$$V_0(z) = \frac{1}{2} \left[U_0\left(z^{\frac{1}{2}}\right) + U_0\left(-z^{\frac{1}{2}}\right) \right]$$

$$F_0(z) = V_0(z^2)$$

$$Y_0(z) = F_0(z) G_0(z)$$

soit

$$Y_0(z) = \frac{1}{2} G_0(z) [H_0(z) X(z) + H_0(-z) X(-z)]$$

et d'une manière analogue on a pour la branche inférieure

$$Y_1(z) = \frac{1}{2} G_1(z) [H_1(z) X(z) + H_1(-z) X(-z)]$$

La transformée en z du signal reconstruit s'écrit

$$Y(z) = \frac{1}{2} [H_0(z) G_0(z) + H_1(z) G_1(z)] X(z) + \frac{1}{2} [H_0(-z) G_0(z) + H_1(-z) G_1(z)] X(-z)$$

et finalement

$$Y(z) = T(z) X(z) + S(z) X(-z)$$

Conditions de reconstruction parfaite et solutions

Une reconstruction parfaite suppose donc à la fois l'annulation du terme de repliement $X(-z)$ dû à la décimation et une fonction de transfert ayant un module constant et une phase linéaire

$$\begin{aligned} S(z) &= 0 \\ T(z) &= cz^{-n_0} \end{aligned}$$

où c est une constante.

Plusieurs solutions existent pour satisfaire ces contraintes. Pour sa simplicité, la solution de Legall-Tabatabai sera considérée ici. Cette solution propose des filtres à reconstruction parfaite, à phase linéaire et à taille de support réduite. Le terme de repliement est éliminé (système linéaire) en posant

$$\begin{aligned} G_0(z) &= H_1(-z) & \text{soit} & \quad g_0(n) = (-1)^n h_1(n) \\ G_1(z) &= -H_0(-z) & \text{soit} & \quad g_1(n) = (-1)^{n+1} h_0(n) \end{aligned}$$

Et la fonction de transfert s'exprime donc comme suit

$$T(z) = \frac{1}{2} [H_0(z) H_1(-z) - H_1(z) H_0(-z)] = \frac{1}{2} [P(z) - P(-z)]$$

L'optimisation se fera à l'aide de filtres demi-bandes. Les résultats obtenus sont donnés tableau 1. On constatera que le filtre passe-bas H_0 est un filtre à cinq coefficients alors que le filtre H_1 est un passe-haut à trois coefficients.

$h_0(n)$	$h_1(n)$
-1	1
2	-2
6	1
2	
-1	

TABLE 1 – coefficients des filtres de Legall-Tabatabai

Travail demandé

Ecrire un script matlab permettant de reconstruire le schéma de la figure 1.

- Fixer une fréquence d'échantillonnage $F_e = 8\text{kHz}$.
- Le signal d'entrée sera constitué de la somme d'un bruit discret uniformément réparti et d'une sinusoïde dont vous choisirez la fréquence.
- Les coefficients des filtres d'entrée H_0 et H_1 seront ceux de Legall et Tabatabai donnés en tableau 1.
- Vérifier que leur réponse fréquentielle correspond bien aux filtres définis.
- Expliquer le comportement de leur phase et de leur temps de propagation de groupe.
- Dédire à partir des relations correspondantes les coefficients des filtres de sortie G_0 et G_1 et visualiser leur réponse fréquentielle.
- Représenter et justifier tous les spectres des signaux intermédiaires (pour représenter le spectre d'un signal x , utiliser la commande "pwelch(x,[],[],[],Fe)").
- Visualiser sur le même graphe les signaux d'entrée x et de sortie y et comparer les.
- On se propose de calculer l'erreur entre le signal d'entrée et le signal de sortie. Pour cela on réalise le schéma de la figure 2. Quelle doivent être la valeur du gain et celle du retard pour espérer une erreur nulle. Expliquer.

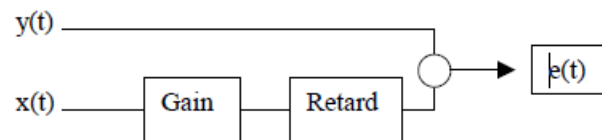


FIGURE 2 – Erreur de reconstruction

TP2 : Filtrage Numérique : Synthèse et mise en oeuvre

objectifs

Ce TP est constitué de 2 parties. L'objectif de la première partie est de spécifier et de concevoir un filtre numérique permettant de réduire un bruit hautes fréquences affectant un signal audio. L'objectif de la deuxième partie est de mettre en oeuvre les différentes structures des filtres récurrents et non récurrents.

Préparation du TP à faire vérifier par l'enseignant au début de la séance

- Donner la fonction de transfert d'un filtre numérique récurrent d'ordre 2.
- Comment calcule-t-on le gain statique d'un tel filtre ?
- Donner la fonction de transfert d'un filtre numérique non récurrent de longueur 5.
- Calculer la phase de ce filtre.
- Calculer le temps de propagation de groupe de ce filtre. Généraliser les résultats obtenus à un filtre de longueur N .

Réduction de bruit

Chargement des données et identification du problème

- Charger le fichier “sigb” avec la commande “load” de matlab. La variable xb représente le signal bruité et la variable Fs représente la fréquence d’échantillonnage.
- Visualiser le spectre du signal xb avec la commande “pwelch(xb,[],[],[],Fs)”.
- Commenter le spectre obtenu. Pour vous aider vous pouvez également écouter le signal xb avec la commande “sound”. Proposer une solution permettant de récupérer le signal utile xu du signal d’entrée xb.

Proposer une solution permettant de récupérer le signal utile xu du signal d’entrée xb.

Traitement par un filtre FIR

Soit le gabarit d’un passe bas (figure 3).

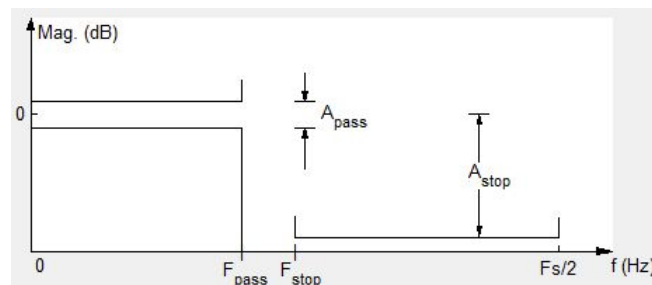


FIGURE 3 – Gabarit d’un filtre passe bas

- Déterminer les valeurs des paramètres F_{pass} , F_{stop} , A_{pass} et A_{stop} permettant de filtrer (minimiser) le bruit de la question précédente.
- En utilisant la commande “kaiserord” estimer l’ordre N_f d’un filtre FIR permettant de satisfaire le cahier des charges établi. On s’imposera $N < 11$. On déterminera en même temps la bande W_f de fréquences normalisées.
- En utilisant la commande “fir1”, déterminer le vecteur b_f des coefficients du FIR correspondant.
- Avec la commande “freqz”, afficher la réponse fréquentielle du filtre et vérifier qu’elle satisfait bien aux contraintes.
- Utiliser la commande “filter” pour filtrer le signal xb. Le résultat sera mis dans xf.
- Afficher le spectre du signal xf (pwelch) et commenter l’action du filtre.
- Ecouter le signal xf et conclure.

Donner la valeur théorique du temps de propagation de groupe et tracer la phase correspondante. Comparer avec les résultats de Matlab et commenter.

Traitement par un IIR

- En utilisant les mêmes spécifications que ci dessus, estimer l’ordre N_i d’un filtre IIR avec la commande “buttord”. On relèvera également la bande W_i de fréquences normalisées.
- Comparer W_f et W_i et commenter.
- Déterminer les vecteurs b_i et a_i des coefficients du filtre IIR en utilisant la commande “butter”. Cette commande utilise la transformée bilinéaire.
- Tracer la réponse fréquentielle du filtre (freqz) et commenter.

- Filtrer x_b avec ce nouveau filtre. Afficher le spectre du signal obtenu x_i et commenter.
- Comparer ce spectre à celui de x_f et commenter les écoutes.

En vous basant sur l'étude comparative des 2 filtres, donner les avantages et les inconvénients de chacun de ces filtres.

Structures de filtres

Filtre IIR

Forme directe

- Donner l'équation récurrente du filtre IIR de la question précédente.
- Tracer la structure correspondante et déterminer le nombre de multiplications d'additions et de retards.
- Déterminer et tracer la réponse impulsionnelle pour $0 < n < 100$. La fonction "filter" utilisée correspond à la forme directe II transposée.

Forme cascade

- Rappeler le principe de la forme cascade.
- La fonction "tf2sos" permet de convertir une fonction de transfert d'ordre N en $N/2$ cellules du second ordre. Avec l'aide fournie pour cette fonction, déterminer les coefficients des cellules du second ordre du filtre IIR.
- Tracer la structure correspondante et déterminer le nombre de multiplications, d'additions et de retards.
- Déterminer et tracer la réponse impulsionnelle pour $0 < n < 100$ correspondante à cette nouvelle structure. Pour chaque cellule du second ordre on utilisera la fonction "filter".

Filtre FIR

Forme directe

- Donner l'équation récurrente du filtre FIR synthétisé dans la première partie.
- Tracer la structure correspondante et déterminer le nombre de multiplications, d'additions et de retards.
- Déterminer et tracer la réponse impulsionnelle pour $0 < n < 100$. La fonction "filter" utilisée correspond à la forme directe II.

Forme cascade

- Reprendre les mêmes questions que pour le filtre IIR.

TP3 : Récepteur DTMF

objectifs

L'objectif de ce TP est de concevoir un récepteur DTMF. Il s'appuiera pour cela sur les connaissances acquises en cours et en TD et TP.

Préparation du TP à faire vérifier par l'enseignant au début de la séance

- Compte tenu de la valeur des fréquences vocales données dans le tableau 2, proposer une fréquence d'échantillonnage pour le récepteur DTMF.
- Le bloc “valeur absolue” et le bloc “filtre discret” qui suit de la figure 4 permettent d'estimer la puissance du signal d'entrée. Cette puissance est ensuite utilisée pour reconnaître la touche pressée. Pour cette application qui n'exploite pas la phase, vous privilégiez un filtre récursif ou un filtre non récursif ?
- Quels sont les canaux (donner juste le numéro) qui vont être “excités” par la touche 8 ?
- Donner l'allure des gabarits des 7 filtres d'entrée.

Introduction

En téléphonie, l'établissement d'une communication nécessite une phase dite de signalisation. Cette phase consiste à établir les connexions entre deux abonnés et peut se décomposer comme suit :

1. La prise de ligne ou décrochage : Au repos la ligne est alimentée en permanence par une tension continue d'une valeur moyenne de 48V (fournie par le commutateur). Quand le combiné est raccroché, le poste téléphonique présente une impédance très élevée et le courant ligne est alors quasiment nul. Le décrochage du combiné provoque une diminution de l'impédance et établit une boucle de courant continu (de 30 à 50mA). Le commutateur détecte ce courant , enregistre le décrochage et émet la “tonalité d'invitation à la numérotation” correspondant à la fréquence de 440Hz.

	Fh1= 1209 Hz	Fh2= 1336 Hz	Fh3= 1477 Hz
Fb1= 697Hz	1	2	3
Fb2= 770Hz	4	5	6
Fb3= 852Hz	7	8	9
Fb4= 941Hz	*	0	#

TABLE 2 – Fréquences vocales

2. La numérotation : peut être transmise sous deux formes
 - Numérotation décimale : se fait par des ruptures du courant continu qui traverse le poste : une rupture (ou ouverture de ligne) correspond au chiffre 1, deux ruptures au chiffre 2 etc.
 - Numérotation par fréquences vocales : son principe consiste à coder chaque caractère sous la forme d'un mélange de 2 fréquences (une haute et une basse). On compte en tout 3 fréquences hautes (colonnes) et 4 fréquences basses (lignes) et donc la possibilité de coder $4 \times 3 = 12$ chiffres. Les valeurs de ces fréquences sont choisies de manière que chaque combinaison comporte le minimum de risque de ressembler à la décomposition de la voix.
3. La sonnerie : c'est une tension alternative de fréquence 50Hz et de valeur efficace 80V. Elle est envoyée par le commutateur sur le poste demandé. Pendant cette "attente" le demandeur reçoit la "tonalité de retour d'appel". Le dispositif de sonnerie du poste téléphonique est monté en série avec un condensateur. Ce dernier fait obstacle au seul courant continu.
4. Arrêt d'appel : le décrochage du combiné, suite à une sonnerie, a pour conséquence de laisser passer dans le poste la composante alternative et la composante continue. La détection de la valeur moyenne de ce courant par le commutateur lui permet de mettre les deux abonnés en conversation.

Dans ce TP on s'intéresse à la phase 2 et particulièrement à la numérotation par fréquences vocales. L'objectif est la détection et la reconnaissance de la touche pressée.

Récepteur pour code DTMF (Dual Tone Multi-Frequency)

Le tableau 2 donne les valeurs des fréquences associées à chaque ligne et à chaque colonne. Le décodeur qu'on mettra en œuvre est celui de la figure 4. Son principe consiste à analyser chacune des 7 fréquences moyennant un ensemble de 7 canaux. chaque canal est constitué :

- d'un filtre passe bande centré sur une des 7 fréquences,
- d'un estimateur de la puissance du signal d'entrée (représenté ici par une valeur absolue suivie d'un filtrage passe bas identique pour les 7 canaux),
- d'un seuillage,
- d'un multiplexage (Les 4 fréquences basses fbi sont multiplexées entre elles d'une part et les 3 fréquences fhi le sont entre elles),
- d'une logique de décodage (constituée des fonctions Fcn et Fcn1 et de la LUT 2D) permettant d'afficher le résultat sur un "display".

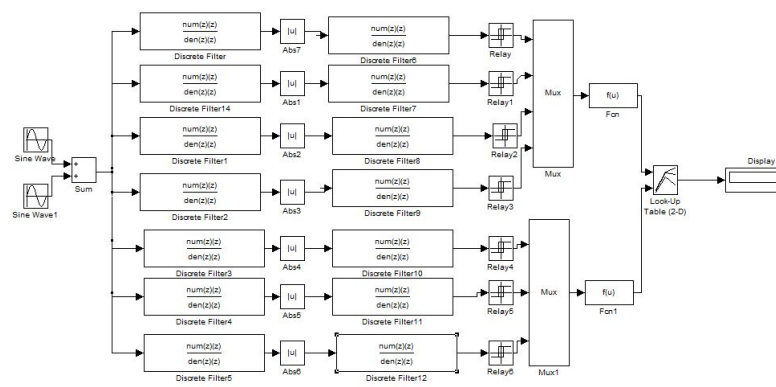


FIGURE 4 – Matlab : Interface Utilisateur

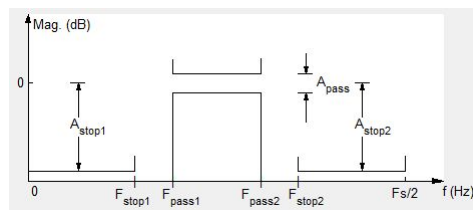


FIGURE 5 – Matlab : Interface Utilisateur

Synthèse et étude comparative de différents filtres passe bande

Etude du premier filtre : réalisation par un filtre FIR

Cette étude se fera en lançant dans la fenêtre 'matlab' la commande 'fdatool'. On considère le gabarit de la figure 5 avec

F_s = fréquence d'échantillonnage = 4KHz.

F_{stop1} = Fréquence maximale de la première bande atténuée = 625Hz.

F_{pass1} = Fréquence minimale de la bande passante = 690Hz.

F_{pass2} = Fréquence maximale de la bande passante = 710Hz.

F_{stop2} = Fréquence minimale de la deuxième bande atténuée = 775Hz.

A_{pass} = ondulation en bande passante = 0.1dB.

$A_{stop1} = A_{stop2}$ = atténuation = 20dB.

- Faire la synthèse d'un tel filtre en utilisant la méthode "equiripple".
- Donner la relation temporelle entre l'entrée et la sortie du filtre.
- Donner le nombre d'opérations arithmétiques à effectuer pour traiter chaque échantillon de l'entrée. Conclure sur la complexité d'un tel filtre.
- Observer et commenter le module de la réponse fréquentielle du filtre obtenu.
- Déterminer théoriquement la phase de la transmittance du filtre ainsi que le temps de propagation de groupe.

Observer la réponse impulsionnelle du filtre obtenu. Quelle particularité ont les coefficients de ce filtre ?

Etude du premier filtre : réalisation par un filtre IIR

Faire une étude similaire à celle effectuée au paragraphe précédent dans le cas d'un filtre IIR en comparant les résultats obtenus (On prendra un Butterworth).

- Quels sont les arguments justifiant le choix d'un filtre IIR pour l'application envisagée.
- En déduire un gabarit définitif du premier filtre du système. On s'imposera une cellule du second ordre.

Implantation du système et test

Un code Matlab est fourni et doit être complété. Dans ce code on retrouve

- une initialisation,
 - la déclaration du pas d'échantillonnage $T = 1/4000$ (Expliquer ce choix),
 - La simulation de la touche pressée (2 sinusoides de 2 secondes soit 8000 échantillons),
 - le calcul des 7 filtres de Butterworth :
 - R_p et R_s , les ondulations en bande passante et en bande atténuée sont fixées pour les 7 filtres à 0.1dB et 20dB respectivement,
 - choisir W_p et W_s , les fréquences de la bande passante et de la bande atténuée de chacun des 7 filtres pour obtenir une cellule du second ordre.
 - le filtrage du signal d'entrée par les 7 filtres est donné,
 - le calcul du filtre passe bas de fréquence de coupure 50Hz est donné, il faut juste fixer la fréquence W_{s_lp} de la bande atténuée pour obtenir une cellule du second ordre,
 - le filtrage passe bas de la valeur absolue du signal (calcul de l'énergie du signal) est donné.
 - le seuillage est donné, il vous reste à trouver le seuil (qui est le même pour tous les canaux),
 - Les fonctions Fcn doivent être complétées (pour rappel, la première fonction doit donner le numéro de la ligne et la deuxième fonction doit donner le numéro de la colonne).
 - La LUT 2D est également donnée, il faut bien comprendre son fonctionnement et compléter les lignes manquantes,
 - Simuler l'ensemble et vérifier que le programme affiche bien la touche choisie.
 - Changer les sinusoides d'entrée et vérifier le bon fonctionnement.
 - Conclure sur les possibilités pour améliorer un tel système de décodage.
- Expliquer le rôle du filtre passe-bas de fréquence de coupure de 50 Hz.