TD n° 1

Exercice 1 :

K: gain statique
ω_n: pulsation naturelle : 系统固有频率
ξ: coefficient facteur d'amortissement : 阻尼系数

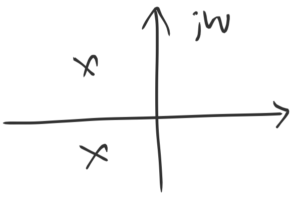
Soit un système linéaire modélisé par la fonction de transfert $G(p)=\dfrac{12}{25\,p^2+10\,p+4}$

1- Donner les pôles de G(p) ? Que peut-on conclure

2- Déterminer le gain statique, la pulsation naturelle ω_n et le facteur d'amortissement ξ.

1) $25p^2+10p+4=0$, $p_1=\dfrac{-1+\sqrt{3}j}{5}$, $p_2=\dfrac{-1-\sqrt{3}j}{5}$

一对共轭复数根，存在振荡



实部为负，衰减收敛稳定.

共轭复数解
系统振荡.

2) $G(p)=\dfrac{12/25}{p^2+\frac{2}{5}p+\frac{4}{25}}=\boxed{\dfrac{K\cdot\omega_n^2}{p^2+2\xi\omega_n p+\omega_n^2}}$ 标准二阶

$\omega_n=\frac{2}{5}$, $2\xi\omega_n=\frac{2}{5}\rightarrow\xi=\frac{1}{2}$; $K\omega_n^2=\frac{12}{25}\rightarrow K=3$

3- Donner le temps de réponse (utiliser la figure 1)

4- Calculer l'erreur

a. Lorsque l'entrée est un échelon unitaire.
b. Lorsque l'entrée est une rampe.

t_r: temps de reponse à 95%
达到终值95%

Q. 3. $\xi=\frac{1}{2}$时, $\omega_n t_r\approx 5$. $t_r=\frac{25}{2}s$

4. (1) $U(p)=\frac{1}{p}$

$\varepsilon(p)=[1-G(p)]U(p)=\left[1-\dfrac{12}{25p^2+10p+4}\right]\cdot\dfrac{1}{p}=\dfrac{25p^2+10p-8}{p(25p^2+10p+4)}$

终值定理 : $\varepsilon(\infty)=p\varepsilon(0)=-2$ $\rightarrow$ 稳定误差 ess

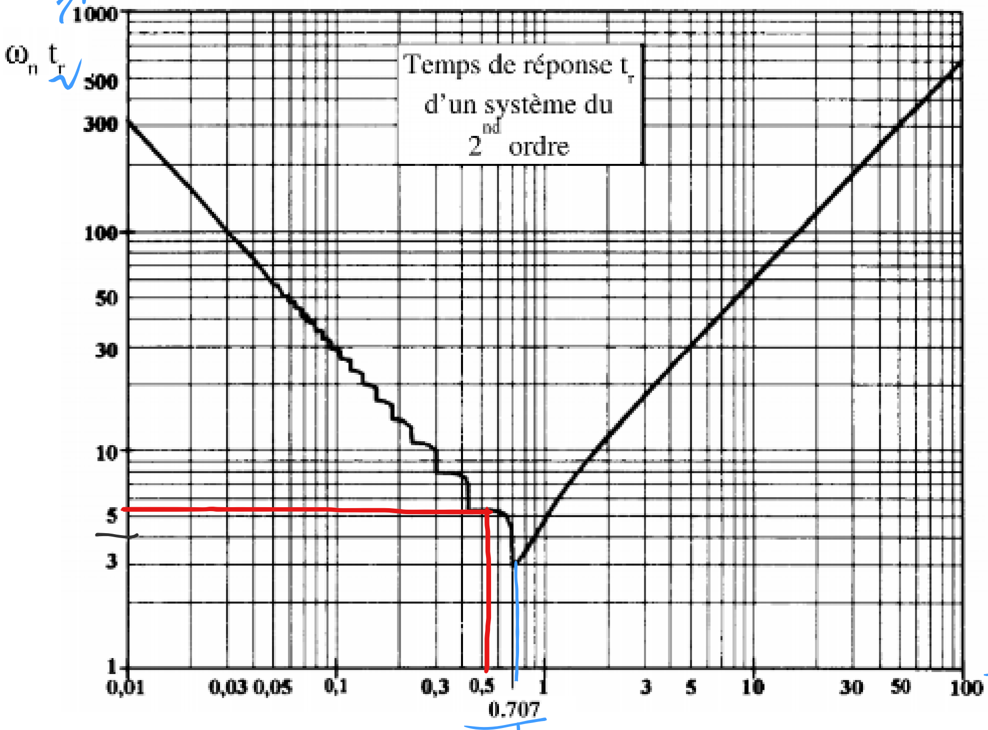
$\lim_{p\to\infty}\varepsilon(p)=\lim_{p\to 0}p\varepsilon(p)$

(2) $U(p)=\frac{1}{p^2}$

$\varepsilon(p)=[1-G(p)]U(p)=\dfrac{25p^2+10p-8}{p^2(25p^2+10p+4)}$

$\varepsilon(\infty)=p\varepsilon(0)=\infty$ $\rightarrow$ 误差不稳定

响应时间：系统到达稳态或终值百分比所需时间.



ln(ωntr

ξ 阻尼比.

ξ<1：欠阻尼,振荡性

ξ=1：临界阻尼系统

ξ>1：过阻尼,响应慢 无振荡.

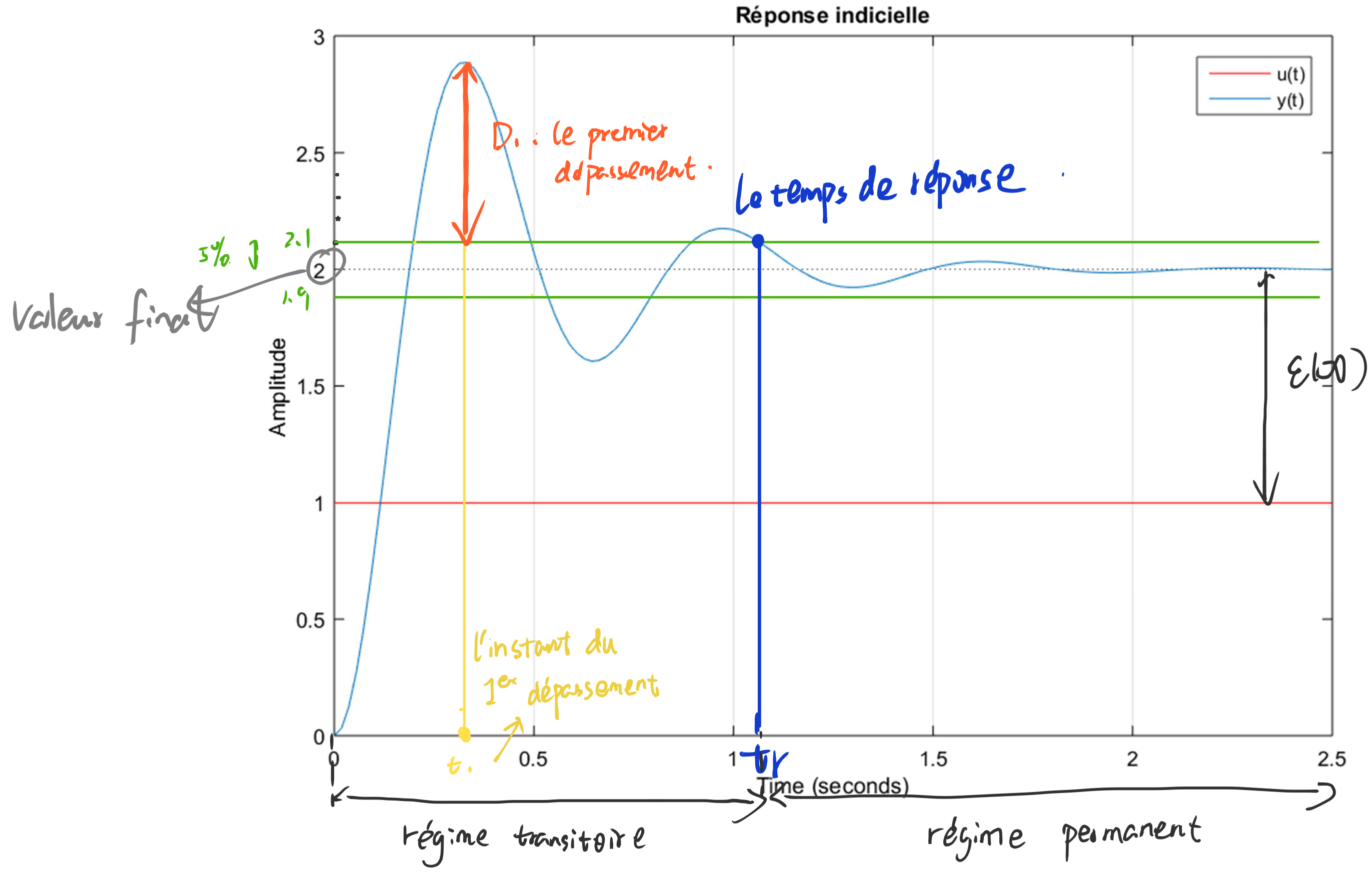
系统最快响应.

Figure 1. Temps de réponse d'un système du 2^{nd} ordre

Exercice 2 :

La figure ci-dessous représente la réponse indicielle d'un système du second ordre y(t) ainsi que l'entrée échelon u(t).

Indiquer graphiquement sur la figure : l'erreur, le régime permanent et le régime transitoire, le premier dépassement, l'instant du 1er dépassement, la valeur finale, le temps de réponse.



Exercice 3 :

Soit, le système représenté par le schéma fonctionnel suivant :

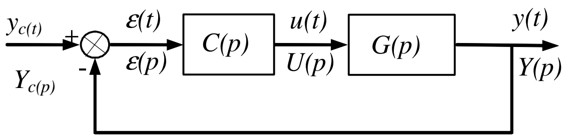
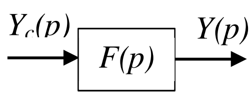


Figure 1. Système en Boucle Fermée

$$G(p)=\frac{1}{1+T\ p} \qquad \text{où } T>0$$

1. Soit C(p) = K (K est une constante positive)

   a- Calculer la **F**onction de **T**ransfert en **B**oucle **F**ermée (on note la FTBF : F(p)) et mettre le système sous la forme suivante :



a. $[-Y(p)+Y_c(p)]\,C(p)G(p)=Y(p)$

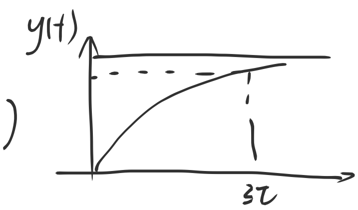
$$F(p)=\frac{Y(p)}{Y_c(p)}=\frac{C(p)G(p)}{1+C(p)G(p)}=\frac{K}{1+K+Tp}$$

   b- Dire quel est l'ordre de F(p) $n=1$ ，一阶系统.

   c- Donner l'expression de la constante de temps et du temps de réponse à 95% e temps de réponse

标准一阶系统： $Y(p)=\frac{K}{1+\tau p}U(p)$

$$F(p)=\frac{\frac{K}{1+K}}{1+\frac{T}{1+K}p} \rightarrow \begin{cases} K'=\frac{K}{1+K} \Rightarrow y(t)=K'(1-e^{-\frac{t}{\tau}}) \\ \tau=\frac{T}{1+K} \end{cases}$$



一阶系统95%响应 $t_r=3T'=3\tau=\frac{3T}{1+K}$

d- Donner l'expression de la réponse indicielle (lorsque l'entrée est un échelon unitaire)

e- Tracer l'allure de la réponse indicielle du système.

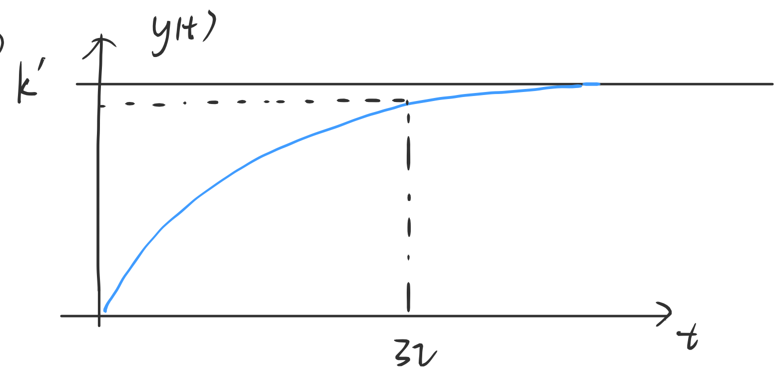
f- Quelle est l'influence de K sur la réponse : sur l'erreur et le temps de réponse.

d) $F(p) = \frac{k'}{1+\tau p}$, $X(p) = \frac{1}{p}$,

$$Y(p) = F(p)X(p) = \frac{k'}{p(1+\tau p)} = \left[\frac{1}{p} - \frac{1}{\frac{1}{\tau}+p}\right]k'$$

$$y(t) = k'\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)u(t) = \frac{k}{1+k}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}(1+k)}\right)u(t)$$

e)



f) $$\varepsilon(p) = (1-F(p))U(p) = \left(1 - \frac{k'}{1+\tau p}\right)\frac{1}{p} = \frac{1-k'+\tau p}{(1+\tau p)p}.$$

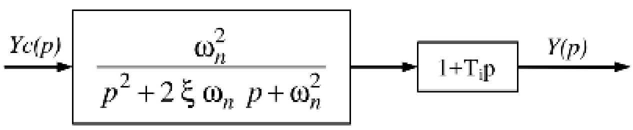
$$\lim_{p\to\infty}\varepsilon(p) = \lim_{p\to 0} p\varepsilon(p) = \frac{1-k+\tau p}{1+\tau p} = 1-k' = 1-\frac{k}{1+k} = \frac{1}{1+k}$$

稳态: $E_{ss} = E(\infty) = \frac{1}{1+k}$

→k越大,误差越小, tr 也越小

2. Soit, maintenant, $C(p) = K_p\left(1 + \frac{1}{T_i p}\right)$ avec $T_i > 0$.

a- Mettre le shcéma de la figre 1 sous la forme suivante :



a- Déterminer ω_n et ξ en fonction des paramètres T, K_p et T_i.

b- Calculer l'erreur statique.

c- En prenant $K = 1$ déterminer T_i pour obtenir $\xi = 1$.

d- Quelle est l'influence de T_i sur la réponse du système (en ne tenant pas compte de l'influence du numérateur) ? 忽略分子的影响.

e- Pour $T_i = T$ quelle est l'influence de K sur la réponse du système ?

a) $$F(p) = \frac{C(p)G(p)}{1+C(p)G(p)} = \frac{K_p\left(1+\frac{1}{T_i p}\right)\left(\frac{1}{1+Tp}\right)}{1+K_p\left(1+\frac{1}{T_i p}\right)\left(\frac{1}{1+Tp}\right)} = \frac{K_p}{T_i T p^2 + (T_i + K_p T_i)p + K_p} \cdot (1+T_i p)$$

$$= \frac{\frac{K_p}{T_i T}}{p^2 + \frac{1+K_p}{T}p + \frac{K_p}{T_i T}} \cdot (1+T_i p)$$

$$w_n^2 = \frac{K_p}{T_i T} \rightarrow w_n = \sqrt{\frac{K_p}{T_i T}}, \quad 2\xi w_n = \frac{1+K_p}{T} \quad \xi = \frac{1+K_p}{2T} \cdot \frac{\sqrt{T_i T}}{\sqrt{K_p}}$$

$$\frac{K \cdot w_n^2}{p^2 + 2\xi w_n p + w_n^2} : \quad K = 1 + T_i p$$

b) l'erreur statique :

$$\varepsilon(p) = \left(1 - \frac{K_p(1+T_i p)}{T_i T p^2 + T_i(1+K_p)p + K_p}\right) \cdot \frac{1}{p}$$

$$\varepsilon_{ss} = \lim_{p\to\infty} \varepsilon(p) = \lim_{p\to 0} p\,\varepsilon(p) = 1 - \frac{K_p(1+T_i p)}{T_i T p^2 + T_i(1+K_p)p + K_p} = 0$$

c) $\xi = \frac{1+K_p}{2T} \cdot \sqrt{\frac{T_i T}{K_p}} \xrightarrow{K_p=1\ \xi=1} 1 = \sqrt{\frac{T_i}{T}} \Rightarrow T_i = T$.

d) $K_p = 1$ 时，$\xi = \sqrt{\frac{T_i}{T}}$ $\Rightarrow$ 二阶系统响应形式受影响.

$T_i > T$，$\xi > 1$，系统过阻尼，单调

$T_i = T$，$\xi = 1$，临界阻尼，等幅振荡

$T_i < T$，$\xi < 1$，欠阻尼，衰减振荡

e) $T_i = T$，$\xi = \frac{1+K_p}{2\sqrt{K_p}} > 1$，$w_n = \sqrt{\frac{K_p}{T}}$

系统为过阻尼状态，当 K_p 变大，w_n 越大，带宽越大，响应更快