Xidian University

CORRIGE SUCCINT CONTRÔLE SIGNAUX et SYSTEMES : FILTRAGE NUMERIQUE

Exercice 1

$$H(z) = 2 - 4z^{-1} + 2z^{-2}$$

1. Equation récurrente $y_n = 2x_n - 4x_{n-1} + 2x_{n-2}$
2. Tracé réponse impulsionnelle $\delta(n)$: 3 impulsions d'amplitudes 2, -4 et 2 situées respectivement à n=0, n=1 et n=2.
3. Réponse fréquentielle : $4\exp(-2j\pi f)(\cos(2\pi f) - 1)$
4. Module de le RF : $4|\cos(2\pi f) - 1|$.
5. Phase du filtre : $\phi(f) = -2j\pi f$.
6. Temps de propagation de groupe : tpg = 1.

Exercice 2

Soit le filtre numérique de coefficients

$$b_i = [0.6, -1.2, 0.6] \quad et \quad a_i = [1, -1, 0.4]$$

1. Présence d'un dénominateur (coefficients a_i) donc filtre récursif.
2. Gain statique nul (somme des coefficients $b_i = 0$) donc filtre passe-haut.
3. 差分方程 Equation récurrente : $y_n = 0.6x_n - 1.2x_{n-1} + 0.6x_{n-2} + y_{n-1} - 0.4y_{n-2}$
4. Fonction de transfert en Z : $H(z) = \frac{0.6-1.2z^{-1}+0.6z^{-2}}{1-z^{-1}+0.4z^{-2}}$

Exercice 3

1.这是什么类型的滤波器？截止频率是多少？每十倍频增益下降多少分贝？

2.计算f=0，f=1kHz，f=8kHz时系统函数的模。

3.

$$H_a(s) = \frac{1}{1 + \frac{s}{\omega_c}}$$

où $\omega_c = 2\pi * 1000$. La fréquence d'échantillonnage est fixée à 8kHz.

1. Filtre passe-bas de gain statique égal à 1, de fréquence de coupure égale à 1000Hz et ayant une pente de -20dB par décade (1er ordre).
2. Module : pour f=0 $|H_a(f)| = 1$, pour f = 1kHz $|H_a(f)| = \frac{1}{\sqrt{2}}$ et pour f = 8kHz $|H_a(f)| = \frac{1}{\sqrt{65}}$.
3. Filtre numérique $H_{NE}(z)$ équivalent au sens de la dérivation (Euler) : il faut poser $s = \frac{1-z^{-1}(\Delta)}{\Delta}$ pour obtenir $H_{NE}(z) = \frac{\frac{\pi}{4}}{\frac{\pi}{4}+1-z^{-1}(\Delta)}$.
4. Gain statique : égal à 1 (obtenu en posant f = 0 soit z=1).
5. Module de la réponse fréquentielle du filtre numérique : pour f=0 $|H_{NE}(f)| = 1$, pour f = 1kHz $|H_{NE}(1000)| = \frac{\frac{\pi}{4}}{\sqrt{\left(\left(\frac{\pi}{4}+1-cos(\frac{\pi}{4})\right)^2+\left(sin(\frac{\pi}{4})\right)^2\right)}} = 0.6091$ et pour f = 8kHz $|H_{NE}(f)| = 1$.

Exercice 1

$$H(z) = 2 - 4z^{-1} + 2z^{-2}$$

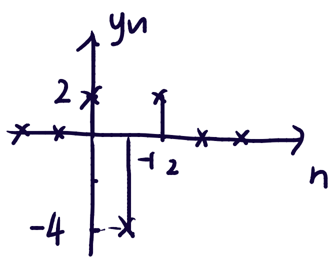
1. Equation récurrente $y_n = 2x_n - 4x_{n-1} + 2x_{n-2}$
2. Tracé réponse impulsionnelle : 3 impulsions d'amplitudes 2, -4 et 2 situées respectivement à n=0, n= et n=2.
   $\delta(n)$
3. Réponse fréquentielle : $4\exp(-2j\pi f)(\cos(2\pi f) - 1)$
4. Module de le RF : $4|\cos(2\pi f) - 1|$.
5. Phase du filtre : $\phi(f) = -2j\pi f$.
6. Temps de propagation de groupe : tpg = 1.

1. $Y(z) = H(z)X(z) = 2X(z) - 4z^{-1}X(z) + 2z^{-2}X(z)$

   $y_n = 2x_n - 4x_{n-1} + 2x_{n-2}$

2. $x_n = \delta_n$

   $y_n = 2\delta_n - 4\delta_{n-1} + 2\delta_{n-2}$



3. $z = e^{jw} = e^{j2\pi f}$

   $H(f) = 2 - 4e^{-j2\pi f} + 2z^{-j4\pi f} = e^{-j2\pi f}(2e^{j2\pi f} - 4 + 2e^{-j2\pi f})$

   $= e^{-j2\pi f}(4\cos 2\pi f - 4)$

4. $|H(f)| = 4|\cos(2\pi f) - 1|$

5. $\theta = -2\pi f$. $\rightarrow$ $\theta = -(N-1)\pi\Delta f$.

   $L = 3$.

6. $tpg = \frac{(L-1)\Delta}{2} = 1$

Exercice 2

Soit le filtre numérique de coefficients

$$b_i = [0.6, -1.2, 0.6] \quad et \quad a_i = [1, -1, 0.4]$$

分母

1. Présence d'un dénominateur (coefficients a_i) donc filtre récursif.
2. Gain statique nul (somme des coefficients $b_i = 0$) donc filtre passe-haut.
3. 分方程 Equation récurrente : $y_n = 0.6x_n - 1.2x_{n-1} + 0.6x_{n-2} + y_{n-1} - 0.4y_{n-2}$
4. Fonction de transfert en Z : $H(z) = \frac{0.6-1.2z^{-1}+0.6z^{-2}}{1-z^{-1}+0.4z^{-2}}$

1. $y_n - y_{n-1} + 0.4y_{n-2} = 0.6x_n - 1.2x_{n-1} + 0.6x_{n-2}$

2. $Y(z) - z^{-1}Y(z) + 0.4z^{-2}Y(z) = 0.6X(z) - 1.2z^{-1}X(z) + 0.6X^{-2}X(z)$

$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1 - z^{-1} + 0.4z^{-2}}{0.6 - 1.2z^{-1} + 0.6z^{-2}}$

gain static $H(z)\big|_{z=1} = \frac{1 - 1 + 0.4}{0.6 - 1.2 + 0.6} =$

Exercice 3

1.这是什么类型的滤波器？截止频率是多少？每十倍频增益下降多少分贝？
2.计算f=0，f=1kHz，f=8kHz时系统函数的模。
3.

$$H_a(s) = \frac{1}{1 + \frac{s}{\omega_c}}$$

où $\omega_c = 2\pi * 1000$. La fréquence d'échantillonnage est fixée à 8kHz.

1. Filtre passe-bas de gain statique égal à 1, de fréquence de coupure égale à 1000Hz et ayant une pente de -20dB par décade (1er ordre).
2. Module : pour f=0 $|H_a(f)| = 1$, pour f = 1kHz $|H_a(f)| = \frac{1}{\sqrt{2}}$ et pour f = 8kHz $|H_a(f)| = \frac{1}{\sqrt{65}}$.
3. Filtre numérique $H_{NE}(z)$ équivalent au sens de la dérivation (Euler) : il faut poser $s = \frac{1-z^{-1(\Delta)}}{\Delta}$ pour obtenir $H_{NE}(z) = \frac{\frac{\pi}{4}}{\frac{\pi}{4}+1-z^{-1(\Delta)}}$.
4. Gain statique : égal à 1 (obtenu en posant f = 0 soit z=1).
5. Module de la réponse fréquentielle du filtre numérique : pour f=0 $|H_{NE}(f)| = 1$, pour f = 1kHz $|H_{NE}(1000)| = \frac{\frac{\pi}{4}}{\sqrt{\left(\left(\frac{\pi}{4}+1-cos\left(\frac{\pi}{4}\right)\right)^2+\left(sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\right)^2\right)}} = 0.6091$ et pour f = 8kHz $|H_{NE}(f)| = 1$.

6. Filtre numérique $H_{NB}(z)$ équivalent au filtre analogique au sens de la transformée bilinéaire : Vérification du changement de fréquence $f_a = \frac{1}{\pi\Delta} tan(\pi f_n \Delta) = \frac{8000}{\pi} tan\left(\frac{\pi}{8}\right) = 1054.8$. On considère qu'il n'y a pas de changement donc $H_{NB}\left(z\right) = \frac{1+z^{-1(\Delta)}}{\left(1+\frac{8}{\pi}\right)-z^{-1(\Delta)}\left(\frac{8}{\pi}-1\right)}$
7. Module de la réponse fréquentielle : pour f=0 on a $H_{NB}\left(0\right) = 1$, pour f=1000Hz on a $H_{NB}\left(1000\right) = \left|\frac{1+\exp(-j\pi/4)}{\left(1+\frac{8}{\pi}\right)-\left(\frac{8}{\pi}-1\right)\exp(-j\pi/4)}\right| = 0.688$ et pour f $=$ 8kHz on a $H_{NB}\left(8000\right) = 1$.
8. $H_{NB}(z)$ est meilleur que $H_{NE}(z)$?