

Devoir 4 - IFT2105 - Hiver 2022

Alain Tapp et Mathieu Duchesneau

Consignes

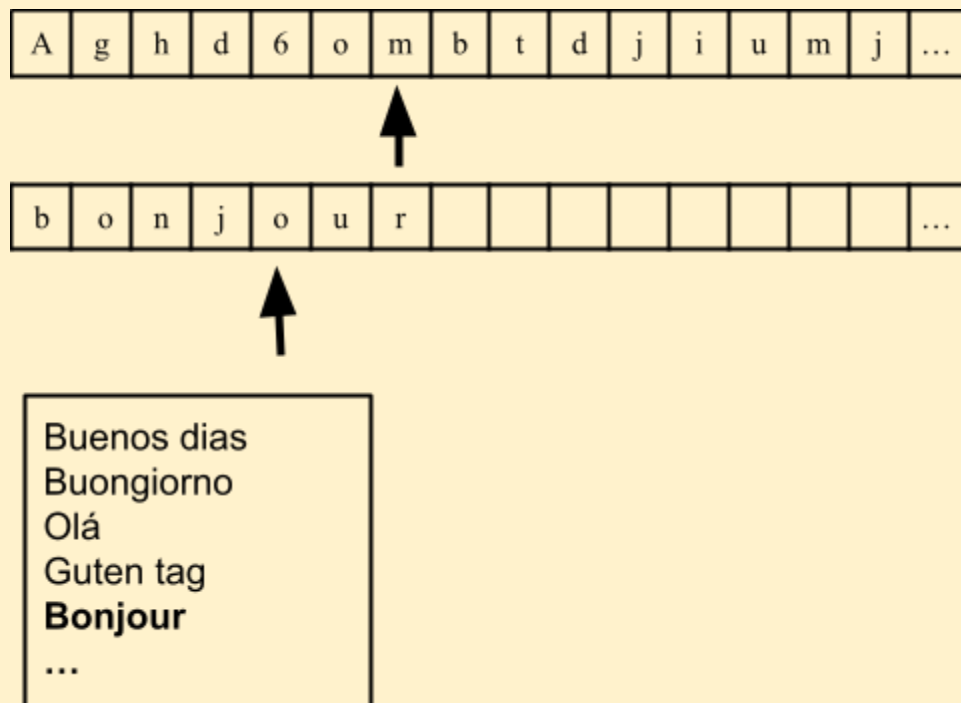
- Remise avant le 11 avril 2022 à 16h55
- Équipe de deux.
- Format PDF

1) Langage décidable

On dira d'une fonction f qu'elle est calculable si et seulement si, il existe une machine de Turing M qui, exécutée sur l'entrée x , s'arrête avec $f(x)$ sur le ruban. Montrer formellement qu'une fonction f est calculable si et seulement si le langage $L_f = \{ \langle x, y \rangle \mid y = f(x) \}$ est décidable.

2) Langage reconnaissable

Un énumérateur est une machine de Turing à deux rubans munie d'une imprimante et d'un état spécial qui provoque l'impression du contenu du deuxième ruban (les non espaces). L'impression n'arrête pas le fonctionnement de la machine qui continue son calcul. En fait, la machine ne possède aucun état acceptant ou rejetant et boucle nécessairement à l'infini. Un énumérateur peut donc imprimer sans cesse. Ce type de machine est introduit pour exprimer le fait qu'une machine de Turing peut dans certains cas énumérer tous les mots d'un langage. C'est-à-dire que chaque mot qui sera produit appartient au langage et chaque mot du langage sera éventuellement produit.



Montrer formellement qu'un langage L est reconnaissable si et seulement s'il existe un énumérateur qui imprimera éventuellement chaque mot de L et seulement les mots de L .

3) Langage indécidable

Montrer qu'il est impossible de produire un compilateur qui peut identifier si une procédure accepte seulement un nombre fini de valeurs. Formellement, montrer que le langage

$$\text{FINI}_{\text{TM}} = \{ \langle M \rangle \mid M \text{ une machine de turing et } L(M) \text{ est fini} \}$$

est indécidable. Il est recommandé d'utiliser une réduction à partir d'un langage indécidable vu en cours ou lors d'un TP.