

B4 向け課題

大木英司

2025/04/8

- ▶ 複数クラスのフローがある場合のトラヒック制御
- ▶ ミドルボックスの不稼働率の計算
- ▶ 単一サーバ故障を考慮したユーザとサーバ割り当て問題
- ▶ データセンタにおける光回線ネットワークの設計問題

複数クラスのフローがある場合のトラヒック制御

- ▶ 図 1 に示す待ち行列システムを考える。クラス 1 とクラス 2 のフローが、それぞれ、到着率 λ_1 [flows/s] と λ_2 [flows/s] のポアソン分布に従って到着し、クラス 1 とクラス 2 のキューに順番に入力される。
- ▶ サーバは、1つのフロー毎にサービスし、サービス時間はサービス率 μ [flows/s] の指数分布に従う。両方のキューに先頭にフローが存在するとき、 w と $1 - w$ の確率でサービスされる。片方のキューにのみ先頭のフローが存在するは、当該フローがサービスされる。クラス 1 とクラス 2 のキューには、それぞれの最大 2 個と 3 個のフローが待ち行列に入ることができる。
- ▶ サービス中のフローを入れると、待ち行列システムには最大 6 個のフローが存在できる。
- ▶ 各クラスのキューに空きがない時に、対応するクラスのフローが到着したら、そのフローは廃棄（ブロック）される。

複数クラスのフローがある場合のトラヒック制御（続き）

▶ 演習

- ▶ 状態遷移図を示し、状態遷移方程式を書け。
- ▶ 各クラスのブロッキング率を w , λ_1 , λ_2 、及び、 μ を用いて表せ。
- ▶ 各クラスの平均システム滞在時間を w , λ_1 , λ_2 、及び、 μ を用いて表せ。
- ▶ $\mu = 1$, $\lambda_1 = 0.4$ 、及び、 $\lambda_2 = 0.5$ のとき、各クラスのブロッキング率が等しくなるような w を求めよ。さらに、各クラスの平均システム滞在時間とブロッキング率を求めよ。
- ▶ 上記と条件で、各クラスの平均システム滞在時間が等しくなるような w を求めよ。さらに、平均システム滞在時間と各クラスのブロッキング率を求めよ。

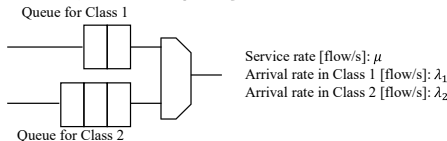


図 1: 待ち行列モデル

▶ 演習（続き）

- ▶ モンテカルロシミュレーションを用いて、平均システム滞在時間とブロッキング率を求めよ。解析結果とシミュレーション結果を比較せよ。評価すべき値の平均値の 95%信頼区間が、その値の $x\%$ 以内となるように、モンテカルロシミュレーションを実行せよ。 $x \leq 5$ が望ましい。 x を小さくするためには、より長いシミュレーション時間・多くの試行回数を要することを体感してほしい。
- ▶ 図 1 では、クラス 1 と 2 のキューサイズが、それぞれ、2 と 3 に限定されていた。クラス 1 と 2 のキューサイズをそれぞれ q_1 と q_2 に一般化した場合について、平均システム滞在時間とブロッキング率を求め、これらの q_1 と q_2 による依存性を議論せよ。

ミドルボックスの不稼働率の計算

- ▶ [HeTNSM2021] のミドルボックスバックアップモデルを用いて、図 2 に示すモデルで各ミドルボックス (function) の不稼働率を求めよ。図 3 に function の状態遷移図を示す。各パラメータ値を適宜設定してよい。パラメータ値の変化が不稼働率に与える影響を調べよ。
- ▶ 参考文献
 - ▶ [HeTNSM2021] F. He and E. Oki, “Unavailability-Aware Shared Virtual Backup Allocation for Middleboxes: A Queueing Approach,” IEEE Trans. Network and Service Management, vol. 18, no. 2, pp. 2388-2404, Jun. 2021.

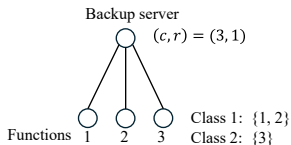


図 2: ミドルボックスバックアップモデル

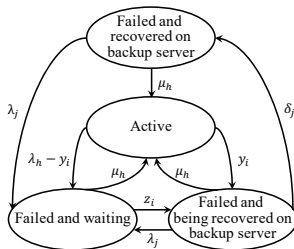


図 3: Function の状態遷移図

- ▶ モンテカルロシミュレーションを用いて、不稼働率を求めよ。解析結果とシミュレーション結果を比較せよ。評価すべき値の平均値の 95%信頼区間が、その値の $x\%$ 以内となるように、モンテカルロシミュレーションを実行せよ。 $x \leq 5$ が望ましい。 x を小さくするためには、より長いシミュレーション時間・多くの試行回数を要することを体感してほしい。
- ▶ 図 2 では、function 数が 3 に限定されていた。function 数を f に一般化した場合について、不稼働率を求め、不稼働率の f による依存性を議論せよ。

表 1: 記号のリスト

Notations	Meaning
c_j	Given parameter indicating number of functions that can be protected by backup server $j \in \mathbf{S}$
r_j	Given parameter indicating number of functions that can be recovered by backup server $j \in \mathbf{S}$ at the same time
λ_h	Given parameter indicating average failure rate of element with class $h \in \mathbf{H}$
μ_h^{-1}	Given parameter indicating average repair time of element with class $h \in \mathbf{H}$
δ_j^{-1}	Given parameter indicating average recovery time on server $j \in \mathbf{S}$
x_{ij}	Binary variable indicating whether backup server $j \in \mathbf{S}$ is assigned to protect function $i \in \mathbf{F}$
L_j	Set of functions protected by backup server $j \in \mathbf{S}$
m_h	Number of functions in active state with class $h \in \mathbf{H}$
n_h	Number of failed functions in waiting procedure with class $h \in \mathbf{H}$
o_h	Number of failed functions in recovery procedure with class $h \in \mathbf{H}$
p_h	Number of failed functions after completing recovery procedure with class $h \in \mathbf{H}$
q	Number of backup servers in active state in group

単一サーバ故障を考慮したユーザとサーバ割り当て問題

- ▶ 図4のようなユーザとサーバの接続関係を示す2部グラフ $G(U \cup V, E)$ を考える。 U はユーザの集合、 S はサーバの集合である。ユーザ $u \in U$ からサーバ $s \in S$ に接続が許可されている場合、無向リンク $(u, s) \in E$ が存在する。 E は、ユーザとサーバ間の無向リンクの集合である。
- ▶ サーバ $s \in S$ には、最大収容可能なユーザ数 C_s が定められている。サーバ s は、 C_s を超えるユーザは収容できない。

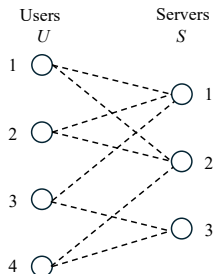


図4: ユーザとサーバの接続関係を示す2部グラフ $G(U \cup V, E)$ の例
($C_s = 2, \forall s \in S$)

単一サーバ故障を考慮したユーザとサーバ割り当て問題（続き）

- ▶ 最大1台のサーバが故障する可能性がある。 $f \in F = [0, |S|]$ は、 S の状態を示す。 $f = 0$ の時、どのサーバも故障していない。 $f \neq 0$ の時、サーバ $f \in S$ が故障している。
- ▶ $f = 0$ のとき、ユーザ $u \in U$ は、どれかの1つのサーバ $s \in S$ に接続されなければならない。 $f = 0$ から $f \neq 0$ に変化する時、故障したサーバに收容されているユーザは、故障していないサーバに移行する。ただし、サービス中断を回避するために、故障していないサーバに收容しているユーザは、別の故障していないサーバに移行してはならない。
- ▶ 故障は小さい確率で起きるため、ある故障状態 $f \neq 0$ から別の故障状態 $f' \neq 0$ への移行は考えない。

- ▶ （問題 P）すべての状態 $f \in F$ において、すべてのユーザがサーバへの割り当てが可能か？
- ▶ 演習
 - ▶ 問題 P を、整数線形計画（ILP: integer linear programming）問題として定式化せよ。ILP 問題を解くことにより、実行可能解が存在するかを判定できる。この ILP 問題をソルバで解け。
 - ▶ 問題 P を多項式時間で判定 (yes or no) するアルゴリズムが存在する場合、そのアルゴリズムと計算複雑度を示せ（証明が必要である。no の場合を示す証明がポイント）。そうでない場合は、NP 完全であることを証明せよ。

図5と図6に、割り当て可能・不可能な例を示す。

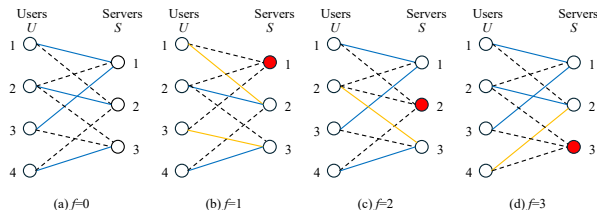


図5: 割り当てが可能な例 ($C_s = 2, \forall s \in S$)

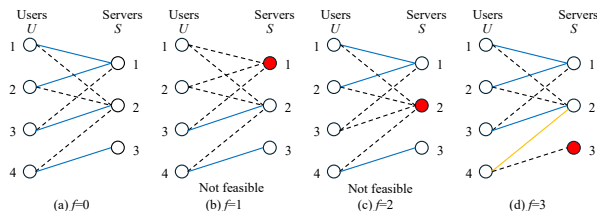


図6: 割り当てが不可能な例 ($C_s = 2, \forall s \in S$)

▶ 参考文献

- ▶ S. Yanase, F. He, and E. Oki, “Approximation Algorithms to Distributed Server Allocation with Preventive Start-Time Optimization against Server Failure,” IEEE Networking Let., vol. 3, no. 4. pp. 191-195, Dec. 2021.
- ▶ S. Yanase, S. Masuda, F. He, A. Kawabata, and E. Oki, “Heuristic Approach to Distributed Server Allocation with Preventive Start-Time Optimization against Server Failure,” IEICE Trans. Commun., vol. E104-B, no. 8, pp. 942-950, Aug. 2021.

データセンタにおける光回線交換ネットワークの設計問題

- ▶ データセンタでは、端末（サーバ）間を直接光回線で接続する光回線交換ネットワークが導入されている。光回線交換ネットワークは、複数の光ファイバや光スイッチから構成される。
- ▶ 光回線交換の導入により、電気によるパケット交換のボトルネックが解消され、大容量化、低消費電力化、及び、通信品質の安定化が図られる。
- ▶ 光回線交換ネットワークの設計問題
 - ▶ 同一種類の $N \times N$ 光スイッチが a 個与えられている。
Strict-sense non-blocking (SNB) 条件を満足し、ネットワークスイッチングサイズ（ネットワークに接続される端末数）を最大化する問題
- ▶ 基本的なネットワーク構成
 - ▶ Two-stage twisted and folded Clos network (2TF)
 - ▶ Two-stage folded Clos network (2F)
 - ▶ Three-stage unfolded Clos network (3UF)

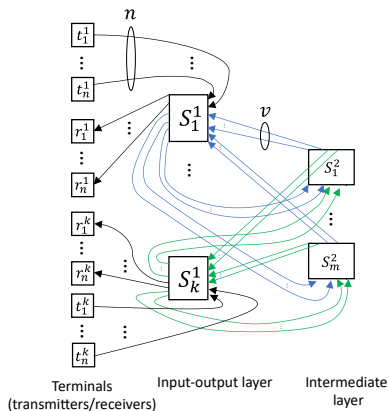


図 7: 2TF の構成.

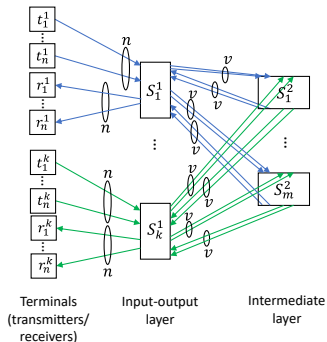


図 8: 2F の構成.

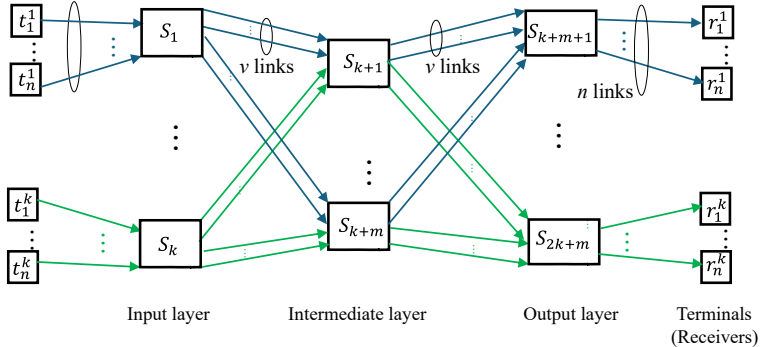


図 9: 3UF の構成.

▶ Two-stage twisted and folded Clos network (2TF) の設計問題

$$\max \quad nk \quad (1a)$$

$$\text{s.t.} \quad n + vm \leq N \quad (1b)$$

$$vk \leq N \quad (1c)$$

$$2\lfloor \frac{n-1}{v} \rfloor + 1 \leq m \quad (1d)$$

$$k + m \leq a \quad (1e)$$

$$n, k, m, v \in \mathbb{N}, \quad (1f)$$

▶ Two-stage folded Clos network (2F) の設計問題

$$\max \quad nk \quad (2a)$$

$$\text{s.t.} \quad 2n \leq N \quad (2b)$$

$$2vm \leq N \quad (2c)$$

$$(1c) - (1f). \quad (2d)$$

▶ Three-stage unfolded Clos network (3UF) の設計問題

$$\max \quad nk \quad (3a)$$

$$\text{s.t.} \quad n \leq N \quad (3b)$$

$$vm \leq N \quad (3c)$$

$$(1c) - (1f). \quad (3d)$$

- ▶ それぞれの構成において、入力パラメータを (N, a) を与えて、設計問題を解いて、スイッチングネットワークサイズ nk を最大化せよ。
- ▶ (N, a) の領域に依存する 2TF、2F、3UF の構成のスイッチングネットワークサイズ nk の大小関係の違いを調べよ。この大小関係について考察せよ。
- ▶ 2TF、2F、3UF を比較して、データセンタに適した構成について議論せよ。

▶ 参考文献

- ▶ T. Mano, T. Inoue, K. Mizutani, and O. Akashi, “Redesigning the nonblocking Clos network to increase its capacity,” *IEEE Trans. Netw. Service Manag.*, vol. 20, no. 3, pp. 2558–2574, Sep. 2023.
- ▶ E. Oki, H. Taka, and T. Inoue, “Enhancing Capacity of Optical Circuit Switching Clos Network in Data Center: Progress and Challenges,” *International Conference on Computer Communications and Networks (ICCCN 2024)*, Jul. 2024 (Invited paper).
- ▶ R. Taniguchi, T. Inoue, K. Anazawa, and E. Oki, “Optical Circuit Switched Three-Stage Twisted-Folded Clos-Network Design Model Guaranteeing Admissible Blocking Probability,” *IEEE/OSA Journal of Optical Communications and Networking*, vol. 16, no. 11, pp. 1104–1115, Nov. 2024.
- ▶ E. Oki, “Advancements in Boosting Optical Circuit Switching Capacity in Clos Networks for Data Centers,” *25th IEEE International Conference on High Performance Switching and Routing (HPSR 2024)*, Jul. 2024 (Tutorial Talk). See Oki lab. publication page. (平易な説明を試みたスライド)
- ▶ R. Taniguchi, T. Inoue, K. Anazawa, and E. Oki, “Terminal Shuffling for Designing Twisted-Folded Clos Network with Blocking Probability Guarantee Under Different Request Active Rates,” *26th IEEE International Conference on High Performance Switching and Routing (HPSR 2025)*, May 2025 (to appear).