

# Twisted and Folded Clos-Network Design Model with Two-Step Blocking Probability Guarantee

2023/6/6

Haruto Taka

Kyoto University

- Background
  - 光スイッチ
  - Clos Network
- Previous works
- Problem statement
- 提案モデル
  - 確率の導出
  - 最適化問題
  - アルゴリズム
  - 数値評価(途中)
- Summary
- Appendix

## ➤ 光スイッチ

- 光通信で光信号を分岐したり行き先を変えたりするデバイス
- 光信号を電気信号に変換する必要がなく、通信速度が向上

## ➤ ブロッキングスイッチ

- あるリンクが使用されると特定の目的地に到達できないスイッチ構造

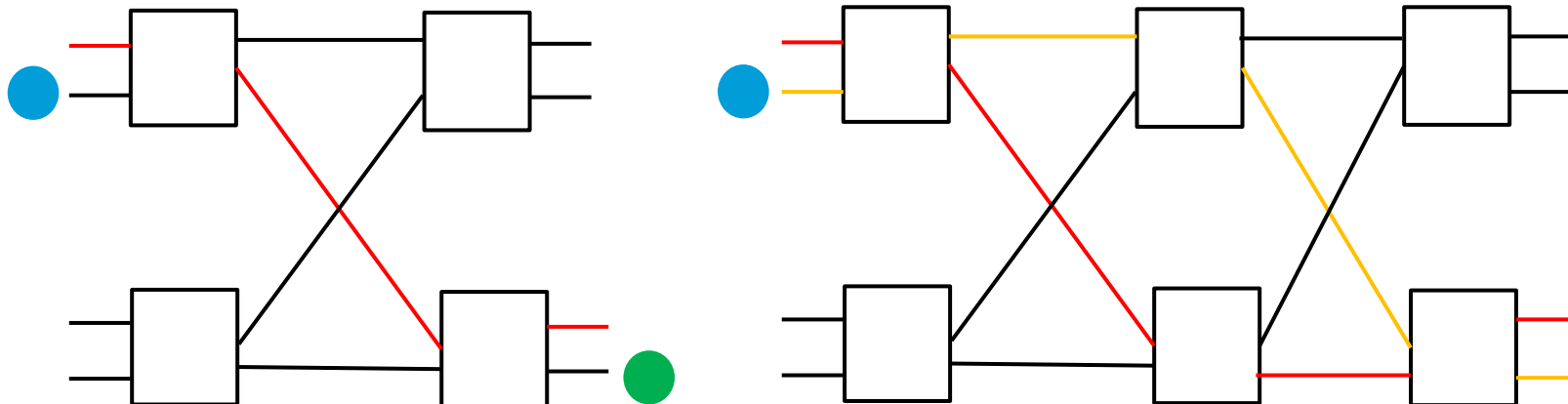
## ➤ ノンブロッキングスイッチ

- あるリンクが使用されても別のルートで目的地に到達できるスイッチ構造

### □ (例)4×4のブロッキングスイッチ(左)とノンブロッキングスイッチ(右)

- ブロッキングスイッチでは目的地に到達できないがノンブロッキングスイッチは黄色のルートで到達できる

●: Input  
●: Output  
—: 使用リンク  
—: ルート

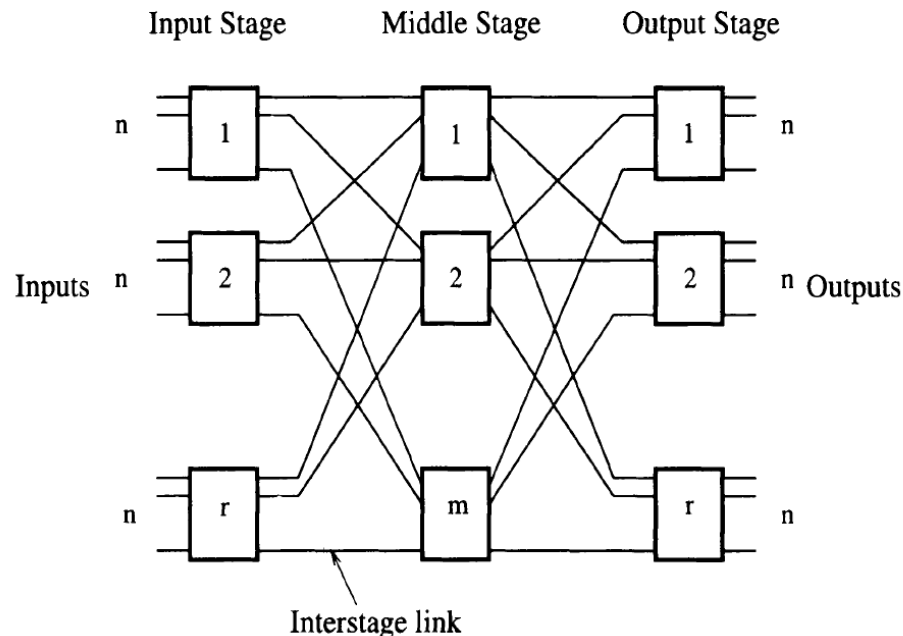


## ➤ Clos Network

- 小さく安価なスイッチの組み合わせで実現
- Input, Middle, Outputの3段構造が主流
- 現在、データセンタなどで応用

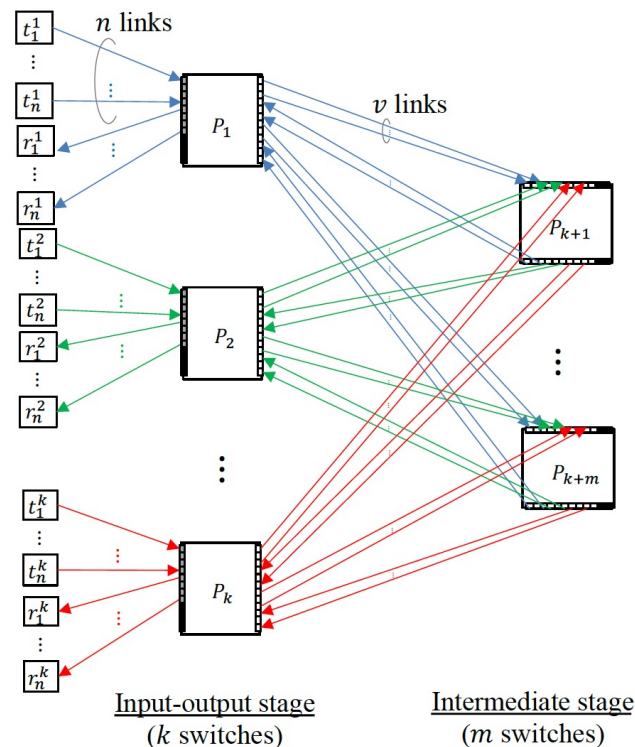
## ➤ ブロッキング率

- リンクが使用されている状態で、あるリクエストが目的地までルーティングする際にブロックされる確率
- $(\text{ブロックされるリクエスト数}) / (\text{発生するリクエスト数})$



## ■ Increasing Capacity of the Clos Structure for Optical Switching Networks

- Clos networkをmiddle層で対称に折り返したFolded Clos networkでブロッキングが起きない(ブロッキング率=0)設計を考える
- ネットワークに接続される端末数(スイッチング容量)を大きくすることが目的
- 既存のFolded Clos networkをさらに改良した構造(TF-Clos)を考えている



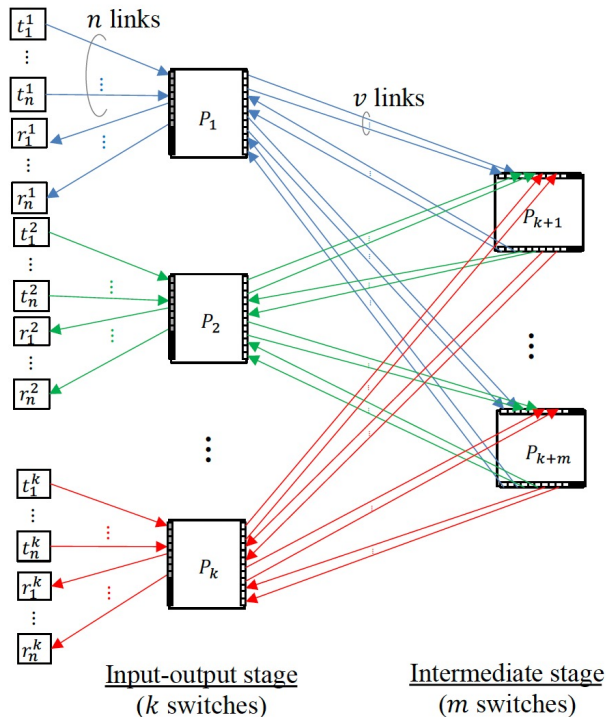
既存のFolded Clos network

## ➤ 既存のFolded Clos network

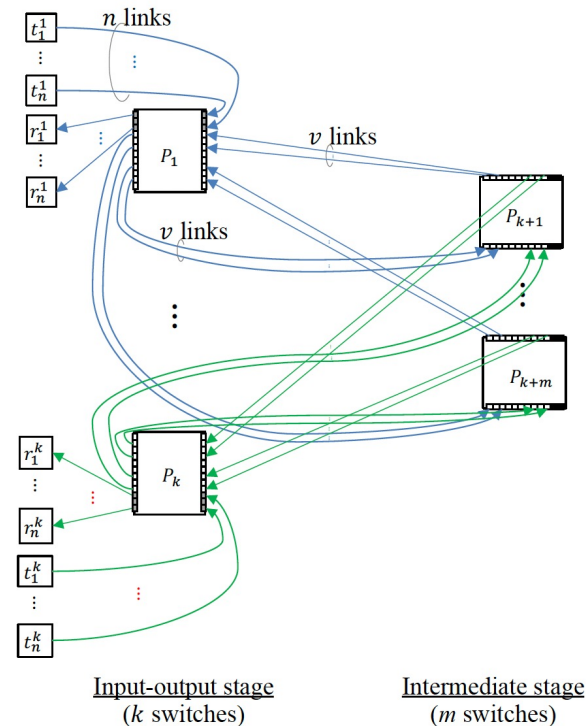
- Input-output stage 左側: InputリンクとOutputリンク
- Input-output stage 右側: Intermediate間のリンク

## ➤ Twisted and folded Clos network (TF-Clos)

- Input-output stage 左側: OutputリンクとIntermediate stageへのリンク
- Input-output stage 右側: InputリンクとIntermediate stageからのリンク



既存のFolded Clos network



TF-Clos

## ➤ 定式化

$$\begin{array}{llll} \max & n \cdot k & (1a) & \leftarrow \text{スイッチング容量の最大化} \\ \text{s.t.} & n + v \cdot m \leq N & (1b) & \leftarrow \text{Input-outputスイッチの制約} \\ & v \cdot k \leq N & (1c) & \leftarrow \text{Intermediateスイッチの制約} \\ & 2 \left\lfloor \frac{n-1}{v} \right\rfloor + 1 \leq m & (1d) & \leftarrow \text{ノンブロッキング条件} \\ & k + m \leq a & (1e) & \leftarrow \text{最大スイッチ数} \end{array}$$

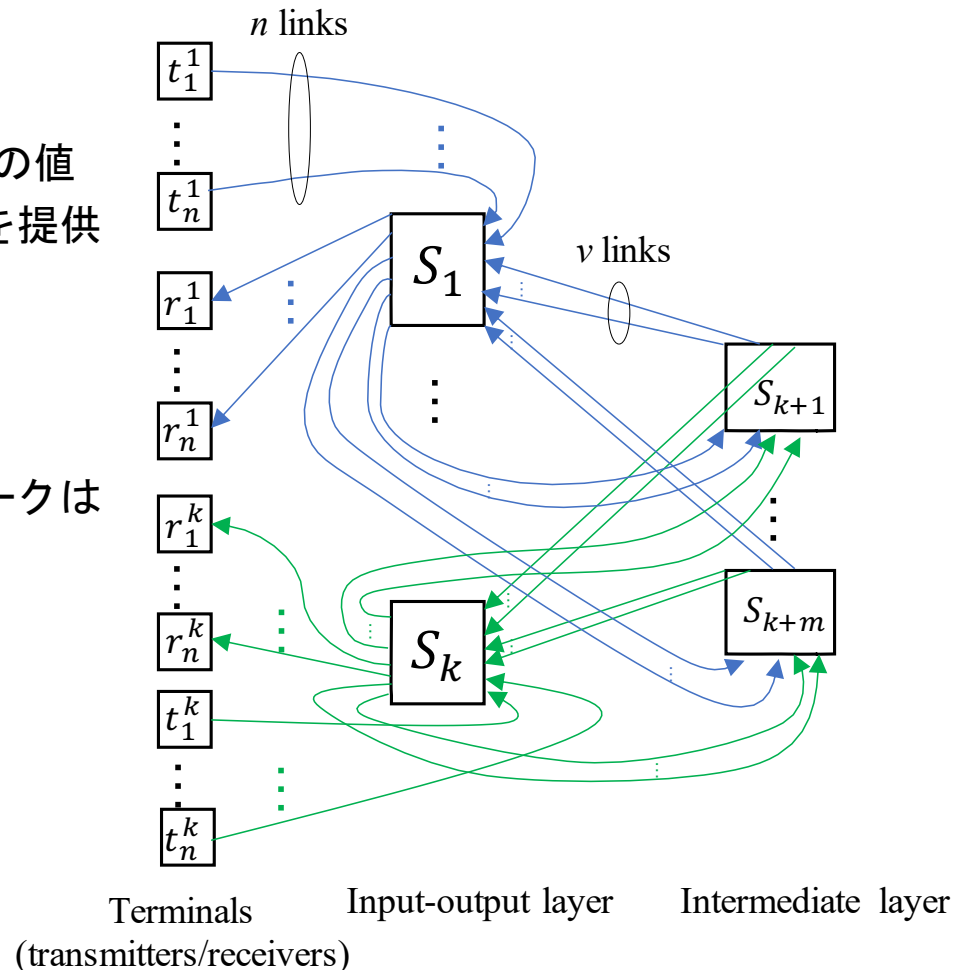
$N$ : 1つのスイッチのサイズ  
 $a$ : スwitchの合計数

## ➤ TF-Closの効果

- 既存のFolded Clos networkよりスイッチング容量が大きくなり、未使用ポート数が少ない

- 使用されるInputポート数がノンブロッキング条件を満たすポート数より大きくなる、という確率が許容ブロッキング率を超えないようにTF-Closを設計する

- 許容ブロッキング率( $\epsilon$ )
  - TF-Closによって許容するブロッキング率の値
  - ブロッキング率を保証したネットワークを提供
- スイッチング容量( $nk$ )
  - ネットワークに接続される端末数
  - 大きいスイッチング容量を持つネットワークはユーザーからの多数の要求に対応可能





## ■ “使用されるInputポート数がノンブロッキング条件を満たすポート数より大きくなる確率”の導出

✓  $p$ : 一つのInputポートが使用される確率

•  $n$  個のInputポートのうち  $w$  個のInputポートが使用される確率(二項分布に従う):

$$\binom{n}{w} p^w (1 - p)^{n-w} \quad (2)$$

• 使用されるInputポート数が、ノンブロッキング条件を必ず満たすポート数  $n_{snb}$  を超える確率  $P_B$ :

$$P_B = \sum_{w=n_{snb}+1}^n \binom{n}{w} p^w (1 - p)^{n-w} \quad (3)$$

•  $P_B$  が許容ブロッキング率  $\epsilon$  を超えない ( $P_B \leq \epsilon$ ) ようなTF-Closを設計

## ➤ 定式化

$$\begin{aligned} \max \quad & nk & (4a) & \longleftarrow \text{スイッチング容量最大化} \\ \text{s.t.} \quad & n + vm \leq N & (4b) \\ & vk \leq N & (4c) \\ & \sum_{w=\theta+1}^n \binom{n}{w} p^w (1-p)^{n-w} \leq \epsilon & (4d) & \longleftarrow \text{許容ブロッキング率条件} \\ & n_{\text{snb}} \geq \theta & (4e) \\ & 2 \lfloor \frac{n_{\text{snb}}-1}{v} \rfloor + 1 \leq m & (4f) & \longleftarrow \text{ノンブロッキング条件} \\ & k + m \leq a & (4g) \\ & n, n_{\text{snb}}, k, m, v \in \mathbb{N} & (4h) \\ & \theta \in \mathbb{N}, & (4i) \end{aligned}$$

## ➤ 結果

- ブロッキング率を保証しながら、ブロッキング率=0の時より大きいスイッチング容量のネットワーク設計が可能

## ➤ Previous worksのまとめ

- ブロッキングが起きないTF-Closを設計 [T. Mano, 2019]
- ブロッキング率を保証したTF-Closを設計 [H. Taka, 2023]

## ➤ Problem statement

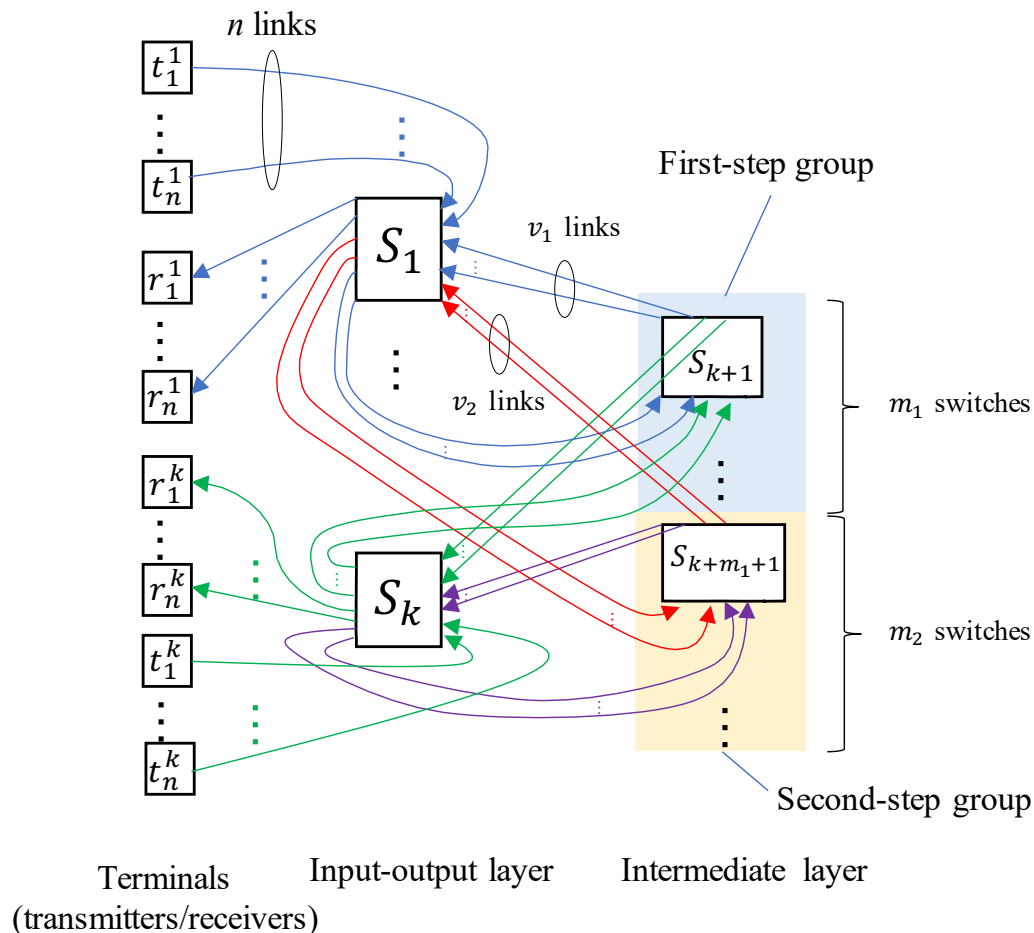
- 未使用スイッチ、未使用ポートが存在
- リクエストのルーティングを考慮しておらず制約条件が厳しい



- 制約条件を緩和してスイッチング容量の改善を目指す
- ポート使用率によってリクエストのルーティングを決める

## ■ ブロッキング率を保証しつつ、中間スイッチを2つのグループに分けてリクエストをルーティングするTF-Closの設計

- First-step group:
  - 通信を行う際に最初に利用する中間スイッチ群
- Second-step group:
  - First-step groupでブロッキングが起こり得るようなポート使用数になった場合に利用する中間スイッチ群



- First-step groupを利用して、使用されるなInputポート数がノンブロッキング条件を必ず満たすポート数  $n_1^{snb}$  を超える確率  $P_1^B$ :

$$P_1^B = \sum_{w=n_1^{snb}+1}^n \binom{n}{w} p^w (1-p)^{n-w}$$

- ✓ First-step groupでのブロッキング率の上限を  $\epsilon_1$  ( $P_1^B \leq \epsilon_1$ ) とする
- ✓ Second-step groupにリクエストが到達する確率は  $\epsilon_1 p$  となる

- Second-step groupを利用して、使用されるなInputポート数がノンブロッキング条件を必ず満たすポート数  $n_2^{snb}$  を超える確率  $P_2^B$ :

$$P_2^B = \sum_{w=n_2^{snb}+1}^{n-n_1^{snb}} \binom{n-n_1^{snb}}{w} (\epsilon_1 p)^w (1-\epsilon_1 p)^{n-n_1^{snb}-w}$$

- ✓  $P_2^B$  が全体のブロッキング率の上限となる
- ✓  $P_2^B$  が許容ブロッキング率  $\epsilon$  を超えない ( $P_2^B \leq \epsilon$ ) ようなTF-Closを設計

max

$$nk$$

s.t.

$$n + v_1 m_1 + v_2 m_2 \leq N$$

$$v_1 k \leq N$$

$$v_2 k \leq N$$

$$\sum_{w=n_1^{\text{snb}}+1}^n \binom{n}{w} p^w (1-p)^{n-w} \leq \begin{cases} \epsilon_1, & \text{if } m_2 > 0 \\ \epsilon, & \text{if } m_2 = 0 \end{cases}$$

First-step groupの  
ブロッキング率の上限

$$2 \lfloor \frac{n_1^{\text{snb}}-1}{v_1} \rfloor + 1 \leq m_1$$

$$\sum_{w=n_2^{\text{snb}}+1}^{n-n_1^{\text{snb}}} \binom{n-n_1^{\text{snb}}}{w} (\epsilon_1 p)^w \times \\ (1-\epsilon_1 p)^{n-n_1^{\text{snb}}-w} \leq \epsilon, \text{ if } m_2 > 0$$

許容ブロッキング率条件

$$2 \lfloor \frac{n_2^{\text{snb}}-1}{v_2} \rfloor + 1 \leq m_2$$

Second-step groupでの  
ノンブロッキング条件

$$k + m_1 + m_2 \leq a$$

$$\epsilon \leq \epsilon_1 \leq 1$$

$$n, n_1^{\text{snb}}, k, v_1, v_2, m_1 \in \mathbb{N}$$

$$n_2^{\text{snb}}, m_2 \in \mathbb{N} \cup \{0\},$$

$$\epsilon_1 \in \mathbb{R},$$

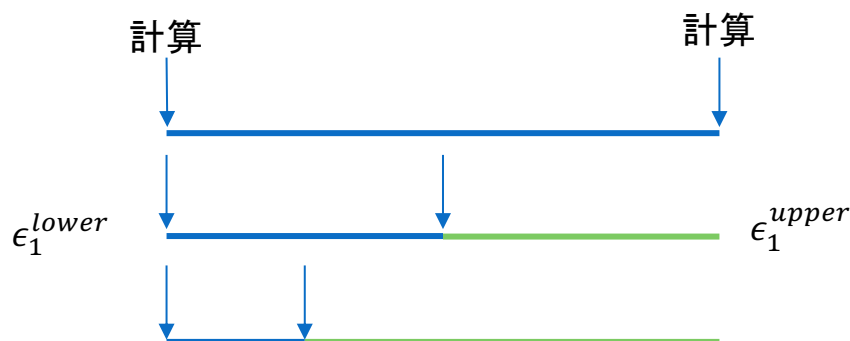
- 決定変数の値が取り得る範囲で探索し(全探索アルゴリズム)、スイッチング容量が最大になるようなネットワークを設計
- 実数変数 $\epsilon_1$ の探索の扱いが難しい



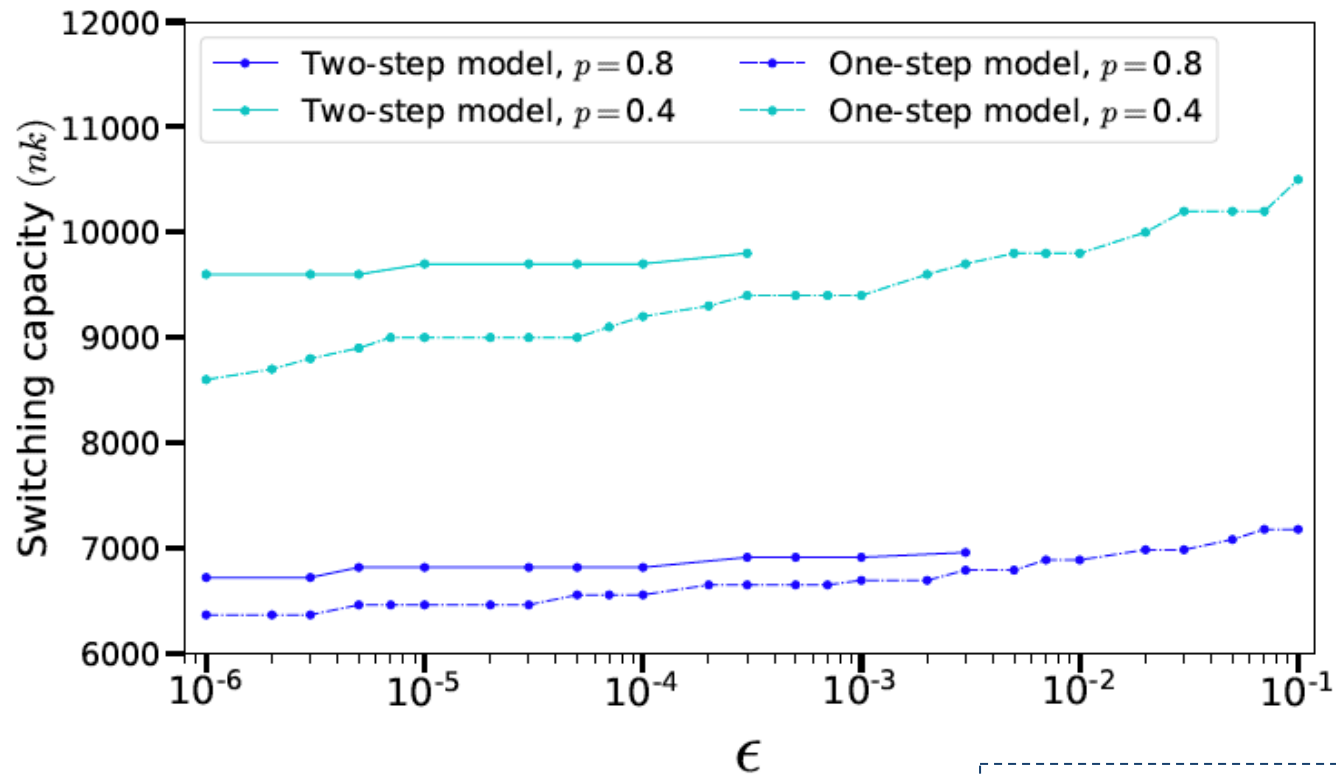
$\epsilon_1$ が取りうる範囲で□式を満たす $\epsilon_1$ が存在するかを判定するアルゴリズムと全探索アルゴリズムを組み合わせたアルゴリズムを提案

## ➤ $\epsilon_1$ -existence judgement algorithm

- 探索する範囲の最大値と最小値で、ある関数 $f(\epsilon_1)$ ,  $f_+(\epsilon_1)$  (Appendixに掲載)を計算
- $\epsilon_1$ が存在するかどうかを判定
  - 存在する、存在しないを断定できる場合: 判定終了
  - 断定できない場合: 深さ優先探索で探索範囲を決めて1に戻る



- 許容するブロッキング率( $\epsilon$ )とポート使用率( $p$ )を変化させて提案モデル(Two-step model)と従来モデル(One-step model)を評価
  - 許容するブロッキング率( $\epsilon$ )が小さいほど提案モデルの効果大
  - 許容ブロッキング率が大きい場合、従来モデルとの差が小さくなると考えられる



$(N, a) = (200, 160)$



## ➤ 背景

- 光スイッチを利用したTwisted and folded Clos networkの設計
- ブロッキング率がネットワークの品質に関わる

## ➤ 提案モデル

- ブロッキング率を保証しつつ、中間スイッチを2つのグループに分けてリクエストをルーティングするTF-Closの設計
- グループに分けない場合よりも大きいスイッチング容量を実現

- [1] T. Mano, T. Inoue, K. Mizutani, and O. Akashi, "Increasing Capacity of the Clos Structure for Optical Switching Networks," 2019 IEEE Global Communications Conference (GLOBECOM), 2019, pp. 1-6.
- [2] H. Taka, T. Inoue and E. Oki, "Design of Twisted and Folded Clos Network with Guaranteeing Admissible Blocking Probability," IEEE Networking Letters, 2023.

## ➤ 関数の定義

- Slide14の□式を元に

$$f(\epsilon_1) = \epsilon - \sum_{w=n_2^{\text{snb}}+1}^{n-n_1^{\text{snb}}} \binom{n-n_1^{\text{snb}}}{w} (\epsilon_1 p)^w (1-\epsilon_1 p)^{n-n_1^{\text{snb}}-w}$$

を定義する。 $f(\epsilon_1) \geq 0$ が□式に相当する。

- $f(\epsilon_1)$ を元に

$$f_+(\epsilon_1 + \delta) = \epsilon - \sum_{w=n_2^{\text{snb}}+1}^{n-n_1^{\text{snb}}} \binom{n-n_1^{\text{snb}}}{w} (\epsilon_1 p)^w (1-(\epsilon_1 + \delta)p)^{n-n_1^{\text{snb}}-w}$$

を定義する。

## □ Theorem:

- ✓  $f(\epsilon_1) < 0$ と $f_+(\epsilon_1 + \delta) < 0$ を同時に満たす場合、 $\epsilon_1$ と $\epsilon_1 + \delta$ の間の値 $\epsilon'_1$ で $f(\epsilon'_1) \geq 0$ を満たすものは存在しない

## □ Proof:

- ✓ 論文内で証明

## ➤ $f(\epsilon_1)$ と $f_+(\epsilon_1 + \delta)$ による判定

1.  $f(\epsilon_1) \geq 0$  条件を満たす $\epsilon_1$ が存在すると判定
2.  $f(\epsilon_1) < 0, f_+(\epsilon_1 + \delta) < 0$  条件を満たす $\epsilon_1$ が存在しないと判定
3.  $f(\epsilon_1) < 0, f_+(\epsilon_1 + \delta) \geq 0$  判定不可、深さ優先探索で範囲を決めて再探索