

# MATEMATIKA DISKRIT

Matematika Komputasi

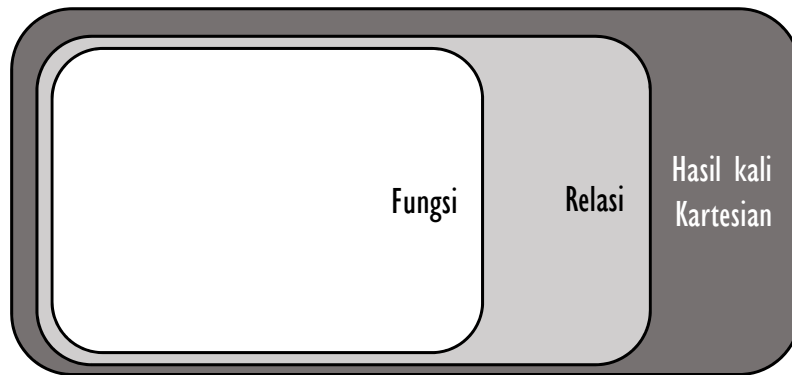
C. Kuntoro Adi, S.J. - 2020

## Pertemuan 5: Fungsi

### FUNGSI

1. Pengantar
2. Fungsi pada Himpunan
3. Kesamaan Fungsi
4. Fungsi injektif, surjektif, bijektif
5. Inverse fungsi
6. Komposisi Fungsi
7. Fungsi dalam pemrograman

# Pengantar



## 1. Fungsi didefinisikan pada Himpunan

- Fungsi  $f$  dari  $X$  ke  $Y$  didefinisikan sebagai berikut:

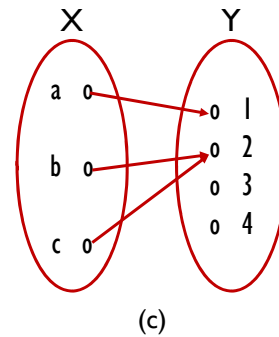
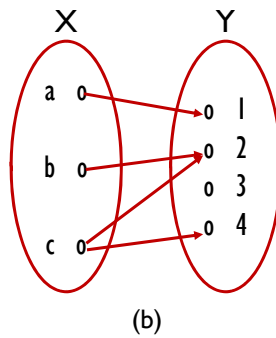
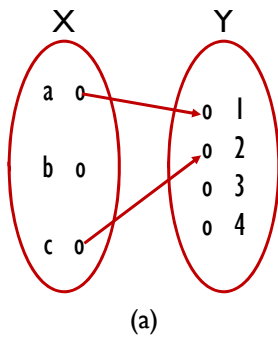
$$f \text{ adalah fungsi dari } X \text{ ke } Y \\ \Leftrightarrow (\forall x \in X)(\exists! y \in Y) f(x) = y$$

Catatan:

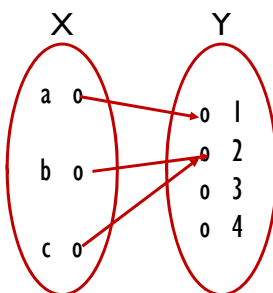
1. Setiap elemen  $x \in X$  memiliki kawan di  $Y$  (disebut  $f(x)$ )
2.  $f(x)$  tunggal
3. Syarat fungsi terletak pada daerah asalnya ( $= X$ )

## Contoh

- Manakah di antara relasi yang digambarkan di bawah ini yang merupakan fungsi dari  $X = \{a, b, c\}$  ke  $Y = \{1, 2, 3, 4\}$



## Contoh



$X = \{a, b, c\}$  ke  $Y = \{1, 2, 3, 4\}$ . Didefinisikan suatu fungsi  $f: X \rightarrow Y$  dengan diagram panah pada gambar berikut.

- Tuliskan daerah asal (domain), kodomain dan range atau daerah hasil fungsi  $f$
- Carilah  $f(a)$ ,  $f(b)$ ,  $f(c)$

## Beberapa fungsi yang sering digunakan

1. Fungsi identitas  $f: X \rightarrow X; \quad f(x) = x$
2. Fungsi konstan  $f: X \rightarrow Y; \quad f(x) = y_0 \quad \forall x \in X$
3. Fungsi floor  $f: \mathbb{R}(\text{riil}) \rightarrow \mathbb{R}(\text{riil}); \quad f(x) = \lfloor x \rfloor = \text{bilangan bulat terbesar yang kurang atau sama dengan } x$   
 Misal  $f(3,25)=3; \quad f(-4,77)=-5; \quad f(5) = 5$

## Beberapa fungsi yang sering digunakan

### 4. Fungsi Hamming distance

Ukuran perbedaan, jarak antara 2 string biner yang memiliki panjang yang sama

Didefinisikan  $H: \Sigma^n \times \Sigma^n \rightarrow \mathbb{Z}^+$  (himpunan bilangan positif)

$H(s,t)$  = banyaknya posisi di mana  $s$  dan  $t$  memiliki nilai berbeda

Misal  $n = 5$  maka:

$H(11111, 00000) = 5$  karena di semua posisi (=5) nilai kedua string berbeda

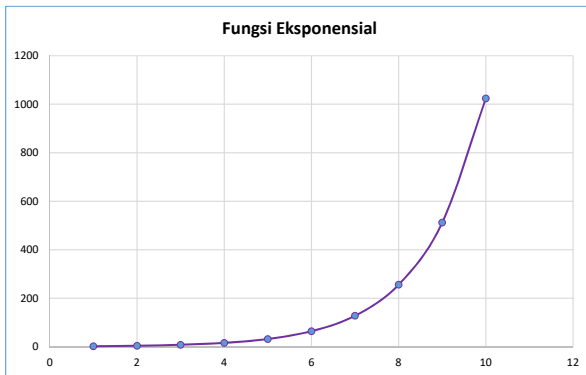
$H(11000, 00010) = 3$  karena kedua string berbeda di 3 posisi

### 5. Fungsi polynomial derajat $n$

$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$   
 positif

$\forall x \in \mathbb{R};$  dengan  $n$  bilangan bulat

## Beberapa fungsi yang sering digunakan



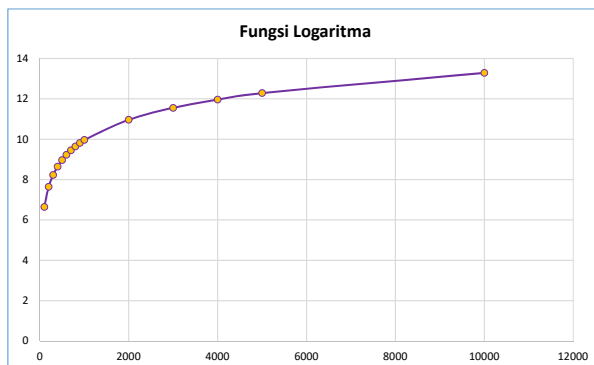
### 6. Fungsi eksponensial

Fungsi eksponensial dengan basis  $b$  adalah fungsi bilangan riil  $R$  ke bilangan riil positif  $R^+$  yang didefinisikan sebagai berikut:

$f: R \rightarrow R^+$  dengan  $f(x) = b^x, \forall x \in R$

Jika  $b > 1$  maka fungsi akan menaik, dan jika  $b < 1$  fungsi akan menurun

## Beberapa fungsi yang sering digunakan



### 7. Fungsi logaritma

Fungsi logaritma dengan basis  $b$  adalah fungsi bilangan riil  $R$  ke bilangan riil positif  $R^+$  yang didefinisikan sebagai berikut:

$f: R \rightarrow R^+$  dengan  $f(x) = {}^b\log x, \forall x \in R$

Dalam ilmu computer, basis yang sering digunakan adalah basis  $b=2$

## 2. Kesamaan Fungsi

$f$  dan  $g$  adalah fungsi  $X \rightarrow Y$ . Fungsi  $f = g$  bila dan hanya bila  $f(x) = g(x)$

Contoh:

$$f(x) = (x-1)(x-5)$$

$$g(x) = x^2 - 6x + 5$$

Apakah  $f(x) = g(x)$  ?!

## 3. Fungsi injektif, surjektif, bijektif

### a. Fungsi injektif (one-to-one)

$f: X \rightarrow Y$  adalah fungsi injektif bbb (bila dan hanya bila)

$y \in Y$  paling banyak hanya memiliki satu kawan di  $X$

$$\Leftrightarrow (\forall x_1, x_2 \in X) f(x_1) = f(x_2) \text{ maka } x_1 = x_2$$

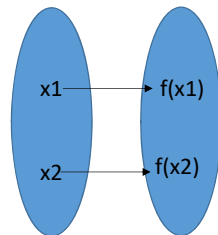
$$\Leftrightarrow \text{Kontra posisi: } x_1 \neq x_2 \text{ maka } f(x_1) \neq f(x_2)$$

$f: X \rightarrow Y$  bukan fungsi injektif

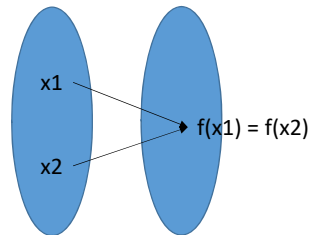
$$(\exists x_1, x_2 \in X) f(x_1) = f(x_2); x_1 \neq x_2$$

### 3. Fungsi injektif, surjektif, bijektif

#### Fungsi injektif (one-to-one)



Fungsi injektif



Bukan fungsi injektif

#### b. Fungsi surjektif (on-to)

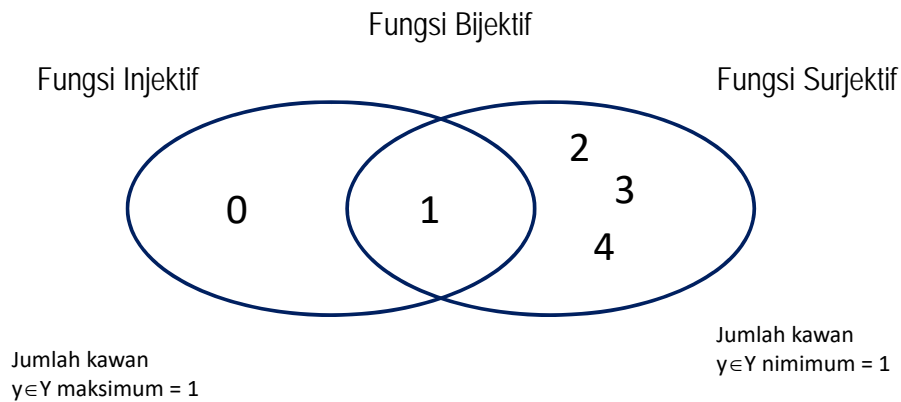
$f: X \rightarrow Y$  adalah fungsi surjektif bhab setiap anggota  $Y$  memiliki kawan di  $X$

$$(\forall y \in Y)(\exists x \in X) f(x) = y$$

$f: X \rightarrow Y$  bukan fungsi surjektif bhab

$$(\exists y \in Y)(\forall x \in X) f(x) \neq y$$

## Fungsi bijektif (korespondensi satu-satu)



## 4. Inverse Fungsi

$f: X \rightarrow Y$  suatu fungsi bijektif, dan  $y \in Y$ . Inverse fungsi didefinisikan sebagai

$f^{-1}(y) = \text{elemen } x \in X \text{ sedemikian sehingga } f(x) = y$   
atau

$$f^{-1}(y) = x \Leftrightarrow f(x) = y$$



## 5. Komposisi Fungsi

- Jika ada beberapa fungsi, fungsi-fungsi tersebut bisa dikomposisikan untuk menghasilkan fungsi baru.
- Misalkan  $f: X \rightarrow Y$  dan  $g: Y' \rightarrow Z$  adalah fungsi dengan sifat kodomain  $f(=Y) \subseteq \text{domain } g (=Y')$ . Didefinisikan komposisi fungsi  $g$  dan  $f$  (simbol  $g \circ f$ ) sebagai berikut:

$$(\forall x \in X)(g \circ f)(x) = g(f(x))$$

## 5. Komposisi Fungsi

$$(\forall x \in X)(g \circ f)(x) = g(f(x))$$

