

MATEMATIKA DISKRIT

Matematika Komputasi

C. Kuntoro Adi, S.J. - 2020

1

01

DASAR-DASAR PENGHITUNGAN

2

AGENDA

1. Pengantar
2. Percobaan
3. Kaidah dasar menghitung
4. Perluasan kaidah menghitung
5. Prinsip inklusi-eksklusi

3

AGENDA (lanjutan)

6. Kombinasi
7. Permutasi
8. Koefisien Binomial
9. Peluang diskrit

4

6. KOMBINASI - PERMUTASI

FAKTORIAL

n = bilangan bulat positif

$n! = 1.2.3.... (n-1)n$ = hasil kali semua bilangan bulat antara 1 dan n

$0! = 1$

$n! = 1.2.3.... (n-1)n$

$(n-1)! = 1.2.3.... (n-2)(n-1)$

Sehingga:

$$\frac{n!}{(n-1)!} = n$$

Atau $n! = n(n-1)!$

5

Contoh Faktorial

Hitunglah

1. $\frac{9!}{8!}$

2. $\frac{6!}{2! 4!}$

3. $\frac{1}{2! 4!} + \frac{1}{3! 3!}$

4. $\frac{n!}{(n-3)!}$

5. $\frac{(n-1)!}{(n+1)!}$

6. $\frac{((n+1)!)^2}{(n!)^2}$

6

KOMBINASI

- Himpunan $|S|$ memiliki n anggota atau elemen
- Himpunan bagian S yang memiliki r elemen dengan $(r \leq n)$ merupakan kombinasi dari n obyek, diambil r obyek sekaligus. Diungkapkan dalam persamaan:

$$\binom{n}{r} = C(n, r) = nCr$$

- Banyaknya kombinasi:

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

7

Contoh Kombinasi

1. Hitung a. $\binom{10}{9}$ b. $\binom{10}{1}$
2. Jika n dan r adalah bilangan-bilangan bulat positif dan $r \leq n$ buktikan bahwa $\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}$
3. Seorang pelatih futsal akan memilih komposisi pemain yang akan diturunkan dalam pertandingan. Ada 12 orang pemain yang dapat dipilih. Berapa macam tim yang bisa dia bentuk?

8

Contoh Kombinasi

4. Suatu start-up game company memiliki 7 personel laki-laki dan 5 personel wanita. Akan dipilih 5 orang sebagai satu tim untuk mengerjakan suatu proyek. Berapa tim yang bisa dibentuk jika dalam tim tersebut:
- Terdiri dari 3 personel wanita dan 2 personel laki-laki
 - Paling sedikit 1 personel laki-laki
 - Paling banyak terdapat 1 personel laki-laki

9

PERMUTASI

Persoalan 1:

- Ada 20 mahasiswa/wi TI di kelas Matematika Diskrit. Akan dipilih 1 ketua dan 1 bendahara. Berapa cara dimungkinkan?
- Pemilihan ketua = 20 cara
- Pemilihan bendahara = 19 cara
- Pemilihan ketua dan bendahara = $20 \times 19 = 380$ cara

10

PERMUTASI

Persoalan 2:

- Ada 20 mahasiswa/wi TI di kelas Matematika Diskrit. Akan dipilih 2 orang sebagai perwakilan kelas untuk Forum Dialog Prodi. Berapa cara dimungkinkan?
- Banyaknya cara = $\binom{20}{2} = \frac{20!}{2!(18)!} = \frac{20 \cdot 19 \cdot (18)!}{2!(18)!} = \frac{20 \cdot 19}{2!} = 190$ cara
- Perbedaan persoalan 1 dan persoalan 2 ?!

11

Permutasi

- Misal ada 6 bola dengan warna berbeda-beda, akan dimasukkan ke dalam 3 kotak (masing-masing kotak hanya berisi 1 bola). Urutan?
- Perhitungan:
 - Kotak 1: diisi salah satu dari 6 bola (6 pilihan)
 - Kotak 2: diisi salah satu dari 5 bola (5 pilihan)
 - Kotak 3: diisi salah satu dari 4 bola (4 pilihan)
- So:
 - Jumlah urutan berbeda = $(6)(5)(4) = 120$

12

Permutasi

- Permutasi mempertimbangkan urutan cara
- Tidak boleh ada perulangan

- $P(n,r) = \frac{n!}{(n-r)!}$

- Jika $n = r$

$$P(n,n) = \frac{n!}{(n-n)!} = \frac{n!}{(0)!} = n!$$

13

Contoh Permutasi

1. Tuliskan semua permutasi 4 obyek (PQRS)
2. Suatu undian dilakukan dengan menggunakan angka yang terdiri dari 6 digit. Jika digit dalam nomor undian diharuskan berbeda satu dengan yang lain, ada berapa kemungkinan nomor undian?

14

Kombinasi dan Permutasi elemen berulang

$$\bullet \binom{n}{n_1} \binom{n - n_1}{n_2} \binom{n - n_1 - n_2}{n_3} \dots \binom{n - n_1 - n_2 - \dots - n_{k-1}}{n_k} \\ = \frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_k!}$$

15

Catatan: Kombinasi atau Permutasi?!

1. Check: penjumlahan atau perkalian (ATAU, DAN)
2. Perhatikan “kata kunci”:
 - Jika urutan tidak penting – kombinasi ($AB = BA$)
 - Jika urutan penting – permutasi ($AB \neq BA$)

16

Tiga ciri koefien kombinatorial

1. ${}^nC_n = {}^nC_0 = 1$
2. ${}^nC_{(n-r)} = {}^nC_r$
3. ${}^nC_r + {}^nC_{(r+1)} = {}^{(n+1)}C_{(r+1)}$