

GRAPH – MODEL JARINGAN (NETWORKS)

MINIMAL SPANNING TREE

Referensi:

Rosen, 2019, Discrete Mathematics and Its Applications, Bab 11

Taha, 2017, Operation Research an Introduction, Bab 6

(C. Kuntoro Adi, S.J)

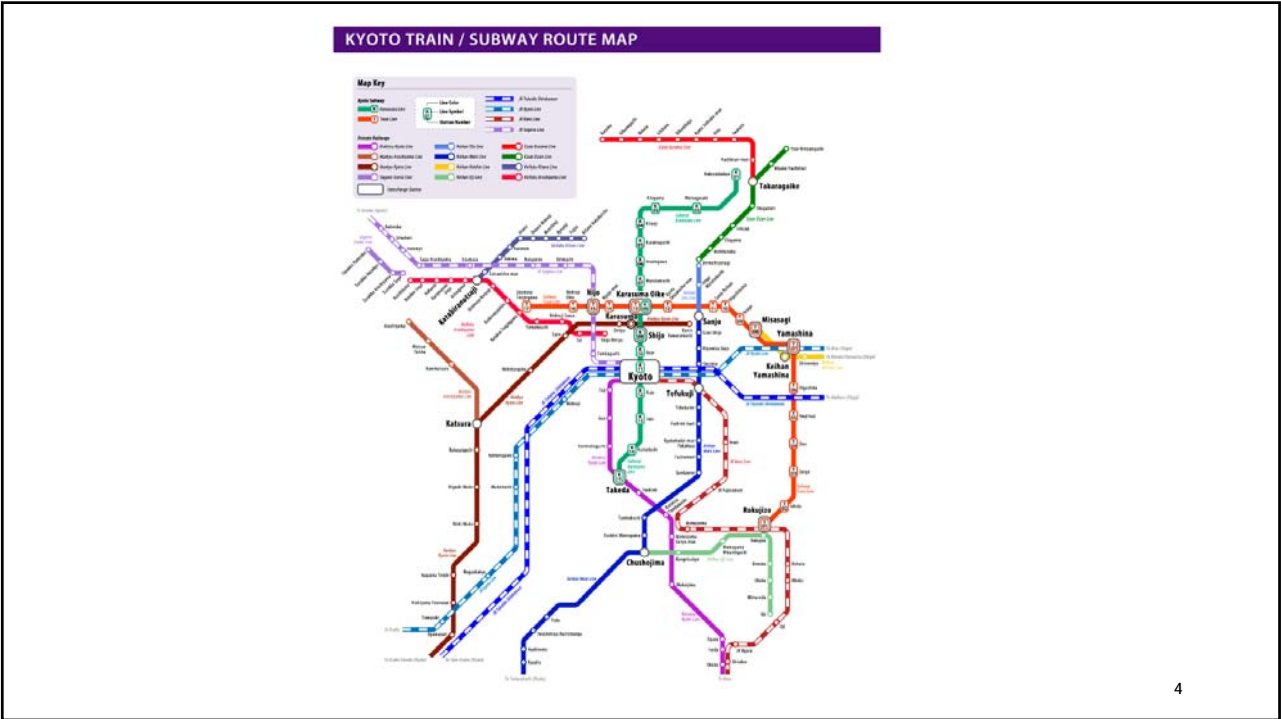
1

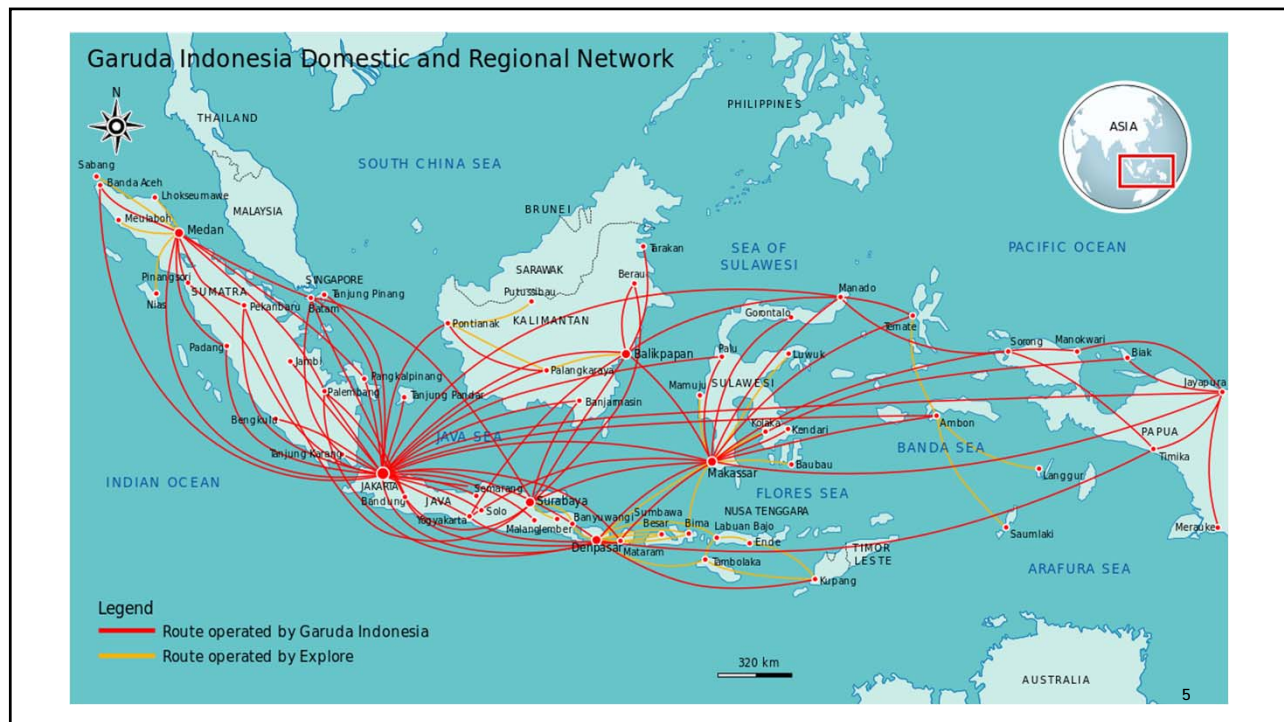
Pokok Bahasan

1. Pengantar
2. Minimal spanning tree
3. Route terpendek: Dijkstra
4. Route terpendek: Floyd

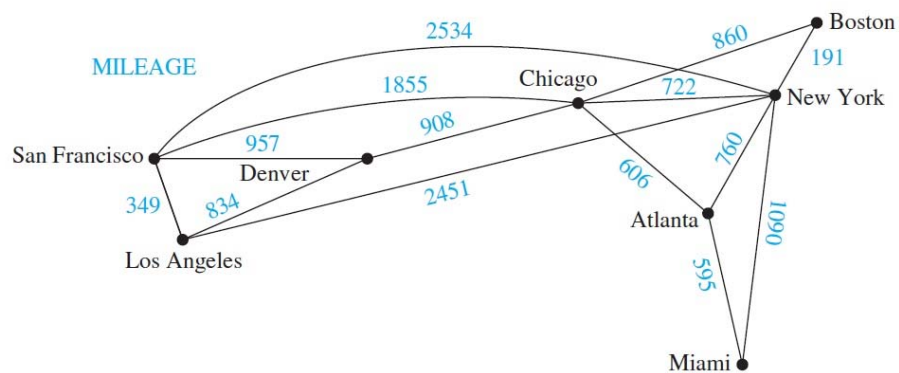
2

- Banyak hal bisa dimodelkan menggunakan graph, atau jaringan.
Misalkan jalur kereta api, kota (node, vertex, simpul) – penerbangan (edges, link)

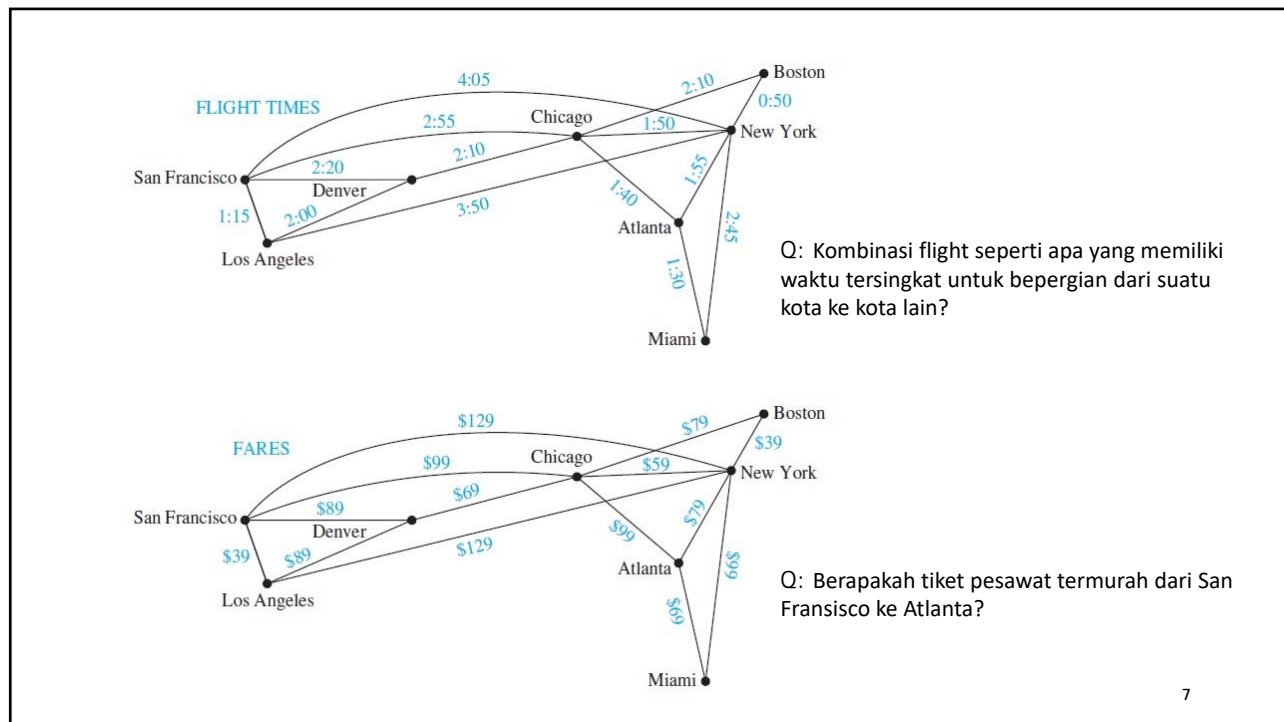




Masalah penerbangan (jarak antar kota, lama penerbangan, harga tiket)
digambarkan dalam graph berlabel (weighted graph)



Q: Berapakah jarak terpendek antara San Fransisco dan Miami?



7

Beberapa masalah jaringan terkait dengan:

1. Desain jalur pipa penghubung sumber minyak di laut ke beberapa titik distribusi di daratan. Obyektif: meminimalkan biaya dalam membangun jalur pipa
2. Menemukan jarak terdekat antar kota bertolak dari jaringan jalan penghubung antar kota
3. Menemukan jadwal (awal dan akhir) kegiatan proyek pembangunan
4. Menemukan biaya minimum penjadwalan pengiriman (pengaliran) minyak dari ladang minyak ke pengolahan (refinery) melalui jaringan pipa.

8

Beberapa kemungkinan modeling dengan graph atau network

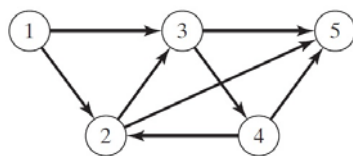
1. Minimal spanning tree (kasus 1)
2. Algoritma route terpendek (kasus 2)
3. Algoritma maksimal/minimal flow (kasus 3)
4. Algoritma critical path (CPM) (kasus 4)

9

Model Graph pada Jaringan

Definisi

- Jaringan tersusun atas nodes N (simpul, vertex) yang terhubung lewat arcs A (branch, link, edge)
- Notasi: (N,A) dengan N = nodes, A = arcs
- Contoh



$$N = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

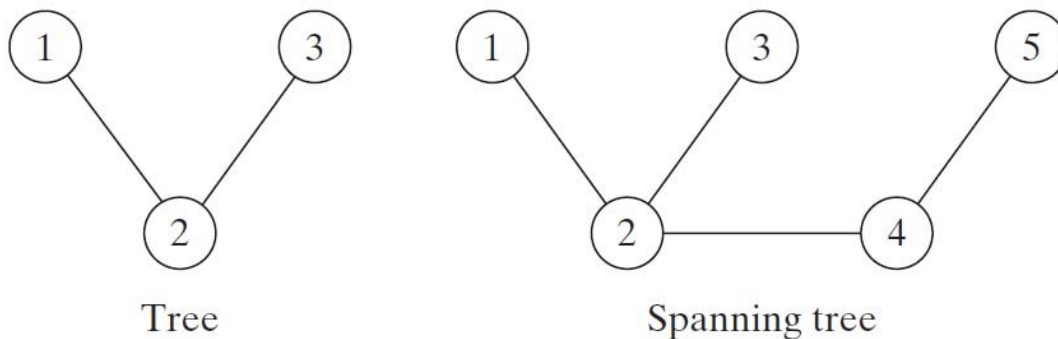
$$A = \{(1,2), (1,3), (2,3), (2,5), (3,4), (3,5), (4,2), (4,5)\}$$

10

Beberapa istilah pada network

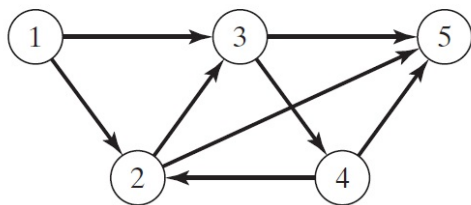
- **Flow** (aliran minyak pada suatu pipa, kendaraan pada jalan raya): flow suatu network dibatasi oleh kapasitas arc (terbatas, tidak terbatas)
- **Arc** dikatakan directed atau oriented jika ada flow positif di suatu arah dan flow negative di arah sebaliknya. Suatu jaringan dikatakan “directed network” jika semua arcnya directed.
- **Path** = arc yang menghubungkan 2 node melalui node lain tanpa memperhitungkan arah aliran node. Contoh di gambar sebelumnya: arc (2,3),(3,4),(4,2) membentuk suatu cycle.
- **Connected network** = setiap 2 node dalam jaringan terhubung paling tidak dengan satu path.
- Suatu **tree** = connected network yang cycle-free, terdiri dari subset semua node dalam jaringan. **Spanning tree** = suatu tree yang menghubungkan semua node dalam jaringan.

11



12

Spanning tree



$$G = (N, A) = (V, E)$$

Spanning tree $G' = (N', A')$

dengan

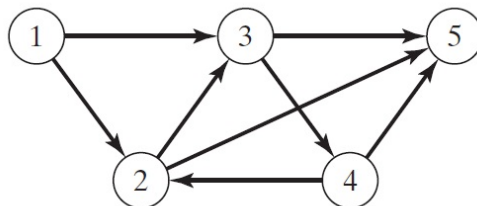
$$N' = N$$

$$A' \subset A$$

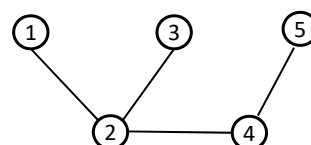
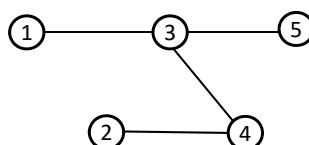
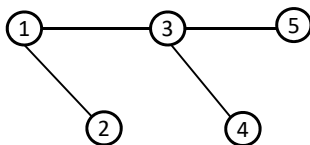
$$A' = |N| - 1$$

Graf bisa memiliki lebih dari 1 spanning tree

13



Spanning trees



Minimum Spanning Tree ?

14

2.ALGORITMA MINIMAL SPANNING TREE

15

Catatan awal

- Algoritma ini mencoba menjawab pertanyaan, misalnya: bagaimana menghubungkan nodes dalam suatu jaringan (secara langsung maupun tidak langsung), menggunakan total penghubung terpendek
- Contoh: pengaspalan jalan yang menyambungkan beberapa kota. Masalahnya adalah, manakah desain paling ekonomis sehingga meminimalisasi biaya pengaspalan.

16

Algoritma

- Misal ada beberapa node $N = \{1, 2, \dots, n\}$ dalam jaringan
- C_k = beberapa node yang sudah terhubung secara permanen pada iterasi k
- \underline{C}_k = beberapa node yang belum terhubung secara permanen pada iterasi k

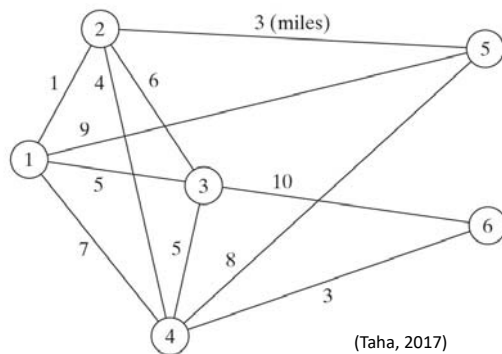
17

Langkah:

1. Set $C_0 = 0$; $\underline{C}_0 = N$
2. Pilih sembarang node di \underline{C}_0 , set $C_1 = \{i\}$ sehingga $\underline{C}_1 = N - \{i\}$. Set $k = 2$
3. Langkah umum langkah ke k :
 - a. Pilih node j^* pada kelompok node yang belum terhubung (di \underline{C}_{k-1}) yang memiliki jarak terdekat dengan kelompok C_{k-1} . Hubungkan j^* secara permanen ke C_{k-1} ; dan hapus j^* dari \underline{C}_{k-1}
 - b. $C_k = C_{k-1} + \{j^*\}$; $\underline{C}_k = \underline{C}_{k-1} - \{j^*\}$
 - c. Jika \underline{C}_k kosong, stop. Otherwise $k = k+1$

18

Contoh



Perusahaan TV-cable (simpul 1) akan menyambung kabel untuk 5 pelanggan baru di lokasi yang beragam. Jarak lokasi (kilometer) bisa dilihat pada gambar di samping. Temukan jaringan kabel yang paling ekonomis untuk penyambungan kabel tersebut

19

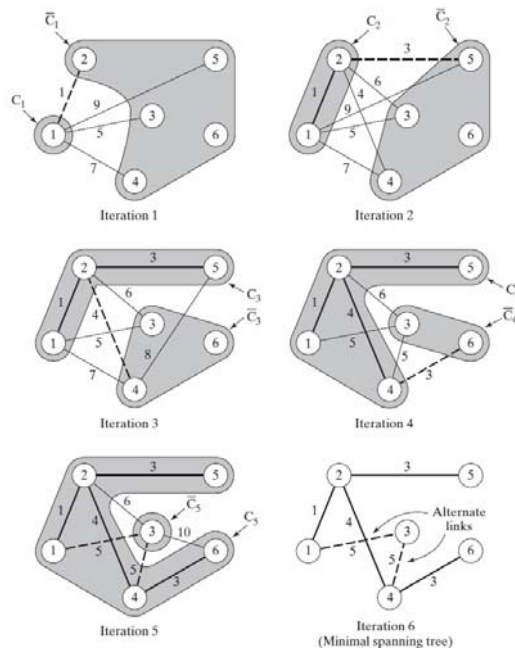


FIGURE 6.6
Solution iterations for Midwest TV Company

Penyelesaian:

Mulai dari node 1 (atau node lain); $C_1 = \{1\}$ dan $\underline{C}_1 = \{2, 3, 4, 5, 6\}$

Iterasi:

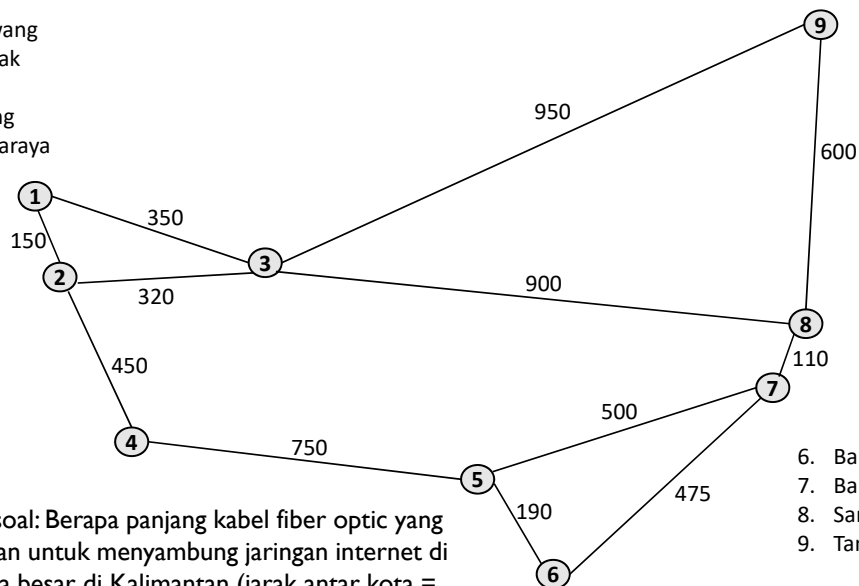
- Iterasi 1: link (1,2) merupakan jarak terpendek (1 km) di antara banyak link yang bisa menghubungkan node 1 ke node 2, 3, 4, dan 5 yang ada di \underline{C}_1
- Link (1,2) dibuat permanen, dan $j^* = 2$ sehingga $C_2 = \{1, 2\}$, $\underline{C}_2 = \{3, 4, 5, 6\}$
- Hasil iterasi akhir memberi informasi panjang sambungan kabel yang diperlukan = $1 + 3 + 4 + 3 + 5 = 16$ km

20



Latihan soal: Berapa panjang kabel fiber optic yang diperlukan untuk menyambung jaringan internet di kota-kota besar di Kalimantan

1. Singkawang
2. Pontianak
3. Sintang
4. Ketapang
5. Palangkaraya



Latihan soal: Berapa panjang kabel fiber optic yang diperlukan untuk menyambung jaringan internet di kota-kota besar di Kalimantan (jarak antar kota = km)

6. Banjarmasin
7. Balikpapan
8. Samarinda
9. Tanjungselor