

Санкт-Петербургский политехнический университет
Петра Великого

Институт прикладной математики и механики

Кафедра «Прикладная математика»

Отчет по
Курсовой работе

На тему:
«Анализ пилообразных колебаний излучения плазмы»

По дисциплине
«Математическая статистика»

Выполнил студент:
Густомясов Евгений
Группа: 3630102/70201

Проверил:
к.ф.-м.н., доцент Баженов Александр Николаевич

Санкт-Петербург

2020 г.

Содержание

1. Постановка задачи	4
2. Подготовка данных	5
3. Первичный анализ данных	6
4. Алгоритм выделения пилообразных колебаний	7
4.1 Описание алгоритма.....	7
4.2 Параметры алгоритма.	14
5. Выводы	22
Список литературы	23

Список иллюстраций:

Рис. 1: Исходный сигнал.....	7
Рис. 2: ROI с началом (0.10 с) и концом (0.38 с) участка пилообразных колебаний	8
Рис. 3: ROI после применения ФВЧ с частотой среза 625 Гц	9
Рис. 4: Первая производная ROI сигнала, полученная применением ЦДФ 30 порядка	10
Рис. 6: Абсолютное значение первой производной ROI сигнала после применения ФНЧ с частотой среза 5000 Гц	11
Рис. 7: Конечный сигнал, предназначенный для обнаружения пилообразного участка по порогу 0.00002 (красная прямая), синими прямыми показаны истинные границы пилообразного участка	12
Рис. 8: Исходный сигнал для эксперимента 38515, датчика SXR 80 мкм	13
Рис. 9: Выделение пилообразного участка для эксперимента 38515, датчика SXR 80 мкм	13
Рис. 10: Выделенный участок пилообразных колебаний в данных эксперимента 38988, датчика SXR 27 мкм.....	15
Рис. 11: Спрямоленный и отфильтрованный участок сигнала пилообразных колебаний для эксперимента 38988, датчика SXR 27 мкм, красным отмечены точки пересечения с осью абсцисс.....	16
Рис. 12: Полученная функция частоты от времени для участка пилообразных колебаний для эксперимента 38988, датчика SXR 27 мкм	17

Рис. 13: График функции частоты от времени для участков пилообразных колебаний для всех датчиков в эксперименте 38988.....	18
Рис. 14: График функции частоты от времени для участков пилообразных колебаний для всех датчиков в эксперименте 38989.....	18
Рис. 15: График функции частоты от времени для участков пилообразных колебаний для всех датчиков в эксперименте 38890.....	19
Рис. 16: График функции частоты от времени для участков пилообразных колебаний для всех датчиков в эксперименте 38991.....	19
Рис. 17: График функции частоты от времени для участков пилообразных колебаний для всех датчиков в эксперименте 38992.....	20
Рис. 18: Совместная гистограмма частот для эксперимента 38988.	21
Рис. 19: Совместная гистограмма частот для 20 сигнала.	21

1. Постановка задачи

Даны показания четырех датчиков, регистрирующих мягкое рентгеновское излучение плазмы в пяти экспериментах. В показаниях датчиков иногда наблюдаются пилообразные колебания [1], предшествующие срыву плазмы. Важно уметь вовремя детектировать такие колебания, чтобы предотвращать срыв плазмы. В связи с этим требуется:

1. Представить алгоритм выделения пилообразных колебаний
2. Оценить частоту пилообразных колебаний
3. Построить гистограммы частот для различных датчиков
4. Выяснить наличие корреляции у различных датчиков на различных временных этапах пилообразных колебаний

2. Подготовка данных

Данные представлены в бинарном формате в сжатом виде. Декодирование данных производится с помощью Python библиотеки pyGlobus [2]. Далее из декодированных данных извлекаются временные последовательности показаний датчиков, которые сохраняются в массивах NumPy [3].

Представлены наборы данных для пяти экспериментов:

- 38988
- 38989
- 38990
- 38991
- 38992

Каждый набор содержит измерения четырех датчиков:

- SXR 15 мкм
- SXR 27 мкм
- SXR 50 мкм
- SXR 80 мкм

3. Первичный анализ данных

Первичный анализ данных показал, что:

- Частота семплирования датчиков - 1000 кГц.
- Следующие данные непригодны для дальнейшей обработки:
 - Эксперимент 38515, датчик SXR 27 мкм
 - Эксперимент 38516, датчик SXR 15 мкм

4. Алгоритм выделения пилообразных колебаний

4.1 Описание алгоритма.

Предлагается следующий алгоритм для выделения пилообразных колебаний (описан алгоритм выделения для полной последовательности показаний датчика (далее сигнал), но нетрудно проверить, что алгоритм возможно применять для анализа показаний в режиме онлайн). Описание алгоритма с иллюстрациями промежуточных результатов преобразований сигнала на примере данных эксперимента 38988, датчика SXR 27 мкм:

1. Выделяем область для анализа (region of interest, далее ROI). В нашем случае ROI - участок сигнала, не являющийся квазистационарным. Таким образом, ROI выделяется путем сравнения значений отсчетов с их средним значением по всему сигналу (рис. 1 и 2).

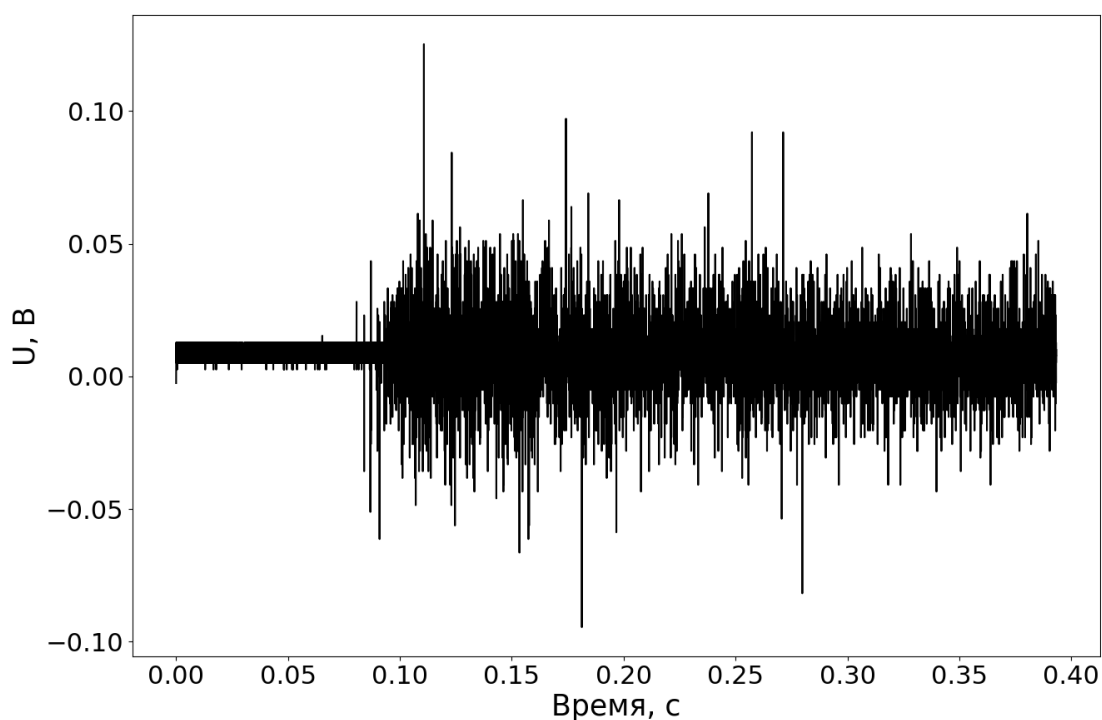


Рис. 1: Исходный сигнал

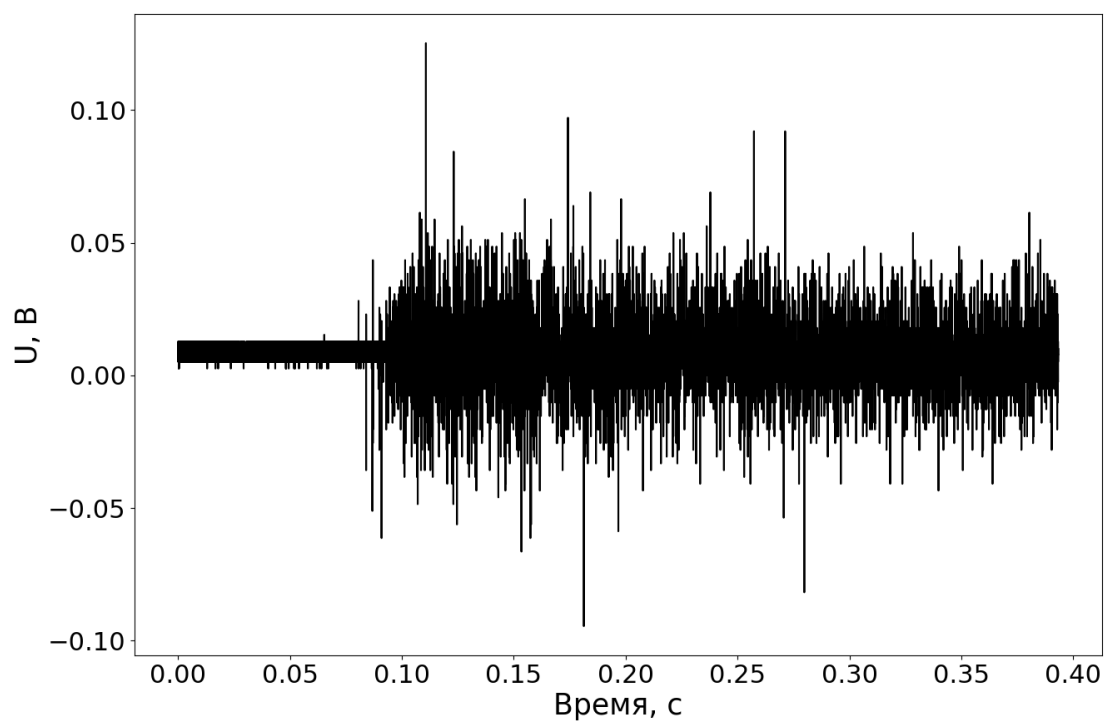


Рис. 2: ROI с началом (0.10 с) и концом (0.38 с) участка пилообразных колебаний

2. Для спрямления исходного сигнала, то есть удаления низкочастотных составляющих применяем фильтр верхних частот (ФВЧ) (рис. 3).

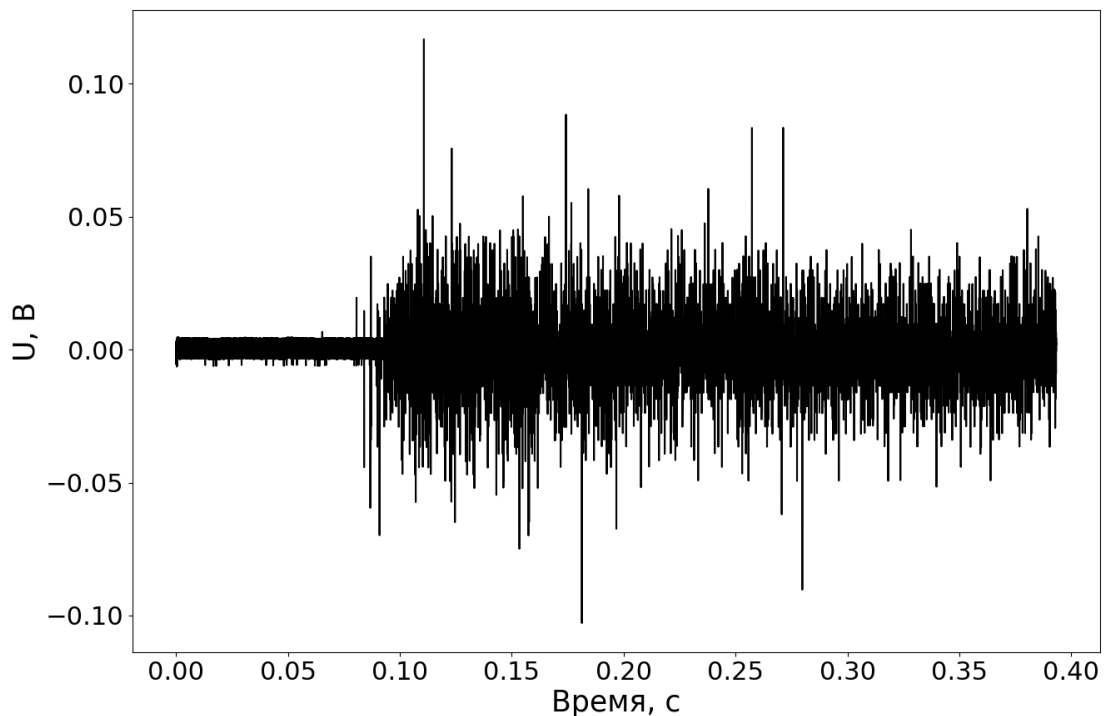


Рис. 3: ROI после применения ФВЧ с частотой среза 625 Гц

3. Находим первую производную спрямленного сигнала путем применения сглаживающего цифрового дифференцирующего фильтра (ЦДФ) [4] (рис. 4):

$$y(n) = \sum_{k=1}^M \frac{1}{M(M+1)} \Delta_k, \Delta_k = x(n+k) - x(n-k)$$

где $M = 2$ - порядок фильтра, $x(n)$ - значение n -ого отсчета входного сигнала, а $y(n)$ - значение n -ого отсчета выходного сигнала.

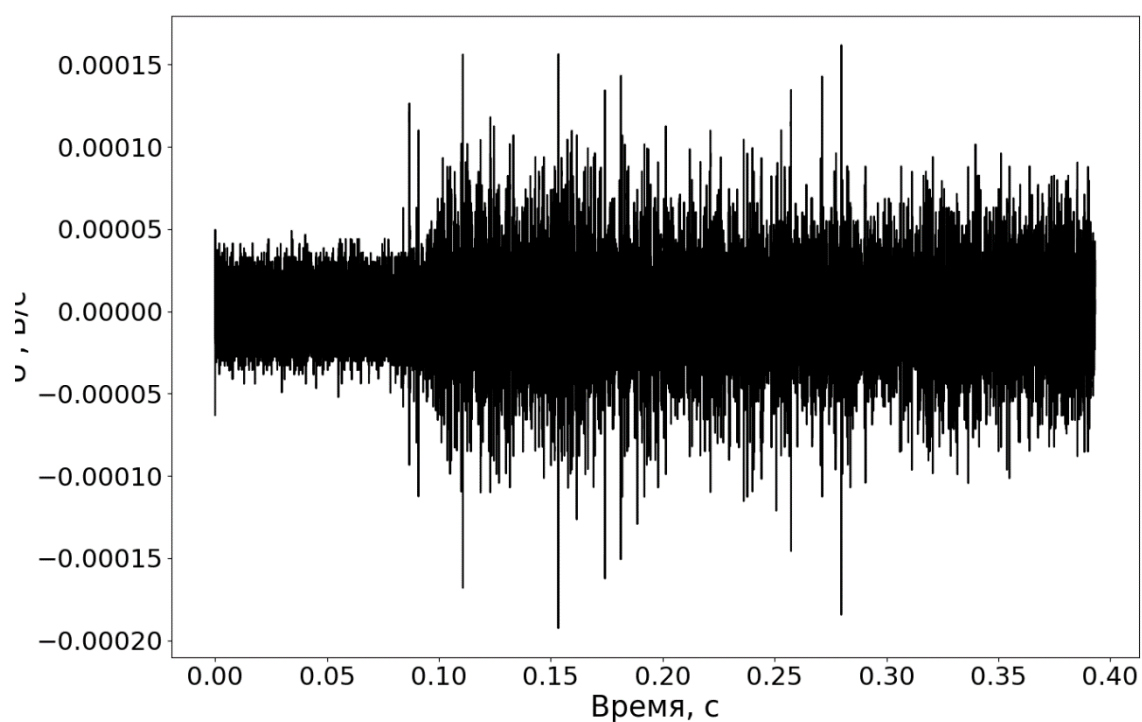


Рис. 4: Первая производная ROI сигнала, полученная применением ЦДФ 30 порядка

4. Берем модуль от первой производной спрямленного сигнала (рис. 5).

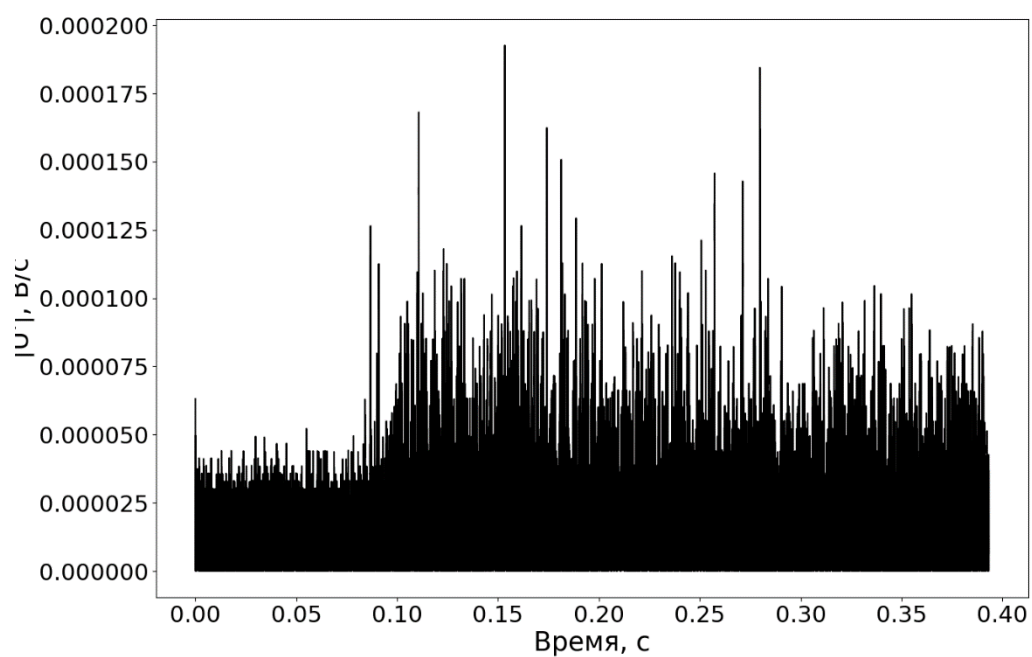


Рис. 5: Абсолютное значение первой производной ROI сигнала

5. Применяем фильтр нижних частот (ФНЧ) для удаления высокочастотного шума (рис. 6).

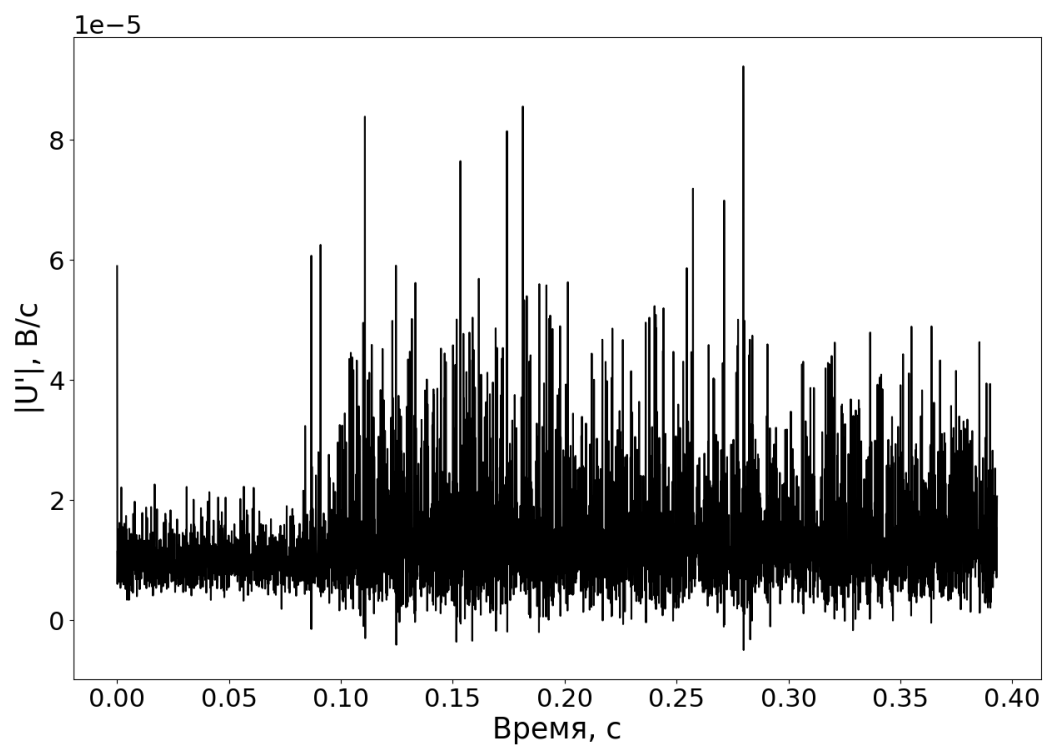


Рис. 6: Абсолютное значение первой производной ROI сигнала после применения ФНЧ с частотой среза 5000 Гц

6. Индикатором пилообразных колебаний будет служить наличие и частота появления значений сигнала выше некоторого порога (рис. 7).

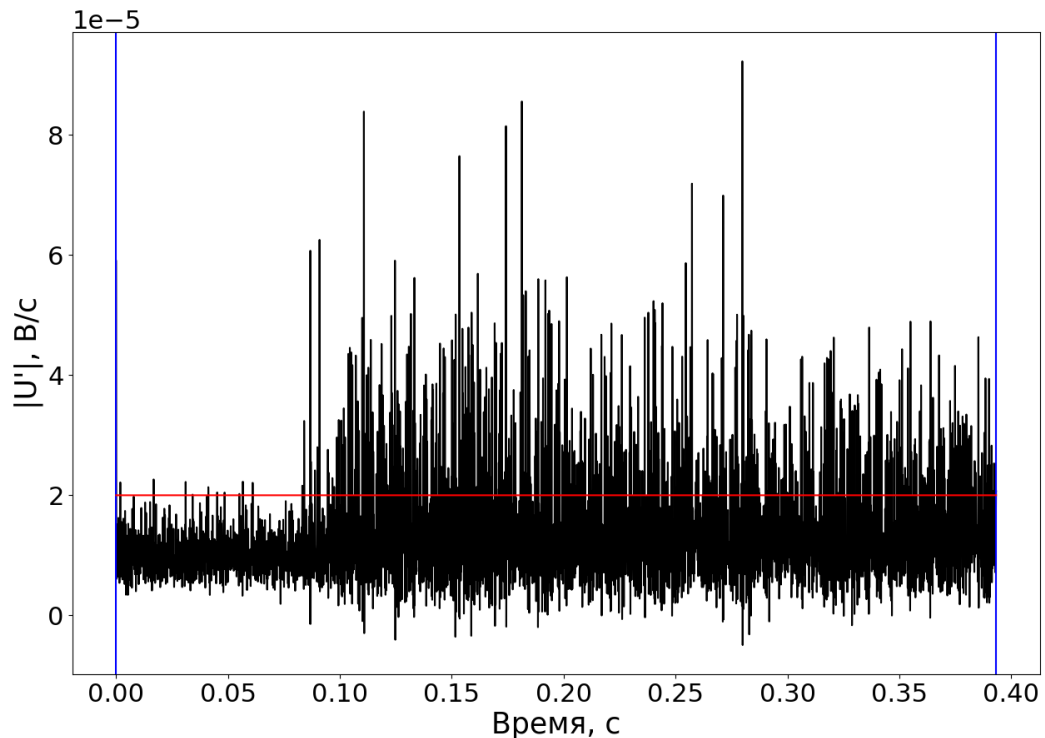


Рис. 7: Конечный сигнал, предназначенный для обнаружения пилообразного участка по порогу 0.00002 (красная прямая), синими прямыми показаны истинные границы пилообразного участка

Как видно по рис. 7 предложенный алгоритм позволяет достаточно точно определять участок с пилообразными колебаниями в сигнале датчика: большая часть значений выше порога действительно принадлежит искомому участку.

Также стоит отметить, что алгоритм без проблем можно применять (после некоторой переработки шагов, в которых применяются фильтры) в реальном времени, так как он не требует для работы всей последовательности наблюдений.

Подобный алгоритм также описан в работе [5], и судя по всему, успешно применяется на практике.

Стоит отметить, что на идеальных данных (например, эксперимент 38515, датчик SXR 80 мкм) алгоритм можно применять, пропуская шаги 3-5: спрямление сигнала позволяет точно зафиксировать участок пилообразных колебаний по порогу. Последовательность обработки данных для

указанного эксперимента показана на рис. 8 и 9.

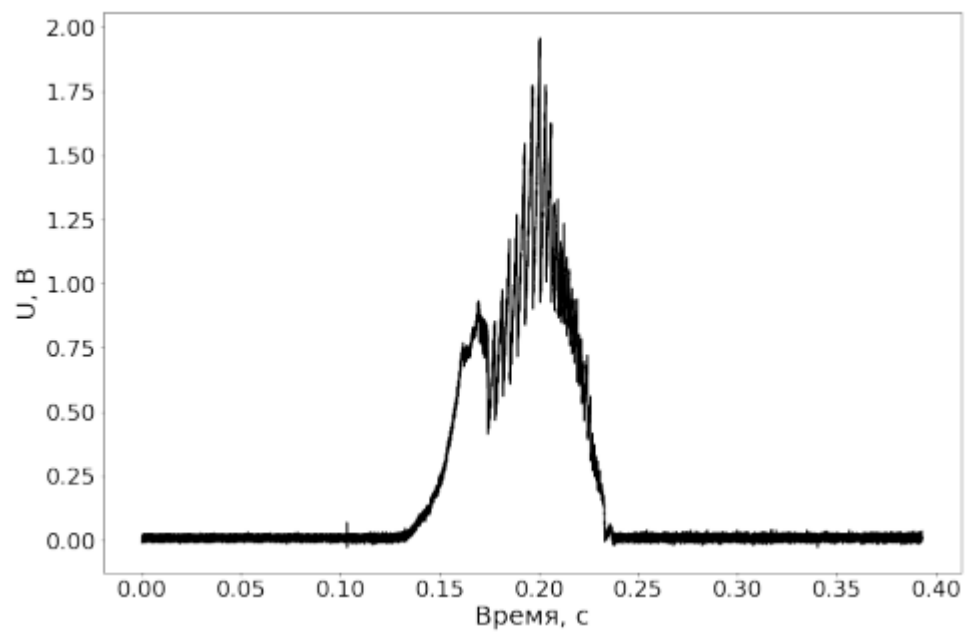


Рис. 8: Исходный сигнал для эксперимента 38515, датчика SXR 80 мкм

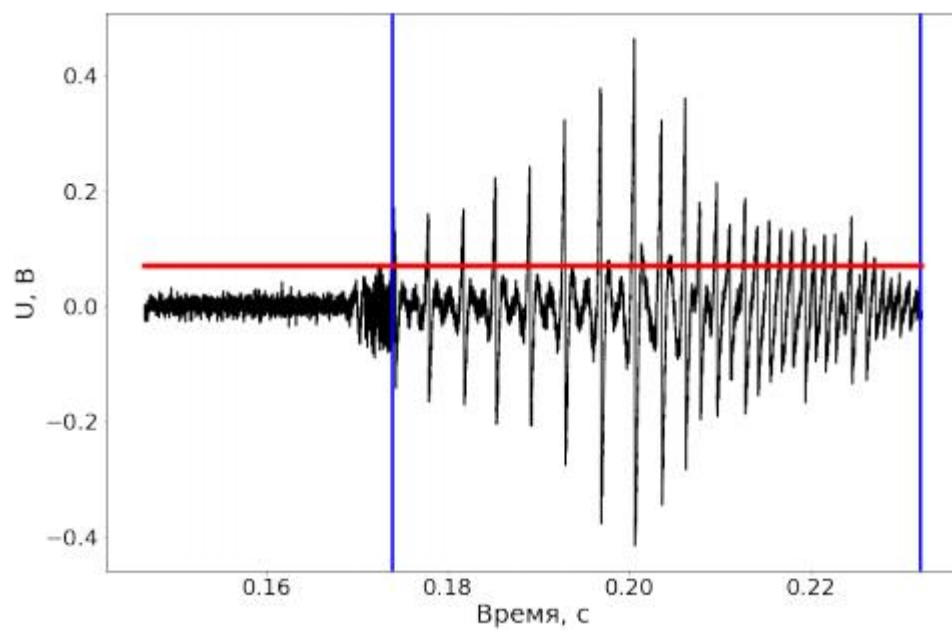


Рис. 9: Выделение пилообразного участка для эксперимента 38515, датчика SXR 80 мкм

4.2 Параметры алгоритма.

Алгоритм параметризуется следующими величинами:

- Порядком ЦДФ
- Пороговым значением

Стоит отметить, что параметры ФВЧ на шаге 2 и ФНЧ на шаге 5 также могут зависеть от условий эксперимента, однако такой зависимости не наблюдалось при обработке предоставленных данных.

Можно предложить альтернативу последнему шагу, которая не требует задания порогового значения, повышая таким образом устойчивость алгоритма. Такая альтернатива - оценка плотности распределения локальных максимумов в некотором окне: во время пилообразных колебаний плотность понижается.

После выделения участка пилообразных колебаний можно попробовать оценить их частоту, а точнее ее эволюцию. Для решения подобных задач широко применяются два способа: преобразование Фурье и анализ автокорреляционной функции.

Применение первого способа к имеющимся данным затруднительно, так как интересующие нас частоты лежат в полосе от 0 до 1 кГц, в то время как переход из временной области в частотную с помощью преобразования Фурье дает нам спектр от 0 до 500 кГц. Кроме того, сигнал сильно зашумлен, поэтому даже после применения ФНЧ и ФВЧ выделить собственные частоты пилообразных колебаний не представляется возможным без априорных знаний об искомой полосе частот.

Второй способ мог бы решить задачу, однако его экстраполяция на случай с переменной частотой, вообще говоря, нетривиальна.

Для решения задачи с учетом специфики предоставленных данных предлагается следующий простой алгоритм (на рис. 11-13 показаны иллюстрации шагов алгоритма для данных эксперимента 38515, датчика SXR 80 мкм):

1. Спрямяем участок, содержащий пилообразные колебания с помощью ФВЧ с частотой среза 250 Гц.
2. Удаляем высокочастотные шумы спрямленного сигнала с помощью ФНЧ с частотой среза 200 Гц.

3. Ищем все точки пересечения сигнала с осью абсцисс.
4. Вычитаем полученные значения друг из друга через одного, получая мгновенные периоды колебаний.
5. Из периодов получаем мгновенные частоты, то есть функцию частоты от времени.
6. Для сглаживания полученной функции применяем любой сглаживающий фильтр, например, скользящее среднее с окном 5.

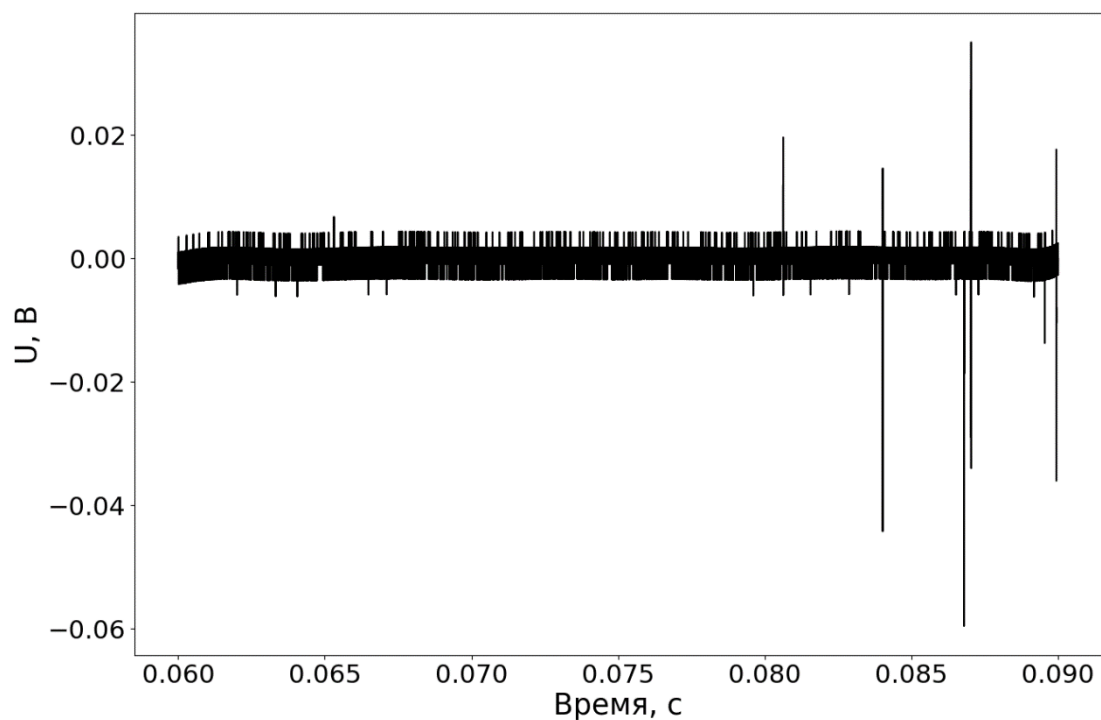


Рис. 10: Выделенный участок пилообразных колебаний в данных эксперимента 38988, датчика SXR 27 мкм

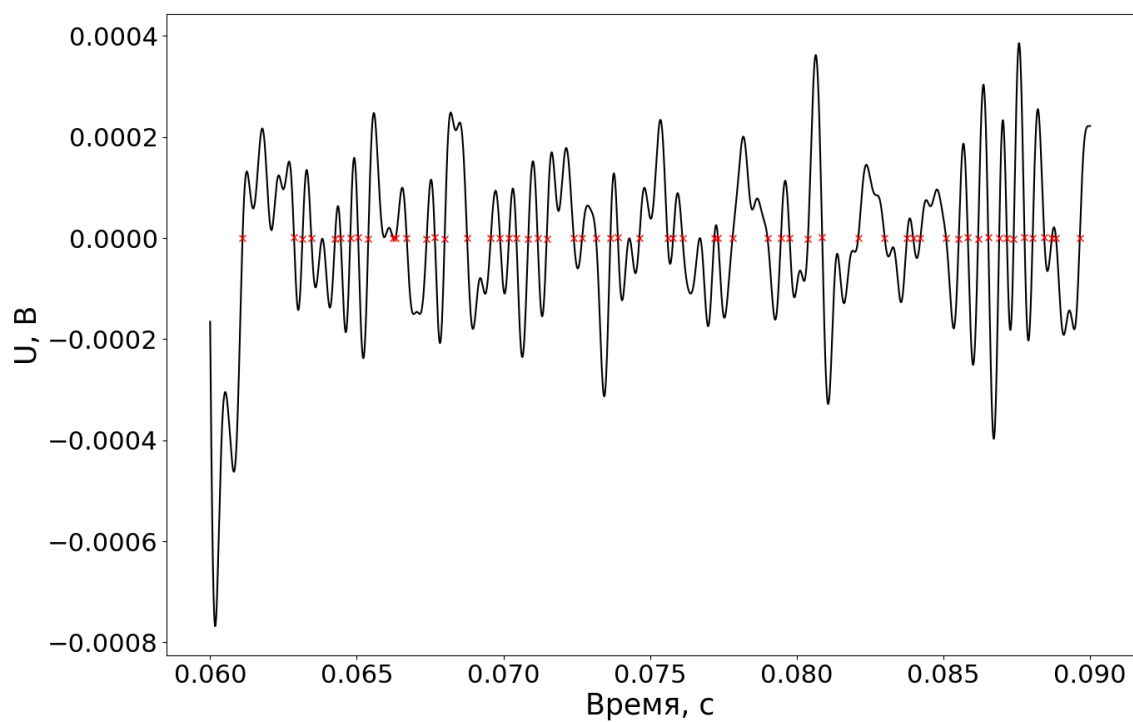


Рис. 11: Спрямленный и отфильтрованный участок сигнала пилообразных колебаний для эксперимента 38988, датчика SXR 27 мкм, красным отмечены точки пересечения с осью абсцисс

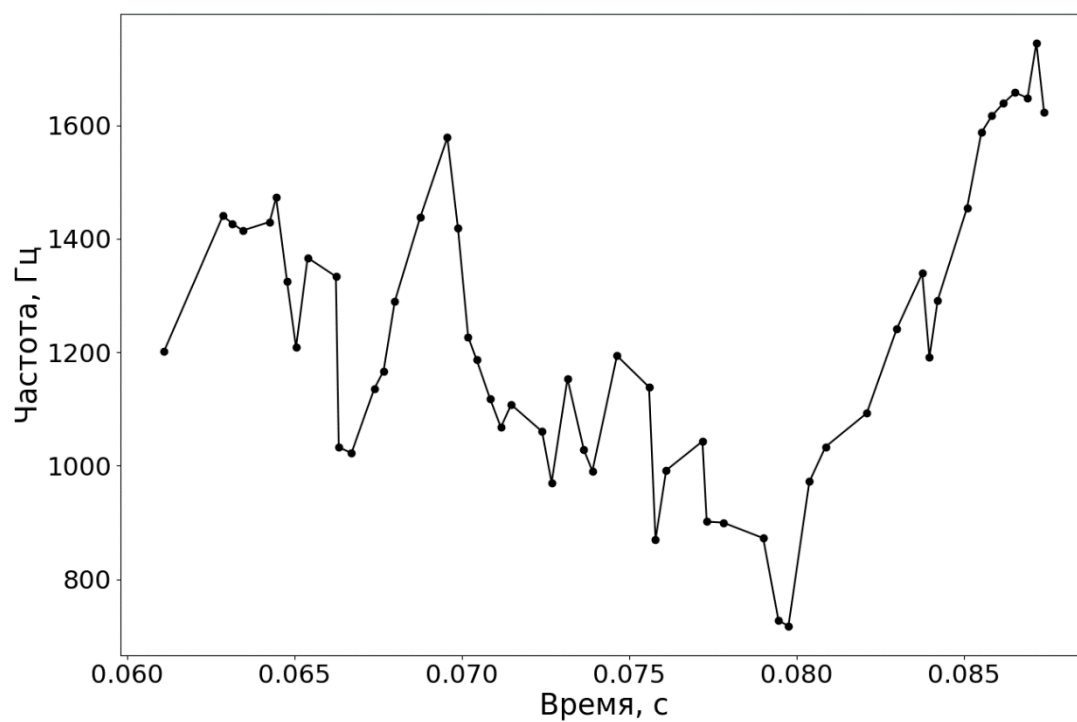


Рис. 12: Полученная функция частоты от времени для участка пилообразных колебаний для эксперимента 38988, датчика SXR 27 мкм

На рис. 13-17 показаны графики функций частоты от времени для участков пилообразных колебаний для всех датчиков в экспериментах 38988, 38989, 38990, 38991, 38992.

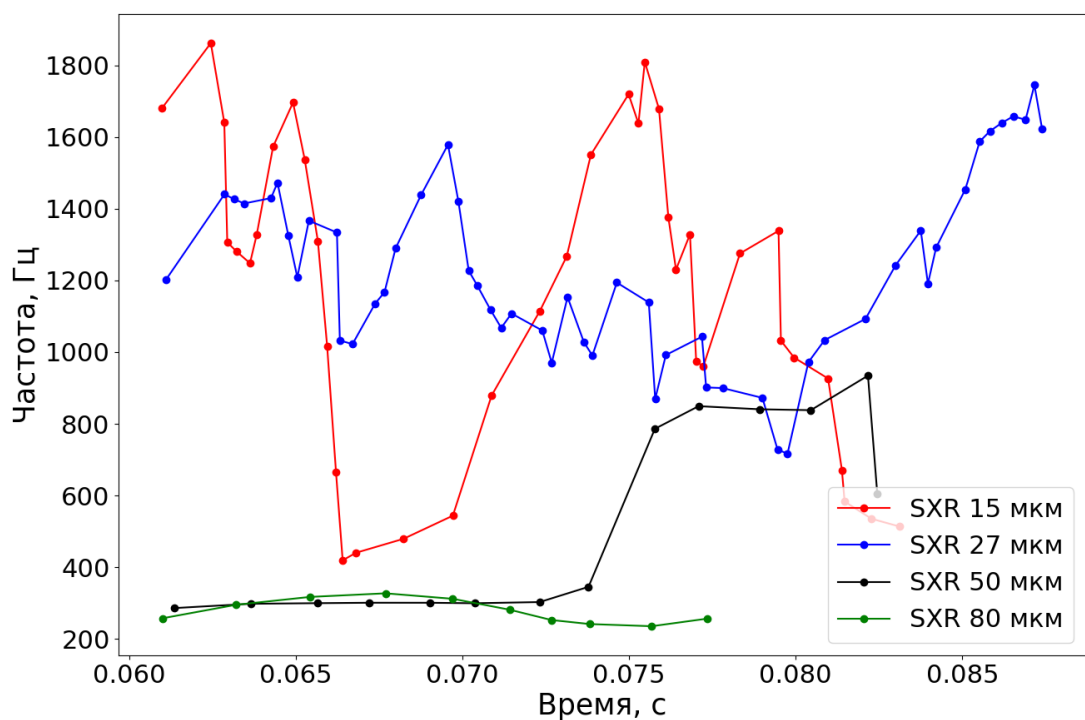


Рис. 13: График функции частоты от времени для участков пилообразных колебаний для всех датчиков в эксперименте 38988

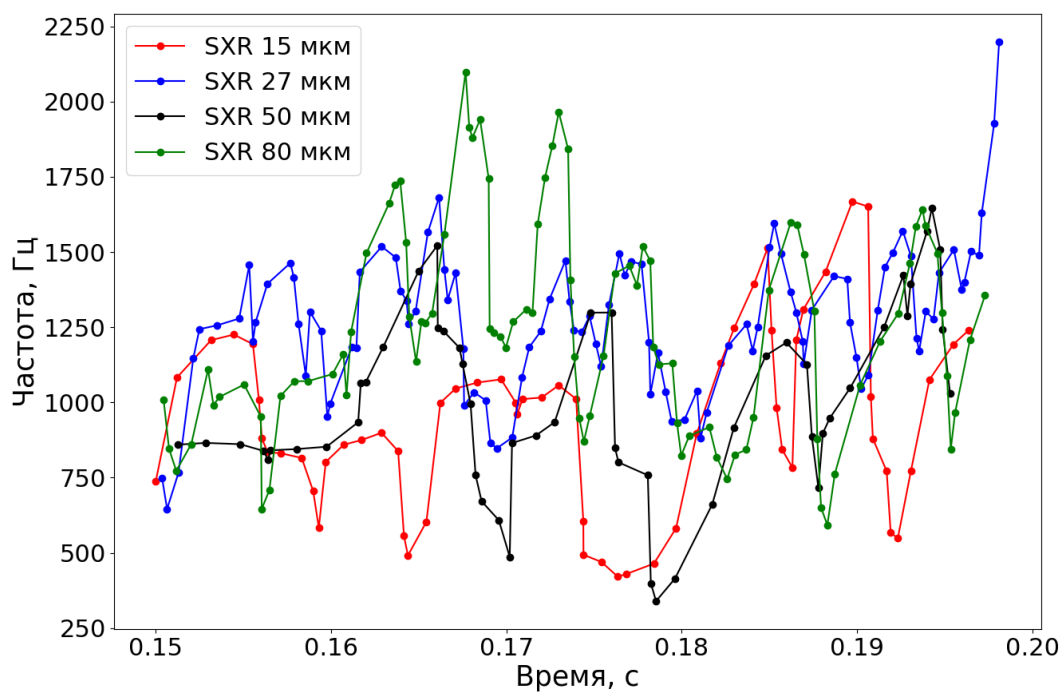


Рис. 14: График функции частоты от времени для участков пилообразных колебаний для всех датчиков в эксперименте 38989

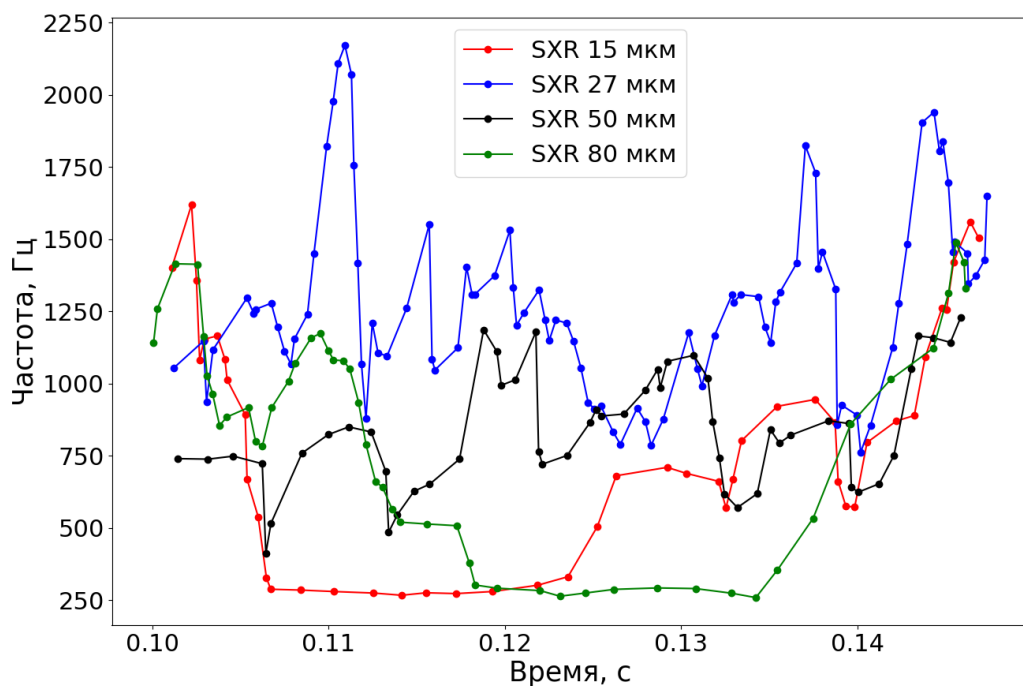


Рис. 15: График функции частоты от времени для участков пилообразных колебаний для всех датчиков в эксперименте 38890

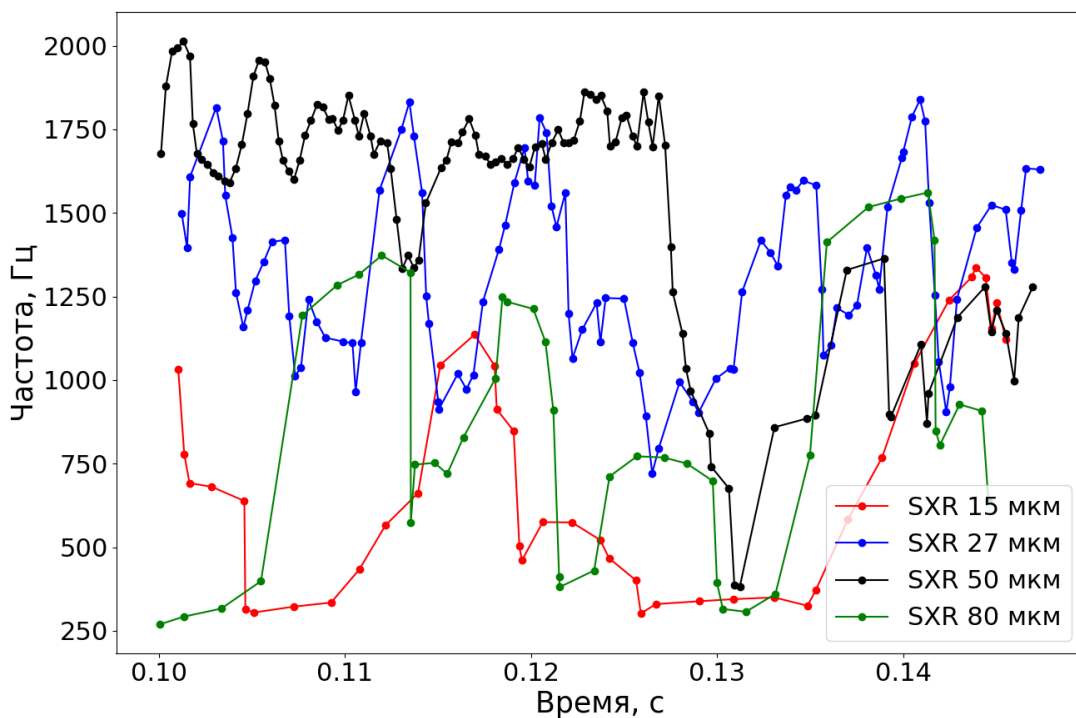


Рис. 16: График функции частоты от времени для участков пилообразных колебаний для всех датчиков в эксперименте 38991

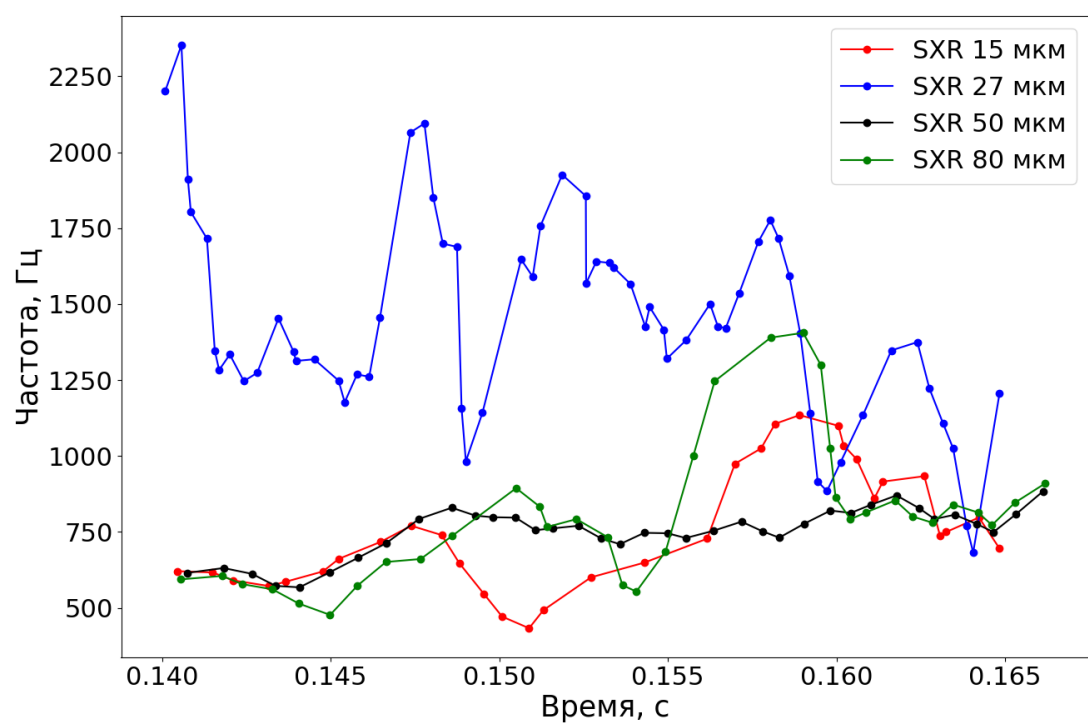


Рис. 17: График функции частоты от времени для участков пилообразных колебаний для всех датчиков в эксперименте 38992

4.3 Гистограммы распределения частот

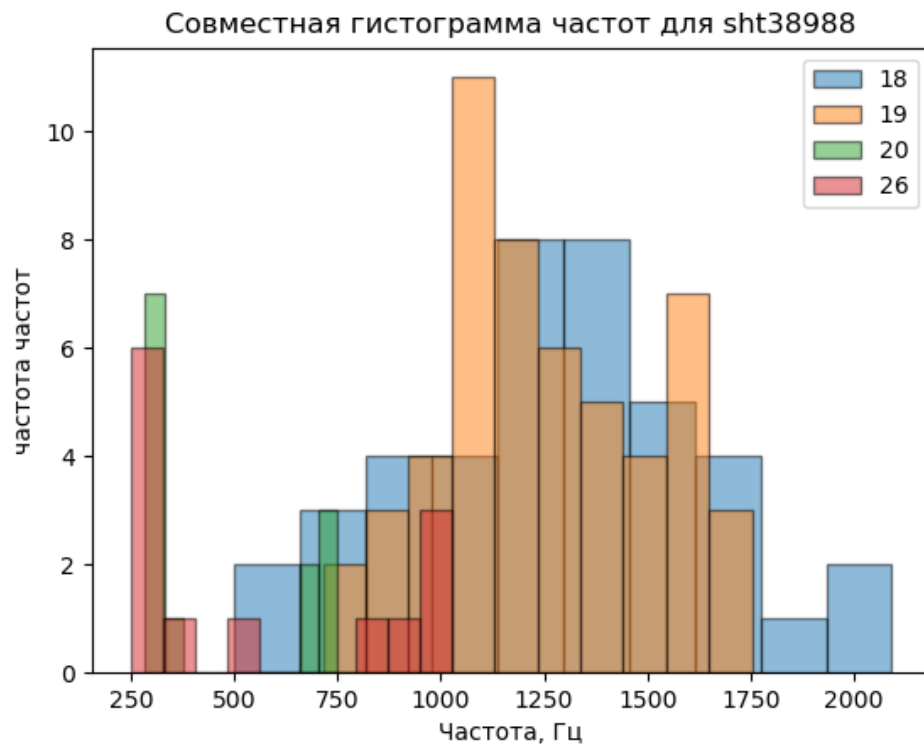


Рис. 18: Совместная гистограмма частот для эксперимента 38988.

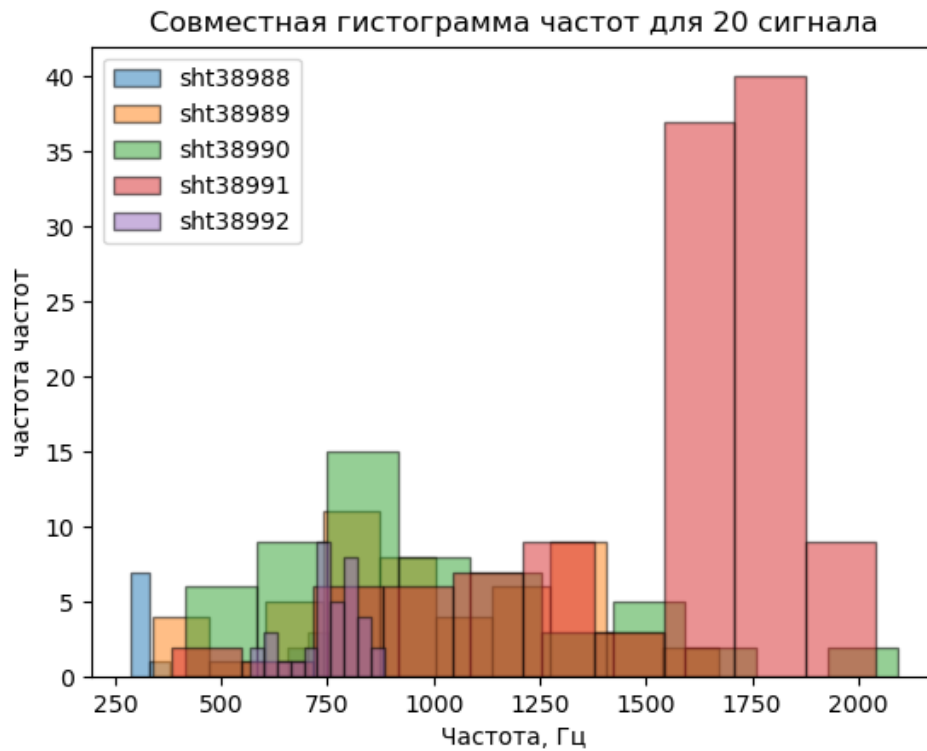


Рис. 19: Совместная гистограмма частот для 20 сигнала.

5. Выводы

Представлены алгоритмы, решающие поставленные задачи. Исходный код примеров реализаций алгоритмов, позволяющий воспроизвести результаты, приведенные в данном отчете, доступен в репозитории [6].

Полученные графики свидетельствуют о том, что алгоритм для детектирования пилообразных колебаний продемонстрировал удовлетворительную точность. Также стоит отметить, что в литературе были обнаружены упоминания алгоритмов, основанных на похожих принципах, а также свидетельства их успешного применения на практике.

Алгоритм для выделения частот пилообразных колебаний также дает удовлетворительный результат по крайней мере на предоставленных данных.

Стоит отметить, что характер пилообразных колебаний не всегда одинаков для каждого из датчиков в одном эксперименте (например, в экспериментах 38988 и 38990), и также характер колебаний очень отличается от эксперимента к эксперименту.

Список литературы

[1] Tokamak sawtooth

https://en.wikipedia.org/wiki/Tokamak_sawtooth

[2] PyGlobus

https://github.com/YudzhinNSK/MathStat/tree/master/Course_progect/pyglobus/python

[3] Библиотека NumPy

<https://numpy.org>

[4] S. Usui, I. Amidror. Digital Low-Pass Dierentiation for Biological Signal Processing. IEEE Transactions on Biomedical Engineering, vol. BME-29, issue 10, 1982, pp. 686-693

[5] Felici, F. and Le, H.B. and Paley, J.I. and Duval, B. and Coda, S. and Moret, J.-M and Bortolon, Alessandro and Federspiel, Lucia and Goodman, T. and Hommen, Gillis and Karpushov, Alexander and Piras, F. and Pitzschke, Andreas and Romero, Jesus and Sevillano, M. and Sauter, O. and Vijvers, Wouter. Development of real-time plasma analysis and control algorithms for the TCV tokamak using SIMULINK. Fusion Engineering and Design, vol. 89, issue 3, 2014, pp. 165-176

[6]

https://github.com/YudzhinNSK/MathStat/tree/master/Course_progect