

Санкт-Петербургский политехнический университет  
Петра Великого  
Институт прикладной математики и механики  
Высшая школа прикладной математики и вычислительной  
физики

**Отчёт по лабораторной работе №2  
по дисциплине «Вычислительные комплексы»**

Выполнил студент:  
Густомясов Евгений  
группа:  
3630102/70201

Проверил:  
к.ф.-м.н., доцент  
Баженов Александр  
Николаевич

Санкт-Петербург, 2020г.

# Содержание

<b>1. Постановка задачи</b>	<b>3</b>
<b>2. Теория</b>	<b>3</b>
2.1. Алгоритм GlobOpt . . . . .	3
2.2. Rastrigin function . . . . .	4
2.3. Eggholder function . . . . .	4
<b>3. Реализация</b>	<b>5</b>
<b>4. Результаты</b>	<b>5</b>
<b>5. Приложение</b>	<b>10</b>

## Список иллюстраций

1	Eggholder function . . . . .	4
2	Сужение бруса для функции Rastrigin . . . . .	5
3	Зависимость абсолютной погрешности от числа итераций Eggholder . . . . .	7
4	Зависимость абсолютной погрешности от числа итераций Eggholder логарифмический масштаб . . . . .	8
5	Траектория центров масс . . . . .	9
6	Линии уровней функции Eggholder . . . . .	10

# 1. Постановка задачи

Для демонстрации интервальной глобальной минимизации использовать функцию:

$$function[Z, WorkList] = globopt0(X). \quad (1)$$

Она возвращает значение глобального экстремума  $Z$  и рабочий список  $WorkList$ . Работа алгоритма построена на последовательном сужении множества, на котором строится оптимум.

- 1) Рассмотреть пример из лекционного материала. Построить рабочий список, построить график сужения интервала.
- 2) Взять пример(не совпадающий с примерами из лекционного материала) и изучить сходимость.

# 2. Теория

## 2.1. Алгоритм GlobOpt

Алгоритм для глобальной минимизации функции GlobOpt работает с рабочим списком  $\mathcal{L}$ , в котором будут храниться все брусы, получающиеся в результате дробления исходного бруса области определения на более мелкие подбрусы.

Одновременно с самими подбрусами будем хранить в рабочем списке и нижние оценки областей значений целевой функции по этим подбрусам, так что элементами списка  $\mathcal{L}$  будут записи-пары вида:

$$\mathcal{L} : (Y, y), \text{ где } Y \subseteq X, y = f(Y). \quad (2)$$

Далее каждый шаг алгоритма состоит в извлечении из этого списка бруса, который обеспечивает рекордную (т. е. наименьшую) на данный момент оценку минимума снизу, его дроблении на более мелкие подбрусы, оценивании на них целевой функции, занесении результатов обратно в рабочий список.

## 2.2. Rastrigin function

Имеет вид:

$$f_R = x^2 + y^2 - \cos 18 \cdot x - \cos 18 \cdot y \quad (3)$$

Минимум функции достигается при значении аргумента  $X = (0, 0)$  и равен 2.

## 2.3. Eggholder function

Имеет вид:

$$f_C = -(y + 47) * \sin(\sqrt{|\frac{x}{2} + (y + 47)|}) - x * \sin(\sqrt{|x - (y + 47)|}) \quad (4)$$

Минимум функции достигается при значениях аргумента  $X = (512, 404, 2319)$  и равен -959.6407.

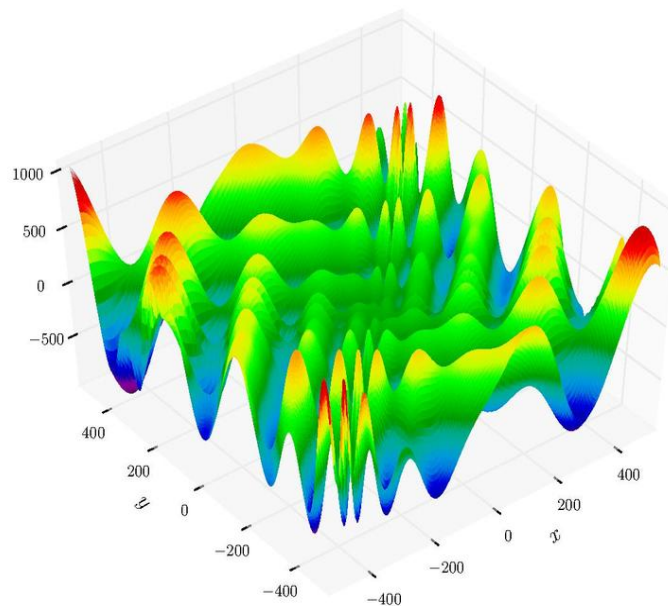


Рис. 1. Eggholder function

### 3. Реализация

Лабораторная работа выполнена с помощью библиотеки IntLab для интервальной арифметики и оптимизатора globopt0 в Matlab'e. Ссылка на код лабораторной работы Git представлена в приложении.

### 4. Результаты

- 1) Задаем брус, на котором ищем решение, как:  
 $X = [-5, 5] \times [-5, 5]$ .

Приведем сам график, где представлены последовательно уменьшающиеся брусы, на которых ищется интервальное расширение функции:

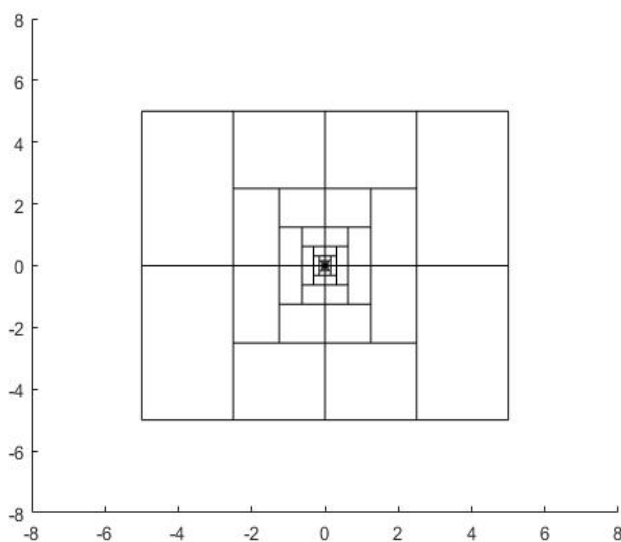


Рис. 2. Сужение бруса для функции Rastrigin

Глобальный минимум  $Z = -2$  достигается в  $X = (0,0)$ .

2) Рассмотрим тот же оптимизатор для функции (4). Минимум равен -959.6407.

Рассмотрим зависимость значения целевой функции от числа итераций.

Число итераций	$\min(f(x, y))$
100	-958.9023
200	-959.4135
1000	-959.7001

Таблица 1. Зависимость вычисленного минимума функции Eggholder от числа итераций

Как видно из (1), с увеличением числа итераций значение целевой функции приближается к реальному и для 1000 итераций globopt находит достаточно точное значение.

Рассмотрим теперь для 1000 итераций зависимость абсолютной погрешности  $|x_* - x_n|$  найденного значения на данной итерации  $x_n$  и значения минимума  $x_*$  от числа итераций.

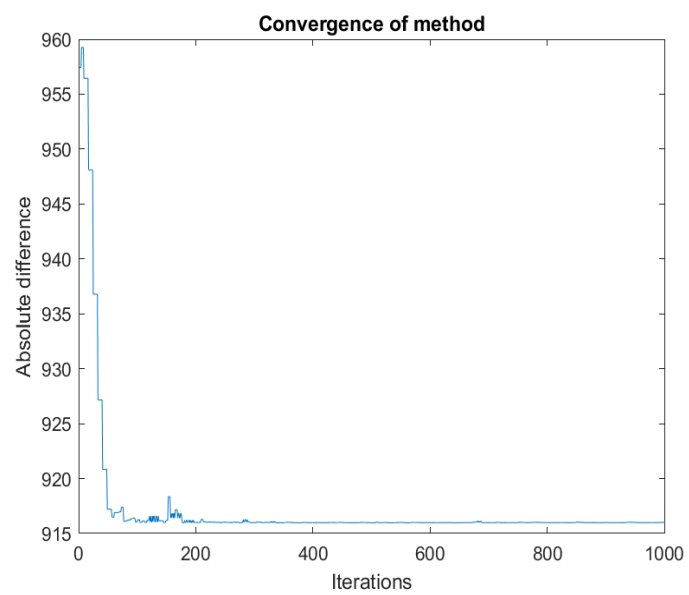


Рис. 3. Зависимость абсолютной погрешности от числа итераций Eggholder



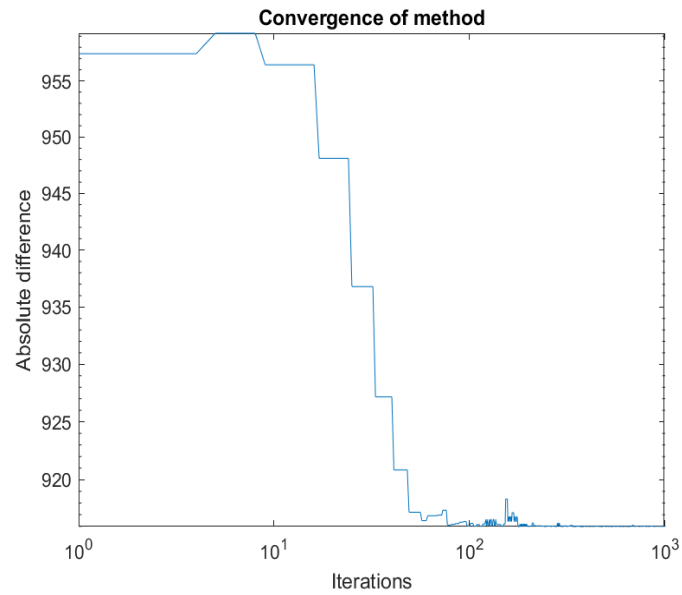


Рис. 4. Зависимость абсолютной погрешности от числа итераций Eggholder логарифмический масштаб

Можно заметить, что метод обладает достаточно слабой сходимостью, т.к. нужно сделать порядка 200 итераций, чтобы добиться приблизительного результата.

Также стоит заметить, что в интервале от 100 до 500 итераций погрешность в какой-то момент возрастает.

Рассмотрим траекторию центров брусов в диапазоне итераций от 100 до 1000:

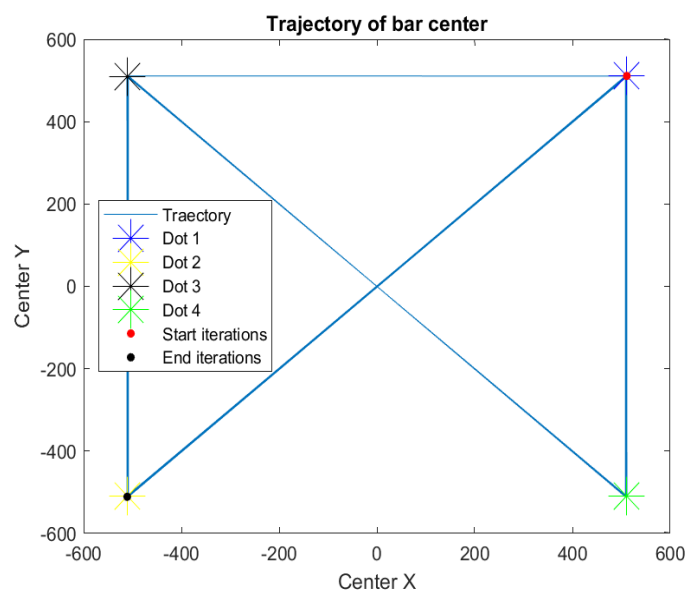


Рис. 5. Траектория центров масс

На графике видно как происходит движение центров масс: от точки 1 к точке 2, 3 и 4.

Однако в момент небольшого скачка в сторону увеличения погрешности (рис. 4) относительно количества итераций (293 итерация), движение центра масс меняется, после чего центр движется от точки 1 к точке 3 и затем к точке 4, затем движение продолжается в изначальной последовательности 1-2-3-4.

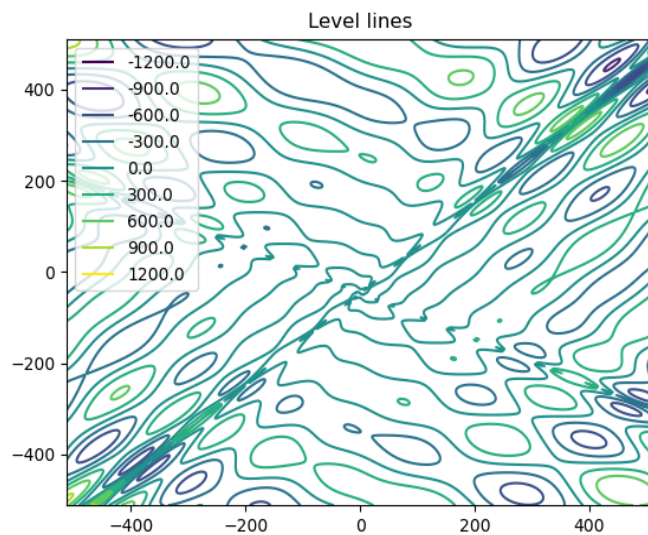


Рис. 6. Линии уровней функции Eggholder

## 5. Приложение

Ссылка на код: [https://github.com/YudzhinNSK/VK\\_labs/tree/main/lab2](https://github.com/YudzhinNSK/VK_labs/tree/main/lab2)