

Санкт-Петербургский политехнический университет
Петра Великого
Институт прикладной математики и механики
Высшая школа прикладной математики и вычислительной
физики

**Отчёт по лабораторной работе №3
по дисциплине «Вычислительные комплексы»**

Выполнил студент:
Густомясов Евгений
группа:
3630102/70201

Проверил:
к.ф.-м.н., доцент
Баженов Александр
Николаевич

Санкт-Петербург, 2020г.

Содержание

1. Постановка задачи	3
2. Теория	3
2.1. Алгоритм GlobOpt	3
3. Реализация	3
4. Переопределенная ИСЛАУ	4
5. Недоопределенная ИСЛАУ	4
6. Результаты	5
6.1. Минимальное число обусловленности матрицы ИСЛАУ: . .	5
6.2. Недоопределенная ИСЛАУ	7
7. Приложение	9

Список иллюстраций

1	Допусковое множество решения переопределенной ИСЛАУ	6
2	Допусковое множество решения переопределенной ИСЛАУ	7
3	Допусковое множество решений недоопределенной ИСЛАУ	8
4	С брусом оценки	9

1. Постановка задачи

Требуется решить недоопределённую интервальную систему линейных алгебраических уравнений (ИСЛАУ) с матрицей 2×3 и переопределённую ИСЛАУ с матрицей 3×2 . Используемые матрицы должны совпадать с точностью до транспонирования.

2. Теория

2.1. Алгоритм GlobOpt

Для исследования разрешимости интервальной ИСЛАУ используем распознающий функционал $Tol(x)$

$$Tol(x) = \min_{1 \leq i \leq n} (radb_i - |midb_i - \sum_{j=1}^m a_{ij}x_j|) \quad (1)$$

Допусковое множество решений ИСЛАУ при этом задаётся условием $Tol(x) \geq 0$. Таким образом для нахождения допускового множества и проверки разрешимости системы удобно найти точку x , максимизирующую распознающий функционал, и рассмотреть её окрестность.

Оценка меры вариабельности ive вычисляется по формуле

$$ive(\mathbf{A}; \mathbf{B}) = \sqrt{n}(\min A \in \mathbf{A} \text{cond} A) ||argmax Tol|| \frac{\max Tol}{||b||} \quad (2)$$

Брус оценки \tilde{x} :

$$\tilde{x} = [argmax Tol - ive, argmax Tol + ive] \quad (3)$$

3. Реализация

Лабораторная работа выполнена с помощью библиотеки IntLab для интервальной арифметики в Matlab'e. Для визуализации множества интервальных и точечных систем линейных отношений использовались программы И.А. Шарой IntLinIncR2 и IntLinIncR3. Для нахождения экстремума распознающего функционала использована программа tolsolvty.

Ссылка на код лабораторной работы представлена в приложении.

4. Переопределенная ИСЛАУ

В качестве исходной матрицы СЛАУ выберем точечную матрицу A и вектор x :

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 9 & 10 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}; x = \begin{pmatrix} 0.4 \\ 0.1 \end{pmatrix} \quad (4)$$

Таким образом, правая часть СЛАУ определена значениями A и x :

$$b = Ax = \begin{pmatrix} 2.6 \\ 4.6 \\ 1.1 \end{pmatrix} \quad (5)$$

Далее, положим величины радиусов элементов $\text{rad } A$ и $\text{rad } b$ равными

$$\text{rad} A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}; \text{rad} b = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \quad (6)$$

Таким образом получили переопределенную ИСЛАУ 3×2

$$A = \begin{pmatrix} [3, 7] & [4, 8] \\ [6, 12] & [7, 13] \\ [0, 4] & [1, 5] \end{pmatrix} b = \begin{pmatrix} [0.6, 4.6] \\ [2.6, 6.6] \\ [-0.9, 3.1] \end{pmatrix} \quad (7)$$

5. Недоопределенная ИСЛАУ

В качестве исходной матрицы СЛАУ транспонируем матрицу A и дополним вектор x еще одной компонентой:

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 9 & 2 \\ 6 & 10 & 3 \end{pmatrix}; x = \begin{pmatrix} 0.4 \\ 0.1 \\ 0.2 \end{pmatrix}$$

(8)

Таким образом, правая часть СЛАУ определена значениями A и x :

$$b = Ax = \begin{pmatrix} 3.3 \\ 4.0 \end{pmatrix} \quad (9)$$

Далее, положим величины радиусов элементов $\text{rad } A$ и $\text{rad } b$ равными

$$\text{rad}A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 2 \end{pmatrix}; \text{rad}b = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} \quad (10)$$

Таким образом получили недоопределенную ИСЛАУ 3×2

$$A = \begin{pmatrix} [3, 7] & [6, 12] & [0, 4] \\ [4, 8] & [7, 13] & [1, 5] \end{pmatrix} b = \begin{pmatrix} [1.3, 5.3] \\ [2.0, 6.0] \end{pmatrix} \quad (11)$$

6. Результаты

6.1. Минимальное число обусловленности матрицы ИСЛАУ:

$$\min_{a \in A} \text{cond}A = 15.039 \quad (12)$$

С помощью программы `tolsovlty` были найдены максимум функционала распознающего функционала и значение аргумента, где этот максимум достигался argmaxTol :

$$\begin{aligned} \max Tol &= 0.61999846 \\ \text{argmaxTol} &= \begin{pmatrix} 2.1493e \exp^{-09} \\ 4.59999960 \exp^{-01} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Найдем оценку меры вариабельности ive :

$$\text{ive}(A; b) = 1.1238 \quad (13)$$

Брус оценки \tilde{x} :

$$\tilde{x} = \begin{pmatrix} [2.1493e \exp^{-09} - 1.1238, 2.1493e \exp^{-09} + 1.1238] \\ [4.59999960 \exp -01 - 1.1238, 4.59999960 \exp -01 + 1.1238] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [-1.1238, 1.1238] \\ [-0.66383, 1.5838] \end{pmatrix} \quad (14)$$

Допусковое множество решений для этой задачи:

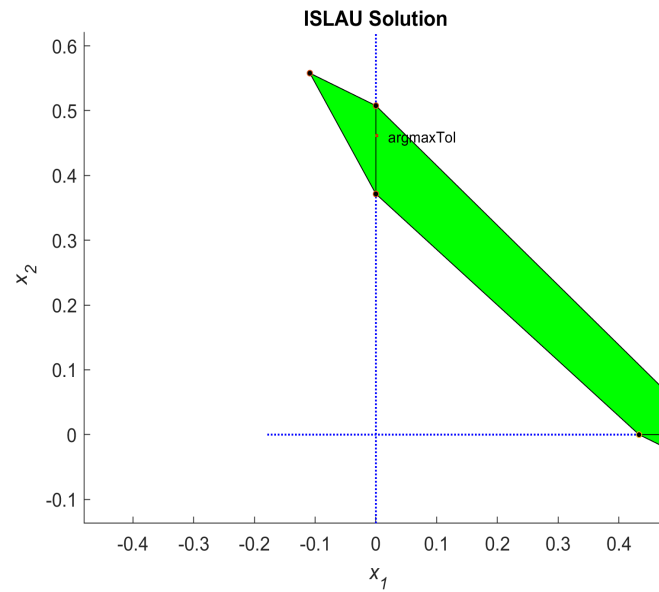


Рис. 1. Допусковое множество решения переопределенной ИСЛАУ

Теперь рассмотрим брус оценки вместе с графиком допустового множества решений:

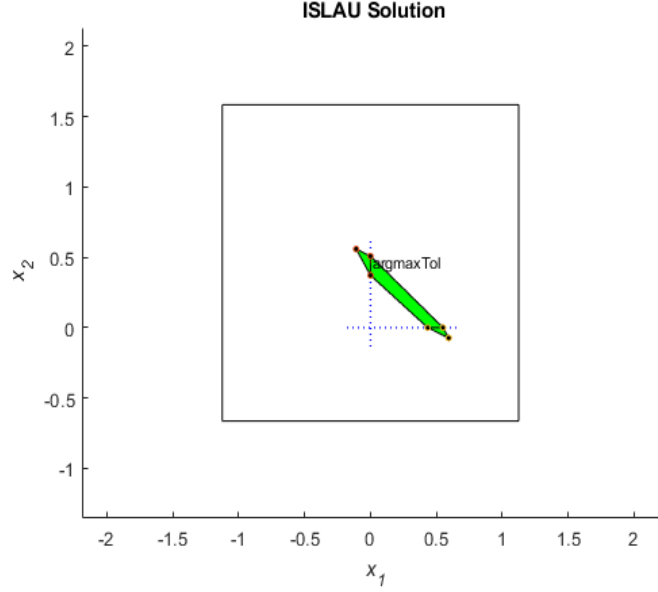


Рис. 2. Допусковое множество решения переопределенной ИСЛАУ

6.2. Недоопределенная ИСЛАУ

Минимальное число обусловленности матрицы ИСЛАУ:

$$\min_{a \in \mathbf{A}} \text{cond} A = 15.039 \quad (15)$$

С помощью программы `tolsovlty` были найдены максимум функционала распознающего функционала и значение аргумента, где этот максимум достигался argmaxTol :

$$\begin{aligned} \text{maxTol} &= 0.68947 \\ \text{argmaxTol} &= \begin{pmatrix} 1.739e \exp^{-06} \\ 0.38421 \\ 2.2512 \exp^{-07} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Найдем оценку меры вариабельности ive :

$$\text{ive}(A; B) = 1.3306 \quad (16)$$

Брус оценки \tilde{x} :

$$\tilde{x} = \begin{pmatrix} [1.739e \exp^{-06} - 1.3306, 1.739e \exp^{-06} + 1.33067] \\ [0.38421 - 1.3306, 0.38421 + 1.33067] \\ [2.2512 \exp^{-07} - 1.3306, 2.2512 \exp^{-07} + 1.33067] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [-1.3306, 1.3306] \\ [-0.94643, 1.7148] \\ [-1.3306, 1.3306] \end{pmatrix} \quad (17)$$

Допусковое множество решений для этой задачи:

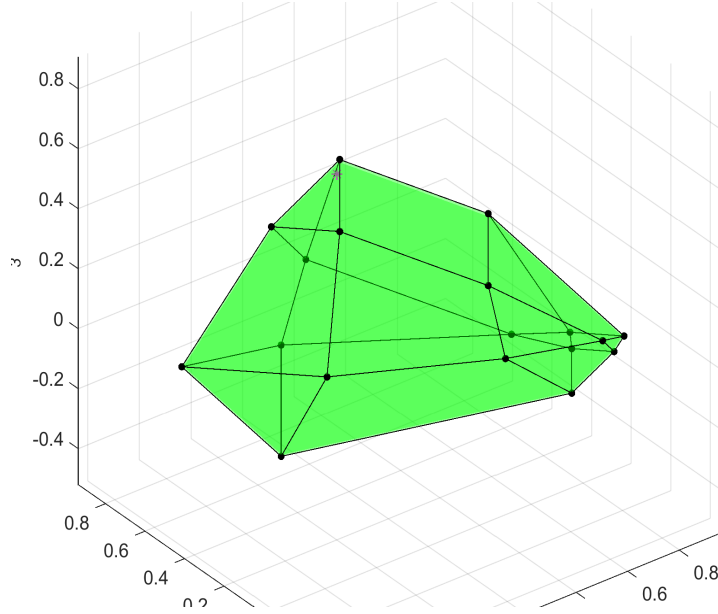


Рис. 3. Допусковое множество решений недоопределенной ИСЛАУ

Мы видим, что полученное нами решение лежит внутри допускового множества.

Теперь рассмотрим брус оценки вместе с графиком допускового множества решений:

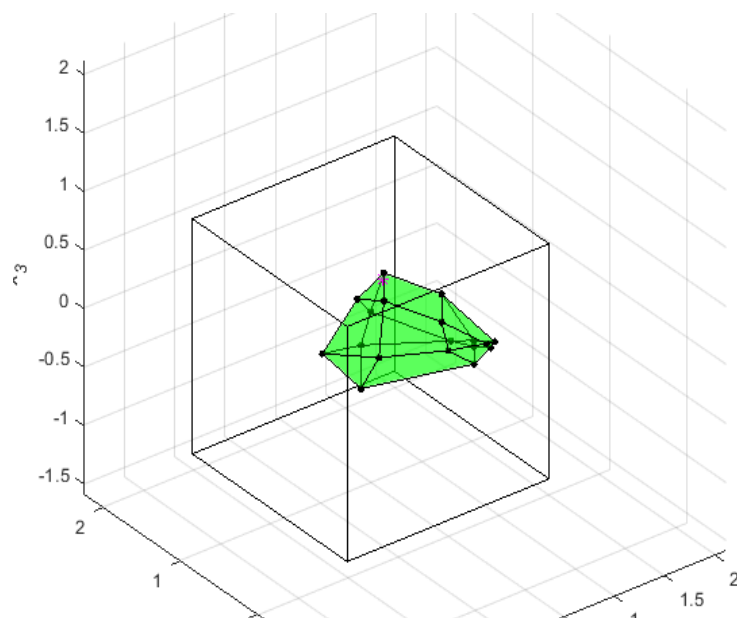


Рис. 4. С брусом оценки

Видим, что брус оценки покрывает всё допустимое множество решений.

7. Приложение

Ссылка на код: https://github.com/YudzhinNSK/VK_labs/tree/main/lab3