

DIN ISO 17123-3

ICS 17.180.30

Einsprüche bis 2017-11-22

Entwurf

**Optik und optische Instrumente –
Feldprüfverfahren geodätischer Instrumente –
Teil 3: Theodolite (ISO 17123-3:2001);
Text Deutsch und Englisch**

Optics and optical instruments –
Field procedures for testing geodetic and surveying instruments –
Part 3: Theodolites (ISO 17123-3:2001);
Text in German and English

Optique et instruments d'optique –
Méthodes d'essai sur site des instruments géodésiques et d'observation –
Partie 3: Théodolites (ISO 17123-3:2001);
Texte en allemand et anglais

Anwendungswarnvermerk

Dieser Norm-Entwurf mit Erscheinungsdatum 2017-09-22 wird der Öffentlichkeit zur Prüfung und Stellungnahme vorgelegt.

Weil die beabsichtigte Norm von der vorliegenden Fassung abweichen kann, ist die Anwendung dieses Entwurfs besonders zu vereinbaren.

Stellungnahmen werden erbeten

- vorzugsweise online im Norm-Entwurfs-Portal von DIN unter www.din.de/go/entwuerfe bzw. für Norm-Entwürfe der DKE auch im Norm-Entwurfs-Portal der DKE unter www.entwuerfe.normenbibliothek.de, sofern dort wiedergegeben;
- oder als Datei per E-Mail an nabau@din.de möglichst in Form einer Tabelle. Die Vorlage dieser Tabelle kann im Internet unter www.din.de/go/stellungnahmen-norm-entwuerfe oder für Stellungnahmen zu Norm-Entwürfen der DKE unter www.dke.de/stellungnahme abgerufen werden;
- oder in Papierform an den DIN-Normenausschuss Bauwesen (NABau), 10772 Berlin, Burggrafenstr. 6, 10787 Berlin.

Die Empfänger dieses Norm-Entwurfs werden gebeten, mit ihren Kommentaren jegliche relevanten Patentrechte, die sie kennen, mitzuteilen und unterstützende Dokumentationen zur Verfügung zu stellen.

Gesamtumfang 51 Seiten

DIN-Normenausschuss Bauwesen (NABau)



Inhalt

	Seite
Nationales Vorwort.....	3
Nationaler Anhang NA (informativ) Literaturhinweise	3
Vorwort	4
1 Anwendungsbereich.....	5
2 Normative Verweisungen	5
3 Begriffe	6
4 Allgemeines	6
4.1 Anforderungen	6
4.2 Verfahren 1: Vereinfachtes Prüfverfahren	6
4.3 Verfahren 2: Vollständiges Prüfverfahren	7
5 Messung von Horizontalrichtungen	7
5.1 Konfiguration des Prüffelds.....	7
5.2 Messungen.....	8
5.3 Berechnung.....	8
5.3.1 Vereinfachtes Prüfverfahren.....	8
5.3.2 Vollständiges Prüfverfahren	9
5.4 Statistische Tests	11
5.4.1 Allgemeines	11
5.4.2 Frage a).....	11
5.4.3 Frage b)	12
6 Messung von Vertikalwinkeln	12
6.1 Konfiguration des Prüffelds.....	12
6.2 Messungen.....	13
6.3 Berechnung.....	13
6.4 Statistische Tests	15
6.4.1 Allgemeines	15
6.4.2 Frage a).....	15
6.4.3 Frage b)	16
6.4.4 Frage c).....	16
Anhang A (informativ) Beispiel für das vereinfachte Prüfverfahren (Horizontalrichtungen).....	17
A.1 Messungen.....	17
A.2 Berechnung.....	18
Anhang B (informativ) Beispiel für das vollständige Prüfverfahren (Horizontalrichtungen)	20
B.1 Messungen.....	20
B.2 Berechnung.....	21
B.3 Statistische Tests	23
B.3.1 Statistischer Test entsprechend Frage a)	23
B.3.2 Statistischer Test entsprechend Frage b)	23
Anhang C (informativ) Beispiel für beide Prüfverfahren (Vertikalwinkel).....	24
C.1 Messungen.....	24
C.2 Berechnung.....	25
C.3 Statistische Tests	26
C.3.1 Statistischer Test entsprechend Frage a)	26
C.3.2 Statistischer Test entsprechend Frage b)	27
C.3.3 Statistischer Test entsprechend Frage c)	27

Nationales Vorwort

Die Internationale Norm ISO 17123-3:2001 wurde vom ISO/TC 172 „Optics and photonics“, Unterkomitee SC 6, „Geodetic and surveying instruments“ erarbeitet und ist unverändert in diese Deutsche Norm übernommen worden.

Das zuständige deutsche Normungsgremium ist der Arbeitsausschuss NA 005-03-04 AA „Geodätische Instrumente und Geräte (SpA zu ISO/TC 172/SC 6)“ im DIN-Normenausschuss Bauwesen (NABau).

Um Zweifelsfälle in der Übersetzung auszuschließen, ist die englische Originalfassung beigelegt. Die Nutzungsbedingungen für den deutschen Text des Norm-Entwurfes gelten gleichermaßen auch für den englischen Text.

Für die in diesem Dokument zitierten internationalen Dokumente wird im Folgenden auf die entsprechenden deutschen Dokumente hingewiesen:

ISO 3534-1	siehe DIN ISO 3534-1
ISO 17123-1	siehe DIN ISO 17123-1

Nationaler Anhang NA (informativ)

Literaturhinweise

DIN ISO 3534-1, *Statistik — Begriffe und Formelzeichen — Teil 1: Wahrscheinlichkeit und allgemeine statistische Begriffe*

DIN ISO 17123-1, *Optik und optische Instrumente — Feldprüfverfahren geodätischer Instrumente — Teil 1: Theorie*

Vorwort

ISO (die Internationale Organisation für Normung) ist eine weltweite Vereinigung nationaler Normungsorganisationen (ISO-Mitgliedsorganisationen). Die Erstellung von Internationalen Normen wird üblicherweise von ISO Technischen Komitees durchgeführt. Jede Mitgliedsorganisation, die Interesse an einem Thema hat, für welches ein Technisches Komitee gegründet wurde, hat das Recht, in diesem Komitee vertreten zu sein. Internationale staatliche und nichtstaatliche Organisationen, die in engem Kontakt mit ISO stehen, nehmen ebenfalls an der Arbeit teil. ISO arbeitet bei allen elektrotechnischen Themen eng mit der Internationalen Elektrotechnischen Kommission (IEC) zusammen.

Internationale Normen werden in Übereinstimmung mit den Gestaltungsregeln der ISO/IEC-Direktiven, Teil 3 erarbeitet.

Die von den Technischen Komitees angenommenen Norm-Entwürfe werden den Mitgliedsorganisationen zur Umfrage zur Verfügung gestellt. Für eine Veröffentlichung als Internationale Norm wird eine Zustimmung von mindestens 75 % der abstimmenden Mitgliedsländer benötigt.

Es wird auf die Möglichkeit hingewiesen, dass einige Elemente dieses Teils von ISO 17123 Patentrechte berühren können. ISO ist nicht dafür verantwortlich, einige oder alle diesbezüglichen Patentrechte zu identifizieren.

Die Internationale Norm ISO 17123-3 wurde vom Technischen Komitee ISO/TC 172, *Optics and optical instruments*, Unterkomitee SC 6, *Geodetic and surveying instruments* erarbeitet.

Diese erste Ausgabe der ISO 17123-3 ersetzt die Ausgaben ISO 8322-4:1991 und ISO 12857-2:1997, die technisch überarbeitet wurde.

ISO 17123 besteht unter dem allgemeinen Titel *Optics and optical instruments — Field procedures for testing geodetic and surveying instruments* aus folgenden Teilen:

- *Part 1: Theory*
- *Part 2: Levels*
- *Part 3: Theodolites*
- *Part 4: Electro optical distance meters (EDM instruments)*
- *Part 5: Electronic tacheometers*
- *Part 6: Rotating lasers*
- *Part 7: Optical plumbing instruments*

Anhang A, Anhang B und Anhang C dieses Teils von ISO 17123 dienen lediglich der Information.

1 Anwendungsbereich

Dieser Teil von ISO 17123 legt Feldverfahren fest, die bei der Bestimmung und Beurteilung der Präzision (Wiederholpräzision) von Theodoliten und deren Zusatzausrüstungen in der Bau und Landvermessung anzuwenden sind. In erster Linie sind diese Prüfungen als Feldverifikation der Eignung eines bestimmten Instruments für die unmittelbar durchzuführende Aufgabe vorgesehen und dazu, die Anforderungen anderer Normen zu erfüllen. Sie sind nicht als Annahmeprüfungen oder Prüfungen zur Leistungsbeurteilung vorgesehen, die umfassender sind.

Dieser Teil von ISO 17123 kann als einer der ersten Schritte im Prozess der Beurteilung der Messunsicherheit einer Messung (genauer, einer Messgröße) angesehen werden. Die Unsicherheit eines Messergebnisses hängt von einer Anzahl von Faktoren ab. Diese umfassen unter anderem: Wiederholpräzision, Vergleichpräzision (Wiederholbarkeit an unterschiedlichen Tagen), Rückverfolgbarkeit (ununterbrochene Kette der Rückführung auf nationale Standards) und eine gründliche Bewertung aller möglichen Fehlerquellen entsprechend dem ISO Leitfaden zur Angabe der Unsicherheit beim Messen (GUM).

Diese Feldverfahren wurden speziell für die Anwendung vor Ort entwickelt, besondere Zusatzausrüstungen sind nicht notwendig; die Verfahren sind gezielt so ausgelegt, dass Einflüsse aus der Umgebung auf ein Mindestmaß beschränkt werden.

2 Normative Verweisungen

Die folgenden normativen Dokumente enthalten Festlegungen, die, durch Verweisung in diesem Text, Bestandteil dieses Teils von ISO 17123 sind. Für datierte Verweise gelten nachträgliche Änderungen oder Revisionen einer dieser Publikationen nicht. Die Parteien der Vereinbarungen, die auf diesem Teil von ISO 17123 basieren, werden jedoch ermutigt, die Möglichkeit zu prüfen, die aktuellsten Ausgaben der nachstehend aufgeführten normativen Dokumente anzuwenden. Bei undatierten Verweisungen gilt die letzte Ausgabe des in Bezug genommenen normativen Dokuments. Die Mitglieder von IEC und ISO führen Verzeichnisse der gegenwärtig gültigen Internationalen Normen.

ISO 3534-1, *Statistics — Vocabulary and symbols — Part 1: General statistical terms and terms used in probability*

ISO 4463-1, *Measurement methods for building — Setting out and measurement — Part 1: Planning and organization, measuring procedures, acceptance criteria*

ISO 7077, *Measuring methods for building — General principles and procedures for the verification of dimensional compliance*

ISO 7078, *Building construction — Procedures for setting out, measurement and surveying — Vocabulary and guidance notes*

ISO 9849, *Optics and optical instruments — Geodetic and surveying instruments — Vocabulary*

ISO 17123-1, *Optics and optical instruments — Field procedures for testing geodetic and surveying instruments — Part 1: Theory*

GUM, *Guide to the expression of uncertainty in measurement*

VIM, *International vocabulary of basic and general terms in metrology*

3 Begriffe

Für die Anwendung dieses Teils von ISO 17123 gelten die Begriffe nach ISO 3534-1, ISO 4463-1, ISO 7077, ISO 7078, ISO 9849, ISO 17123-1, GUM und VIM.

4 Allgemeines

4.1 Anforderungen

Vor Beginn der Vermessung ist es wichtig, dass der Bediener überprüft, ob die Präzision der Messausrüstung während des Gebrauchs für die vorgesehene Messaufgabe geeignet ist.

Der Theodolit und seine Zusatzausrüstungen müssen sich in einem bekannten und annehmbaren dauerjustierten Zustand befinden, wobei zur Dauerjustage die im Handbuch des Herstellers festgelegten Verfahren angewendet werden, und mit vom Hersteller empfohlenen Stativen verwendet werden.

Die Ergebnisse dieser Prüfungen werden durch die meteorologischen Bedingungen beeinflusst, vor allem durch das Temperaturgefälle. Bei bedecktem Himmel und niedrigen Windgeschwindigkeiten ist die Wetterlage am günstigsten. Die jeweils zu berücksichtigenden Bedingungen können abhängig vom Ort der auszuführenden Aufgaben variieren. Beachtet werden sollten außerdem die tatsächliche Wetterlage zum Zeitpunkt der Messung und die Beschaffenheit der Oberfläche, über der die Messungen erfolgen. Die für die Prüfungen gewählten Bedingungen sollten den bei der tatsächlichen Ausführung der vorgesehenen Messaufgabe erwarteten Bedingungen entsprechen (siehe ISO 7077 und ISO 7078).

In Laboratorien durchgeführte Prüfungen würden Ergebnisse liefern, die nahezu unbeeinflusst von atmosphärischen Bedingungen sind; die Kosten für derartige Prüfungen sind jedoch sehr hoch, daher stellen diese Prüfungen für die meisten Anwender keine praktikable Lösung dar. Darüber hinaus werden mit Laborprüfungen Präzisionen erzielt, die bedeutend höher sind als die unter Feldbedingungen erreichbaren Präzisionen.

Das Präzisionsmaß von Theodoliten wird als die empirische Standardabweichung (Wurzel aus dem mittleren quadratischen Fehler) einer einmal in beiden Fernrohrlagen beobachteten Horizontalrichtung (HZ) oder eines einmal in beiden Fernrohrlagen beobachteten Vertikalwinkels (V) angegeben.

In diesem Teil von ISO 17123 sind in Abschnitt 5 und Abschnitt 6 zwei unterschiedliche Feldverfahren für die Messung von Horizontalrichtungen wie auch Vertikalwinkeln angegeben. Der Durchführende muss das Verfahren wählen, das für die besonderen Anforderungen des Projekts am besten geeignet ist.

4.2 Verfahren 1: Vereinfachtes Prüfverfahren

Das vereinfachte Prüfverfahren bietet einen Schätzwert dafür, ob die Präzision eines Theodolits innerhalb der festgelegten zulässigen Abweichung nach ISO 4463-1 liegt.

Dieses Prüfverfahren ist normalerweise vorgesehen, um zu überprüfen, ob das Präzisionsmaß der Messausrüstung bei Gebrauch im Zusammenspiel mit dem Bediener geeignet ist, um die Messung mit dem festgelegten erforderlichen Präzisionsmaß durchzuführen.

Dieses vereinfachte Prüfverfahren beruht auf einer begrenzten Anzahl von Messungen; daher kann die berechnete empirische Standardabweichung nur ein Anhaltswert für das Präzisionsmaß sein, das bei üblichem Gebrauch erreichbar ist. Ist eine genauere Bewertung des Messinstruments und seiner Zusatzausrüstungen unter Feldbedingungen erforderlich, wird die Anwendung des strengeren vollständigen Prüfverfahrens empfohlen. Statistische Prüfungen auf der Grundlage des vereinfachten Prüfverfahrens werden nicht vorgeschlagen.

4.3 Verfahren 2: Vollständiges Prüfverfahren

Das vollständige Prüfverfahren muss angewendet werden zur Bestimmung des besten Präzisionsmaßes, das für einen bestimmten Theodolit und seine Zusatzausrüstungen unter Feldbedingungen erreichbar ist.

Das vollständige Prüfverfahren ist zur Bestimmung der empirischen Standardabweichung einer Horizontalrichtung oder eines Vertikalwinkels vorgesehen, die jeweils einmal in beiden Fernrohrlagen beobachtet werden.

$s_{\text{ISO-THEO-HZ}}$ und $s_{\text{ISO-THEO-V}}$

Weiterhin darf dieses Verfahren für Folgendes angewendet werden:

- Bestimmung des Präzisionsmaßes bei Gebrauch von Theodoliten durch eine Vermessungsmannschaft mit einem Instrument und dessen Zusatzausrüstungen zu einem bestimmten Zeitpunkt;
- Bestimmung des Präzisionsmaßes bei Gebrauch von einem Instrument im zeitlichen Verlauf;
- Bestimmung des Präzisionsmaßes bei Gebrauch von mehreren Theodoliten, um deren jeweils erreichbare Präzisionen bei ähnlichen Feldbedingungen vergleichen zu können.

Statistische Prüfungen sollten angewendet werden, um zu bestimmen, ob die erreichte empirische Standardabweichung, s , zu der Grundgesamtheit der theoretischen Standardabweichung, σ , der instrumentellen Ausrüstung gehört, ob die beiden geprüften Proben zu derselben Grundgesamtheit gehören und ob der vertikale Indexfehler, δ , gleich null ist bzw. sich nicht verändert hat (siehe 5.4 und 6.4).

5 Messung von Horizontalrichtungen

5.1 Konfiguration des Prüffelds

Feste Ziele (4 Ziele für das vereinfachte Prüfverfahren und 5 Ziele für das vollständige Prüfverfahren) müssen etwa in derselben horizontalen Ebene wie das Instrument in einer Entfernung zwischen 100 m bis 250 m und in möglichst regelmäßigen Abständen um den Horizont angeordnet werden. Verwendet werden müssen Ziele, die unverkennbar beobachtet werden können, vorzugsweise Zielscheiben.

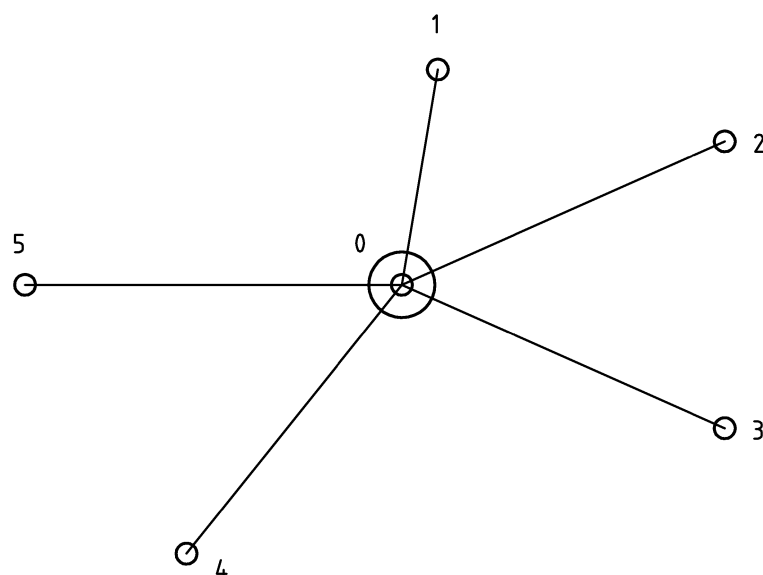


Bild 1 — Prüfanordnung für die Messung von Horizontalrichtungen

5.2 Messungen

Für das vereinfachte Prüfverfahren muss $m = 1$ Messreihe durchgeführt werden.

Für das vollständige Prüfverfahren müssen $m = 4$ Messreihen bei unterschiedlichen, jedoch nicht extremen Wetterlagen durchgeführt werden.

Jede Messreihe (i) muss aus $n = 3$ Sätzen (j) von Richtungen hin zu den $t = 4$ bzw. $t = 5$ Zielen (k) bestehen.

Bei dem vollständigen Prüfverfahren muss bei der Aufstellung des Theodolits für unterschiedliche Messreihen bei der Zentrierung über dem Bodenpunkt besonders sorgfältig vorgegangen werden. Folgende Zentrierungenauigkeiten, angegeben als empirische Standardabweichung, sind erreichbar:

- Senklot: 1 mm bis 2 mm (schlechter bei Wind);
- optisches oder Laserlot: 0,5 mm (die Justierung muss entsprechend dem Handbuch des Herstellers überprüft werden);
- Lotstab: 1 mm.

ANMERKUNG Bei Zielen, die sich in einer Entfernung von 100 m befinden, kann eine falsche Zentrierung von 2 mm die beobachtete Richtung um bis zu 4'' (1,3 mgon) beeinträchtigen. Je kürzer der Abstand ist, desto größer ist die Auswirkung.

In jedem Satz müssen die Ziele in Lage I des Fernrohrs nacheinander im Uhrzeigersinn und in Lage II des Fernrohrs entgegen dem Uhrzeigersinn beobachtet werden. Der Teilkreis muss nach jedem Satz um 60° (67 gon) verändert werden. Ist eine Drehung des Teilkreises nicht möglich, z. B. bei elektronischen Theodoliten, darf der untere Teil des Theodolits um etwa 120° (133 gon) auf dem Instrumentenfuß gedreht werden.

5.3 Berechnung

5.3.1 Vereinfachtes Prüfverfahren

Die Auswertung der Messwerte erfolgt als eine Anpassung der kleinsten Quadrate der Beobachtungsgleichungen. Eine Richtung wird durch $x_{j,k,I}$ bzw. $x_{j,k,II}$ gekennzeichnet, wobei j den Satz angibt und k das Ziel. I und II geben die Fernrohrlage an.

Zunächst erfolgt die Berechnung der Mittelwerte der abgelesenen Werte in beiden Fernrohrlagen, I und II:

$$x_{j,k} = \frac{x_{j,k,I} + x_{j,k,II} \pm 180^\circ}{2} \left(= \frac{x_{j,k,I} + x_{j,k,II} \pm 200 \text{ gon}}{2} \right); j = 1, 2, 3; k = 1, \dots, 4 \quad (1)$$

Eine Kürzung zu Ziel 1 ergibt:

$$x'_{j,k} = x_{j,k} - x_{j,1}; j = 1, 2, 3; k = 1, \dots, 4 \quad (2)$$

Die Mittelwerte der sich aus $n = 3$ Sätzen ergebenden Richtungen zu Ziel k sind:

$$\bar{x}_k = \frac{x'_{1,k} + x'_{2,k} + x'_{3,k}}{3}; k = 1, \dots, 4 \quad (3)$$

Aus den Differenzen

$$d_{j,k} = \bar{x}_k - x'_{j,k}; j = 1, 2, 3; k = 1, \dots, 4 \quad (4)$$

für jeden Messwertsatz ergibt sich für die arithmetischen Mittelwerte:

$$\bar{d}_j = \frac{d_{j,1} + d_{j,2} + d_{j,3} + d_{j,4}}{4}; j = 1, 2, 3 \quad (5)$$

woraus sich für die Restabweichungen ergibt:

$$r_{j,k} = d_{j,k} - \bar{d}_j; j = 1, 2, 3; k = 1, \dots, 4 \quad (6)$$

Abgesehen von Rundungsfehlern muss jeder Satz folgende Bedingung erfüllen:

$$\sum_{k=1}^4 r_{j,k} = 0; j = 1, 2, 3 \quad (7)$$

Die Summe der Quadrate der Restabweichungen ist:

$$\sum r^2 = \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^4 r_{j,k}^2 \quad (8)$$

Für $n = 3$ Sätze von Richtungsmessungen zu $t = 4$ Zielen beträgt die Anzahl der Freiheitsgrade:

$$v = (3 - 1) \times (4 - 1) = 6 \quad (9)$$

und die empirische Standardabweichung, s , einer Richtung $x_{j,k}$ in einem Satz bei Beobachtung in beiden Fernrohrlagen beträgt:

$$s = \sqrt{\frac{\sum r^2}{v}} = \sqrt{\frac{\sum r^2}{6}} \quad (10)$$

5.3.2 Vollständiges Prüfverfahren

Die Auswertung der Messwerte erfolgt als eine Anpassung von Beobachtungsgleichungen. Innerhalb der i -ten Messreihe wird eine Richtung durch $x_{j,k,I}$ bzw. $x_{j,k,II}$ gekennzeichnet, wobei j den Satz und der Index k das Ziel angibt. I und II geben die Fernrohrlage an. Jede der $m = 4$ Messreihen muss eigenständig ausgewertet werden.

Zunächst erfolgt die Berechnung der Mittelwerte

$$x_{j,k} = \frac{x_{j,k,I} + x_{j,k,II} \pm 180^\circ}{2} \left(= \frac{x_{j,k,I} + x_{j,k,II} \pm 200 \text{ gon}}{2} \right); j = 1, 2, 3; k = 1, \dots, 5 \quad (11)$$

der abgelesenen Werte in beiden Lagen, I und II, des Fernrohrs berechnet. Eine Kürzung zu Ziel 1 ergibt:

$$x'_{j,k} = x_{j,k} - x_{j,1}; j = 1, 2, 3; k = 1, \dots, 5 \quad (12)$$

Die Mittelwerte der sich aus $n = 3$ Sätzen ergebenden Richtungen zu Ziel k sind:

$$\bar{x}_k = \frac{x'_{1,k} + x'_{2,k} + x'_{3,k}}{3}; k = 1, \dots, 5 \quad (13)$$

Aus den Differenzen

$$d_{j,k} = \bar{x}_k - x'_{j,k}; j = 1, 2, 3; k = 1, \dots, 5 \quad (14)$$

für jeden Messwertsatz ergibt sich für die arithmetischen Mittelwerte:

$$\bar{d}_j = \frac{d_{j,1} + d_{j,2} + d_{j,3} + d_{j,4} + d_{j,5}}{5}; j = 1, 2, 3 \quad (15)$$

woraus sich für die Restabweichungen ergibt:

$$r_{j,k} = d_{j,k} - \bar{d}_j; j = 1, 2, 3; k = 1, \dots, 5 \quad (16)$$

Abgesehen von Rundungsfehlern muss jeder Satz folgende Bedingung erfüllen:

$$\sum_{k=1}^5 r_{j,k} = 0; j = 1, 2, 3 \quad (17)$$

Die Summe der Quadrate der Restabweichungen der i -ten Messreihe ist:

$$\sum r_i^2 = \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^5 r_{j,k}^2 \quad (18)$$

Für $n = 3$ Sätze von Richtungsmessungen zu $t = 5$ Zielen beträgt die Anzahl der Freiheitsgrade:

$$\nu_i = (3 - 1) \times (5 - 1) = 8 \quad (19)$$

und die empirische Standardabweichung, s_i , einer Richtung $x_{j,k}$ in einem Satz bei Beobachtung in beiden Fernrohlagen, die für die i -te Messreihe gilt, beträgt:

$$s_i = \sqrt{\frac{\sum r_i^2}{\nu_i}} = \sqrt{\frac{\sum r_i^2}{8}} \quad (20)$$

Die empirische Standardabweichung, s , einer Horizontalrichtung, beobachtet in einem Satz (arithmetischer Mittelwert der abgelesenen Werte in beiden Fernrohlagen) nach diesem Teil von ISO 17123, berechnet aus allen $m = 4$ Messreihen bei einem Freiheitsgrad von

$$\nu = 4 \times \nu_i = 32 \quad (21)$$

beträgt:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^4 \sum r_i^2}{\nu}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^4 \sum r_i^2}{32}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^4 s_i^2}{4}} \quad (22)$$

$$s_{\text{ISO-THEO-HZ}} = s \quad (23)$$

5.4 Statistische Tests

5.4.1 Allgemeines

Statistische Tests werden nur für das vollständige Prüfverfahren empfohlen.

Zur Auswertung der Ergebnisse müssen statistische Tests unter Anwendung der empirischen Standardabweichung, s , einer in einem Satz in beiden Fernrohrlagen beobachteten Horizontalrichtung durchgeführt werden, um folgende Fragen zu beantworten:

- a) Ist die berechnete empirische Standardabweichung, s , kleiner als der vom Hersteller angegebene Wert, σ , oder kleiner als ein sonstiger vorgegebener Wert, σ ?
- b) Gehören zwei aus zwei unterschiedlichen Messproben ermittelte empirische Standardabweichungen, s und \tilde{s} , zu derselben Grundgesamtheit, unter der Annahme, dass beide Proben die gleiche Anzahl von Freiheitsgraden, ν , aufweisen?

Die empirischen Standardabweichungen, s und \tilde{s} , dürfen aus Folgendem stammen:

- zwei mit demselben Instrument, aber unterschiedlichen Beobachtern erhaltenen Proben;
- zwei mit demselben Instrument zu unterschiedlichen Zeitpunkten erhaltenen Proben;
- zwei mit unterschiedlichen Instrumenten erhaltenen Proben.

Für die folgenden Tests wird ein Vertrauensniveau von $1 - \alpha = 0,95$ und entsprechend der Messauslegung eine Anzahl von Freiheitsgraden von $\nu = 32$ angenommen.

Tabelle 1 — Statistische Tests

Frage	Nullhypothese	Alternativhypothese
a)	$s \leq \sigma$	$s > \sigma$
b)	$\sigma = \tilde{\sigma}$	$\sigma \neq \tilde{\sigma}$

5.4.2 Frage a)

Die Nullhypothese, die aussagt, dass die empirische Standardabweichung, s , einer in beiden Lagen beobachteten Horizontalrichtung kleiner oder gleich einem theoretischen oder vorgegebenen Wert, σ , ist, wird nicht verworfen, wenn folgende Bedingung erfüllt ist:

$$s \leq \sigma \times \sqrt{\frac{\chi^2_{1-\alpha}(\nu)}{\nu}} \quad (24)$$

$$s \leq \sigma \times \sqrt{\frac{\chi^2_{0,95}(32)}{32}} \quad (25)$$

$$\chi^2_{0,95}(32) = 46,19 \quad (26)$$

$$s \leq \sigma \times \sqrt{\frac{46,19}{32}} \quad (27)$$

$$s \leq \sigma \times 1,20 \quad (28)$$

Andernfalls wird die Nullhypothese verworfen.

5.4.3 Frage b)

Bei zwei unterschiedlichen Proben gibt ein Test an, ob die empirischen Standardabweichungen, s und \tilde{s} , zu derselben Grundgesamtheit gehören. Die entsprechende Nullhypothese, $\sigma = \tilde{\sigma}$, wird nicht verworfen, wenn folgende Bedingung erfüllt ist:

$$\frac{1}{F_{1-\alpha/2}(v, v)} \leq \frac{s^2}{\tilde{s}^2} \leq F_{1-\alpha/2}(v, v) \quad (29)$$

$$\frac{1}{F_{0,975}(32,32)} \leq \frac{s^2}{\tilde{s}^2} \leq F_{0,975}(32,32) \quad (30)$$

$$F_{0,975}(32,32) = 2,02 \quad (31)$$

$$0,49 \leq \frac{s^2}{\tilde{s}^2} \leq 2,02 \quad (32)$$

Andernfalls wird die Nullhypothese verworfen.

Der Freiheitsgrad und somit die entsprechenden Testwerte $\chi^2_{1-\alpha}(v)$ und $F_{1-\alpha/2}(v, v)$ (aus der Referenzliteratur zu Statistik) verändern sich, wenn eine andere Anzahl von Messwerten analysiert wird.

6 Messung von Vertikalwinkeln

6.1 Konfiguration des Prüffelds

Der Theodolit muss in einem Abstand von etwa 50 m zu einem hohen Gebäude aufgestellt werden. An diesem Gebäude müssen wohldefinierte Punkte (Teile von Fenstern, Ecken von Ziegeln, Antennenteile usw.) oder an einer Wand befestigte Ziele ausgewählt bzw. eingerichtet werden, sodass diese einen Bereich des Vertikalwinkels von etwa 30° abdecken (siehe Bild 2).

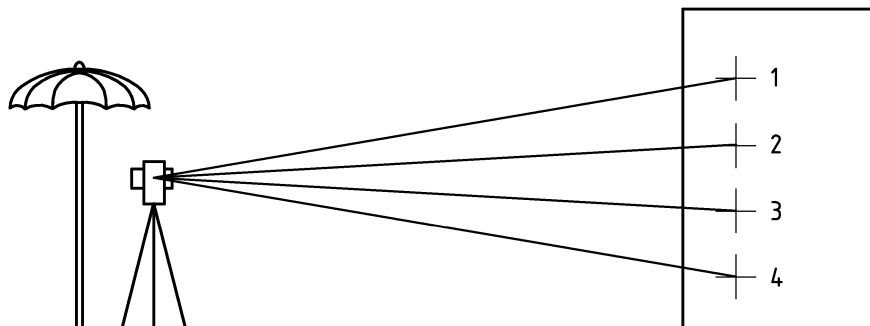


Bild 2 — Prüfanordnung für die Messung von Vertikalwinkeln

6.2 Messungen

Vor Messbeginn muss das Instrument an die Umgebungstemperatur angepasst werden. Die für diese Akklimation erforderliche Zeit beträgt etwa zwei Minuten je Grad Celsius Temperaturunterschied.

Für das vereinfachte Prüfverfahren müssen $m = 1$ Reihen von Messungen, $x_{j,k}$, durchgeführt werden. Die Messreihen müssen aus $n = 3$ Sätzen (j) von Richtungen hin zu den $t = 4$ (k) Zielen bestehen.

Für das vollständige Prüfverfahren müssen $m = 1$ Reihen von Messungen (i) bei unterschiedlichen, jedoch nicht extremen Wetterlagen durchgeführt werden. Jede Messreihe muss aus $n = 3$ Sätzen (j) von Richtungen hin zu den $t = 4$ (k) Zielen bestehen.

Die $t = 4$ Ziele müssen in jedem der $n = 3$ Sätze in Fernrohrlage I in der Reihenfolge von Ziel 1 zu Ziel 4 und in demselben Satz in Fernrohrlage II in der Reihenfolge von Ziel 4 zu Ziel 1 beobachtet werden.

6.3 Berechnung

Die Auswertung der Messwerte erfolgt als eine Anpassung der kleinsten Quadrate der Beobachtungsgleichungen. Innerhalb der i -ten Messreihe wird ein Vertikalwinkel (normalerweise der Zenitwinkel) durch $x_{j,k,I}$ bzw. $x_{j,k,II}$ gekennzeichnet, wobei der Index k das Ziel angibt. I und II geben die Fernrohrlage an. Im vollständigen Prüfverfahren wird jede der $m = 4$ Messreihen eigenständig ausgewertet.

Zunächst erfolgt die Berechnung der Mittelwerte:

$$x'_{j,k} = \frac{x_{j,k,I} - x_{j,k,II} + 360^\circ}{2} \left(= \frac{x_{j,k,I} - x_{j,k,II} \pm 400 \text{ gon}}{2} \right); j = 1, 2, 3; k = 1, \dots, 4 \quad (33)$$

der abgelesenen Werte in beiden Fernrohrlagen, I und II. Diese Werte sind vom vertikalen Indexfehler, δ_i , nicht betroffen. Der vertikale Indexfehler, δ_i , muss für jede Messreihe getrennt berechnet werden (nur für das vollständige Prüfverfahren empfohlen):

$$\delta_i = \frac{1}{n \times t} \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^4 \frac{x_{j,k,I} + x_{j,k,II} - 360^\circ}{2} \left(= \frac{1}{n \times t} \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^4 \frac{x_{j,k,I} + x_{j,k,II} - 400 \text{ gon}}{2} \right) \quad (34)$$
$$\delta = \frac{\sum_{i=1}^4 \delta_i}{4}$$

Die Mittelwerte der sich aus $n = 3$ Sätzen ergebenden Vertikalwinkel in Richtung Ziel k sind:

$$\bar{x}_k = \frac{x'_{1,k} + x'_{2,k} + x'_{3,k}}{3}; k = 1, \dots, 4 \quad (35)$$

Für die Restabweichungen ergibt sich:

$$r_{j,k} = x'_{j,k} - \bar{x}_k; j = 1, 2, 3; k = 1, \dots, 4 \quad (36)$$

Abgesehen von Rundungsfehlern müssen die Restabweichungen aller Sätze folgende Bedingung erfüllen:

$$\sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^4 r_{j,k} = 0 \quad (37)$$

Die Summe der Quadrate der Restabweichungen der i -ten Messreihe ist:

$$\sum r_i^2 = \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^4 r_{j,k}^2 \quad (38)$$

Für $n = 3$ Sätze von Vertikalwinkeln zu $t = 4$ Zielen beträgt die Anzahl der Freiheitsgrade in jedem Fall:

$$\nu_i = (3 - 1) \times 4 = 8 \quad (39)$$

und die empirische Standardabweichung, s_i , eines Vertikalwinkels, $x'_{j,k}$ in einem Satz bei Beobachtung in beiden Fernrohrlagen, gültig für die i -te Messreihe, beträgt:

$$s_i = \sqrt{\frac{\sum r_i^2}{\nu_i}} = \sqrt{\frac{\sum r_i^2}{8}} \quad (40)$$

Gleichung (41) und Gleichung (42) gelten nur für das vereinfachte Prüfverfahren:

$$\nu = \nu_1 \quad (41)$$

$$s = s_1 \quad (42)$$

Gleichung (43) bis Gleichung (59) gelten nur für das vollständige Prüfverfahren.

Für die empirische Standardabweichung, s , berechnet aus allen $m = 4$ Messreihen, beträgt die Anzahl der Freiheitsgrade:

$$\nu = 4 \times \nu_i = 32 \quad (43)$$

und die empirische Standardabweichung eines in beiden Fernrohrlagen beobachteten Vertikalwinkels, berechnet aus allen $m = 4$ Messreihen, ist:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^4 \sum r_i^2}{\nu}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^4 \sum r_i^2}{32}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^4 s_i^2}{4}} \quad (44)$$

$$s_{\text{ISO-THEO-V}} = s \quad (45)$$

6.4 Statistische Tests

6.4.1 Allgemeines

Statistische Tests werden nur für das vollständige Prüfverfahren empfohlen.

Zur Auswertung der Ergebnisse müssen statistische Tests unter Anwendung der

- empirischen Standardabweichung, s , eines in beiden Fernrohrlagen beobachteten Vertikalwinkels und
- des vertikalen Indexfehlers, δ , (Ausrichtung des Vertikalkreises) und seiner empirischen Standardabweichung, s_δ ,

durchgeführt werden, um folgende Fragen zu beantworten (siehe Tabelle 2):

- a) Ist die berechnete empirische Standardabweichung, s , kleiner als ein entsprechender, vom Hersteller angegebener Wert, σ , oder kleiner als ein sonstiger vorgegebener Wert, σ ?
- b) Gehören zwei aus zwei unterschiedlichen Messproben ermittelte empirische Standardabweichungen, s und \tilde{s} , zu derselben Grundgesamtheit, unter der Annahme, dass beide Proben die gleiche Anzahl von Freiheitsgraden, ν , aufweisen?

Die empirischen Standardabweichungen, s und \tilde{s} , dürfen aus Folgendem stammen:

- zwei mit demselben Instrument, aber unterschiedlichen Beobachtern erhaltenen Proben;
- zwei mit demselben Instrument zu unterschiedlichen Zeitpunkten erhaltenen Proben;
- zwei mit unterschiedlichen Instrumenten erhaltenen Proben.

- c) Ist der vertikale Indexfehler, δ , gleich null?

Für die folgenden Tests wird ein Vertrauensniveau von $1 - \alpha = 0,95$ und entsprechend der Messauslegung eine Anzahl von Freiheitsgraden von $\nu = 32$ angenommen.

Tabelle 2 — Statistische Tests

Frage	Nullhypothese	Alternativhypothese
a)	$s \leq \sigma$	$s > \sigma$
b)	$\sigma = \tilde{\sigma}$	$\sigma \neq \tilde{\sigma}$
c)	$\delta = 0$	$\delta \neq 0$

6.4.2 Frage a)

Die Nullhypothese, die aussagt, dass die empirische Standardabweichung, s , eines in beiden Fernrohrlagen beobachteten Vertikalwinkels kleiner oder gleich einem theoretischen oder vorgegebenen Wert, σ , ist, wird nicht verworfen, wenn folgende Bedingung erfüllt ist:

$$s \leq \sigma \times \sqrt{\frac{\chi^2_{1-\alpha}(\nu)}{\nu}} \quad (46)$$

$$s \leq \sigma \times \sqrt{\frac{\chi^2_{0,95}(32)}{32}} \quad (47)$$

$$\chi_{0,95}^2(32) = 46,19 \quad (48)$$

$$s \leq \sigma \times \sqrt{\frac{46,19}{32}} \quad (49)$$

$$s \leq \sigma \times 1,20 \quad (50)$$

Andernfalls wird die Nullhypothese verworfen.

6.4.3 Frage b)

Bei zwei unterschiedlichen Proben gibt ein Test an, ob die empirischen Standardabweichungen, s und \tilde{s} , zu derselben Grundgesamtheit gehören. Die entsprechende Nullhypothese, $\sigma = \tilde{\sigma}$, wird nicht verworfen, wenn folgende Bedingung erfüllt ist:

$$\frac{1}{F_{1-\alpha/2}(v, v)} \leq \frac{s^2}{\tilde{s}^2} \leq F_{1-\alpha/2}(v, v) \quad (51)$$

$$\frac{1}{F_{0,975}(32,32)} \leq \frac{s^2}{\tilde{s}^2} \leq F_{0,975}(32,32) \quad (52)$$

$$F_{0,975}(32,32) = 2,02 \quad (53)$$

$$0,49 \leq \frac{s^2}{\tilde{s}^2} \leq 2,02 \quad (54)$$

Andernfalls wird die Nullhypothese verworfen.

6.4.4 Frage c)

Die Hypothese, die aussagt, dass der vertikale Indexfehler, δ , gleich null ist, wird nicht verworfen, wenn folgende Bedingung erfüllt ist:

$$|\delta| \leq s_\delta \times t_{1-\alpha/2}(v) \quad (55)$$

$$|\delta| \leq s_\delta \times t_{0,975}(32) \quad (56)$$

$$s_\delta = \frac{s}{\sqrt{12 \times \sqrt{4}}} \quad (57)$$

$$t_{0,975}(32) = 2,04 \quad (58)$$

$$|\delta| \leq \frac{s}{\sqrt{48}} \times 2,04 \quad (59)$$

$$\leq s \times 0,3$$

Andernfalls wird die Nullhypothese verworfen.

Die Anzahl der Freiheitsgrade und somit die entsprechenden Testwerte $\chi_{1-\alpha}^2(v)$, $F_{1-\alpha/2}(v, v)$ und $t_{1-\alpha/2}(v)$ (aus der Referenzliteratur zu Statistik) verändern sich, wenn eine andere Anzahl von Messwerten analysiert wird.

Anhang A (informativ)

Beispiel für das vereinfachte Prüfverfahren (Horizontalrichtungen)

A.1 Messungen

Tabelle A.1 enthält in Spalte 1 bis Spalte 4 die Messwerte $x_{j,k,I}$ und $x_{j,k,II}$.

Beobachter: S. Miller
 Wetter: heiter, +10 °C
 Instrumententyp und -nummer: NN xxx 630401
 Datum: 1999-04-15

ANMERKUNG Der Kreis des Instruments ist in 400 gon unterteilt (anstelle von 360°).

Tabelle A.1 — Messwerte und Restabweichungen

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
j	k	$x_{j,k,I}$	$x_{j,k,II}$	$x_{j,k}$	$x'_{j,k}$	\bar{x}_k	$d_{j,k}$	$r_{j,k}$	$r_{j,k}^2$
		gon	gon	gon	gon	gon	mgon	mgon	mgon ²
1	1	310,475	110,470	310,472 5	0,000 0	0,000 0	0,0	0,0	0,0
	2	6,131	206,126	6,128 5	95,656 0	95,655 3	-0,7	-0,7	0,49
	3	130,481	330,477	130,479 0	220,006 5	220,005 8	-0,7	-0,7	0,49
	4	208,878	8,872	208,875 0	298,402 5	298,404 0	+1,5	+1,5	2,25
	Σ	655,965	655,945	655,955 0	614,065 0	614,065 1	+0,1	+0,1	3,23
2	1	376,749	176,744	376,746 5	0,000 0		0,0	-0,5	0,25
	2	72,403	272,398	72,400 5	95,654 0		+1,3	+0,8	0,64
	3	196,753	396,749	196,751 0	220,004 5		+1,3	+0,8	0,64
	4	275,154	75,148	275,151 0	298,404 5		-0,5	-1,0	1,00
	Σ	921,059	921,039	921,049 0	614,063 0		+2,1	+0,1	2,53
3	1	42,049	242,044	42,046 5	0,000 0		0,0	+0,6	0,36
	2	137,705	337,700	137,702 5	95,656 0		-0,7	-0,1	0,01
	3	262,056	62,050	262,053 0	220,006 5		-0,7	-0,1	0,01
	4	340,454	140,449	340,451 5	298,405 0		-1,0	-0,4	0,16
	Σ	782,264	782,243	782,253 5	614,067 5		-2,4	0,0	0,54
									6,30 ^a
^a Wert stellt Σr^2 dar.									

A.2 Berechnung

Zunächst werden mit den Messwerten $x_{j,k,I}$ und $x_{j,k,II}$ die Werte $x_{j,k}$ berechnet. In Gleichung (1) wurde $\pm 180^\circ$ durch ± 200 gon ersetzt (siehe Tabelle A.1, Spalte 5).

Anschließend werden die Werte $x_{j,k}$ in Richtung $x_{j,I}$ von Ziel 1 gekürzt. Diese Werte $x'_{j,k}$ werden nach Gleichung (2) berechnet (siehe Tabelle A.1, Spalte 6).

Spalte 7 in Tabelle A.1 enthält die Mittelwerte \bar{x}_k der gekürzten Richtungen $x'_{j,k}$ [siehe Gleichung (3)].

Die Differenzen $d_{j,k}$ ergeben sich aus den Werten \bar{x}_k und $x'_{j,k}$ entsprechend Gleichung (4) (siehe Tabelle A.1, Spalte 6 bis Spalte 8).

Für jeden Richtungssatz werden die Mittelwerte \bar{d}_j von $d_{j,k}$ nach Gleichung (5) berechnet ($\sum_{k=1}^4 d_{j,k} = 4\bar{d}_j$, siehe Tabelle A.1, Spalte 8, Zeilen Σ).

Mit den Werten $d_{j,k}$ und \bar{d}_j werden die Restabweichungen $r_{j,k}$ nach Gleichung (6) berechnet (siehe Tabelle A.1, Spalte 9).

Anschließend wird anhand der Werte in Tabelle A.1, Spalte 10, die Summe $\Sigma r^2 = 6,30 \text{ mgon}^2$ berechnet [nach Gleichung (8)].

Die empirische Standardabweichung einer in einem Satz in beiden Fernrohrlagen, I und II, gemessenen Richtung $x_{j,k}$ beträgt nach Gleichung (10):

$$s = \sqrt{\frac{6,30 \text{ mgon}^2}{6}} = 1,0 \text{ mgon}$$

In der rechnerischen Überprüfung für jeden Richtungssatz ($j = 1, 2, 3$) müssen die Summen in den Spalten von Tabelle A.1 folgende Bedingungen erfüllen (ausgenommen Rundungsfehler):

- die Summe in Spalte 3 plus die Summe in Spalte 4 muss das Zweifache der Summe in Spalte 5 $\pm \mu \times 200$ gon betragen (μ ist eine geeignete ganze Zahl):

$$655,965 + 655,945 = 2 \times 655,955 \text{ 0}$$

$$921,059 + 921,059 = 2 \times 921,949 \text{ 0}$$

$$782,264 + 782,264 = 2 \times 782,253 \text{ 5}$$

- die Summe in Spalte 5 minus das Vierfache des Werts der Richtung zu Ziel 1 muss gleich der Summe in Spalte 6 $\pm \mu \times 400$ gon betragen (μ ist eine geeignete ganze Zahl):

$$655,955 \text{ 0} - 4 \times 310,472 \text{ 5} = 614,065 - 3 \times 400$$

$$921,049 \text{ 0} - 4 \times 376,746 \text{ 5} = 614,063 - 3 \times 400$$

$$782,253 \text{ 5} - 4 \times 42,046 \text{ 5} = 614,067 \text{ 5} + 0 \times 400$$

- die Differenz zwischen der Summe in Spalte 7 und der Summe in Spalte 6 muss gleich der Summe in Spalte 8 sein:

$$614,065\ 1 - 614,065 = +0,000\ 1$$

$$614,065\ 1 - 614,063 = +0,002\ 1$$

$$614,065\ 1 - 614,067\ 5 = -0,002\ 4$$

- die Summe in Spalte 9 muss gleich null sein [siehe Gleichung (7)];
- die Summe aller zwölf Werte in Spalte 6 muss gleich dem Dreifachen der Summe der vier Werte in Spalte 7 sein:

$$614,065 + 614,063 + 614,067\ 5 \approx 3 \times 614,065\ 1$$

- die Summe aller zwölf Werte in Spalte 8 muss gleich null sein:

$$0,1 + 2,1 - 2,4 = -0,2; \approx 0,0$$

Anhang B (informativ)

Beispiel für das vollständige Prüfverfahren (Horizontalrichtungen)

B.1 Messungen

Tabelle B.1 enthält in Spalte 1 bis Spalte 4 die Messwerte $x_{j,k,I}$ und $x_{j,k,II}$ der Messreihe 1 (die Messreihen 2, 3 und 4 wurden nicht abgedruckt).

Beobachter: S. Miller
 Wetter: heiter, +10 °C
 Instrumententyp und -nummer: NN xxx 630401
 Datum: 1999-04-15

Tabelle B.1 — Messwerte und Restabweichungen der Messreihe 1

1	2	3			4			5			6			7			8	9	10
j	k	$x_{j,k,I}$			$x_{j,k,II}$			$x_{j,k}$			$x'_{j,k}$			\bar{x}_k			$d_{j,k}$	$r_{j,k}$	$r_{j,k}^2$
		°	'	"	°	'	"	°	'	"	°	'	"	°	'	"	"	"	(") ²
1	1	28	12	37	208	12	42	28	12	39,5	0	00	00,0	0	00	00,0	0,0	+0,1	0,01
	2	83	50	35	263	50	40	83	50	37,5	55	37	58,0	55	38	00,3	+2,3	+2,4	5,76
	3	141	45	30	321	45	35	141	45	32,5	113	32	53,0	113	32	50,8	-2,2	-2,1	4,41
	4	219	30	49	39	30	50	219	30	49,5	191	18	10,0	191	18	9,5	-0,5	-0,4	0,16
	5	308	26	31	128	26	33	308	26	32,0	280	13	52,5	280	13	52,5	0,0	+0,1	0,01
	Σ	781	46	02	961	46	20	781	46	11,0	640	42	53,5	640	42	53,1	-0,4	+0,1	10,35
2	1	87	48	51	267	48	55	87	48	53,0	0	00	00,0				0,0	-1,7	2,89
	2	143	26	52	323	26	51	143	26	51,5	55	37	58,5				+1,8	+0,1	0,01
	3	201	21	41	21	21	47	201	21	44,0	113	32	51,0				-0,2	-1,9	3,61
	4	279	07	01	99	06	59	279	07	00,0	191	18	07,0				+2,5	+0,8	0,64
	5	8	02	42	188	02	40	8	02	41,0	280	13	48,0				+4,5	+2,8	7,84
	Σ	719	47	07	899	47	12	719	47	09,5	640	42	44,5				+8,6	+0,1	14,99
3	1	147	08	13	327	08	08	147	08	10,5	0	00	00,0				0,0	+1,7	2,89
	2	202	46	17	22	45	13	202	46	15,0	55	38	04,5				-4,2	-2,5	6,25
	3	260	41	01	80	40	57	260	40	59,0	113	32	48,5				+2,3	+4,0	16,00
	4	338	26	24	158	26	20	338	26	22,0	191	18	11,5				-2,0	-0,3	0,09
	5	67	22	07	247	22	08	67	22	07,5	280	13	57,0				-4,5	-2,8	7,84
	Σ	1 016	24	02	836	23	46	1 016	23	54,0	640	43	01,5				-8,4	+0,1	33,07
																			58,41 ^a

^a Wert stellt $\sum r_1^2$ dar.

B.2 Berechnung

Zunächst werden mit den Messwerten $x_{j,k,I}$ und $x_{j,k,II}$ nach Gleichung (11) die Werte $x_{j,k}$ berechnet (siehe Tabelle B.1, Spalte 5).

Anschließend werden die Werte $x_{j,k}$ in Richtung $x_{j,I}$ von Ziel 1 gekürzt. Diese Werte $x'_{j,k}$ werden nach Gleichung (12) berechnet (siehe Tabelle B.1, Spalte 6).

Tabelle B.1, Spalte 7, enthält die Mittelwerte \bar{x}_k der gekürzten Richtungen $x'_{j,k}$ [siehe Gleichung (13)].

Die Differenzen $d_{j,k}$ ergeben sich aus den Werten \bar{x}_k und $x'_{j,k}$ entsprechend Gleichung (14) (siehe Tabelle B.1, Spalte 6 bis Spalte 8).

Für jeden Richtungssatz werden die Mittelwerte \bar{d}_j von $d_{j,k}$ nach Gleichung (15) berechnet ($\sum_{k=1}^5 d_{j,k} = 5\bar{d}_j$, siehe Zeilen Σ in Spalte 8 von Tabelle B.1).

Mit den Werten $d_{j,k}$ und \bar{d}_j werden die Restabweichungen $r_{j,k}$ nach Gleichung (16) berechnet (siehe Tabelle B.1, Spalte 9).

Anschließend wird anhand der Werte in Spalte 10 von Tabelle B.1 die Summe $\sum r_1^2 = 58,41 (")^2$ berechnet [nach Gleichung (18)].

Die empirische Standardabweichung einer in einem Satz in beiden Fernrohrlagen, I und II, gemessenen Richtung $x_{j,k}$, gültig für Reihe 1, beträgt nach Gleichung (20):

$$s_1 = \sqrt{\frac{58,41 (")^2}{8}} = 2,7''$$

In der rechnerischen Überprüfung für jeden Richtungssatz ($j = 1, 2, 3$) müssen die Summen in den Spalten von Tabelle B.1 folgende Bedingungen erfüllen (ausgenommen Rundungsfehler):

- die Summe in Spalte 3 plus die Summe in Spalte 4 muss das Zweifache der Summe in Spalte 5 $\pm \mu \times 180^\circ$ betragen (μ ist eine geeignete ganze Zahl):

$$781^\circ 46' 02'' + 961^\circ 46' 20'' = 2 \times (781^\circ 46' 11'') + 1 \times 180^\circ$$

$$719^\circ 47' 07'' + 899^\circ 47' 12'' = 2 \times (719^\circ 47' 9,5'') + 1 \times 180^\circ$$

$$1\,016^\circ 24' 02'' + 836^\circ 23' 46'' = 2 \times (1\,016^\circ 23' 54'') - 1 \times 180^\circ$$

- die Summe in Spalte 5 minus das Fünffache des Werts der Richtung zu Ziel 1 muss gleich der Summe in Spalte 5 $\pm \mu \times 360^\circ$ betragen (μ ist eine geeignete ganze Zahl):

$$781^\circ 46' 11'' - 5 \times (28^\circ 12' 39,5'') = 640^\circ 42' 53,5'' + 0 \times 360^\circ$$

$$719^\circ 47' 9,5'' - 5 \times (87^\circ 48' 53'') = 640^\circ 42' 44,5'' + 0 \times 360^\circ$$

$$1\,016^\circ 23' 54'' - 5 \times (147^\circ 08' 10,5'') = 640^\circ 43' 1,5'' + 0 \times 360^\circ$$

- die Differenz zwischen der Summe in Spalte 7 und der Summe in Spalte 6 muss gleich der Summe in Spalte 8 sein:

$$640^{\circ}42'53,1'' - 640^{\circ}42'53,5'' = -0,4''$$

$$640^{\circ}42'53,1'' - 640^{\circ}42'53,5'' = +8,6''$$

$$640^{\circ}42'53,1'' - 640^{\circ}43'1,5'' = -8,4''$$

- die Summe in Spalte 9 muss gleich null sein (siehe Gleichung (17));
- die Summe aller fünfzehn Werte in Spalte 6 muss gleich dem Dreifachen der Summe der fünf Werte in Spalte 7 sein:

$$640^{\circ}42'53,5'' + 640^{\circ}42'44,5'' + 640^{\circ}43'1,5'' \approx 3 \times (640^{\circ}42'53,1'')$$

- die Summe aller fünfzehn Werte in Spalte 8 muss gleich null sein:

$$-0,4'' + 8,6'' - 8,4'' = -0,2'' \approx 0''$$

Die Ergebnisse der vier Messreihen sind:

$$s_1 = 2,7''$$

$$s_2 = 1,6''$$

$$s_3 = 2,0''$$

$$s_4 = 2,3''$$

Der Gesamtwert der empirischen Standardabweichung, s , und die Anzahl der Freiheitsgrade, ν , werden nach Gleichung (22) und Gleichung (21) berechnet:

$$s = \sqrt{\frac{19,14''^2}{4}} = 2,2''$$

$$\nu = 32$$

$$s_{\text{ISO-THEO-HZ}} = 2,2''$$

B.3 Statistische Tests

B.3.1 Statistischer Test entsprechend Frage a)

$$\sigma = 2''$$

$$s = 2,2''$$

$$\nu = 32$$

$$2,2'' \leq 2'' \times 1,20$$

$$\leq 2,4''$$

Da die oben genannte Bedingung erfüllt ist, wird die Nullhypothese, die aussagt, dass die empirische Standardabweichung $s = 2,2''$ kleiner oder gleich dem Herstellerwert $\sigma = 2''$ ist, mit einem Vertrauensniveau von 95 % nicht verworfen.

B.3.2 Statistischer Test entsprechend Frage b)

$$s = 2,2''$$

$$\tilde{s} = 1,6''$$

$$\nu = 32$$

$$0,49 \leq \frac{4,84 (')^2}{2,56 (')^2} \leq 2,02$$

$$0,49 \leq 1,89 \leq 2,02$$

Da die oben genannte Bedingung erfüllt ist, wird die Nullhypothese, die aussagt, dass die empirischen Standardabweichungen $s = 2,7''$ und $\tilde{s} = 1,6''$ zu derselben Grundgesamtheit gehören, mit einem Vertrauensniveau von 95 % nicht verworfen.

Anhang C
(informativ)

Beispiel für beide Prüfverfahren (Vertikalwinkel)

C.1 Messungen

Tabelle C.1 enthält in Spalte 1 bis Spalte 4 die Messwerte $x_{j,k,I}$ und $x_{j,k,II}$ der Vertikalwinkel für das vereinfachte Prüfverfahren bzw. für die Messreihe 1 des vollständigen Prüfverfahrens (die Messreihen 2, 3 und 4 wurden nicht abgedruckt).

Beobachter: S. Miller
Wetter: heiter, +10 °C
Instrumententyp und -nummer: NN xxx 630401
Datum: 1999-04-15

ANMERKUNG Der Kreis des Instruments ist in 400 gon unterteilt (anstelle von 360°).

Tabelle C.1 — Messwerte und Restabweichungen

1	2	3	4	5	6	7	8	9
j	k	$x_{j,k,I}$	$x_{j,k,II}$	$\delta_{j,k}$	$x'_{j,k}$	\bar{x}_k	$r_{j,k}$	$r_{j,k}^2$
		gon	gon	gon	gon	gon	mgon	mgon ²
1	1	49,367 7	350,632 6	0,15	49,367 55	49,367 27	−0,28	0,078
	2	86,353 3	313,646 7	0,00	86,353 30	86,353 43	+0,13	0,017
	3	101,416 9	298,583 2	0,05	101,416 85	101,416 97	+0,12	0,014
	4	113,649 0	286,351 8	0,40	113,648 60	113,648 62	+0,02	0,000
	Σ	350,786 9	1249,214 3	0,60	350,786 30	350,786 29	−0,01	0,109
2	1	49,367 2	350,632 8	0,00	49,367 20		+0,07	0,005
	2	86,353 8	313,646 5	0,15	86,353 65		−0,22	0,048
	3	101,416 9	298,582 9	−0,10	101,41700		−0,03	0,001
	4	113,648 7	286,351 7	0,20	113,648 50		+0,12	0,014
	Σ	350,786 6	1249,213 9	0,25	350,786 35		−0,06	0,068
3	1	49,367 5	350,633 4	0,45	49,367 05		+0,22	0,048
	2	86,353 2	313,646 5	−0,15	86,353 35		+0,08	0,006
	3	101,417 1	298,583 0	0,05	101,417 05		−0,08	0,006
	4	113,649 0	286,351 5	0,25	113,648 75		−0,13	0,017
	Σ	350,786 8	1249,214 4	0,60	350,786 20		+0,09	0,077
								0,254 ^a
^a Wert stellt Σr_1^2 dar.								

C.2 Berechnung

Zunächst wird der vertikale Fehler, δ_1 , berechnet (nur für das vollständige Prüfverfahren). In Gleichung (34) wurde -360° durch -400 gon ersetzt.

$$\delta_1 = \frac{0,60 + 0,25 + 0,60}{12} \text{ mgon} = 1,2 \text{ mgon}$$

Anschließend werden die Werte $x'_{j,k}$ mit den ursprünglichen Messwerten $x_{j,k,I}$ und $x_{j,k,II}$ berechnet. In Gleichung (33) wurde $+360^\circ$ durch $+400$ gon ersetzt (siehe Tabelle C.1, Spalte 6).

Spalte 7 in Tabelle C.1 enthält die Mittelwerte \bar{x}_k der Vertikalwinkel $x'_{j,k}$ [siehe Gleichung (35)].

Die Restabweichungen $r_{j,k}$ sind die Differenzen aus den Mittelwerten \bar{x}_k und den Winkeln $x'_{j,k}$ entsprechend Gleichung (36) (siehe Tabelle C.1, Spalte 8).

Anschließend wird anhand der Werte in Spalte 8 bzw. Spalte 9 von Tabelle C.1 die Summe $\sum r_1^2 = 0,254 \text{ mgon}^2$ berechnet [nach Gleichung (38)].

Bei dem vereinfachten Prüfverfahren beträgt die empirische Standardabweichung eines Vertikalwinkels $x_{j,k}$ gemessen in einem Satz in beiden Fernrohrlagen, I und II, nach Gleichung (39) und Gleichung (40):

$$s = \sqrt{\frac{0,254 \text{ mgon}^2}{8}} = 0,18 \text{ mgon}$$

Für das vereinfachte Verfahren ist dies das Endergebnis.

Bei dem vollständigen Verfahren beträgt die empirische Standardabweichung eines Vertikalwinkels $x_{j,k}$ gemessen in einem Satz in beiden Fernrohrlagen, I und II, gültig für Messreihe 1, nach Gleichung (39) und Gleichung (40):

$$s_1 = \sqrt{\frac{0,254 \text{ mgon}^2}{8}} = 0,18 \text{ mgon}$$

In der rechnerischen Überprüfung für jeden Satz von Vertikalwinkeln ($j = 1, 2, 3$) müssen die Summen in den Spalten von Tabelle C.1 folgende Bedingungen erfüllen (ausgenommen Rundungsfehler):

- die Summe in Spalte 3 plus die Summe in Spalte 4 minus vier Mal 400 gon muss das Zweifache der Summe in Spalte 5 betragen:

$$350,786\,9 + 1\,249,214\,3 - 4 \times 400 = 2 \times 0,000\,60$$

$$350,786\,6 + 1\,249,213\,9 - 4 \times 400 = 2 \times 0,000\,25$$

$$350,786\,8 + 1\,249,214\,4 - 4 \times 400 = 2 \times 0,000\,60$$

- die Differenz zwischen der Summe in Spalte 3 und der Summe in Spalte 4 plus 1 600 gon muss das Zweifache der Summe in Spalte 6 betragen:

$$350,786\,9 - 1\,249,214\,3 + 4 \times 400 = 2 \times 350,786\,30$$

$$350,786\,6 - 1\,249,213\,9 + 4 \times 400 = 2 \times 350,786\,35$$

$$350,786\,8 - 1\,249,214\,4 + 4 \times 400 = 2 \times 350,786\,20$$

- die Differenz zwischen der Summe in Spalte 7 und der Summe in Spalte 6 muss gleich der Summe in Spalte 8 sein:

$$350,786\,29 - 350,786\,30 = -0,000\,1$$

$$350,786\,29 - 350,786\,35 = -0,000\,6$$

$$350,786\,29 - 350,786\,20 = +0,000\,9$$

- die Summe aller zwölf Werte in Spalte 8 ist null.

Die Ergebnisse der Messreihen sind:

$$s_1 = 0,18 \text{ mgon}; \delta_1 = 0,12 \text{ mgon}$$

$$s_2 = 0,12 \text{ mgon}; \delta_2 = 0,70 \text{ mgon}$$

$$s_3 = 0,11 \text{ mgon}; \delta_3 = 0,42 \text{ mgon}$$

$$s_4 = 0,21 \text{ mgon}; \delta_4 = 0,59 \text{ mgon}$$

$$\delta = 0,46 \text{ mgon}$$

Der Gesamtwert der Standardabweichung, s , und die Anzahl der Freiheitsgrade, ν , werden nach Gleichung (43), Gleichung (44) und Gleichung (45) berechnet:

$$s = \sqrt{\frac{0,103 \text{ mgon}^2}{4}} = 0,16 \text{ mgon}$$

$$\nu = 32$$

$$s_{\text{ISO-THEO-V}} = 0,16 \text{ mgon}$$

C.3 Statistische Tests

C.3.1 Statistischer Test entsprechend Frage a)

$$\sigma = 0,1 \text{ mgon}$$

$$s = 0,16 \text{ mgon}$$

$$\nu = 32$$

$$0,16 \text{ mgon} \leq 0,1 \text{ mgon} \times 1,20 \\ \leq 0,12 \text{ mgon}$$

Da die oben genannte Bedingung nicht erfüllt ist, wird die Nullhypothese, die aussagt, dass die empirische Standardabweichung $s = 0,16 \text{ mgon}$ kleiner oder gleich dem Herstellerwert $\sigma = 0,1 \text{ mgon}$ ist, mit einem Vertrauensniveau von 95 % verworfen.

C.3.2 Statistischer Test entsprechend Frage b)

$$s = 0,16 \text{ mgon}$$

$$\tilde{s} = 0,12 \text{ mgon}$$

$$\nu = 32$$

$$0,49 \leq \frac{0,025 \text{ 6 mgon}^2}{0,014 \text{ 4 mgon}^2} \leq 2,02$$

$$0,49 \leq 1,78 \leq 2,02$$

Da die oben genannte Bedingung erfüllt ist, wird die Nullhypothese, die aussagt, dass die empirischen Standardabweichungen $s = 0,16 \text{ mgon}$ und $\tilde{s} = 0,12 \text{ mgon}$ zu derselben Grundgesamtheit gehören, mit einem Vertrauensniveau von 95 % nicht verworfen.

C.3.3 Statistischer Test entsprechend Frage c)

$$s = 0,16 \text{ mm}$$

$$\nu = 32$$

$$\delta = 0,46 \text{ mgon}$$

$$s_\delta = 0,023 \text{ mgon}$$

$$0,46 \text{ mgon} \leq 0,023 \text{ mgon} \times 2,04 \\ \leq 0,05 \text{ mgon}$$

Da die oben genannte Bedingung nicht erfüllt ist, wird die Nullhypothese, die aussagt, dass der vertikale Indexfehler gleich null ist, mit einem Vertrauensniveau von 95 % verworfen.

- Entwurf -

Contents

	Page
1 Scope	1
2 Normative references	1
3 Terms and definitions	2
4 General	2
5 Measurement of horizontal directions	3
6 Measurement of vertical angles	8

Annexes

A Example of the simplified test procedure (horizontal directions).....	12
A.1 Measurements	12
A.2 Calculation	12
B Example of the full test procedure (horizontal directions).....	14
B.1 Measurements	14
B.2 Calculation	15
B.3 Statistical tests	16
C Example of both test procedures (vertical angles).....	18
C.1 Measurements	18
C.2 Calculation	19
C.3 Statistical tests	20

Foreword

ISO (the International Organization for Standardization) is a worldwide federation of national standards bodies (ISO member bodies). The work of preparing International Standards is normally carried out through ISO technical committees. Each member body interested in a subject for which a technical committee has been established has the right to be represented on that committee. International organizations, governmental and non-governmental, in liaison with ISO, also take part in the work. ISO collaborates closely with the International Electrotechnical Commission (IEC) on all matters of electrotechnical standardization.

International Standards are drafted in accordance with the rules given in the ISO/IEC Directives, Part 3.

Draft International Standards adopted by the technical committees are circulated to the member bodies for voting. Publication as an International Standard requires approval by at least 75 % of the member bodies casting a vote.

Attention is drawn to the possibility that some of the elements of this part of ISO 17123 may be the subject of patent rights. ISO shall not be held responsible for identifying any or all such patent rights.

International Standard ISO 17123-3 was prepared by Technical Committee ISO/TC 172, *Optics and optical instruments*, Subcommittee SC 6, *Geodetic and surveying instruments*.

This first edition of ISO 17123-3 cancels and replaces ISO 8322-4:1991 and ISO 12857-2:1997, which have been technically revised.

ISO 17123 consists of the following parts, under the general title *Optics and optical instruments — Field procedures for testing geodetic and surveying instruments*:

- *Part 1: Theory*
- *Part 2: Levels*
- *Part 3: Theodolites*
- *Part 4: Electro-optical distance meters (EDM instruments)*
- *Part 5: Electronic tacheometers*
- *Part 6: Rotating lasers*
- *Part 7: Optical plumbing instruments*

Annexes A, B and C of this part of ISO 17123 are for information only.

Optics and optical instruments — Field procedures for testing geodetic and surveying instruments —

Part 3: Theodolites

1 Scope

This part of ISO 17123 specifies field procedures to be adopted when determining and evaluating the precision (repeatability) of theodolites and their ancillary equipment when used in building and surveying measurements. Primarily, these tests are intended to be field verifications of the suitability of a particular instrument for the immediate task at hand and to satisfy the requirements of other standards. They are not proposed as tests for acceptance or performance evaluations that are more comprehensive in nature.

This part of ISO 17123 can be thought of as one of the first steps in the process of evaluating the uncertainty of a measurement (more specifically a measurand). The uncertainty of a result of a measurement is dependent on a number of factors. These include among others: repeatability (precision), reproducibility (between day repeatability), traceability (an unbroken chain to national standards) and a thorough assessment of all possible error sources, as prescribed by the ISO Guide to the expression of uncertainty in measurement (GUM).

These field procedures have been developed specifically for *in situ* applications without the need for special ancillary equipment and are purposefully designed to minimize atmospheric influences.

2 Normative references

The following normative documents contain provisions which, through reference in this text, constitute provisions of this part of ISO 17123. For dated references, subsequent amendments to, or revisions of, any of these publications do not apply. However, parties to agreements based on this part of ISO 17123 are encouraged to investigate the possibility of applying the most recent editions of the normative documents indicated below. For undated references, the latest edition of the normative document referred to applies. Members of ISO and IEC maintain registers of currently valid International Standards.

ISO 3534-1, *Statistics — Vocabulary and symbols — Part 1: Probability and general statistical terms*

ISO 4463-1, *Measurement methods for building — Setting-out and measurement — Part 1: Planning and organization, measuring procedures, acceptance criteria*

ISO 7077, *Measuring methods for building — General principles and procedures for the verification of dimensional compliance*

ISO 7078, *Building construction — Procedures for setting out, measurement and surveying — Vocabulary and guidance notes*

ISO 9849, *Optics and optical instruments — Geodetic and surveying instruments — Vocabulary*

ISO 17123-1, *Optics and optical instruments — Field procedures for testing geodetic and surveying instruments — Part 1: Theory*

GUM, *Guide to the expression of uncertainty in measurement*

VIM, *International vocabulary of basic and general terms in metrology*

3 Terms and definitions

For the purposes of this part of ISO 17123, the terms and definitions given in ISO 3534-1, ISO 4463-1, ISO 7077, ISO 7078, ISO 9849, ISO 17123-1, GUM and VIM apply.

4 General

4.1 Requirements

Before commencing surveying, it is important that the operator investigates that the precision in use of the measuring equipment is appropriate to the intended measuring task.

The theodolite and its ancillary equipment shall be in known and acceptable states of permanent adjustment according to the methods specified in the manufacturer's handbook, and used with tripods as recommended by the manufacturer.

The results of these tests are influenced by meteorological conditions, especially by the gradient of temperature. An overcast sky and low wind speed guarantee the most favourable weather conditions. The particular conditions to be taken into account may vary depending on where the tasks are to be undertaken. Note should also be taken of the actual weather conditions at the time of measurement and the type of surface above which the measurements are made. The conditions chosen for the tests should match those expected when the intended measuring task is actually carried out (see ISO 7077 and ISO 7078).

Tests performed in laboratories would provide results which are almost unaffected by atmospheric influences, but the costs for such tests are very high, and therefore they are not practicable for most users. In addition, laboratory tests yield precisions much higher than those that can be obtained under field conditions.

The measure of precision of theodolites is expressed in terms of the experimental standard deviation (root mean square error) of a horizontal direction (HZ), observed once in both face positions of the telescope or of a vertical angle (V) observed once in both face positions of the telescope.

This part of ISO 17123 describes two different field procedures both for the measurement of horizontal directions and vertical angles as given in clauses 5 and 6. The operator shall choose the procedure which is most relevant to the project's particular requirements.

4.2 Procedure 1: Simplified test procedure

The simplified test procedure provides an estimate as to whether the precision of a given theodolite is within the specified permitted deviation, according to ISO 4463-1.

This test procedure is normally intended for checking whether the measure of precision in use of the measuring equipment in conjunction with its operator is appropriate to carry out the measurement to the specified measure of precision requirement.

This simplified test procedure is based on a limited number of measurements and, therefore, the experimental standard deviation calculated can only be indicative of the order of the measure of precision achievable in common use. If a more precise assessment of the measuring instrument and its ancillary equipment under field conditions is required, it is recommended to adopt the more rigorous full test procedure. Statistical tests based on the simplified test procedure are not proposed.

4.3 Procedure 2: Full test procedure

The full test procedure shall be adopted to determine the best achievable measure of precision of a particular theodolite and its ancillary equipment under field conditions.

The full test procedure is intended for determining the experimental standard deviation of a horizontal direction or a vertical angle observed once in both face positions of the telescope:

$s_{\text{ISO-THEO-HZ}}$ and $s_{\text{ISO-THEO-V}}$

Further, this procedure may be used to determine:

- the measure of precision in use of theodolites by a single survey team with a single instrument and its ancillary equipment at a given time;
- the measure of precision in use of a single instrument over time;
- the measure of precision in use of each of several theodolites in order to enable a comparison of their respective achievable precisions to be obtained under similar field conditions.

Statistical tests should be applied to determine whether the experimental standard deviation, s , obtained belongs to the population of the instrumentation's theoretical standard deviation, σ , whether two tested samples belong to the same population and whether the vertical index error, δ , is equal to zero or has not changed (see 5.4 and 6.4).

5 Measurement of horizontal directions

5.1 Configuration of the test field

Fixed targets (4 targets for the simplified test procedure and 5 targets for the full test procedure) shall be set up located approximately in the same horizontal plane as the instrument, between 100 m to 250 m away, and situated at intervals around the horizon as regular as possible. Targets shall be used which can be observed unmistakably, preferably target plates.

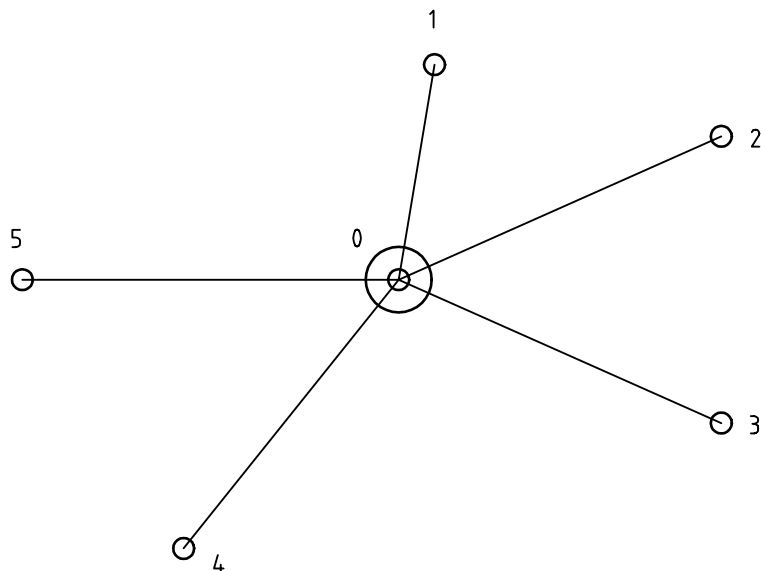


Figure 1 — Test configuration for measurement of horizontal directions

5.2 Measurements

For the simplified test procedure, $m = 1$ series of measurements shall be taken.

For the full test procedure, $m = 4$ series of measurements shall be taken under various but not extreme weather conditions.

Each series (i) of measurements shall consist of $n = 3$ sets (j) of directions to the $t = 4$ or $t = 5$ targets (k).

For the full test procedure, when setting up the theodolite for different series of measurements, special care shall be taken when centring above the ground point. Achievable accuracies of centring expressed in terms of experimental standard deviations are the following:

- plumb bob: 1 mm to 2 mm (worse in windy weather),
- optical or laser plummet: 0,5 mm (the adjustment shall be checked according to the manufacturer's handbook),
- centring rod: 1 mm.

NOTE With targets at 100 m distance, a miscentring of 2 mm could affect the observed direction by up to $4''$ (1,3 mgon). The shorter the distance, the greater the effect.

The targets shall be observed in each set in face position I of the telescope in clockwise sequence, and in face position II of the telescope in anticlockwise sequence. The graduated circle shall be changed by 60° (67 gon) after each set. If physical rotation of the graduated circle is not possible, as e.g. for electronic theodolites, the lower part of the theodolite may be turned by approximately 120° (133 gon) on the tribrach.

5.3 Calculation

5.3.1 Simplified test procedure

The evaluation of the measured values is a least squares adjustment of observation equations. One direction is marked by $x_{j,k,I}$ or $x_{j,k,II}$, the index j being the number of the set and the index k being the number of the target. I and II indicate the face position of the telescope.

First of all, the mean values of the readings in both face positions I and II of the telescope are calculated:

$$x_{j,k} = \frac{x_{j,k,I} + x_{j,k,II} \pm 180^\circ}{2} \left(= \frac{x_{j,k,I} + x_{j,k,II} \pm 200 \text{ gon}}{2} \right); \quad j = 1, 2, 3; \quad k = 1, \dots, 4 \quad (1)$$

Reduction into the direction of the target No. 1 results in:

$$x'_{j,k} = x_{j,k} - x_{j,1}; \quad j = 1, 2, 3; \quad k = 1, \dots, 4 \quad (2)$$

The mean values of the directions resulting from $n = 3$ sets to target No. k are:

$$\bar{x}_k = \frac{x'_{1,k} + x'_{2,k} + x'_{3,k}}{3}; \quad k = 1, \dots, 4 \quad (3)$$

From the differences

$$d_{j,k} = \bar{x}_k - x'_{j,k}; \quad j = 1, 2, 3; \quad k = 1, \dots, 4 \quad (4)$$

for each set of measurements the arithmetic mean values result in:

$$\bar{d}_j = \frac{d_{j,1} + d_{j,2} + d_{j,3} + d_{j,4}}{4}; \quad j = 1, 2, 3 \quad (5)$$

from which the residuals result:

$$r_{j,k} = d_{j,k} - \bar{d}_j; \quad j = 1, 2, 3; \quad k = 1, \dots, 4 \quad (6)$$

Except for the rounding errors, each set must meet the condition:

$$\sum_{k=1}^4 r_{j,k} = 0; \quad j = 1, 2, 3 \quad (7)$$

The sum of squares of the residuals is:

$$\Sigma r^2 = \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^4 r_{j,k}^2 \quad (8)$$

For $n = 3$ sets of directions to $t = 4$ targets the number of degrees of freedom is:

$$\nu = (3 - 1) \times (4 - 1) = 6 \quad (9)$$

and the experimental standard deviation s of a direction $x_{j,k}$ taken in one set observed in both face positions of the telescope amounts to:

$$s = \sqrt{\frac{\Sigma r^2}{\nu}} = \sqrt{\frac{\Sigma r^2}{6}} \quad (10)$$

5.3.2 Full test procedure

The evaluation of the measured values is an adjustment of observation equations. Within the i^{th} series of measurements, one direction is marked by $x_{j,k,\text{I}}$ or $x_{j,k,\text{II}}$, the index j being the number of the set and the index k being the target. I and II indicate the face position of the telescope. Each of the $m = 4$ series of measurements shall be evaluated separately.

First of all, the mean values

$$x_{j,k} = \frac{x_{j,k,\text{I}} + x_{j,k,\text{II}} \pm 180^\circ}{2} \left(= \frac{x_{j,k,\text{I}} + x_{j,k,\text{II}} \pm 200 \text{ gon}}{2} \right); \quad j = 1, 2, 3; \quad k = 1, \dots, 5 \quad (11)$$

of the readings in both face positions I and II of the telescope are calculated. Reduction into the direction of the target No. 1 results in:

$$x'_{j,k} = x_{j,k} - x_{j,1}; \quad j = 1, 2, 3; \quad k = 1, \dots, 5 \quad (12)$$

The mean values of the directions resulting from $n = 3$ sets to target No. k are:

$$\bar{x}_k = \frac{x'_{1,k} + x'_{2,k} + x'_{3,k}}{3}; \quad k = 1, \dots, 5 \quad (13)$$

From the differences

$$d_{j,k} = \bar{x}_k - x'_{j,k}; \quad j = 1, 2, 3; \quad k = 1, \dots, 5 \quad (14)$$

for each set of measurements, the arithmetic mean values result in:

$$\bar{d}_j = \frac{d_{j,1} + d_{j,2} + d_{j,3} + d_{j,4} + d_{j,5}}{5}; \quad j = 1, 2, 3 \quad (15)$$

from which the residuals result:

$$r_{j,k} = d_{j,k} - \bar{d}_j; \quad j = 1, 2, 3; \quad k = 1, \dots, 5 \quad (16)$$

Except for rounding errors, each set must meet the condition:

$$\sum_{k=1}^5 r_{j,k} = 0; \quad j = 1, 2, 3 \quad (17)$$

The sum of squares of the residuals of the i^{th} series of measurements is:

$$\sum r_i^2 = \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^5 r_{j,k}^2 \quad (18)$$

For $n = 3$ sets of directions to $t = 5$ targets for each series the number of degrees of freedom is:

$$\nu_i = (3 - 1) \times (5 - 1) = 8 \quad (19)$$

and the experimental standard deviation s_i of a direction $x_{j,k}$ taken in one set observed in both face positions of the telescope, valid for the i^{th} series of measurements amounts to:

$$s_i = \sqrt{\frac{\sum r_i^2}{\nu_i}} = \sqrt{\frac{\sum r_i^2}{8}} \quad (20)$$

The experimental standard deviation, s , of a horizontal direction observed in one set (arithmetic mean of the readings in both face positions of the telescope) according to this part of ISO 17123, calculated from all $m = 4$ series of measurements at a degree of freedom of

$$\nu = 4 \times \nu_i = 32 \quad (21)$$

amounts to:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^4 \sum r_i^2}{\nu}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^4 \sum r_i^2}{32}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^4 s_i^2}{4}} \quad (22)$$

$$s_{\text{ISO-THEO-HZ}} = s \quad (23)$$

5.4 Statistical tests

5.4.1 General

Statistical tests are recommended for the full test procedure only.

For the interpretation of the results, statistical tests shall be carried out using the experimental standard deviation, s , of a horizontal direction observed in one set in both face positions of the telescope in order to answer the following questions:

- Is the calculated experimental standard deviation, s , smaller than the value, σ , stated by the manufacturer or smaller than another predetermined value, σ ?
- Do two experimental standard deviations, s and \tilde{s} , as determined from two different samples of measurements, belong to the same population, assuming that both samples have the same degree of freedom, ν ?

The experimental standard deviations, s and \tilde{s} , may be obtained from:

- two samples of measurements by the same instrument but different observers;
- two samples of measurements by the same instrument at different times;
- two samples of measurements by different instruments.

For the following tests, a confidence level of $1 - \alpha = 0,95$ and, according to the design of the measurements, a number of degrees of freedom of $\nu = 32$ is assumed.

Table 1 — Statistical tests

Question	Null hypothesis	Alternative hypothesis
a)	$s \leq \sigma$	$s > \sigma$
b)	$\sigma = \tilde{\sigma}$	$\sigma \neq \tilde{\sigma}$

5.4.2 Question a)

The null hypothesis stating that the experimental standard deviation, s , of a horizontal direction observed in both positions is smaller than or equal to a theoretical or a predetermined value, σ , is not rejected if the following condition is fulfilled:

$$s \leq \sigma \times \sqrt{\frac{\chi^2_{1-\alpha}(\nu)}{\nu}} \quad (24)$$

$$s \leq \sigma \times \sqrt{\frac{\chi^2_{0,95}(32)}{32}} \quad (25)$$

$$\chi^2_{0,95}(32) = 46,19 \quad (26)$$

$$s \leq \sigma \times \sqrt{\frac{46,19}{32}} \quad (27)$$

$$s \leq \sigma \times 1,20 \quad (28)$$

Otherwise, the null hypothesis is rejected.

5.4.3 Question b)

In the case of two different samples, a test indicates whether the experimental standard deviations, s and \tilde{s} , belong to the same population. The corresponding null hypothesis, $\sigma = \tilde{\sigma}$, is not rejected if the following condition is fulfilled:

$$\frac{1}{F_{1-\alpha/2}(\nu, \nu)} \leq \frac{s^2}{\tilde{s}^2} \leq F_{1-\alpha/2}(\nu, \nu) \quad (29)$$

$$\frac{1}{F_{0,975}(32,32)} \leq \frac{s^2}{\tilde{s}^2} \leq F_{0,975}(32,32) \quad (30)$$

$$F_{0,975}(32,32) = 2,02 \quad (31)$$

$$0,49 \leq \frac{s^2}{\tilde{s}^2} \leq 2,02 \quad (32)$$

Otherwise, the null hypothesis is rejected.

The degree of freedom and, thus, the corresponding test values $\chi^2_{1-\alpha}(\nu)$ and $F_{1-\alpha/2}(\nu, \nu)$ (taken from reference books on statistics) change if a different number of measurements is analysed.

6 Measurement of vertical angles

6.1 Configuration of the test field

The theodolite shall be set up in a distance approximately 50 m from a high building. At this building, well defined points (parts of windows, corners of bricks, parts of antennas, etc.) or targets fixed at a wall shall be selected or set up to cover a range of the vertical angle of approximately 30° (see Figure 2).

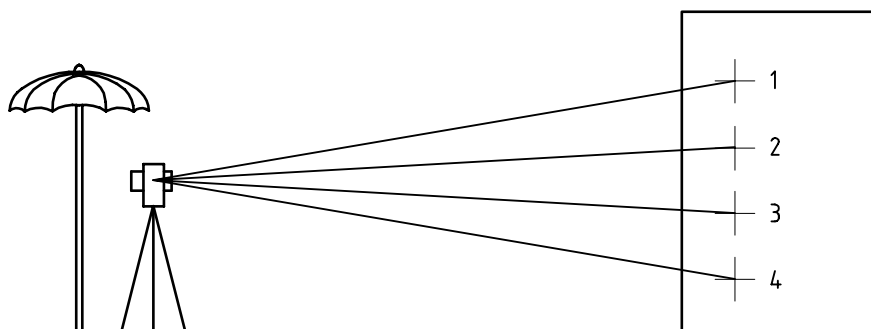


Figure 2 — Test configuration for measurement of vertical angles

6.2 Measurements

Before commencing the measurements, allow the instrument to acclimatize to the ambient temperature. The time required is about two minutes per degree Celsius temperature difference.

For the simplified test procedure, $m = 1$ series of measurements, $x_{j,k}$, shall be taken. This series of measurements shall consist of $n = 3$ sets (j) of directions to the $t = 4$ targets (k).

For the full test procedure, $m = 4$ series of measurements (i) shall be taken under various but not extreme weather conditions. Each series of measurements shall consist of $n = 3$ sets (j) of directions to the $t = 4$ targets (k).

The $t = 4$ targets shall be observed in each of the $n = 3$ sets in face position I of the telescope in the sequence from target No. 1 to target No. 4, and in the same set in face position II of the telescope in the sequence from target No. 4 to target No. 1.

6.3 Calculation

The evaluation of the measured values is a least squares adjustment of observation equations. Within the i^{th} series of measurements, one vertical angle (normally zenith angle) is marked by $x_{j,k,I}$ or $x_{j,k,II}$, the index k being the number of the target. I and II indicate the face positions of the telescope. In the full test procedure, each of the $m = 4$ series of measurements is evaluated separately.

First of all, the mean values

$$x'_{j,k} = \frac{x_{j,k,I} - x_{j,k,II} + 360^\circ}{2} \left(= \frac{x_{j,k,I} - x_{j,k,II} + 400 \text{ gon}}{2} \right); \quad j = 1, 2, 3; \quad k = 1, \dots, 4 \quad (33)$$

of the readings in both face positions I and II of the telescope are calculated. These values are not affected by the vertical index error, δ_i . The vertical index error, δ_i , shall be calculated for each series of measurements separately (recommended for the full test procedure only):

$$\delta_i = \frac{1}{n \times t} \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^4 \frac{x_{j,k,I} + x_{j,k,II} - 360^\circ}{2} \left(= \frac{1}{n \times t} \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^4 \frac{x_{j,k,I} + x_{j,k,II} - 400 \text{ gon}}{2} \right) \quad (34)$$

$$\delta = \frac{\sum_{i=1}^4 \delta_i}{4}$$

The mean values of the vertical angles resulting from $n = 3$ sets to target No. k are:

$$\bar{x}_k = \frac{x'_{1,k} + x'_{2,k} + x'_{3,k}}{3}; \quad k = 1, \dots, 4 \quad (35)$$

The residuals result

$$r_{j,k} = x'_{j,k} - \bar{x}_k; \quad j = 1, 2, 3; \quad k = 1, \dots, 4 \quad (36)$$

Except for rounding errors, the residuals of all sets shall meet the condition:

$$\sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^4 r_{j,k} = 0 \quad (37)$$

The sum of squares of the residuals of the i^{th} series of measurements is:

$$\Sigma r_i^2 = \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^4 r_{j,k}^2 \quad (38)$$

For $n = 3$ sets of vertical angles to $t = 4$ targets, in each case the number of degrees of freedom is:

$$\nu_i = (3 - 1) \times 4 = 8 \quad (39)$$

and the experimental standard deviation, s_i , of a vertical angle, $x'_{j,k}$, observed in one set in both face positions of the telescope, valid for the i^{th} series of measurements amounts to:

$$s_i = \sqrt{\frac{\Sigma r_i^2}{\nu_i}} = \sqrt{\frac{\Sigma r_i^2}{8}} \quad (40)$$

The following equations (41) and (42) apply only to the simplified test procedure:

$$\nu = \nu_1 \quad (41)$$

$$s = s_1 \quad (42)$$

The following equations (43) to (59) apply only to the full test procedure:

For the experimental standard deviation, s , calculated from all $m = 4$ series of measurements, the number of degrees of freedom is:

$$\nu = 4 \times \nu_i = 32 \quad (43)$$

and the experimental standard deviation of a vertical angle observed in both face positions, calculated from all $m = 4$ series of measurements, is:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^4 \sum r_i^2}{\nu}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^4 \sum r_i^2}{32}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^4 s_i^2}{4}} \quad (44)$$

$$s_{\text{ISO-THEO-V}} = s \quad (45)$$

6.4 Statistical tests

6.4.1 General

Statistical tests are recommended for the full test procedure only.

For the interpretation of the results, statistical tests shall be carried out using

- the experimental standard deviation, s , of a vertical angle observed in both face positions, and
- the vertical index error, δ , (orientation of the vertical circle) and its experimental standard deviation, s_δ

in order to answer the following questions (see Table 2):

- a) Is the calculated experimental standard deviation, s , smaller than a corresponding value, σ , stated by the manufacturer or smaller than another predetermined value, σ ?
- b) Do two experimental standard deviations, s and \tilde{s} , as determined from two different samples of measurements, belong to the same population, assuming that both samples have the same number of degrees of freedom, ν ?

The experimental standard deviations, s and \tilde{s} , may be obtained from:

- two samples of measurements by the same instrument but different observers;
- two samples of measurements by the same instrument at different times;
- two samples of measurements by different instruments.

- c) Is the vertical index error, δ , equal to zero?

For the following tests, a confidence level of $1 - \alpha = 0,95$ and, according to the design of the measurements, a number of degrees of freedom of $\nu = 32$ are assumed.

Table 2 — Statistical tests

Question	Null hypothesis	Alternative hypothesis
a)	$s \leq \sigma$	$s > \sigma$
b)	$\sigma = \tilde{\sigma}$	$\sigma \neq \tilde{\sigma}$
c)	$\delta = 0$	$\delta \neq 0$

6.4.2 Question a)

The null hypothesis stating that the experimental standard deviation, s , of a vertical angle observed in both face positions is smaller than or equal to a theoretical or a predetermined value, σ , is not rejected if the following condition is fulfilled:

$$s \leq \sigma \times \sqrt{\frac{\chi_{1-\alpha}^2(\nu)}{\nu}} \quad (46)$$

$$s \leq \sigma \times \sqrt{\frac{\chi_{0,95}^2(32)}{32}} \quad (47)$$

$$\chi_{0,95}^2(32) = 46,19 \quad (48)$$

$$s \leq \sigma \times \sqrt{\frac{46,19}{32}} \quad (49)$$

$$s \leq \sigma \times 1,20 \quad (50)$$

Otherwise, the null hypothesis is rejected.

6.4.3 Question b)

In the case of two different samples, a test indicates whether the experimental standard deviations, s and \tilde{s} , belong to the same population. The corresponding null hypothesis, $\sigma = \tilde{\sigma}$, is not rejected if the following condition is fulfilled:

$$\frac{1}{F_{1-\alpha/2}(\nu, \nu)} \leq \frac{s^2}{\tilde{s}^2} \leq F_{1-\alpha/2}(\nu, \nu) \quad (51)$$

$$\frac{1}{F_{0,975}(32,32)} \leq \frac{s^2}{\tilde{s}^2} \leq F_{0,975}(32,32) \quad (52)$$

$$F_{0,975}(32,32) = 2,02 \quad (53)$$

$$0,49 \leq \frac{s^2}{\tilde{s}^2} \leq 2,02 \quad (54)$$

Otherwise, the null hypothesis is rejected.

6.4.4 Question c)

The hypothesis stating that the vertical index error, δ , is equal to zero is not rejected if the following condition is fulfilled:

$$|\delta| \leq s_\delta \times t_{1-\alpha/2}(\nu) \quad (55)$$

$$|\delta| \leq s_\delta \times t_{0,975}(32) \quad (56)$$

$$s_\delta = \frac{s}{\sqrt{12} \times \sqrt{4}} \quad (57)$$

$$t_{0,975}(32) = 2,04 \quad (58)$$

$$\begin{aligned} |\delta| &\leq \frac{s}{\sqrt{48}} \times 2,04 \\ &\leq s \times 0,3 \end{aligned} \quad (59)$$

Otherwise, the null hypothesis is rejected.

The number of degrees of freedom and, thus, the corresponding test values $\chi_{1-\alpha}^2(\nu)$, $F_{1-\alpha/2}(\nu, \nu)$ and $t_{1-\alpha/2}(\nu)$ (taken from reference books on statistics) change if a different number of measurements is analysed.

Annex A (informative)

Example of the simplified test procedure (horizontal directions)

A.1 Measurements

Table A.1 contains in columns 1 to 4 the measured values $x_{j,k,I}$ and $x_{j,k,II}$.

Observer: S. Miller
Weather: sunny, + 10 °C
Instrument type and number: NN xxx 630401
Date: 1999-04-15

NOTE The circle of the instrument is divided in 400 gon (instead of 360°).

Table A.1 — Measurements and residuals

1 j	2 k	3 $x_{j,k,I}$ gon	4 $x_{j,k,II}$ gon	5 $x_{j,k}$ gon	6 $x'_{j,k}$ gon	7 \bar{x}_k gon	8 $d_{j,k}$ mgon	9 $r_{j,k}$ mgon	10 $r_{j,k}^2$ mgon ²
1	1	310,475	110,470	310,4725	0,0000	0,0000	0,0	0,0	0,00
	2	6,131	206,126	6,1285	95,6560	95,6553	−0,7	−0,7	0,49
	3	130,481	330,477	130,4790	220,0065	220,0058	−0,7	−0,7	0,49
	4	208,878	8,872	208,8750	298,4025	298,4040	+1,5	+1,5	2,25
	Σ	655,965	655,945	655,9550	614,0650	614,0651	+0,1	+0,1	3,23
2	1	376,749	176,744	376,7465	0,0000		0,0	−0,5	0,25
	2	72,403	272,398	72,4005	95,6540		+1,3	+0,8	0,64
	3	196,753	396,749	196,7510	220,0045		+1,3	+0,8	0,64
	4	275,154	75,148	275,1510	298,4045		−0,5	−1,0	1,00
	Σ	921,059	921,039	921,0490	614,0630		+2,1	+0,1	2,53
3	1	42,049	242,044	42,0465	0,0000		0,0	+0,6	0,36
	2	137,705	337,700	137,7025	95,6560		−0,7	−0,1	0,01
	3	262,056	62,050	262,0530	220,0065		−0,7	−0,1	0,01
	4	340,454	140,449	340,4515	298,4050		−1,0	−0,4	0,16
	Σ	782,264	782,243	782,2535	614,0675		−2,4	0,0	0,54
									6,30 ^a
^a Value represents Σr^2 .									

A.2 Calculation

First, the values $x_{j,k}$ are calculated with the measurements $x_{j,k,I}$ and $x_{j,k,II}$. In equation (1), $\pm 180^\circ$ was substituted by ± 200 gon (see column 5 in Table A.1).

Then the values $x_{j,k}$ are reduced into the direction $x_{j,1}$ of the target No. 1. These values $x'_{j,k}$ are calculated according to equation (2) (see column 6 in Table A.1).

Column 7 in Table A.1 contains the mean values \bar{x}_k of the reduced directions $x'_{j,k}$ [see equation (3)].

The differences $d_{j,k}$ result from the values of \bar{x}_k and $x'_{j,k}$, according to equation (4) (see columns 6 to 8 in Table A.1).

For each set of directions, the mean value \bar{d}_j of $d_{j,k}$ is calculated according to equation (5) ($\sum_{k=1}^4 d_{j,k} = 4\bar{d}_j$, see lines Σ in column 8 in Table A.1).

With the values $d_{j,k}$ and \bar{d}_j , the residuals $r_{j,k}$ are calculated according to equation (6) (see column 9 in Table A.1).

The sum $\Sigma r^2 = 6,30 \text{ mgon}^2$ is then calculated with the values in column 10 in Table A.1 [according to equation (8)].

The experimental standard deviation of a direction $x_{j,k}$ measured in one set of measurements in both face positions I and II, according to equation (10), amounts to

$$s = \sqrt{\frac{6,30 \text{ mgon}^2}{6}} = 1,0 \text{ mgon}$$

As arithmetic checks for each set of directions ($j = 1, 2, 3$), the sums in the columns in Table A.1 have to fulfill the following conditions (except for rounding errors):

- the sum in column 3 plus the sum in column 4 shall be two times the sum in column 5 $\pm \mu \times 200 \text{ gon}$ (μ is a suitable integer number):

$$655,965 + 655,945 = 2 \times 655,955 \text{ 0}$$

$$921,059 + 921,059 = 2 \times 921,949 \text{ 0}$$

$$782,264 + 782,264 = 2 \times 782,253 \text{ 5}$$

- the sum in column 5 minus four times the value of the direction to target No. 1 shall be equal to the sum in column 6 $\pm \mu \times 400 \text{ gon}$ (μ is a suitable integer number):

$$655,955 \text{ 0} - 4 \times 310,472 \text{ 5} = 614,065 - 3 \times 400$$

$$921,049 \text{ 0} - 4 \times 376,746 \text{ 5} = 614,063 - 3 \times 400$$

$$782,253 \text{ 5} - 4 \times 42,046 \text{ 5} = 614,067 \text{ 5} + 0 \times 400$$

- the difference between the sum in column 7 and the sum in column 6 shall be equal to the sum in column 8:

$$614,065 \text{ 1} - 614,065 = +0,000 \text{ 1}$$

$$614,065 \text{ 1} - 614,063 = +0,002 \text{ 1}$$

$$614,065 \text{ 1} - 614,067 \text{ 5} = -0,002 \text{ 4}$$

- the sum in column 9 shall be equal to zero [see equation (7)];
- the sum of all twelve values in column 6 shall be equal to three times the sum of the four values in column 7:

$$614,065 + 614,063 + 614,067 \text{ 5} \approx 3 \times 614,065 \text{ 1}$$

- the sum of all twelve values in column 8 shall be equal to zero:

$$0,1 + 2,1 - 2,4 = -0,2; \approx 0,0$$

Annex B (informative)

Example of the full test procedure (horizontal directions)

B.1 Measurements

Table B.1 contains in columns 1 to 4 the measured values $x_{j,k,I}$ and $x_{j,k,II}$ of the series of measurements No. 1 (the series of measurements Nos. 2, 3 and 4 were not printed).

Observer: S. Miller
Weather: sunny, + 10 °C
Instrument type and number: NN xxx 630401
Date: 1999-04-15

Table B.1 — Measurements and residuals of series No. 1

1	2	3			4			5			6			7			8	9	10
j	k	$x_{j,k,I}$			$x_{j,k,II}$			$x_{j,k}$			$x'_{j,k}$			\bar{x}_k			$d_{j,k}$	$r_{j,k}$	$r_{j,k}^2$
		°	'	"	°	'	"	°	'	"	°	'	"	°	'	"	"	"	(") ²
1	1	28	12	37	208	12	42	28	12	39,5	0	00	00,0	0	00	00,0	0,0	+0,1	0,01
	2	83	50	35	263	50	40	83	50	37,5	55	37	58,0	55	38	00,3	+2,3	+2,4	5,76
	3	141	45	30	321	45	35	141	45	32,5	113	32	53,0	113	32	50,8	−2,2	−2,1	4,41
	4	219	30	49	39	30	50	219	30	49,5	191	18	10,0	191	18	9,5	−0,5	−0,4	0,16
	5	308	26	31	128	26	33	308	26	32,0	280	13	52,5	280	13	52,5	0,0	+0,1	0,01
	Σ	781	46	02	961	46	20	781	46	11,0	640	42	53,5	640	42	53,1	−0,4	+0,1	10,35
2	1	87	48	51	267	48	55	87	48	53,0	0	00	00,0				0,0	−1,7	2,89
	2	143	26	52	323	26	51	143	26	51,5	55	37	58,5				+1,8	+0,1	0,01
	3	201	21	41	21	21	47	201	21	44,0	113	32	51,0				−0,2	−1,9	3,61
	4	279	07	01	99	06	59	279	07	00,0	191	18	07,0				+2,5	+0,8	0,64
	5	8	02	42	188	02	40	8	02	41,0	280	13	48,0				+4,5	+2,8	7,84
	Σ	719	47	07	899	47	12	719	47	09,5	640	42	44,5				+8,6	+0,1	14,99
3	1	147	08	13	327	08	08	147	08	10,5	0	00	00,0				0,0	+1,7	2,89
	2	202	46	17	22	46	13	202	46	15,0	55	38	04,5				−4,2	−2,5	6,25
	3	260	41	01	80	40	57	260	40	59,0	113	32	48,5				+2,3	+4,0	16,00
	4	338	26	24	158	26	20	338	26	22,0	191	18	11,5				−2,0	−0,3	0,09
	5	67	22	07	247	22	08	67	22	07,5	280	13	57,0				−4,5	−2,8	7,84
	Σ	1 016	24	02	836	23	46	1 016	23	54,0	640	43	01,5				−8,4	+0,1	33,07
																			58,41 ^a

^a Value represents Σr_1^2 .

B.2 Calculation

First, the values $x_{j,k}$ are calculated with the measurements $x_{j,k,I}$ and $x_{j,k,II}$ according to equation (11) (see column 5 in Table B.1).

Then, the values $x_{j,k}$ are reduced into the direction $x_{j,1}$ of the target No. 1. These values $x'_{j,k}$ are calculated according to equation (12) (see column 6 in Table B.1).

Column 7 in Table B.1 contains the mean values \bar{x}_k of the reduced directions $x'_{j,k}$ [see equation (13)].

The differences $d_{j,k}$ result from the values of \bar{x}_k and $x'_{j,k}$, according to equation (14) (see columns 6 to 8 in Table B.1).

For each set of directions the mean value \bar{d}_j of $d_{j,k}$ is calculated according to equation (15) ($\sum_{k=1}^5 d_{j,k} = 5\bar{d}_j$, see lines Σ in column 8 in Table B.1).

With the values $d_{j,k}$ and \bar{d}_j the residuals $r_{j,k}$ are calculated according to equation (16) (see column 9 in Table B.1).

The sum $\Sigma r_1^2 = 58,41 (")^2$ is then calculated with the values in column 10 in Table B.1 [according to equation (18)].

The experimental standard deviation of a direction $x_{j,k}$ measured in one set of measurements in both face positions I and II, valid for the series No. 1, according to equation (20) amounts to

$$s_1 = \sqrt{\frac{58,41 (")^2}{8}} = 2,7''$$

As arithmetic checks for each set of directions ($j = 1, 2, 3$), the sums in the columns in Table B.1 have to fulfill the following conditions (except for rounding errors):

- the sum in column 3 plus the sum in column 4 shall be two times the sum in column 5 $\pm \mu \times 180^\circ$ (μ is a suitable integer number):

$$781^\circ 46' 02'' + 961^\circ 46' 20'' = 2 \times (781^\circ 46' 11'') + 1 \times 180^\circ$$

$$719^\circ 47' 07'' + 899^\circ 47' 12'' = 2 \times (719^\circ 47' 9,5'') + 1 \times 180^\circ$$

$$1\ 016^\circ 24' 02'' + 836^\circ 23' 46'' = 2 \times (1\ 016^\circ 23' 54'') - 1 \times 180^\circ$$

- the sum in column 5 minus five times the value of the direction to target No. 1 shall be equal to the sum in column 5 $\pm \mu \times 360^\circ$ (μ is a suitable integer number):

$$781^\circ 46' 11'' - 5 \times (28^\circ 12' 39,5'') = 640^\circ 42' 53,5'' + 0 \times 360^\circ$$

$$719^\circ 47' 9,5'' - 5 \times (87^\circ 48' 53'') = 640^\circ 42' 44,5'' + 0 \times 360^\circ$$

$$1\ 016^\circ 23' 54'' - 5 \times (147^\circ 08' 10,5'') = 640^\circ 43' 1,5'' + 0 \times 360^\circ$$

- the difference between the sum in column 7 and the sum in column 6 shall be equal to the sum in column 8:

$$640^\circ 42' 53,1'' - 640^\circ 42' 53,5'' = -0,4''$$

$$640^\circ 42' 53,1'' - 640^\circ 42' 44,5'' = +8,6''$$

$$640^\circ 42' 53,1'' - 640^\circ 43' 1,5'' = -8,4''$$

- the sum in column 9 shall be equal to zero [see equation (17)];

- the sum of all fifteen values in column 6 shall be equal to three times the sum of the five values in column 7:

$$640^{\circ}42'53,5'' + 640^{\circ}42'44,5'' + 640^{\circ}43'1,5'' \approx 3 \times (640^{\circ}42'53,1'')$$

- the sum of all fifteen values in column 8 shall be equal to zero:

$$-0,4'' + 8,6'' - 8,4'' = -0,2'' \approx 0''$$

The results of the four series of measurements are:

$$s_1 = 2,7''$$

$$s_2 = 1,6''$$

$$s_3 = 2,0''$$

$$s_4 = 2,3''$$

The overall experimental standard deviation, s , and the number of degrees of freedom, ν , are calculated according to the equations (22) and (21):

$$s = \sqrt{\frac{19,14 (')^2}{4}} = 2,2''$$

$$\nu = 32$$

$$s_{\text{ISO-THEO-HZ}} = 2,2''$$

B.3 Statistical tests

B.3.1 Statistical test according to question a)

$$\sigma = 2''$$

$$s = 2,2''$$

$$\nu = 32$$

$$2,2'' \leq 2'' \times 1,20 \\ \leq 2,4''$$

Since the above condition is fulfilled, the null hypothesis stating that the experimental standard deviation $s = 2,2''$ is smaller than or equal to the manufacturer's value $\sigma = 2''$ is not rejected at the confidence level of 95 %.

B.3.2 Statistical test according to question b)

$$s = 2,2''$$

$$\tilde{s} = 1,6''$$

$$\nu = 32$$

$$0,49 \leq \frac{4,84 (")^2}{2,56 (")^2} \leq 2,02$$

$$0,49 \leq 1,89 \leq 2,02$$

Since the above condition is fulfilled, the null hypothesis stating that the experimental standard deviations $s = 2,7''$ and $\tilde{s} = 1,6''$ belong to the same population is not rejected at the confidence level of 95 %.

Annex C (informative)

Example of both test procedures (vertical angles)

C.1 Measurements

Table C.1 contains in columns 1 to 4 the measured vertical angles $x_{j,k,I}$ and $x_{j,k,II}$ for the simplified test procedure or for the series of measurements No. 1 of the full test procedure (the series of measurements Nos. 2, 3 and 4 were not printed).

Observer: S. Miller
Weather: sunny, + 10 °C
Instrument type and number: NN xxx 630401
Date: 1999-04-15

NOTE The circle of the instrument is divided in 400 gon (instead of 360°).

Table C.1 — Measurements and residuals

1 j	2 k	3 $x_{j,k,I}$ gon	4 $x_{j,k,II}$ gon	5 $\delta_{j,k}$ mgon	6 $x'_{j,k}$ gon	7 \bar{x}_k gon	8 $r_{j,k}$ mgon	9 $r_{j,k}^2$ mgon ²
1	1	49,367 7	350,632 6	0,15	49,367 55	49,367 27	−0,28	0,078
	2	86,353 3	313,646 7	0,00	86,353 30	86,353 43	+0,13	0,017
	3	101,416 9	298,583 2	0,05	101,416 85	101,416 97	+0,12	0,014
	4	113,649 0	286,351 8	0,40	113,648 60	113,648 62	+0,02	0,000
	Σ	350,786 9	1249,214 3	0,60	350,786 30	350,786 29	−0,01	0,109
2	1	49,367 2	350,632 8	0,00	49,367 20		+0,07	0,005
	2	86,353 8	313,646 5	0,15	86,353 65		−0,22	0,048
	3	101,416 9	298,582 9	−0,10	101,417 00		−0,03	0,001
	4	113,648 7	286,351 7	0,20	113,648 50		+0,12	0,014
	Σ	350,786 6	1249,213 9	0,25	350,786 35		−0,06	0,068
3	1	49,367 5	350,633 4	0,45	49,367 05		+0,22	0,048
	2	86,353 2	313,646 5	−0,15	86,353 35		+0,08	0,006
	3	101,417 1	298,583 0	0,05	101,417 05		−0,08	0,006
	4	113,649 0	286,351 5	0,25	113,648 75		−0,13	0,017
	Σ	350,786 8	1249,214 4	0,60	350,786 20		+0,09	0,077
								0,254 ^a

^a Value represents Σr_1^2 .

C.2 Calculation

First, the vertical error, δ_1 , is calculated (for the full test procedure only). In equation (34), -360° was substituted by -400 gon.

$$\delta_1 = \frac{0,60 + 0,25 + 0,60}{12} \text{ mgon} = 1,2 \text{ mgon}$$

Then, the values $x'_{j,k}$ are calculated with the original measurements $x_{j,k,I}$ and $x_{j,k,II}$. In equation (33), $+360^\circ$ was substituted by $+400$ gon (see column 6 in Table C.1).

Column 7 in Table C.1 contains the mean values \bar{x}_k of the vertical angles $x'_{j,k}$ [see equation (35)].

The residuals $r_{j,k}$ are the differences of the mean values of \bar{x}_k and the angles $x'_{j,k}$ obtained according to equation (36) (see column 8 in Table C.1).

Then, the sum $\sum r_1^2 = 0,254 \text{ mgon}^2$ is calculated with the values in column 8 or 9 in Table C.1 [see equation (38)].

For the simplified test procedure, the experimental standard deviation of a vertical angle $x_{j,k}$ measured in one set of measurements in both face positions I and II equals, according to the equations (39) and (40):

$$s = \sqrt{\frac{0,254 \text{ mgon}^2}{8}} = 0,18 \text{ mgon}$$

This is the final result obtained by the simplified procedure.

For the full test procedure, the experimental standard deviation of a vertical angle $x_{j,k}$ measured in one set of measurements in both face positions I and II, valid for series of measurements No. 1, equals, according to the equations (39) and (40):

$$s_1 = \sqrt{\frac{0,254 \text{ mgon}^2}{8}} = 0,18 \text{ mgon}$$

As arithmetic checks for each set of vertical angles ($j = 1, 2, 3$), the sums in the columns in Table C.1 have to fulfill the following conditions (except for rounding errors):

- the sum in column 3 plus the sum in column 4 less four times 400 gon shall be two times the sum in column 5:

$$350,786\ 9 + 1\ 249,214\ 3 - 4 \times 400 = 2 \times 0,000\ 60$$

$$350,786\ 6 + 1\ 249,213\ 9 - 4 \times 400 = 2 \times 0,000\ 25$$

$$350,786\ 8 + 1\ 249,214\ 4 - 4 \times 400 = 2 \times 0,000\ 60$$

- the difference between the sum in column 3 and the sum in column 4 plus 1 600 gon shall be equal to two times the sum in column 6:

$$350,786\ 9 - 1\ 249,214\ 3 + 4 \times 400 = 2 \times 350,786\ 30$$

$$350,786\ 6 - 1\ 249,213\ 9 + 4 \times 400 = 2 \times 350,786\ 35$$

$$350,786\ 8 - 1\ 249,214\ 4 + 4 \times 400 = 2 \times 350,786\ 20$$

- the difference between the sum in column 7 and the sum in column 6 shall be equal to the sum in column 8:

$$350,786\ 29 - 350,786\ 30 = -0,000\ 1$$

$$350,786\ 29 - 350,786\ 35 = -0,000\ 6$$

$$350,786\,29 - 350,786\,20 = +0,000\,9$$

— the sum of all twelve values in column 8 is zero.

The results of the series of measurements are:

$$s_1 = 0,18 \text{ mgon}; \quad \delta_1 = 0,12 \text{ mgon}$$

$$s_2 = 0,12 \text{ mgon}; \quad \delta_2 = 0,70 \text{ mgon}$$

$$s_3 = 0,11 \text{ mgon}; \quad \delta_3 = 0,42 \text{ mgon}$$

$$s_4 = 0,21 \text{ mgon}; \quad \delta_4 = 0,59 \text{ mgon}$$

$$\delta = 0,46 \text{ mgon}$$

The overall standard deviation, s , and the number of degrees of freedom, ν , are calculated according to the equations (43), (44), and (45):

$$s = \sqrt{\frac{0,103 \text{ mgon}^2}{4}} = 0,16 \text{ mgon}$$

$$\nu = 32$$

$$s_{\text{ISO-THEO-V}} = 0,16 \text{ mgon}$$

C.3 Statistical tests

C.3.1 Statistical test according to question a)

$$\sigma = 0,1 \text{ mgon}$$

$$s = 0,16 \text{ mgon}$$

$$\nu = 32$$

$$0,16 \text{ mgon} \leq 0,1 \text{ mgon} \times 1,20 \\ \leq 0,12 \text{ mgon}$$

Since the above condition is not fulfilled, the null hypothesis stating that the experimental standard deviation $s = 0,16 \text{ mgon}$ is smaller than or equal to the manufacturer's value $\sigma = 0,1 \text{ mgon}$ is rejected at the confidence level of 95 %.

C.3.2 Statistical test according to question b)

$$s = 0,16 \text{ mgon}$$

$$\tilde{s} = 0,12 \text{ mgon}$$

$$\nu = 32$$

$$0,49 \leq \frac{0,025\,6 \text{ mgon}^2}{0,014\,4 \text{ mgon}^2} \leq 2,02$$

$$0,49 \leq 1,78 \leq 2,02$$

Since the above condition is fulfilled, the null hypothesis stating that the experimental standard deviations $s = 0,16 \text{ mgon}$ and $\tilde{s} = 0,12 \text{ mgon}$ belong to the same population is not rejected at the confidence level of 95 %.

C.3.3 Statistical test according to question c)

$$s = 0,16 \text{ mgon}$$

$$\nu = 32$$

$$\delta = 0,46 \text{ mgon}$$

$$s_{\delta} = 0,023 \text{ mgon}$$

$$\begin{aligned} 0,46 \text{ mgon} &\leq 0,023 \text{ mgon} \times 2,04 \\ &\leq 0,05 \text{ mgon} \end{aligned}$$

Since the above condition is not fulfilled, the null hypothesis stating that the vertical index error is equal to zero is rejected at the confidence level of 95 %.