

## 2. Klausur Analysis I (für Informatiker und Statistiker)

Name, Vorname
Matrikelnummer
Studienrichtung
Bachelor


Aufgabe
zu erreichende Pu
erreichte Punktzal

Schreiben Sie bitte auf **jedes** Blatt leserlich Ihren Vor- und Zunamen. Blätter ohne Namen werden nicht korrigiert.

### Aufgabe 1 (2+3+3+2)

Es sei  $z_1 := 1 + i$ ,  $z_2 := -1 + i$ .

- (a) Man berechne  $z := z_1 \cdot z_2$ .
- (b) Man berechne die Polarkoordinatendarstellung  $r_k \cdot \exp(i \cdot \varphi_k)$  von  $z_k$ ,  $k = 1, 2$ .
- (c) Man berechne  $z_1 \cdot z_2$  mit (b) und vergleiche mit (a).
- (d) Man berechne  $z_1/z_2$  mit (b).

### Aufgabe 2 (4+6)

- (a) Sei  $f \in C_{n+1}(\mathbb{R})$ ,  $x \in \mathbb{R}$ ,  $a \in \mathbb{R}$ . Man gebe den Term  $(T_n f)(x, a)$  der TAYLOR-Entwicklungsformel  $f(x) = (T_n f)(x, a) + (R_n f)(x, a)$  um den Wert  $a$  an.
- (b) Sei  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $x \mapsto 1 - 2x + x^2$ ,  $a := 0$

Man zeige:  $\exists N \in \mathbb{N}: (R_n f)(x, a) = 0, \quad \forall n \geq N, \forall x \in \mathbb{R}.$

### Aufgabe 3 (1+3+(2+2+2))

(a) Sei  $f \in C[a, b]$ ,  $a, b \in \mathbb{R}$ ,  $a < b$ . Wie ist eine Stammfunktion  $F$  zu  $f$  definiert?

(b) Wie lautet der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung?

(c) Man ermittle Stammfunktionen zu

(1)  $f(x) := x^n, n \in \mathbb{N}$

(2)  $f(x) := \exp(2x)$

(3)  $f(x) := \sin(x)$

### Aufgabe 4 (3+3+4)

Man berechne die bestimmten Integrale

a)  $\int_0^1 \frac{1}{x^2+3} dx$  (Substitution)

b)  $\int_0^{2\pi} \sin(x) \cdot \cos(x) dx$  (Partielle Integration)

c)  $\int_0^1 x^{-1/2} dx$  (Uneigentliches Integral)

$15 = 40$

### Aufgabe 5 (2+2+2+2+2).

$15 + 11.6$

$9.6 = 84$   
 $+ 15$   

---

 $69$

Gegeben sei die Differenzialgleichung  $f''(t) + af'(t) + bf(t) = 0$ , mit  $0 \leq a, b \in \mathbb{R}$ .

Man wähle für die Lösung den Ansatz  $f_\lambda(t) := \exp(\lambda t)$ , mit  $\lambda \in \mathbb{C}$ .

(a) Welche Gleichung muss  $\lambda$  erfüllen, damit  $f_\lambda$  die Differenzialgleichung löst?

Welche Bedingung müssen  $a$  und  $b$  erfüllen, damit die beiden Lösungen  $\lambda_1, \lambda_2$  der Gleichung aus (a)

(b) reell sind?

(c) nicht reell sind?

(d) rein imaginär sind?

(e) identisch sind ( $\lambda_1 = \lambda_2$ )?

$21 - 3,7$   
 $27 - 3,3$   
 $33 - 3,6$   
 $39 - 2,7$   
 $45 - 2,3$   
 $51 - 2,0$   
 $57 - 1,7$   
 $63 - 1,3$   
 $69 - 1,0$

$69$   
 $46$   

---

 $23$