

数值代数作业 C2(第二版)

刘月婕 PB18010470

2020 年 11 月 2 日

1 第一题

```
n=5 A的一范数为2.28333 条件数为943656
n=6 A的一范数为2.45 条件数为2.90703e+07
n=7 A的一范数为2.59286 条件数为9.85195e+08
n=8 A的一范数为2.71786 条件数为3.38728e+10
n=9 A的一范数为2.82897 条件数为1.09965e+12
n=10 A的一范数为2.92897 条件数为3.53525e+13
n=11 A的一范数为3.01988 条件数为1.22917e+15
n=12 A的一范数为3.10321 条件数为3.76906e+16
n=13 A的一范数为3.18013 条件数为4.54696e+17
n=14 A的一范数为3.25156 条件数为1.45622e+19
n=15 A的一范数为3.31823 条件数为1.90892e+18
n=16 A的一范数为3.38073 条件数为8.57931e+18
n=17 A的一范数为3.43955 条件数为4.15506e+18
n=18 A的一范数为3.49511 条件数为2.67748e+19
n=19 A的一范数为3.54774 条件数为3.31952e+19
n=20 A的一范数为3.59774 条件数为4.41676e+19
```

图 1: 第一题

经检查,问题出在列主元高斯消元。判断列主元时计算机认为 $0.0833333 > 0.0833333$ 等类似情况导致了不适当的换行。

对于希尔伯特矩阵，一范数很小，但条件数非常大，且随阶数的增加成倍递增，几乎没有判断意义。这是因为希尔伯特矩阵病态，得到的三角分解不准确， A 的逆的无穷范数比实际要小很多。

2 第二题

第二题中 x 的精度估计值很小，且不大于实际相对误差的十倍，说明该算法对于所给方程的解的相对误差能给出较好的估计。

```
n=5 随机向量x为
17.26 11.21 77.39 59.88 96.7
计算得到的解为
17.26 11.21 77.39 59.88 96.7
解的精度估计值为2.19574e-15 真实地相对误差为4.40874e-16

n=6 随机向量x为
54.46 40.9 58.04 47.77 42.11 62.79
计算得到的解为
54.46 40.9 58.04 47.77 42.11 62.79
解的精度估计值为3.77927e-15 真实地相对误差为2.03691e-15

n=7 随机向量x为
36.48 65.3 84.29 32.34 46.33 51.59 7.61
计算得到的解为
36.48 65.3 84.29 32.34 46.33 51.59 7.61
解的精度估计值为1.28888e-15 真实地相对误差为5.05784e-16

n=8 随机向量x为
76.2 5.19 91.2 37.79 15.19 46.19 5.6 77.18
计算得到的解为
76.2 5.19 91.2 37.79 15.19 46.19 5.6 77.18
解的精度估计值为1.59018e-14 真实地相对误差为3.99291e-15

n=9 随机向量x为
56.15 60.88 47.67 7.88 46.73 78.13 21.19 57.12 33.31
计算得到的解为
56.15 60.88 47.67 7.88 46.73 78.13 21.19 57.12 33.31
解的精度估计值为5.97583e-15 真实地相对误差为1.4551e-15

n=10 随机向量x为
56.86 55.61 41.03 16.38 4.97 25.47 1.41 42.32 88.78 38.65
计算得到的解为
56.86 55.61 41.03 16.38 4.97 25.47 1.41 42.32 88.78 38.65
解的精度估计值为3.86453e-14 真实地相对误差为7.36314e-15

n=11 随机向量x为
93.77 78.98 44.87 2.25 88.62 6.67 48.2 19.88 56.06 18.1 16.78
计算得到的解为
93.77 78.98 44.87 2.25 88.62 6.67 48.2 19.88 56.06 18.1 16.78
解的精度估计值为3.83153e-14 真实地相对误差为5.4558e-15

n=12 随机向量x为
87.6 39.29 89.21 56.62 20.45 34.22 44.4 17.29 70.06 86.07 71.97 42.92
计算得到的解为
87.6 39.29 89.21 56.62 20.45 34.22 44.4 17.29 70.06 86.07 71.97 42.92
解的精度估计值为6.65183e-14 真实地相对误差为1.46553e-14
```

图 2: 第二题

```
n=13 随机向量x为
50.82 9.22 49.89 48.45 87.91 80.41 88.35 18.56 29.01 39.28 64.79 18.17 50.42
计算得到的解为
50.82 9.22 49.89 48.45 87.91 80.41 88.35 18.56 29.01 39.28 64.79 18.17 50.42
解的精度估计值为6.2221e-14 真实地相对误差为1.97842e-14

n=14 随机向量x为
31.6 77.77 42.04 46.01 71.35 16.28 47.29 82.55 58.61 69.21 38.9 45.62 59.63 77.43
计算得到的解为
31.6 77.77 42.04 46.01 71.35 16.28 47.29 82.55 58.61 69.21 38.9 45.62 59.63 77.43
解的精度估计值为6.52912e-13 真实地相对误差为9.86411e-14

n=15 随机向量x为
74.28 64.7 77.45 15.96 53.19 27.25 79.49 64.35 40.8 85.74 2.56 24.6 18.62 63 31.61
计算得到的解为
74.28 64.7 77.45 15.96 53.19 27.25 79.49 64.35 40.8 85.74 2.56 24.6 18.62 63 31.61
解的精度估计值为1.08457e-13 真实地相对误差为5.43225e-14

n=16 随机向量x为
18.58 70.01 23.15 22.09 96.23 80 22.93 30.39 29.53 24.09 16.99 81.62 32.95 99.18 43.48 81.49
计算得到的解为
18.58 70.01 23.15 22.09 96.23 80 22.93 30.39 29.53 24.09 16.99 81.62 32.95 99.18 43.48 81.49
解的精度估计值为3.94985e-12 真实地相对误差为6.57385e-13

n=17 随机向量x为
54.57 96.11 38.67 85.21 44.07 59.37 93.02 13.09 83.02 2.5 95.87 19.17 98.18 32.66 18.24 70.6 90.09
计算得到的解为
54.57 96.11 38.67 85.21 44.07 59.37 93.02 13.09 83.02 2.5 95.87 19.17 98.18 32.66 18.24 70.6 90.09
解的精度估计值为4.31746e-12 真实地相对误差为9.48645e-13

n=18 随机向量x为
7.55 76.33 53.98 43.08 83.31 18.82 4.57 59.56 41.33 50.73 80.31 55.16 90.7 12.08 92.72 28.73 57.25 88.83
计算得到的解为
7.55 76.33 53.98 43.08 83.31 18.82 4.57 59.56 41.33 50.73 80.31 55.16 90.7 12.08 92.72 28.73 57.25 88.83
解的精度估计值为1.79735e-12 真实地相对误差为4.52002e-13

n=19 随机向量x为
93.97 14.33 76.78 44.49 35.34 31.05 73.45 55.95 84.33 10.38 93.34 25.71 11.18 62.53 3.48 76.75 85.53 32.23 22.89
计算得到的解为
93.97 14.33 76.78 44.49 35.34 31.05 73.45 55.95 84.33 10.38 93.34 25.71 11.18 62.53 3.48 76.75 85.53 32.23 22.89
解的精度估计值为7.88432e-12 真实地相对误差为2.1804e-12

n=20 随机向量x为
33.12 23.46 30.15 30.06 16.04 96.53 46.94 8.1 46.69 77.5 52.51 95.55 82.75 72.36 25.63 28.13 54.93 56.86 2.35 71.42
计算得到的解为
33.12 23.46 30.15 30.06 16.04 96.53 46.94 8.1 46.69 77.5 52.51 95.55 82.75 72.36 25.63 28.13 54.93 56.86 2.35 71.42
解的精度估计值为8.38163e-11 真实地相对误差为2.31552e-11
```

图 3: 第二题

```

n=21 随机向量x为
55.65 82.73 30.33 24.44 3.29 30.78 46.8 97.17 12.12 45.6 82.02 57.55 15.86 54.7 16.48 1.84 84.42 66.23 96.3 7.97 24.44
计算得到的解为
55.65 82.73 30.33 24.44 3.29 30.78 46.8 97.17 12.12 45.6 82.02 57.55 15.86 54.7 16.48 1.84 84.42 66.23 96.3 7.97 24.44
解的精度估计值为3.69795e-11 真实地相对误差为1.22681e-11

n=22 随机向量x为
32.16 75.62 63.64 8.54 39.1 98.58 22.53 96.63 54 32.86 93.39 50.64 83.53 6.14 9.59 60.83 39.42 9.76 66.08 75.07 34.83 48.45
计算得到的解为
32.16 75.62 63.64 8.54 39.1 98.58 22.53 96.63 54 32.86 93.39 50.64 83.53 6.14 9.59 60.83 39.42 9.76 66.08 75.07 34.83 48.45
解的精度估计值为4.18358e-11 真实地相对误差为1.81389e-11

n=23 随机向量x为
69.01 38.18 67.71 21.56 57.96 3.99 84.04 58.59 24.29 4.19 63.07 17.99 77.22 92.37 9.96 50.6 76.12 52.74 82.8 37.89 9.41 38.88 45.59
计算得到的解为
69.01 38.18 67.71 21.56 57.96 3.99 84.04 58.59 24.29 4.19 63.07 17.99 77.22 92.37 9.96 50.6 76.12 52.74 82.8 37.89 9.41 38.88 45.59
解的精度估计值为3.66195e-10 真实地相对误差为5.16225e-11

n=24 随机向量x为
21.17 33.63 83.79 43.43 99.99 68.72 99.73 54.57 71.94 41.33 97.66 21.15 2.19 52.3 64.48 49.71 66.75 7.68 21.15 99.5 72.8 69.33 44.37 41.59
计算得到的解为
21.17 33.63 83.79 43.43 99.99 68.72 99.73 54.57 71.94 41.33 97.66 21.15 2.19 52.3 64.48 49.71 66.75 7.68 21.15 99.5 72.8 69.33 44.37 41.59
解的精度估计值为2.18033e-10 真实地相对误差为4.76885e-11

n=25 随机向量x为
74.03 71.98 98.72 17.66 92.29 87.98 33.89 57.77 88.02 75.83 99.23 81.77 25.16 10.74 83.9 96.62 27.61 53.5 88.54 66.63 20.69 22.97 23.95 0.35 54.3
计算得到的解为
74.03 71.98 98.72 17.66 92.29 87.98 33.89 57.77 88.02 75.83 99.23 81.77 25.16 10.74 83.9 96.62 27.61 53.5 88.54 66.63 20.69 22.97 23.95 0.35 54.3
解的精度估计值为1.51223e-09 真实地相对误差为3.60403e-10

n=26 随机向量x为
85.82 23.09 79.36 96.59 72.02 78.48 69.73 60.16 70.52 96.93 8.85 51.5 13.99 74.09 5.96 90.02 59.11 5.61 97.47 93.62 35.77 65.74 29.45 26.6 31.6 85.43
计算得到的解为
85.82 23.09 79.36 96.59 72.02 78.48 69.73 60.16 70.52 96.93 8.85 51.5 13.99 74.09 5.96 90.02 59.11 5.61 97.47 93.62 35.77 65.74 29.45 26.6 31.6 85.43
解的精度估计值为3.93724e-09 真实地相对误差为9.78429e-10

n=27 随机向量x为
51.93 90.4 30.88 86.85 1.13 19.83 8.56 11.37 42.07 22.01 97.68 15.5 8.21 14.02 11.05 70.76 21.13 9.01 51.97 84.34 14.38 1.59 47.94 88.84 98.85 50.64 29.44
计算得到的解为
51.93 90.4 30.88 86.85 1.13 19.83 8.56 11.37 42.07 22.01 97.68 15.5 8.21 14.02 11.05 70.76 21.13 9.01 51.97 84.34 14.38 1.59 47.94 88.84 98.85 50.64 29.44
解的精度估计值为1.08645e-09 真实地相对误差为2.41192e-10

n=28 随机向量x为
47.27 81.5 2.97 86.07 31.11 14.48 2.33 25.15 96 20.24 37.32 6.51 28.66 48.67 8.52 44.87 26.46 29.45 96.73 4.13 31.86 31.67 28.45 67.38 83.98 18.5 11.71 60.79
计算得到的解为
47.27 81.5 2.97 86.07 31.11 14.48 2.33 25.15 96 20.24 37.32 6.51 28.66 48.67 8.52 44.87 26.46 29.45 96.73 4.13 31.86 31.67 28.45 67.38 83.98 18.5 11.71 60.79
解的精度估计值为1.33006e-09 真实地相对误差为3.94365e-10

```

图 4: 第二题

```

n=29 随机向量x为
29.27 44.63 90.17 62.63 94.55 64.55 36.88 43.69 25.81 30.52 1.45 58.67 36.06 28.52 61.78 54.8 78.36 28.12 61.41 87.41 53.04 55.91 74.48 71.73 26.55 74.97 15.44 59.63 30.74
计算得到的解为
29.27 44.63 90.17 62.63 94.55 64.55 36.88 43.69 25.81 30.52 1.45 58.67 36.06 28.52 61.78 54.8 78.36 28.12 61.41 87.41 53.04 55.91 74.48 71.73 26.55 74.97 15.44 59.63 30.74
解的精度估计值为1.44466e-08 真实地相对误差为3.83285e-09

n=30 随机向量x为
2.36 70.94 81.09 11.54 38.77 17.03 45.24 97.62 36.31 33.44 50.76 39.92 41.4 67.79 36.23 2.87 92.05 45.18 4.32 52.84 40.25 88.01 1.48 66.15 69.86 28.14 5.37 55.58 19.25 3.39
计算得到的解为
2.36 70.94 81.09 11.54 38.77 17.03 45.24 97.62 36.31 33.44 50.76 39.92 41.4 67.79 36.23 2.87 92.05 45.18 4.32 52.84 40.25 88.01 1.48 66.15 69.86 28.14 5.37 55.58 19.25 3.39
解的精度估计值为4.92312e-10 真实地相对误差为1.70962e-10

```

图 5: 第二题