数值代数作业 C5

刘月婕 PB18010470

2020 年 12 月 13 日

1 第一题

用两种方法解差分方程的解如下。图中取松弛因子为 1.73，迭代 70 次，经测试为最佳松弛因子。

SOR 迭代法需要确定松弛因子，且只有系数矩阵有良好性质时才能找到最佳松弛因子，而共轭梯度法不需要提前确定参数。二者在计算 PDE 时都不需要生成矩阵 A，从而在求解稀疏线性方程组时速度较快。

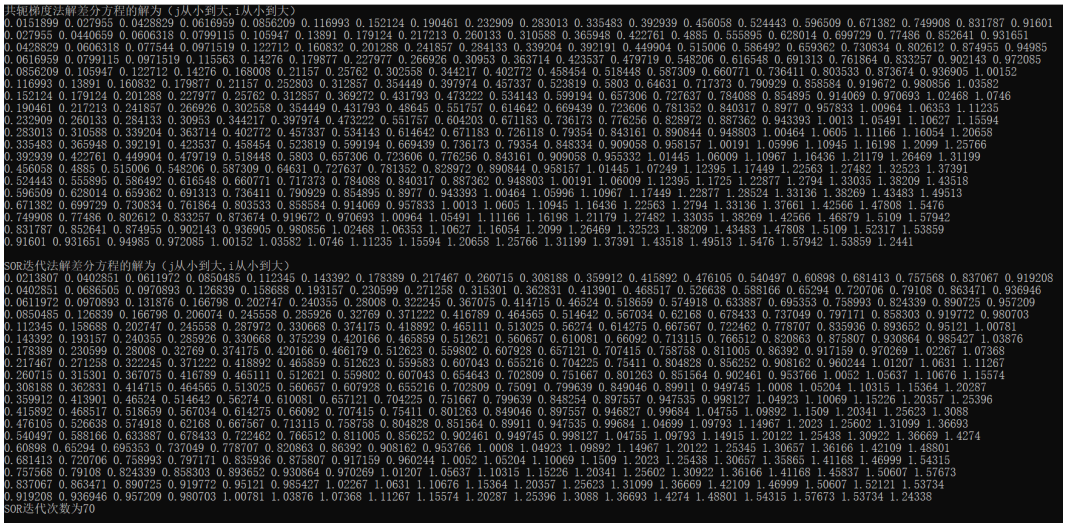

图 1: 共轭梯度法和 SOR 迭代

2 第二题

测试结果如下，这里取 n=20。

```
第二题方程的解为
0.333317 0.333637 0.332238 0.333954 0.334261 0.333702 0.333039 0.332627 0.332537 0.332708
0.333037 0.333422 0.333776 0.334034 0.334151 0.334099 0.33386 0.33343 0.332808 0.332002
```

图 2: 求解希尔伯特矩阵

3 第三题

Jacobi 迭代法，GS 迭代法和共轭梯度法求解结果相同。GS 迭代法只迭代 3 次，收敛速度非常快，Jacobi 迭代法迭代 82 次，收敛速度较慢，共轭梯度法理论上最多迭代 n 次，这里限制设为 2n，实际迭代 n=5 次。说明在矩阵性质较好时，GS 迭代法的速度可能快于共轭梯度法。

```
Jacobi迭代法求得矩阵的解为
1 -2 3 -2 1
迭代次数为82

GS迭代法求得矩阵的解为
1 -2 3 -2 1
迭代次数为3

共轭梯度法在限制条件下计算了5步
共轭梯度法求得矩阵的解为
1 -2 3 -2 1
```

图 3: 第三题