

# 数值代数作业 C1

刘月婕

2020 年 10 月 18 日

## 1 第一题

```
第一题, 不选主元
1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
1 1 1 1 0.999998 1 0.999992 1.00002 0.999969 1.00006
0.999878 1.00024 0.999512 1.00098 0.998047 1.00391 0.992188 1.01562 0.968752 1.0625
0.875008 1.24998 0.500031 1.99994 -0.999878 4.99976 -6.99951 16.999 -30.998 64.9961
-126.992 256.984 -510.969 1024.94 -2046.87 4096.74 -8190.47 16383.9 -32764.5 65531
-131055 262097 -524127 1.048e+06 -2.09498e+06 4.18586e+06 -8.35533e+06 1.66451e+07 -3.30281e+07 6.50077e+07
-1.25821e+08 2.34867e+08 -4.02629e+08 5.36838e+08
第一题, 列主元
1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
1 0.999999 1 0.999997
```

图 1: 第一题

不选主元的高斯消去前 34 项均与精确解相同, 后随项数增加而逐渐变大, 与精确解差异很大。列主元的高斯消去基本与精确解相同, 仅在倒数第一项和倒数第三项与精确解有微小差异。

## 2 第二题

对于第一个方程, 平方根法和改进的平方根法所得结果相同, 均与精确解差异不大。

对于第二个方程, 平方根法所得解无效, 改进的平方根法所得解前几项正常, 之后与精确解差异很大, 且出现负数。但在阶数非常小的时候 (所示阶数为 5) 平方根法和改进的平方根法均能得到较为准确的解。

```

第二题，平方根法，第一个方程
系数矩阵b为
13 2 57 50 1 28 37 87 30 46
66 47 33 69 83 52 97 55 91 18
9 48 23 35 98 8 7 95 90 5
3 53 43 36 96 59 26 4 70 17
71 100 15 94 25 72 84 89 21 73
64 34 22 29 42 92 85 78 86 62
99 79 67 11 6 19 24 51 77 74
75 16 88 44 93 39 41 82 56 65
12 40 63 54 10 60 32 45 20 80
49 61 76 14 81 68 27 31 58 38

该矩阵的解为
1.3464 -0.463959 5.2932 4.532 -0.613191 2.59991 2.61405 8.25957 1.79022 3.83821
5.82764 3.88542 2.31814 5.9332 7.34987 3.56809 8.96924 3.73949 8.6359 0.901474
0.349359 4.60494 1.60128 2.38227 9.57597 -0.142022 -0.155756 8.69958 8.15998 -0.299395
-0.166035 4.95975 3.56856 2.35463 8.88511 4.79425 2.17243 -0.518561 7.01318 0.386809
6.11874 9.42584 -0.377113 9.3453 0.924155 6.41316 6.94429 8.14393 0.616394 6.69213
5.46231 2.68479 1.68982 2.417 3.14018 8.18124 7.04744 6.34439 7.50866 4.56901
8.80123 6.41867 6.01211 0.460198 0.385906 1.68074 1.8067 4.25229 6.67037 6.04399
6.88977 0.0583178 8.52705 2.67116 8.76131 2.7157 3.08173 7.467 4.24831 6.04995
0.252241 3.42765 5.4713 4.85933 -0.0645618 5.78629 2.20164 4.19734 0.824936 7.55329
3.64213 5.02542 7.1037 -0.0623888 7.52019 5.86048 1.87504 2.38915 5.23342 3.27666

```

图 2: 第二题

```

第二题，改进的平方根法，第一个方程
系数矩阵b为
13 2 57 50 1 28 37 87 30 46
66 47 33 69 83 52 97 55 91 18
9 48 23 35 98 8 7 95 90 5
3 53 43 36 96 59 26 4 70 17
71 100 15 94 25 72 84 89 21 73
64 34 22 29 42 92 85 78 86 62
99 79 67 11 6 19 24 51 77 74
75 16 88 44 93 39 41 82 56 65
12 40 63 54 10 60 32 45 20 80
49 61 76 14 81 68 27 31 58 38

该矩阵的解为
1.3464 -0.463959 5.2932 4.532 -0.613191 2.59991 2.61405 8.25957 1.79022 3.83821
5.82764 3.88542 2.31814 5.9332 7.34987 3.56809 8.96924 3.73949 8.6359 0.901474
0.349359 4.60494 1.60128 2.38227 9.57597 -0.142022 -0.155756 8.69958 8.15998 -0.299395
-0.166035 4.95975 3.56856 2.35463 8.88511 4.79425 2.17243 -0.518561 7.01318 0.386809
6.11874 9.42584 -0.377113 9.3453 0.924155 6.41316 6.94429 8.14393 0.616394 6.69213
5.46231 2.68479 1.68982 2.417 3.14018 8.18124 7.04744 6.34439 7.50866 4.56901
8.80123 6.41867 6.01211 0.460198 0.385906 1.68074 1.8067 4.25229 6.67037 6.04399
6.88977 0.0583178 8.52705 2.67116 8.76131 2.7157 3.08173 7.467 4.24831 6.04995
0.252241 3.42765 5.4713 4.85933 -0.0645618 5.78629 2.20164 4.19734 0.824936 7.55329
3.64213 5.02542 7.1037 -0.0623888 7.52019 5.86048 1.87504 2.38915 5.23342 3.27666

```

图 3: 第二题

```

第二题, 平方根法, 第二个方程
-5.30739e-16 -9.0318e-14 -1.61113e-12 -1.19976e-11 -5.7511e-11 -2.07184e-10
-6.08993e-10 -1.53568e-09 -3.43285e-09 -6.96251e-09 -1.30294e-08 -2.27992e-08 -3.76814e-08 -5.9303e-08 -8.94455e-08 -1.29995e-07
-1.82852e-07 -2.49862e-07 -3.32712e-07 -4.32896e-07 -5.51614e-07 -6.89733e-07 -8.47753e-07 -1.02577e-06 -1.22345e-06 -1.44005e-06
由于矩阵病态, 以上输出无效的Akk, 以下是无效的解
1.96415e+14 -2.31362e+16 6.03608e+17 -5.01927e+18 -5.13412e+18 3.46253e+20 -2.57073e+21 1.00382e+22 -2.43218e+22 3.84062e+22
-3.96672e+22 2.58814e+22 -9.69201e+21 1.59076e+21 -1.82022e+18 3.77758e+17 8.11268e+13 3.64039e+12 3.08135e+11 4.07349e+10
7.25718e+09 1.62484e+09 4.37688e+08 1.3623e+08 4.81702e+07 1.88353e+07 8.06336e+06 3.69811e+06 1.82323e+06 951341
520897 298686 178707 110596 70810.1 46678.3 31636.1 21926.7 15581.3 79919.7

第二题, 改进的平方根法, 第二个方程
1.00003 0.994927 1.20016 -2.25844 27.1908 -104.419 147.985 396.609 -1891.08 2621.03
-804.517 174.334 -2800.91 937.812 3240.17 1201.7 -1723.22 -6837.18 4279.32 -856.212
7574.24 -4346.32 -2330.18 1450.92 -1525.86 411.367 1415.31 -3264.24 5006.02 -1051.14
-4128.5 3052.79 3279.77 -3579.81 -1404.79 -486.237 1820.35 2397.91 -3053.46 792.299

```

图 4:

```

第二题, 平方根法, 第二个方程
由于矩阵病态, 以上输出无效的Akk, 以下是无效的解
1 1 1 1 1
第二题, 改进的平方根法, 第二个方程
1 1 1 1 1

```

图 5:

### 3 第三题

对于第二题中的一个方程, 不选主元和列主元的高斯消去均与第二题所得答案相同。

对于第二个方程, 不选主元的高斯消去无法计算出结果(数字太小导致出现除以 0 的情况), 列主元高斯消去与精确解差异很大, 但主要集中在-1 附近。低阶(图示为 5 阶)时前两项与精确解略有差异, 后逐渐出现很小的数和负数。

总结: 对于高斯消去法, 一般的方程列主元比不选主元更能接近精确解。对于解对称正定方程, 性态好的方程四种方法并无差异; 解性态较差的方程改进的平方根法较优于平方根法(比如希尔伯特矩阵在 10 阶的解), 但无论四种方法均不能给出希尔伯特矩阵的有效解。

```

第三题，不选主元Gauss消元，第一个方程
1.3464 -0.463959 5.2932 4.532 -0.613191 2.59991 2.61405 8.25957 1.79022 3.83821
5.82764 3.88542 2.31814 5.9332 7.34987 3.56809 8.96924 3.73949 8.6359 0.901474
0.349359 4.60494 1.60128 2.38227 9.57597 -0.142022 -0.155756 8.69958 8.15998 -0.299395
-0.166035 4.95975 3.56856 2.35463 8.88511 4.79425 2.17243 -0.518561 7.01318 0.386809
6.11874 9.42584 -0.377113 9.3453 0.924155 6.41316 6.94429 8.14393 0.616394 6.69213
5.46231 2.68479 1.68982 2.417 3.14018 8.18124 7.04744 6.34439 7.50866 4.56901
8.80123 6.41867 6.01211 0.460198 0.385906 1.68074 1.8067 4.25229 6.67037 6.04399
6.88977 0.0583178 8.52705 2.67116 8.76131 2.7157 3.08173 7.467 4.24831 6.04995
0.252241 3.42765 5.4713 4.85933 -0.0645618 5.78629 2.20164 4.19734 0.824936 7.55329
3.64213 5.02542 7.1037 -0.0623888 7.52019 5.86048 1.87504 2.38915 5.23342 3.27666

第三题，列主元Gauss消元，第一个方程
1.3464 -0.463959 5.2932 4.532 -0.613191 2.59991 2.61405 8.25957 1.79022 3.83821
5.82764 3.88542 2.31814 5.9332 7.34987 3.56809 8.96924 3.73949 8.6359 0.901474
0.349359 4.60494 1.60128 2.38227 9.57597 -0.142022 -0.155756 8.69958 8.15998 -0.299395
-0.166035 4.95975 3.56856 2.35463 8.88511 4.79425 2.17243 -0.518561 7.01318 0.386809
6.11874 9.42584 -0.377113 9.3453 0.924155 6.41316 6.94429 8.14393 0.616394 6.69213
5.46231 2.68479 1.68982 2.417 3.14018 8.18124 7.04744 6.34439 7.50866 4.56901
8.80123 6.41867 6.01211 0.460198 0.385906 1.68074 1.8067 4.25229 6.67037 6.04399
6.88977 0.0583178 8.52705 2.67116 8.76131 2.7157 3.08173 7.467 4.24831 6.04995
0.252241 3.42765 5.4713 4.85933 -0.0645618 5.78629 2.20164 4.19734 0.824936 7.55329
3.64213 5.02542 7.1037 -0.0623888 7.52019 5.86048 1.87504 2.38915 5.23342 3.27666

第三题，不选主元Gauss消元，第二个方程
-nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind)
-nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind)
-nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind)
-nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind) -nan(ind)

第三题，列主元Gauss消元，第二个方程
-0.465253 8.76481 -0.544741 -0.915508 -1.18111 -1.37163 -1.50696 -1.60121 -1.66461 -1.70464
-1.72686 -1.73546 -1.73359 -1.7237 -1.70766 -1.68692 -1.66264 -1.63571 -1.60685 -1.57661
-1.54545 -1.51373 -1.48172 -1.44966 -1.41773 -1.38606 -1.35477 -1.32395 -1.29366 -1.26395
-1.23486 -1.20642 -1.17864 -1.15154 -1.12512 -1.09938 -1.07432 -1.04992 -1.02619 159.648

```

图 6:

```

第三题，不选主元Gauss消元，第二个方程
0.924373 1.73968 -0.010037 -0.00498875 2.46855
第三题，列主元Gauss消元，第二个方程
0.924223 1.74081 -0.00943264 -0.0122176 2.47453

```

图 7: