

数值代数作业 SVD

刘月婕 PB18010470

2021 年 1 月 23 日

计算得正交矩阵 U 、正交矩阵 V 、奇异值矩阵不为 0 的部分 B 和三个要求的误差项的模最大元素如下。（由于书中程序并未考虑奇异值矩阵的顺序，自行在 SVD 函数的输出中作了调整，计算为调整后的结果。另外公告中要求的误差项 $U\Sigma V^t$ 似乎应为 $U\Sigma V^t - A$, 图中输出为后者。）

```
U 正交矩阵 U
0.201521 0.0911402 -0.13986 -0.0772605 0.322807 0.256887 0.123667 -0.0866028 -0.348862 0.404687 -0.197716 -0.240969 0.017673 0.217549 0.109832 0.319241 0.0283557 0.204913 0.00458787 -0.0809
262 0.114699 0.258142 0.0145209 0.0209009 -0.00908054 0.0584687 0.183148 -0.146504
0.20061 0.256505 -0.0512033 0.242982 0.113254 0.0561503 -0.0068387 0.221829 0.171139 0.267726 -0.124253 0.0919456 -0.129713 -0.194737 0.199099 -0.109619 0.0794768 -0.0317489 -0.268255 -0.12
1089 0.021411 -0.290079 0.188472 0.0724663 0.176973 -0.343131 -0.104515 -0.193299
0.190181 0.119826 -0.173717 0.0783137 0.223697 0.089275 0.164854 -0.0819218 -0.00102446 -0.0671138 -0.0595711 0.165363 0.250287 0.329738 -0.0136077 -0.160351 -0.140856 0.0490834 0.0636028 0
1.15358 0.231153 -0.344275 -0.25119 0.13246 0.222884 -0.213133 0.433599
0.254586 0.207301 -0.0313732 -0.245351 0.0130574 -0.0217869 0.0335542 0.0978748 0.150386 -0.0199971 0.0624607 0.0428182 -0.029447 -0.0393121 -0.319297 0.031931 0.104175 0.056245 0.0558364 0
0.338733 -0.253273 -0.213282 0.109336 0.00550046 0.125366 0.435922 0.151119 -0.44472
0.201216 0.0880326 -0.0512625 -0.133406 0.0860741 0.073551 0.0542833 0.0443752 -0.0780019 -0.0359494 0.0110657 0.0629634 0.191129 -0.179997 -0.0462278 0.235666 -0.410109 -0.0780643 0.41420
1 -0.194218 -0.471488 -0.00215573 0.0735477 0.21839 0.0181743 -0.020465 -0.231031 0.0218358
0.262533 0.237432 0.077748 0.0303058 0.0132065 -0.0449983 0.0386113 0.0887603 -0.0352413 -0.0910414 -0.0808656 -0.316229 -0.0729861 -0.274096 -0.00419546 -0.0975325 -0.351879 -0.0428883 -0.
297513 0.0762631 -0.0363362 0.173699 -0.296973 -0.400814 -0.292688 0.160553 -0.193329 0.0320098
0.243492 0.116939 0.0629639 0.0582823 -0.0623611 -0.0322301 0.00267559 -0.430532 -0.123296 0.00650983 0.299432 0.0668712 -0.196687 0.225221 -0.52179 -0.0646878 0.0411685 -0.193775 -0.118273
-0.364739 0.027899 0.09987 0.0652384 -0.131602 0.0622103 -0.162386 -0.0749841 -0.0967181
0.159834 -0.0893072 0.442065 -0.055982 -0.0886118 0.047855 0.282982 0.0764946 -0.169305 0.0909175 0.0169856 0.225137 0.0557834 -0.163936 0.0216529 -0.391865 0.141508 0.54024 0.0784058 -0.13
0.089 -0.108029 0.160214 0.0217606 -0.0629571 0.124682 0.0464528 -0.0637602 0.0212123
0.216831 -0.278039 -0.235113 0.348971 -0.317596 0.112187 0.253236 0.0171741 0.340402 0.0542116 0.337239 0.0826097 -0.0237766 0.0810098 0.155827 0.229727 -0.190813 0.196276 0.131412 -0.08711
75 0.111339 0.0423341 -0.142878 -0.0697631 -0.0937626 0.111044 -0.0138085 -0.190623
0.0928883 -0.347772 -0.0245587 -0.23847 -0.158842 0.321641 -0.0888091 0.038254 0.18902 0.212802 -0.277632 -0.148838 0.184725 0.0883405 -0.153201 -0.0410528 0.0778374 -0.133456 -0.203285 -0.
041902 -0.246884 -0.0881861 0.061721 -0.277215 0.0384368 -0.10312 -0.140864 0.00360226
0.158165 -0.0463303 0.127587 0.120003 0.0878498 0.00909474 -0.275837 0.22448 -0.0730955 -0.21431 0.0015338 0.296071 -0.182303 0.00268426 0.031961 0.398798 0.102057 0.044012 0.0593127 -0.015
8348 -0.168542 0.0623894 0.0739371 -0.490599 0.0773139 -0.0546809 0.346084 0.228771
0.147892 -0.0300831 0.0489356 0.119416 0.254437 -0.132956 0.177335 -0.0450998 0.315841 0.163854 -0.277662 0.09215 -0.112729 0.121324 -0.171715 -0.19823 0.120147 -0.085721 0.230549 -0.052910
3 -0.157578 -0.031221 -0.354912 0.108287 -0.39123 -0.0805662 0.323582 0.158831
0.147795 -0.0396272 0.0496149 0.105018 -0.0284197 -0.461003 0.111084 0.0907401 -0.029631 -0.254262 -0.142796 -0.183638 0.638237 0.0381783 -0.0673855 0.103311 0.0917778 0.02351 -0.0698319 -0
0.202744 0.129175 -0.0458198 0.0165323 -0.0694598 0.0400717 -0.136299 0.19522 -0.22037
0.158657 -0.0360223 0.0929677 -0.040313 0.0760889 0.00576922 -0.322409 0.255791 -0.131325 -0.197126 0.0293666 0.217393 0.0269945 0.599482 0.187933 -0.167699 -0.109431 0.0222309 -0.118297 0
0.59971 -0.119294 0.0947295 -0.200311 0.180555 -0.159921 -0.0352724 -0.193161 -0.277192
0.218459 0.130461 -0.0433121 -0.34007 -0.250533 -0.192067 0.17721 -0.409195 0.0582173 -0.0451626 -0.0891446 0.0835638 -0.0915488 0.0842198 0.612805 -0.0194187 0.115887 -0.206599 -0.0266816
0.0283801 -0.16283 -0.023919 0.0506877 -0.118497 0.0303232 -0.00966164 0.0830713 -0.0053869
0.159834 -0.0893072 0.442065 -0.055982 -0.0886118 0.047855 0.282982 0.0764946 -0.169305 0.0909175 0.0169856 0.225137 0.0240103 -0.0606404 -0.0674816 0.435496 0.102038 -0.271746 -0.213332 0
1.99587 0.213747 -0.215199 -0.134096 0.232812 -0.140117 0.0308492 -0.154488 0.0851095
0.242183 0.0464189 -0.249362 -0.0912947 0.0822801 0.099419 -0.0619117 0.179179 -0.035524 -0.118232 0.353346 -0.210653 0.0974041 -0.108965 0.0726473 -0.0253388 0.660923 -0.0533792 0.130421
0.0510381 -0.0136992 0.0600872 -0.144889 0.0340265 -0.148838 -0.0123232 -0.243882 0.192548
0.147319 -0.158967 0.0266431 0.140529 0.198157 0.197554 -0.0982307 -0.524357 0.00235237 -0.408229 -0.0446769 -0.103017 -0.0145618 -0.154016 0.0125502 0.101905 0.0427995 0.385468 -0.171806 0
2.24319 -0.11891 -0.215646 -0.0325636 0.155124 -0.104843 -0.187668 -0.00583749 -0.0446058
0.0933567 -0.230244 0.0202884 -0.0670714 0.0433394 0.0784963 0.108333 0.10475 -0.241306 -0.276888 -0.217479 -0.136759 -0.348509 -0.0754392 0.0268042 -0.131768 -0.0213873 -0.157433 0.465802
0.0531484 0.339082 -0.231688 0.0120718 -0.161575 0.00893414 -0.102 -0.0802051 -0.315397
0.12281 -0.233625 -0.0284907 -0.161752 0.187375 -0.494987 0.0526245 0.0364021 0.0474879 0.246161 0.242878 -0.127682 -0.158028 0.0758759 -0.0352377 0.0145888 -0.0893203 0.141246 0.0329373 0.
1.68794 0.0392561 0.0892004 0.0825523 -0.100716 0.100567 -0.280631 -0.116152 0.049423
0.194173 0.0273062 -0.0760683 -0.267384 -0.010747 -0.00408776 0.435188 -0.19226 0.195929 0.118635 -0.152068 0.389877 0.19595 -0.284525 -0.0658806 0.0148488 -0.0343041 0.0648447 0.142297 0.
0.0187205 0.454612 0.212791 -0.10155 -0.00933464 -0.0840452 -0.0160227 -0.0731663 -0.0726484
0.113158 -0.127364 -0.199973 0.218761 0.115968 0.0845831 0.296806 0.0206603 0.0419144 -0.268292 -0.220654 0.200705 -0.00394195 -0.0824178 -0.0552526 -0.102355 0.0718321 -0.292095 -0.101005
0.25261 -0.0317328 0.585665 0.202158 0.135156 0.152465 0.00112569 -0.0365073 0.0183303
0.245103 -0.0379005 0.249796 0.223658 -0.212712 0.00142139 -0.250621 -0.0438574 -0.0374695 0.10255 0.0317127 -0.236937 0.0526566 0.0365469 0.0433822 -0.113337 -0.0299223 -0.0845067 0.191159
0.140691 0.0239611 0.063849 0.583883 0.130682 -0.397614 0.140045 0.107705 0.100666
0.212887 0.0408414 0.0432911 -0.3223 -0.098765 -0.0012707 0.0282862 0.217003 0.33744 -0.275688 -0.133818 -0.228191 -0.287306 0.133114 -0.09523 0.103352 -0.094957 0.216425 -0.15649 -0.2440
84 0.208054 0.0734158 0.11225 0.32407 0.140605 0.0131654 0.0701753 0.279535
0.236342 -0.0342118 0.208553 0.22741 -0.12887 0.0566029 -0.242403 -0.113701 -0.0223432 0.0795438 -0.00639523 -0.260678 0.0585996 0.0160812 0.0447937 -0.0739062 -0.0375475 -0.169321 0.186961
```

图 1: 正交矩阵 U 的部分值

```

0.245103 -0.0379005 0.249796 0.223658 -0.212712 0.0012139 -0.250621 -0.0438374 -0.0374695 0.10235 0.0317127 -0.236987 0.0326566 0.0365469 0.0433822 -0.113337 -0.0299223 -0.0845067 0.191159
0.140691 0.0339611 0.063849 0.583883 0.130682 -0.397614 0.140045 0.107705 0.100066
0.212867 0.0408414 0.0432211 -0.3223 -0.0998765 -0.0012797 0.0282962 0.217003 0.33744 -0.275688 -0.133818 -0.228191 -0.287306 0.133114 -0.09523 0.103352 -0.0949957 0.216425 -0.15649 -0.2440
84 0.208054 0.0734158 0.11225 0.32407 0.140605 0.0131654 0.0701753 0.273555
0.635342 -0.0342118 0.008383 0.22741 -0.12882 0.0536029 -0.242403 -0.115701 -0.0223432 0.0795438 -0.00639523 -0.260678 0.0385996 0.0160812 0.0442937 -0.0739062 -0.0375475 -0.169321 0.186961
0.159976 -0.00779487 0.0409998 -0.407153 0.145078 0.594529 0.0992192 0.110496 0.128561
0.0325802 -0.390963 0.0897124 0.0442409 0.477681 -0.292757 -0.119177 -0.0925929 0.0647401 0.052934 0.0899299 0.00905826 -0.104726 -0.155627 0.154788 0.0328707 -0.0166423 -0.110141 -0.113296
-0.338967 -0.0405046 -0.02668 0.0864397 0.0813027 0.075012 0.489293 -0.143249 -0.0389487
0.159496 -0.174221 -0.129762 -0.224787 0.123585 0.210925 0.0472228 0.102244 -0.179292 -0.0307355 0.391638 0.0738503 0.12817 -0.182757 0.070913 -0.290496 -0.267671 -0.174687 -0.19764 -0.0208
991 0.0884289 -0.106163 -0.013922 0.102836 -0.029847 -0.104377 0.534584 0.0609172
0.153544 -0.170361 -0.459864 0.071722 -0.354715 -0.300944 -0.100883 0.0303362 -0.462944 0.0800179 -0.242162 0.131896 -0.165358 -0.0901784 -0.127987 -0.0340784 0.0148946 0.141069 -0.131781
-0.0213682 -0.0916821 -0.132964 -0.0817108 0.175527 -0.0431464 0.128751 0.00708762 0.171746
正交矩阵V为
0.0284113 -0.0422221 0.00963128 -0.028024 0.123837 -0.0899256 0.059899 -0.0516039 -0.195669 -0.376767 -0.543076 0.701523
0.161979 -0.644267 -0.521551 0.224297 -0.384544 -0.21098 0.117628 0.10304 -0.12333 0.0451588 0.0374329 0.0294532
0.0292717 -0.0936797 -0.0630768 0.0168622 -0.0430269 0.185246 0.102769 -0.0151717 0.238952 -0.555693 -0.478916 -0.586422
0.14491 -0.543018 0.759487 -0.226692 -0.188343 -0.0283853 -0.116499 0.0746845 -0.0133904 -0.00491833 0.00356561 -0.0156241
0.0348765 -0.116199 -0.0186828 0.0570462 -0.0056745 0.21143 0.202738 0.0806621 0.866511 0.0283275 0.116359 0.535335
0.0312827 -0.0873538 -0.135289 0.156338 0.191302 -0.0528119 -0.891951 0.252501 0.167604 -0.143043 0.0119204 0.0351058
0.157212 -0.363467 -0.0496554 0.08993 0.642166 0.257032 0.0950931 -0.365931 -0.152785 -0.22571 0.369728 -0.0162775
0.0770178 -0.175794 -0.0480063 0.060128 0.296522 0.432264 0.0155898 0.212771 -0.0801522 0.618539 -0.493572 -0.0653433
0.956374 0.283782 0.0112589 0.0227738 -0.0556006 -0.0284664 0.00250434 0.0149853 0.00448851 0.00152311 0.00146235 -0.00382375
0.0544552 -0.0839516 -0.348422 -0.924485 0.0347159 0.0458657 -0.0885951 -0.00296719 0.0429746 0.0132883 0.0259679 0.00722707
0.062712 -0.0830574 0.0331311 -0.0298049 0.436249 -0.77887 0.119498 -0.0867562 0.23212 0.200255 -0.194836 -0.172791
0.00900058 -0.0294925 -0.0302003 0.0421216 -0.360624 0.049616 -0.30073 -0.852372 0.122672 0.22827 -0.284115 0.014089
奇异值矩阵B为
214.31 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 22.2979 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 8.66648 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 5.94702 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 4.98101 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 3.1445 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 2.60205 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 1.59683 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 1.14018 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0.880006
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0.703959
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0.375995
范数项||u||-1的模最大元素为-6.66134e-16
范数项||v||-1的模最大元素为-8.88178e-16
范数项||sigma||-1的模最大元素为1.10187e-11

```

图 2: 正交矩阵 U 的剩下的值和其余结果