2019—2020 学年第二学期期末考试

2019 级 高等数学（二）试卷（A 卷）

题号	一	二	三	四	总分
得分					

得分

一、选择题（每小题 2 分，共 20 分）

1．设函数 $f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处连续是函数在该点可偏导的（　　）.

A）充分而不必要条件　　B）必要而不充分条件

C）必要而且充分条件　　D）既不必要也不充分条件

2．下列等式正确的是（　　）.

A）$\dfrac{d}{dx}\int_a^x f(t)dt=f(x)$　　B）$\dfrac{d}{dx}\int_0^x xf(t)dt=xf(x)$

C）$\dfrac{d}{dx}\int_a^b f(t)dt=f(b)$　　D）$\dfrac{d}{dx}\int_a^x f(xt)dt=xf(x)$

3．如果 $f(x)$ 在 $[-a,a]$ 上连续，则 $\int_{-a}^{a}[f(x)-f(-x)]\cos x dx=$（　　）.

A）$\dfrac{\pi}{2}$　　B）$2f(a)$　　C）$2f(a)\cos a$　　D）0

4．如果广义积分 $\int_0^{+\infty}\dfrac{k}{1+x^2}dx=\dfrac{\pi}{10}$，则 $k=$（　　）.

A）$\dfrac{1}{3}$　　B）$\dfrac{1}{4}$　　C）$\dfrac{1}{5}$　　D）$\dfrac{1}{6}$

5．设 $y^*(x)$ 是微分方程 $y''+p(x)y'+q(x)y=f(x)$ 的特解，$y(x)$ 是微分方程 $y''+p(x)y'+q(x)y=0$ 的通解，则方程 $y''+p(x)y'+q(x)y=f(x)$ 的通解是（　　）.

A）$y(x)$　　B）$y(x)-y^*(x)$　　C）$y^*(x)$　　D）$y^*(x)+y(x)$

6．累次积分 $\int_0^1 dx\int_0^{\sqrt{x}} f(x,y)dy$ 改变积分次序为（　　）.

A）$\int_0^1 dy\int_0^1 f(x,y)dx$　　B）$\int_0^1 dy\int_0^{\sqrt{x}} f(x,y)dx$　　C）$\int_0^1 dy\int_0^{y^2} f(x,y)dx$　　D）$\int_0^1 dy\int_{y^2}^1 f(x,y)dx$

7．利用柱坐标计算三重积分 $\iiint\limits_{\Omega}\left(x^2+y^2+z^2\right)dv$，其中 Ω：$x^2+y^2\le a^2, 0\le z\le 1$，下列定限哪一个是正确的（　　）.

A）$\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^a d\rho\int_0^1\rho^3 dz$　　B）$\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^a d\rho\int_0^1\rho\left(\rho^2+z^2\right)dz$

C）$\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^a d\rho\int_0^1\rho^2 dz$　　D）$\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^a d\rho\int_0^1\left(\rho^2+z^2\right)dz$

8．设平面的一般式方程为 $Ax+By+Cz+D=0$，当 $A=B=0$ 时，该平面必（　　）.

A）垂直于 x 轴　　B）垂直于 y 轴　　C）垂直于 xOy 面　　D）平行于 xOy 面

9．设直线 L 为 $\begin{cases} x+3y+2z+1=0 \\ 2x-y-10z+3=0 \end{cases}$，平面 π 为 $4x-2y+z-2=0$，则（　　）.

A）L 平行于 π　　B）L 在 π 上　　C）L 垂直于 π　　D）L 与 π 斜交

10．下列级数是发散的为（　　）.

A）$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\pi}{n^2}$　　B）$\sum_{n=1}^{\infty}\sin\frac{\pi}{n^2}$　　C）$\sum_{n=1}^{\infty}\cos\frac{\pi}{n^2}$　　D）$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin n}{n^2}$

得分

二、填空题（每空 1 分, 共 10 分）

1．已知向量 $\vec{a}=\vec{i}+2\vec{j}-\vec{k}$，$\vec{b}=2\vec{j}+\vec{k}$，则 $\vec{a}\cdot\vec{b}=$________________，$\vec{a}\times\vec{b}=$__________________.

2．二元函数 $f(x,y)=\ln(1-x^2-y^2)$ 的定义域为__________________________.

3．微分方程 $y'=\sin x$ 的通解为_________________________.

4．将 xOz 坐标面上的抛物线 $z=x^2$ 绕 z 轴旋转一周生成的曲面方程为_________________________.

5．设 $z=x\sin(x+y)$，则微分 $dz\big|_{(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4})}=$ _________________________.

6. 设D为环形区域：$4\le x^2+y^2\le 9$，则 $\iint\limits_D 3d\sigma=$______________________________.

7. 曲线 $\begin{cases} x^2+y^2+z^2=10 \\ y=2 \end{cases}$ 在 xOz 面上的投影柱面方程为______________________________.

8. 若级数 $\sum_{i=0}^{\infty}q^i$ 收敛，则 q 的取值范围为________________________，其和为___________________________.

得分

三、计算题(每小题 7 分, 共 49 分)

1．$\int_0^1\frac{x}{\sqrt{x+1}}dx$

2．求微分方程满足所给初值条件的特解：$y'=e^{2x-y}, y\big|_{x=0}=0$.

3．求 $y'''+5y''-6y'=0$ 通解.

4．计算二重积分$\iint\limits_D \sqrt{4-x^2}\,d\sigma$，其中$D=\{(x,y)\,|\,0\le y\le \sqrt{4-x^2}, 0\le x\le 2\}$.

5．判断级数的收敛性：$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n}{n\cdot 2^n}$.

6．设$x^2+y^2+z^2-2z=0$，求$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$，$\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

7．设$z=u^2+v^2+w^2, u=x+y, v=x-y, w=xy$，求$\frac{\partial z}{\partial x}$，$\frac{\partial z}{\partial y}$.

得分

四、应用题(每小题 7 分, 共 21 分)

1．求曲线所围成图形的面积：$y=e^x, y=e^{-x}, x=1$.

2．已知平面$\pi: 2x+y-2=0$与直线$L:\begin{cases}2x-y-2=0\\3y-2z+2=0\end{cases}$，求通过$L$且与$\pi$垂直的平面方程.

3．求函数$z=x^2+xy+y^2-2x-y$的极值.