

一、选择题

1. 已知三点 $M(1,2,1)$, $A(2,1,1)$, $B(2,1,2)$, 则 $\vec{MA} \cdot \vec{AB} = (\quad)$ 。
- A) -1 B) 1 ☒ C) 0 D) 2
2. 已知 $\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{b} = 3\vec{i} + 4\vec{j} - 5\vec{k}$, 则与 $3\vec{a} - \vec{b}$ 平行的单位向量为 (\quad) 。
- A) $\{3, 7, 11\}$ B) $\{3, -7, 11\}$ C) $\pm \frac{1}{\sqrt{129}}\{3, -7, 11\}$ ☒ D) $\pm \frac{1}{\sqrt{179}}\{3, -7, 11\}$
3. 设平面的一般式方程为 $Ax + By + Cz + D = 0$, 当 $A = D = 0$ 时, 该平面必 (\quad) 。
- A) 平行于 y 轴 B) 垂直于 z 轴 C) 垂直于 y 轴 ☒ D) 通过 x 轴
4. 方程 $z = \sqrt{2(x^2 + y^2)}$ 在空间直角坐标系中表示 (\quad) 。
- A) 旋转抛物面 B) 圆柱面 ☒ C) 圆锥面 D) 球面
5. 在空间直角坐标系中, 方程 $x^2 + y^2 = 2$ 表示 (\quad) 。
- A) 圆 B) 圆域 C) 球面 ☒ D) 圆柱面
6. 方程 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 2$ 在空间直角坐标系中表示 (\quad) 。
- A) 单叶双曲面 ☒ B) 双叶双曲面 C) 马鞍面 D) 椭球面
7. 直线 $l: \frac{x}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+2}{0}$ 与平面 $\pi: x + 2y + z = 3$ 的夹角为 (\quad) 。
- A) $\frac{\pi}{6}$ ☒ B) $\frac{\pi}{3}$ C) $\frac{\pi}{2}$ D) $\frac{\pi}{4}$
8. 设直线 L 为 $\begin{cases} x + y + 3z = 0 \\ x - y - z = 0 \end{cases}$, 平面 π 为 $x - y - z + 1 = 0$, 则 L 与 π 的夹角为 (\quad) 。
- A) 0 ☒ B) $\frac{\pi}{2}$ C) $\frac{\pi}{3}$ D) $\frac{\pi}{4}$

9. 设直线 L 为 $\begin{cases} x+3y+2z+1=0 \\ 2x-y-10z+3=0 \end{cases}$, 平面 π 为 $4x-2y+z-2=0$, 则 ()。

- A) L 平行于 π B) L 在 π 上 C) L 垂直于 π D) L 与 π 斜交

10. 函数 $f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 处偏导数存在是函数在该点可微分的 ()。

- A) 充分而不必要条件 B) 必要而不充分条件
C) 必要而且充分条件 D) 既不必要也不充分条件

11. 对于二元函数 $z = f(x, y)$ 的以下四条性质, 选项正确的是 ()。

- ① $f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 连续;
② $f_x(x, y)$ 、 $f_y(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 连续;
③ $f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 可微分;
④ $f_x(x, y)$ 、 $f_y(x, y)$ 存在.

- A) ② \Rightarrow ③ \Rightarrow ① B) ③ \Rightarrow ② \Rightarrow ①

- C) ③ \Rightarrow ④ \Rightarrow ① D) ③ \Rightarrow ① \Rightarrow ④

12. 函数 $z = f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 处可微是 $f(x, y)$ 在该点连续的 ()。

- A) 充分而不必要条件 B) 必要而不充分条件
C) 必要而且充分条件 D) 既不必要也不充分条件

13. 变上限积分 $\int_a^x f(t)dt$ 是 ()。

- A) $f'(x)$ 的所有原函数 B) $f'(x)$ 的一个原函数
C) $f(x)$ 的一个原函数 D) $f(x)$ 的所有原函数

14. 如果 $\Phi(x) = \int_0^x \sin(2t)dt$, 则 $\Phi'(x) =$ ()。

- A) $\cos(2x)$ B) $2\cos(2x)$ C) $\sin(2x)$ D) $2\sin(2x)$.

15. 下列定积分为零的是 ()。

- A) $\int_{-1}^1 x^2 \cos x dx$ B) $\int_{-1}^1 x \sin x dx$ C) $\int_{-1}^1 (x + \sin x) dx$ D) $\int_{-1}^1 (x + \cos x) dx$

16. 下列等式正确的是 ()。

A) $\frac{d}{dx} \int_a^x f(t)dt = f(x)$

B) $\frac{d}{dx} \int_0^x xf(t)dt = xf(x)$

C) $\frac{d}{dx} \int_a^b f(t)dt = f(b)$

D) $\frac{d}{dx} \int_a^x f(xt)dt = xf(x)$

17. 如果 $f(x)$ 在 $[-a, a]$ 上连续, 则 $\int_{-a}^a [f(x) - f(-x)] \cos x dx = (\quad)$ 。

A) $\frac{\pi}{2}$

B) $2f(a)$

C) $2f(a) \cos a$

D) 0

18. 如果广义积分 $\int_0^{+\infty} \frac{k}{1+x^2} dx = \pi$, 则 $k = (\quad)$ 。

A) 0

B) 1

C) 2

D) 3

19. 设 $z = f(x, y)$ 是由方程 $z^3 - 3xyz = a^3$ 确定, 则 $\frac{\partial z}{\partial x} = (\quad)$ 。

A) $\frac{yz}{xy - z^2}$

B) $\frac{yz}{z^2 - xy}$

C) $\frac{xz}{xy - z^2}$

D) $\frac{xy}{z^2 - xy}$

20. 设 $z = x^2 + 3xy + y^2$, 则 $\frac{\partial z}{\partial x} \Big|_{(1,2)} = (\quad)$ 。

A) 6

B) 7

C) 8

D) 9

21. 二元函数 $z = (1-x)^2 + (1-y)^2$ 的驻点是 (\quad) 。

A) $(0, 0)$

B) $(0, 1)$

C) $(1, 0)$

D) $(1, 1)$

22. 设函数 $z = f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 的某领域内具有二阶连续偏导数, 又

$f'_x(x_0, y_0) = 0, f'_y(x_0, y_0) = 0$, 记 $f''_{xx}(x_0, y_0) = A, f''_{xy}(x_0, y_0) = B, f''_{yy}(x_0, y_0) = C$,

且 $AC - B^2 > 0, A < 0$, 则 (\quad) 。

A) $f(x_0, y_0)$ 为极小值

B) $f(x_0, y_0)$ 为极大值

C) $f(x_0, y_0)$ 不是极值

D) 以上均不正确

23. 将二重积分 $\iint_D f(x, y) dx dy$ 化为二次积分, 其中积分区域 D 是由

$y = 4, y = x^2, x \geq 0$ 所围成, 下列各式中正确的是 (\quad) 。

A) $\int_{x^2}^4 dx \int_0^2 f(x, y) dy$

B) $\int_0^4 dx \int_0^4 f(x, y) dy$

C) $\int_0^4 dy \int_0^y f(x, y) dx$

D) $\int_0^4 dy \int_0^{\sqrt{y}} f(x, y) dx$

24. 设 D 为圆域 $x^2 + y^2 \leq 2ax$ ($a > 0$), 化积分 $\iint_D F(x, y) d\sigma$ 为二次积分的正确方法是 ()。

A) $\int_0^{2a} dx \int_{-a}^a f(x, y) dy$

B) $2 \int_0^{2a} dx \int_0^{\sqrt{2a-x^2}} f(x, y) dy$

C) $\int_0^a d\theta \int_{-a}^{2a \cos \theta} f(\rho \cos \theta, \rho \sin \theta) \rho d\rho$

D) $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^{2a \cos \theta} f(\rho \cos \theta, \rho \sin \theta) \rho d\rho$

25. 设 $I = \int_1^3 dx \int_0^{\ln x} f(x, y) dy$, 改变积分次序, 则 ()。

A) $\int_0^{\ln 3} dy \int_0^{e^y} f(x, y) dx$

B) $\int_0^{\ln 3} dy \int_{e^y}^3 f(x, y) dx$

C) $\int_0^{\ln 3} dy \int_0^3 f(x, y) dx$

D) $\int_1^3 dy \int_0^{\ln x} f(x, y) dx$

26. 已知 Ω 是由曲面 $4z^2 = 25(x^2 + y^2)$ 及平面 $z = 5$ 所围成的空间闭区域, 将

$\iiint_{\Omega} (x^2 + y^2) dv$ 在柱面坐标系下化成三次积分为 ()。

A) $\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^2 r^3 dr \int_0^5 dz$

B) $\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^4 r^3 dr \int_0^5 dz$

C) $\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^2 r^3 dr \int_{\frac{5}{2}}^5 dz$

D) $\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^2 r^2 dr \int_0^5 dz$

27. 设 Ω 是由曲面 $x^2 + y^2 = 2z$ 及 $z = 2$ 所围成的空间闭区域, 在柱面坐标系下将

三重积分 $I = \iiint_{\Omega} f(x, y, z) dx dy dz$ 表示为三次积分为 ()。

A) $\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^1 d\rho \int_0^{\frac{\rho^2}{2}} f(\rho \cos \theta, \rho \sin \theta, z) dz$

B) $\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^2 d\rho \int_0^{\frac{\rho^2}{2}} f(\rho \cos \theta, \rho \sin \theta, z) \rho dz$

C) $\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^2 d\rho \int_{\frac{\rho^2}{2}}^2 f(\rho \cos \theta, \rho \sin \theta, z) \rho dz$

D) $\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^2 d\rho \int_0^2 f(\rho \cos \theta, \rho \sin \theta, z) \rho dz$

28. 若级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 与 $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$ 均发散, 则 $\sum_{n=1}^{\infty} (u_n + v_n)$ ()。

A) 收敛

B) 发散

C) 可能收敛也可能发散

D) 绝对收敛

29. 下列级数是发散的为 ()。

A) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\pi}{n^2}$

B) $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{\pi}{n^2}$

C) $\sum_{n=1}^{\infty} \cos \frac{\pi}{n^2}$

D) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n}{n^2}$

30. 若 $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$, 则级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ ()。

- A) 一定收敛且和为 0 B) 一定收敛但不一定为 0
C) 一定发散 ☒ D) 可能收敛也可能发散

31. 设有级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ ，则以下命题成立的是 ()。

- ☒ A) 若 $\sum_{n=1}^{\infty} |u_n|$ 收敛则 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛 B) 若 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛则 $\sum_{n=1}^{\infty} |u_n|$ 收敛
C) 若 $\sum_{n=1}^{\infty} |u_n|$ 发散则 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 发散 D) 以上均错

32. 下列级数收敛的是 ()。

- A) $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{\ln n}$ B) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n(n+1)}}$ C) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ ☒ D) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{n}$

33. 下列级数发散的是 ()。

- A) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!}$ B) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^n}$ ☒ C) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n(n+1)}}$ D) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{n}$

34. 不同函数在同一积分区间上的定积分，满足下列哪个条件时，函数大的积分一定大 ()。

- A) 上限大于下限 B) 上限小于下限
C) 上限等于下限 ☒ D) 上限与下限都大于零

35. 变上限的定积分是 ()。

- A) 上限的函数 B) 积分变量的函数
C) 常数 ☒ D) 函数簇

36. 关于线性微分方程，下列说法错误的是 ()。

- A) 因变量及其各阶导数不会以函数的形式出现
B) 因变量及其各阶导数的系数可以是自变量的函数
☒ C) 不会有常数项出现
D) 因变量及其各阶导数不会相互乘除

37. 关于二阶线性微分方程的解，下列说法错误的是 ()。

- ☒ A) 齐次解中一定会有两个任意常数
B) 齐次解中最多会有两个任意常数
C) 任意常数的值需要由初始条件来确定
D) 非齐次特解中没有任意常数

38. 两向量的向量积的方向 ()。

- A) 与第一个向量的方向相同
B) 平行于参与运算的两个向量
☒ C) 垂直于参与运算的两个向量
D) 与第一个向量的方向垂直
39. 在空间直角坐标系中, 点 $P(-3, 2, -4)$ 位于 ()。
A) 第二卦限 B) 第三卦限 C) 第五卦限 ☒ D) 第六卦限
40. 在空间直角坐标系中, XOY 平面与 YOZ 平面的交线是 ()。
A) X 轴 ☒ B) Y 轴 C) Z 轴 D) 不确定
41. 旋转曲面中, 母线与轴的关系是 ()。
A) 平等 B) 垂直 ☒ C) 共面 D) 没有关系
42. 一元函数在三维空间中代表的曲面是 ()。
A) 旋转曲面 ☒ B) 平面 C) 球面 D) 柱面
43. 二元函数的驻点是指 ()。
A) 对 x 偏导为零的点 B) 对 y 偏导为零的点
☒ C) 对 x, y 偏导都为零的点 D) 对 x, y 任一偏导为零的点
44. 空间曲面上某点为驻点是该点为极点的 ()。
A) 充分条件 ☒ B) 必要条件
C) 充分必要条件 D) 前面三种都不是
45. 一般项极限为零是级数收敛的 ()。
A) 充分条件 ☒ B) 必要条件
C) 充分必要条件 D) 前面三种都不是
46. 利用二次积分计算二重积分时 ()。
☒ A) 外层积分的上下限必是常数 B) 内层积分的上下限必是常数
C) 外层积分的上下限不能是常数 D) 内层积分的上下限不能是常数
47. 聚点是指 ()。
A) 内点 B) 外点 ☒ C) 内点和边界点 D) 外点和边界点
48. 关于绝对收敛与条件收敛, 下列说法正确的是 ()。
☒ A) 正项级数若收敛, 则必是绝对收敛
B) 正项级数若收敛, 则必是条件收敛

C) 交错项级数若收敛, 则必是绝对收敛

D) 交错项级数若收敛, 则必是条件收敛

49. 常微分方程是指 ()。

A) 最常见的微分方程

B) 因变量及其各阶导数的系数都为常数的微分方程

☒ C) 只包含一元函数及各阶导数的微分方程

D) 具有常数项的微分方程

50. 对于多元函数而言 ()。

A) 既有偏导数, 也有全导数

☒ B) 既有偏微分, 也有全微分

C) 只有偏微分, 没有全微分

D) 只有全微分, 没有偏微分

二、填空题

1. $\vec{a}=(a_x, a_y, a_z), \vec{b}=(b_x, b_y, b_z)$, 则 $\vec{a} \cdot \vec{b} =$ _____.

2. $\vec{a}=(a_x, a_y, a_z), \vec{b}=(b_x, b_y, b_z)$, 则 $\vec{a} \times \vec{b} =$ _____.

3. 已知 $\vec{a}=(1, 1, 4), \vec{b}=(1, -2, -2)$, 则 $\vec{a} \cdot \vec{b} =$ _____.

4. 已知 $\vec{a}=(2, 1, -1), \vec{b}=(1, -1, 2)$, 则 $\vec{a} \times \vec{b} =$ _____.

5. 二元函数 $f(x, y) = \ln(1 - x^2 - y^2)$ 的定义域为_____.

6. 函数 $z = \arccos(y - x)$ 的定义域为_____.

7. 二元函数 $f(x, y) = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$ 的定义域是_____.

8. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{e^{xy} - 1}{xy} =$ _____.

9. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin(x+y)}{2(x+y)} =$ _____.

10. 将 yOz 坐标面上的抛物线 $z = y$ 绕 z 轴旋转一周生成的曲面方程为_____.

11. 将 xOz 坐标面上的抛物线 $z = x^2$ 绕 z 轴旋转一周生成的曲面方程为_____.

12. 设 D 为环形区域: $4 \leq x^2 + y^2 \leq 9$, 则 $\iint_D 3d\sigma =$ _____.

13. 设 $D: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} \leq 1$, 则 $\iint_D dx dy =$ _____.

14. 曲线 $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 10 \\ y = 2 \end{cases}$ 在 xOz 面上的投影柱面方程为_____.

15. 经过直线 $L: \begin{cases} x+2y-z=6 \\ x-2y+z=0 \end{cases}$ 且垂直于平面 $\pi: x+2y+z=0$ 的平面方程为_____.

16. $\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{x+1}} dx =$ _____.

17. 微分方程 $y' = e^{2x-y}$, $y|_{x=0} = 0$ 的特解为_____.

18. 已知微分方程 $y'' + 2y' - 3y = 0$, 则其通解为_____.

19. 已知微分方程 $y'' - 2y' + y = 0$, 则其通解为_____.

20. $y^{(4)} + 5y'' = 0$ 的通解为_____.

21. 交换积分次序, $\int_0^2 dy \int_{y^2}^{2y} f(x, y) dx =$ _____.

22. 交换二次积分的积分次序: $\int_0^1 dy \int_0^y f(x, y) dx =$ _____.

23. 交换二次积分的积分次序:

$$\int_0^1 dy \int_{y+1}^2 f(x, y) dx =$$

24. 交换积分次序, $\int_0^1 dy \int_y^{\sqrt{y}} f(x, y) dx =$ _____.

25. 区域 $D = \{(x, y) | 0 \leq y \leq \sqrt{4-x^2}, 0 \leq x \leq 2\}$, 则 $\iint_D \sqrt{4-x^2} d\sigma =$ _____.

26. 若 D 是以点 $(0,0)$, $(1,1)$ 和 $(0,1)$ 为顶点的三角形闭区域, 则 $\iint_D e^{-y^2} dx dy =$ _____.

27. 设积分区域 D 为 $1 \leq x^2 + y^2 \leq 4$, $\iint_D 2 dx dy =$ _____.

28. 设积分区域 $D: x^2 + y^2 \leq a^2$, 且 $\iint_D dx dy = 9\pi$, 若 $a \geq 0$, 则 $a =$ _____.

29. 曲线 $y = e^x, y = e^{-x}, x = 1$ 所围成图形的面积为_____.
30. Ω 是由曲面 $z = \sqrt{2 - x^2 - y^2}$ 与 $z = x^2 + y^2$ 所围成的区域, 则 $\iiint_{\Omega} z dv =$ _____.
31. 若 Ω 为三个坐标面与 $x + y + z = 1$ 所围成的闭区域, 则 $\iiint_{\Omega} x dx dy dz =$ _____.
32. 若 Ω 为球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ 及三个坐标面所围成的在第一卦限的闭区域, 则 $\iiint_{\Omega} xyz dx dy dz =$ _____.
33. 若 Ω 为球体 $x^2 + y^2 + z^2 \leq z$, 则 $\iiint_{\Omega} \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} dv =$ _____.
34. 设 $z = x \sin(x + y)$, 则微分 $dz =$ _____.
35. 已知函数 $z = e^{xy}$, 则在 $(2, 1)$ 处的全微分 $dz =$ _____.
36. 设 $z = e^{x+2y}$, 则 $\frac{\partial z}{\partial x} =$ _____, $\frac{\partial z}{\partial y} =$ _____.
37. 设 $f(u, v)$ 偏导数连续, $z = f(xy, \frac{y}{x})$, 则 $\frac{\partial z}{\partial x} =$ _____.
38. 若 $x^2 + y^2 + z^2 - 2z = 0$, 则 $\frac{\partial z}{\partial x} =$ _____, $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} =$ _____.
39. 若 $w = f(x + y + z, xyz)$, 具有二阶连续偏导数, 则 $\frac{\partial w}{\partial x} =$ _____, $\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z} =$ _____.
40. 设 $z = x^3 + 3x^2y + y^2 - 2x$, 则 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} =$ _____,
 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} =$ _____.
41. 方程 $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = 0$ 确定了函数 $z(x, y)$, 则 $\frac{\partial z}{\partial x} =$ _____.
42. 设 $f(u, v)$ 偏导数连续, $z = f(xy, \frac{y}{x})$, 则 $\frac{\partial z}{\partial y} =$ _____.

43. 设 $z = x^3y^2 - 3xy^3 - xy + 1$, 则 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} =$ _____.
44. 设 $z = f(u, v, t) = uv + \sin t$, $u = e^t$, $v = \cos t$, $\frac{dz}{dt} =$ _____.
45. 函数 $f(x, y) = x^3 - y^3 + 3x^2 + 3y^2 - 9x$ 的极大值为_____, 极小值为_____.
46. 函数 $f(x, y) = 4(x - y) - x^2 - y^2$ 的极值为_____.
47. 函数 $z = x^2 + xy + y^2 - 2x - y$ 的驻点为_____.
48. 函数 $f(x, y) = 2x^2 + ax + xy^2 + 2y$ 在点 $(1, -1)$ 处取得极值, 常数 $a =$ _____.
49. 级数 $\sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{2n}$ 是_____ (收敛或发散) 的, 级数 $\sum_{i=2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n(n-1)}}$ 是_____ (收敛或发散) 的.
50. 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{2n}$ 是_____ (绝对或条件) 收敛的.