

# 微积分29——多元函数的极值

## 多元函数极值存在的判断条件

设函数 $z = f(x, y)$ 在点 $(x_0, y_0)$ 的某领域内存在连续的二阶偏导数且 $f_x(x_0, y_0) = 0, f_y(x_0, y_0) = 0$  ( $x_0, y_0$ 为驻点), 则设

$$D = D(x_0, y_0) = f_{xx}(x_0, y_0)f_{yy}(x_0, y_0) - [f_{xy}(x_0, y_0)]^2$$

- a) 如果 $D > 0$ 并且 $f_{xx}(x_0, y_0) > 0$ , 则 $f(x_0, y_0)$ 是一个极小值。
- b) 如果 $D > 0$ 并且 $f_{xx}(x_0, y_0) < 0$ , 则 $f(x_0, y_0)$ 是一个极大值。
- c) 如果 $D < 0$ , 则 $f(x_0, y_0)$ 既不是极大值也不是极小值,  $(x_0, y_0)$ 是一个鞍点。
- d) 如果 $D = 0$ , 不能得出任何结论, 即 $f(x_0, y_0)$ 有可能是极值, 也可能不是, 需要具体分析。

## 参考教材章节

- 《Calculus》 14.7 Maximum and Minimum Values

## 课后作业

1. 找到平面 $x + 2y + z = 4$ 上距离点 $(1, 0, -2)$ 最近的点, 并且算出该最近距离
2. 一个没有顶盖的长方体盒子的总面积为 $12m^2$ , 求该盒子可能的最大体积
3. 找到函数 $f(x, y) = x^2 + y^2 + x^2y + 4$ 在闭区域 $D = (x, y) || x| \leq 1, |y| \leq 1$ 上的最大值和最小值。