

微积分26——多元复合函数求导

多元复合函数求导的两种基本类型

多元函数与一元函数的复合

设 $z = f(x, y)$ 是关于 x, y 的函数且具有连续偏导数, 其中 $x = h(t), y = g(t)$ 是关于 t 的可导函数, 则函数 $z = f(h(t), g(t))$ 关于 t 可导且

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\partial f}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{dy}{dt}$$

多元函数与多元函数的复合

设 $z = f(x, y)$ 是关于 x, y 的函数且具有连续偏导数, 其中 $x = h(s, t), y = g(s, t)$ 是关于 s, t 的函数且具有连续偏导数, 则

$$\frac{\partial z}{\partial s} = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial s} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial s} \quad \frac{\partial z}{\partial t} = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial t}$$

参考教材章节

- 《Calculus》 14.5 The Chain Rule

课后作业

1. 设 $z = \arctan(xy), y = e^x$, 求 $\frac{dz}{dx}$

2. 求下列函数的一阶偏导数(其中 f 具有一阶连续偏导)

$$(1). \mu = f(x^2 - y^2, e^{xy}) \quad (2). \mu = f\left(\frac{x}{y}, \frac{y}{z}\right)$$

$$(3). \mu = f(x, xy, xyz)$$

3. 设 $z = f(x^2 + y^2)$, 其中 f 具有二阶导数, 求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$

4. 设 $z = f(\sin x, \cos y, e^{x+y})$, 且 f 具有二阶连续偏导数, 求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$