

微积分16——定积分4:反常积分

反常积分的形式

无穷限的反常积分

$$\int_a^{+\infty} f(x)dx = \lim_{t \rightarrow +\infty} \int_a^t f(x)dx$$

无界函数的反常积分

$$\begin{aligned} \int_a^b f(x)dx &= \lim_{t \rightarrow b^-} \int_a^t f(x)dx && f(x) \text{在区间}[a, b) \text{上的反常积分} \\ \int_a^b f(x)dx &= \lim_{t \rightarrow a^+} \int_t^b f(x)dx && f(x) \text{在区间}(a, b] \text{上的反常积分} \end{aligned}$$

参考教材章节

- 5.4 反常积分

课后作业

1. 当 k 为何值时, 反常积分 $\int_2^{+\infty} \frac{dx}{x(\ln x)^k}$ 收敛? 当 k 为何值时候, 该积分收敛? 又当 k 为何值时, 该积分取得最小值?
2. 计算反常积分 $\int_0^1 \ln x dx$

3. 利用递推公式计算反常积分 $I_n = \int_0^{+\infty} x^n e^{-x} dx (x \in N)$