

线性代数5——线性变换

参考教材章节

- 1.8 线性变换介绍
- 1.9 线性变换的矩阵
- 4.2 零空间、列空间和线性变换
- 4.4 坐标系
- 4.7 基的变换

课后作业

1. 设 A 是 6×5 矩阵, 为了定义 $T: R^a \rightarrow R^b, T(x) = Ax, a$ 与 b 应该是多少?

2. 设 $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, \nu_1 = \begin{bmatrix} -2 \\ 5 \end{bmatrix}, \nu_2 = \begin{bmatrix} 7 \\ -3 \end{bmatrix}, T: R^2 \rightarrow R^3$ 是线性变换, 把 x 映射为 $x_1\nu_1 + x_2\nu_2$, 求矩阵 A 使对每个 x , 有 $T(x) = Ax$

3. 求出下列变换对应的矩阵形式

$T: R^2 \rightarrow R^3$ 作水平剪切, 将 e_2 映射为 $e_2 - 2e_1$ 而保持 e_1 不变, 在关于直线 $x_2 = -x_1$ 作对称变换

4. 令 $A = \begin{bmatrix} -8 & -2 & -9 \\ 6 & 4 & 8 \\ 4 & 0 & 4 \end{bmatrix}$, $w = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}$ 问: w 是否存在于 A 的列空间中? w 是否存在与 A 的零空间中?

5. 求矩阵 A , 使得给出的向量合集是 A 的列空间: $\begin{bmatrix} 2s + 3t \\ r + s - 2t \\ 4r + s \\ 3r - s - t \end{bmatrix}, r, s, t \in R$

6. 设 $B = \{b_1, b_2\}$ 和 $C = \{c_1, c_2\}$ 是向量空间 V 的两个基, 设 $b_1 = 6c_1 - 2c_2, b_2 = 9c_1 - 4c_2$, 求:

a. 由 B 到 C 的变换矩阵

b. 若 $x = -3b_1 - 1 + 2b_2$, 求在基 C 下的 x 的坐标 $[x]_C$