

# 微积分11——不定积分3：第二类换元法

## 第二类换元法的理论基础

$$\int f(x)dx \stackrel{\text{令 } x=g(t)}{=} \int f[g(t)]dg(t) = \int f[g(t)]g'(t)dt.$$

$$\text{设 } F'(t) = f[g(t)]g'(t), \text{ 则 } \int f(x)dx = F(t) + C = F[g^{-1}(x)] + C$$

## 基本积分表2

$$[1]. \int \tan x dx = -\ln |\cos x| + C$$

$$[2]. \int \cot x dx = \ln |\sin x| + C$$

$$[3]. \int \sec x dx = \ln |\sec x + \tan x| + C$$

$$[4]. \int \csc x dx = \ln |\csc x - \cot x| + C$$

$$[5]. \int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$$

$$[6]. \int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{x-a}{x+a} \right| + C$$

$$[7]. \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C$$

$$[8]. \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 + x^2}} = \ln(x + \sqrt{x^2 + a^2}) + C$$

$$[9]. \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - a^2}} = \ln |x + \sqrt{x^2 - a^2}| + C$$

## 参考教材章节

- 4.2 换元积分法

## 课后作业

1. 求下列不定积分

$$(1). \int \frac{x^3}{x^2 + 9} dx$$

$$(2). \int \frac{dx}{2x^2 - 1}$$

$$(3). \int \frac{dx}{x + \sqrt{1 - x^2}}$$

$$(4). \int \frac{x - 1}{x^2 + 2x + 3} dx$$