

# 线性代数4——线性方程组及其解的结构

---

## 参考教材章节

- 1.1 线性方程组
- 1.2 行化简与阶梯形矩阵
- 1.3 向量方程
- 1.4 矩阵方程  $Ax = b$
- 1.5 线性方程组的解集

## 课后作业

1. 解下列方程组，并给出解集的几何解释

$$\begin{aligned}x_1 + 3x_2 - 5x_3 &= 4 \\x_1 + 4x_2 - 8x_3 &= 7 \\-3x_1 - 7x_2 + 9x_3 &= -6\end{aligned}$$

2. 证明定理：

- a. 设  $p$  是  $Ax = b$  的解，即  $Ap = b$ . 设  $\nu_h$  为  $Ax = 0$  的解， $w = p + \nu_h$ ，证明  $w$  是  $Ax = b$  的解
- b. 设  $w$  是  $Ax = b$  的任意解，定义  $\nu_h = w - p$ ，证明  $\nu_h$  是  $Ax = 0$  的解.

3. 构造一个  $2 \times 2$  矩阵  $A$ ，使方程  $Ax = 0$  的解集是一条经过点  $(4, 1)$  和原点的  $R^2$  中直线，随后在  $R^2$  中找一下向量  $b$  使  $Ax = b$  的解集不是  $R^2$  中平行于  $Ax = 0$  的解集的直线，为什么这于上一题中所要证明的定理没有矛盾

4. 设  $A$  是矩阵,  $y$  是  $R^2$  中的一个向量, 且方程  $Ax = y$  无解, 讨论是否存在  $R^3$  中的一个向量  $z$ , 使得方程  $Ax = z$  有唯一解?