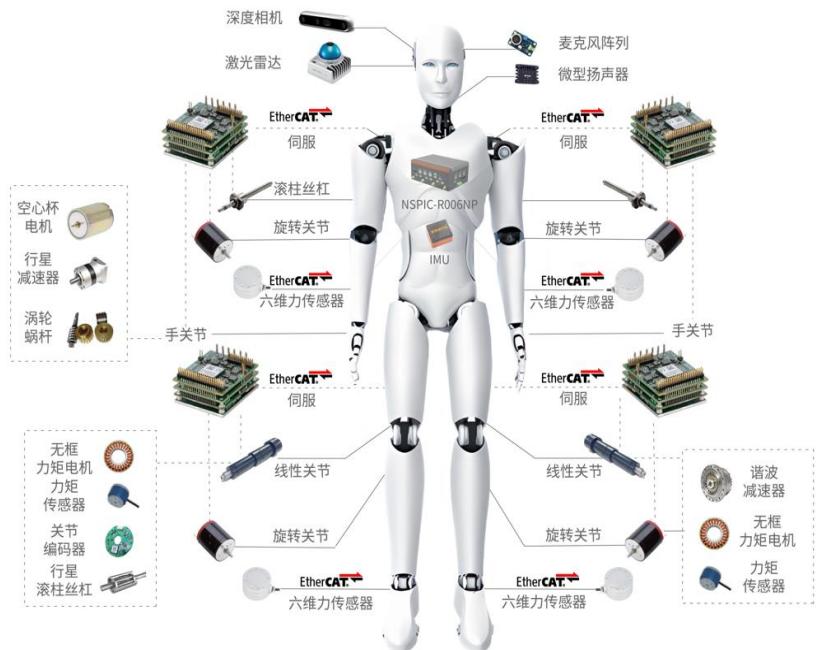




# 机器人系统设计

## ——课程介绍



**主讲教师：吕光明/讲师**

**单位：人工智能学院机器人工程教研室**

**邮箱：lv0527@163.com**

**办公：重点实验室A座104、机械馆411、行政楼316**



# 机器人系统设计

---

## ——第四章 机器人运动与控制



# 4.1 简介及移动机器人构型分析

## 课程目的

把移动机器人运动看成单纯控制问题。通过控制原理讲解，提升学生的移动机器人基础理论水平和专业技能。

建模



分析



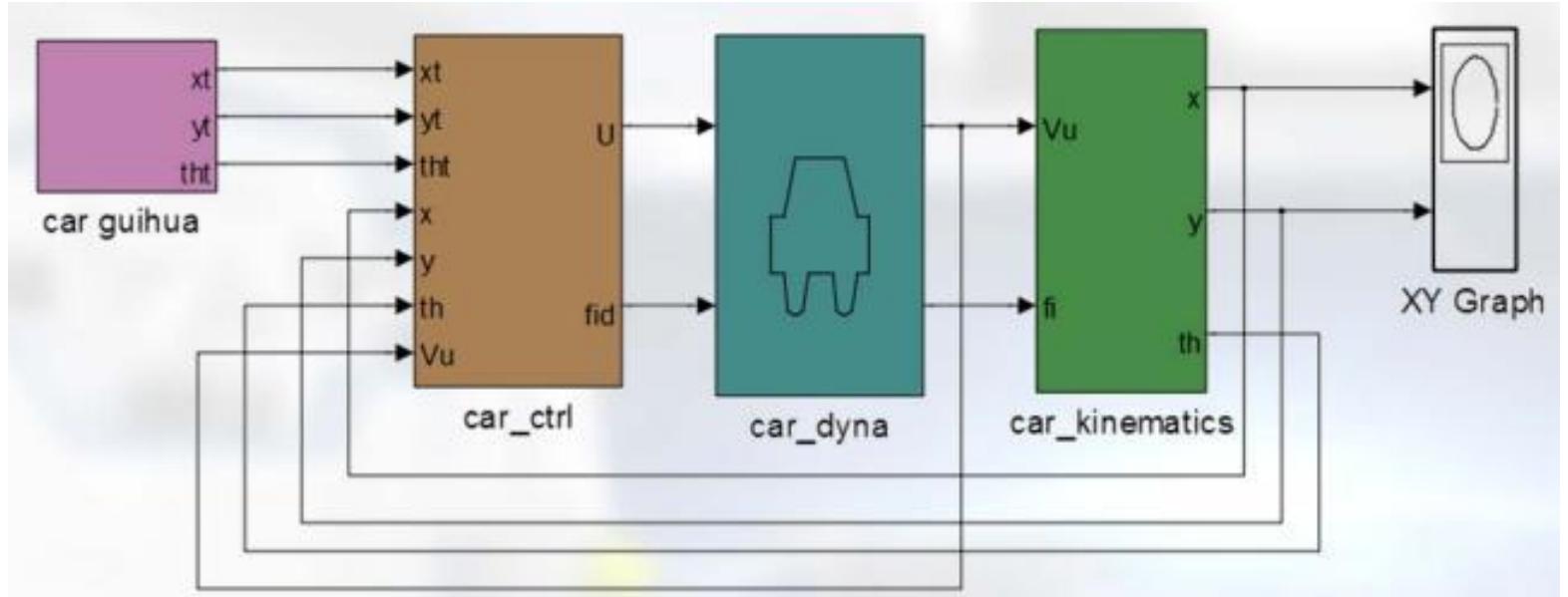
设计

1. 移动机器人运动控制的建模分析设计
2. Matlab特别是Simulink仿真技能训练

# 4.1 简介及移动机器人构型分析



## 课程目的



➤ 在构建小车运动曲线规划、运动学、动力学、控制器模型的基础上，完成小车跟踪曲线仿真

# 4.1 简介及移动机器人构型分析



## 控制系统设计流程

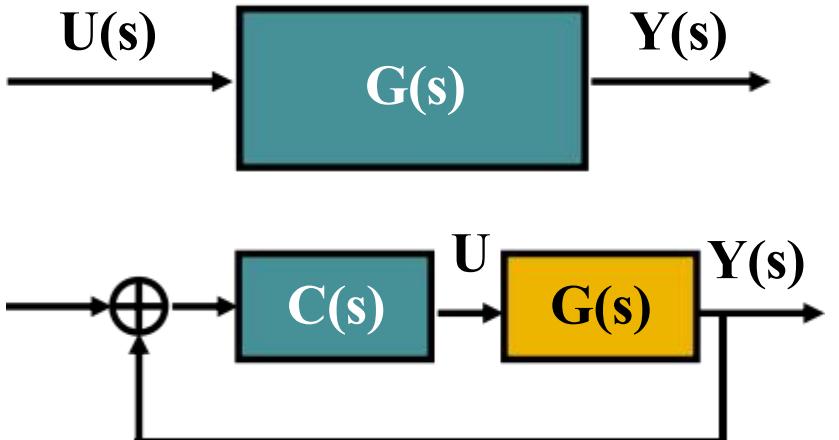
确定控制目标



建立系统模型



系统分析  
控制器设计



# 4.1 简介及移动机器人构型分析

## 一、移动机器人构型(1)



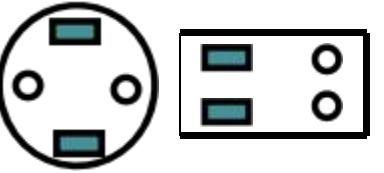
# 4.1 简介及移动机器人构型分析

## 一、移动机器人构型(2)

轮子数目	构型	描述	典型例子
2		后轮驱动 前轮转向	自行车 摩托车
3		后轮驱动 前轮转向	三轮车
4		后轮驱动 前轮转向	小轿车

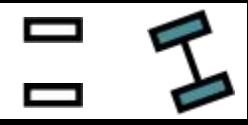
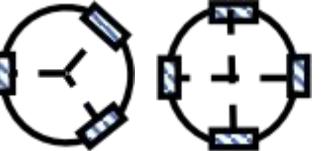
# 4.1 简介及移动机器人构型分析

## 一、移动机器人构型(3)

轮子数目	构型	描述	典型例子
2		双轮差速驱动	平衡车 坦克
3		后轮差速驱动，前全向轮支撑	室内 机器人
4		双轮差速驱动，全向支撑轮两个	室内 机器人

# 4.1 简介及移动机器人构型分析

## 一、移动机器人构型(4)

轮子数目	构型	描述	典型例子
4		前轮驱动 前轮转向	前轮驱动 机器人
4		四轮驱动 前轮转向	四驱 越野汽车
3、4		3或者4个 全向动力轮	室内 机器人

# 4.1 简介及移动机器人构型分析

## 一、移动机器人构型(5)



(1) Car-Like

后轮驱动前轮转向



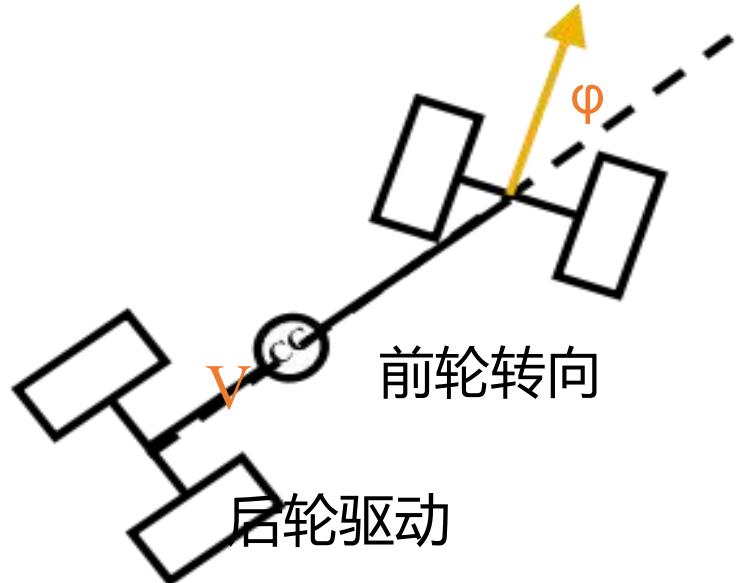
(2) Tank-Like

双轮差速驱动

## 4.1 简介及移动机器人构型分析

### Car-Like移动机器人(6)

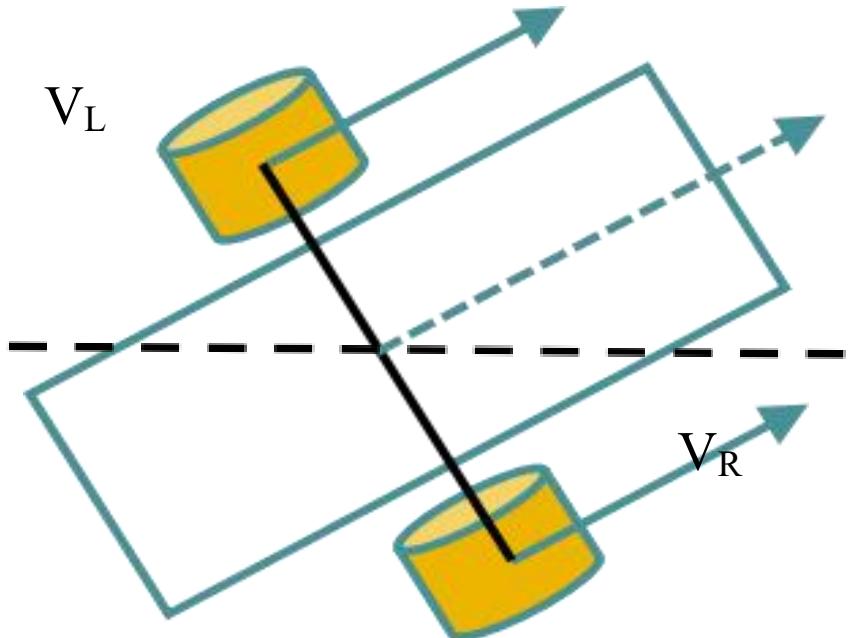
- Car-Like小车，由直流电机通过减速齿轮带动后轮旋转驱动小车以速度 $V$ 前进；由舵机驱动前轮转向，转向角为 $\varphi$ 。



## 4.1 简介及移动机器人构型分析

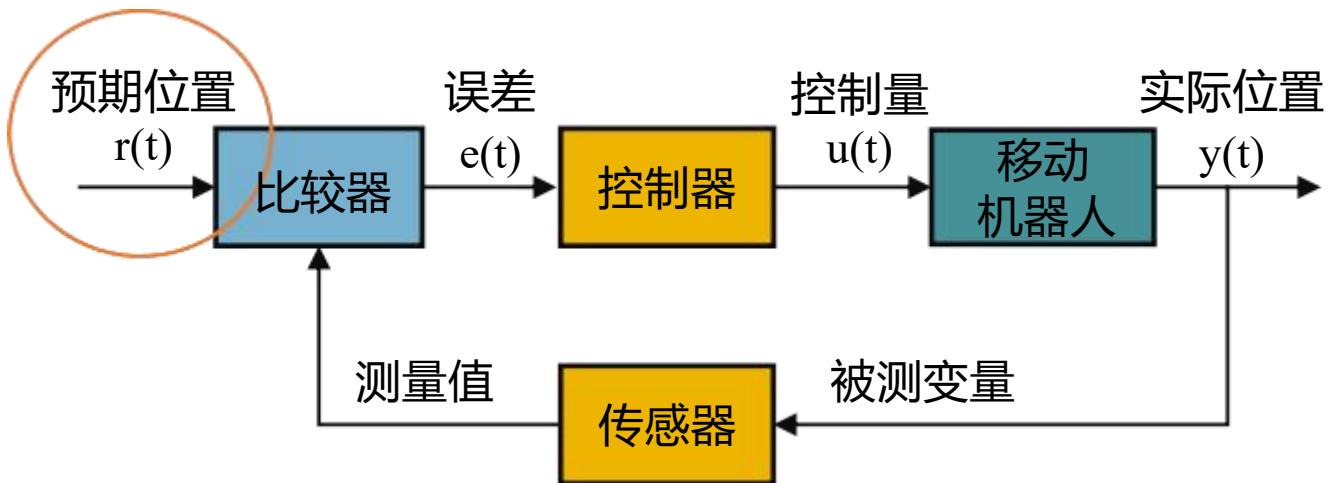
### Tank-Like移动机器人(7)

- 两个直流电机分别通过减速齿轮带动左右轮旋转，左轮前向速度为 $V_L$ ，右轮前向速度为 $V_R$ 。



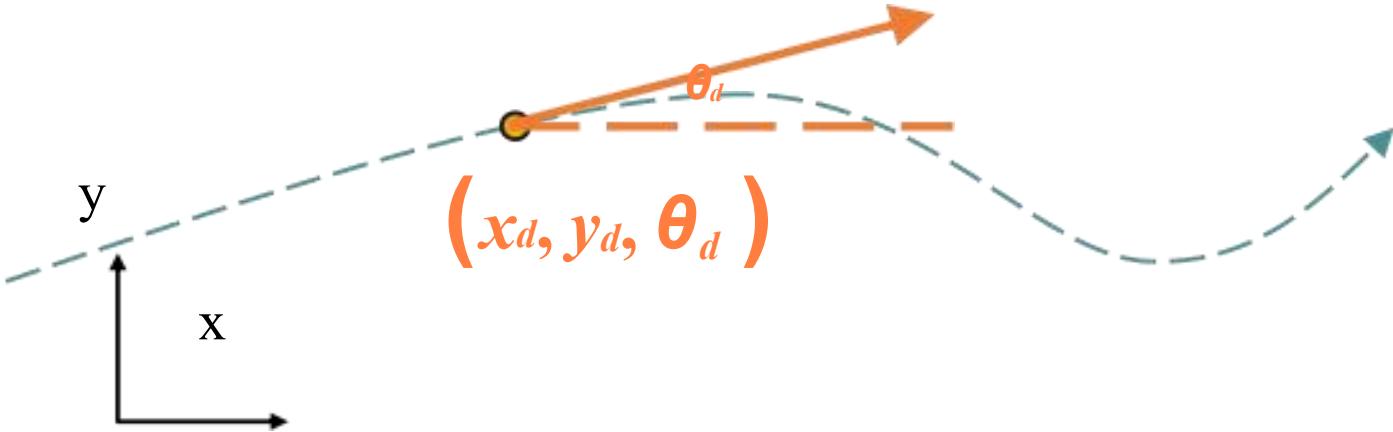
## 4.2平面曲线规划—N个控制点的B样条曲线

### 移动机器人平面曲线规划(1)



## 4.2平面曲线规划—N个控制点的B样条曲线

### 移动机器人平面曲线规划(1)



$$\theta_d = a \tan\left(\frac{\dot{y}_d}{\dot{x}_d}\right)$$

## 4.2平面曲线规划—N个控制点的B样条曲线

### 移动机器人平面曲线规划(2)

》! 我们假设移动机器人在类似平面的场地上，跟踪期望曲线运动。期望曲线如何生成呢？

$$(x_d, y_d, \theta_d) \quad \theta_d = \text{atan} (\dot{y}_d / \dot{x}_d)$$

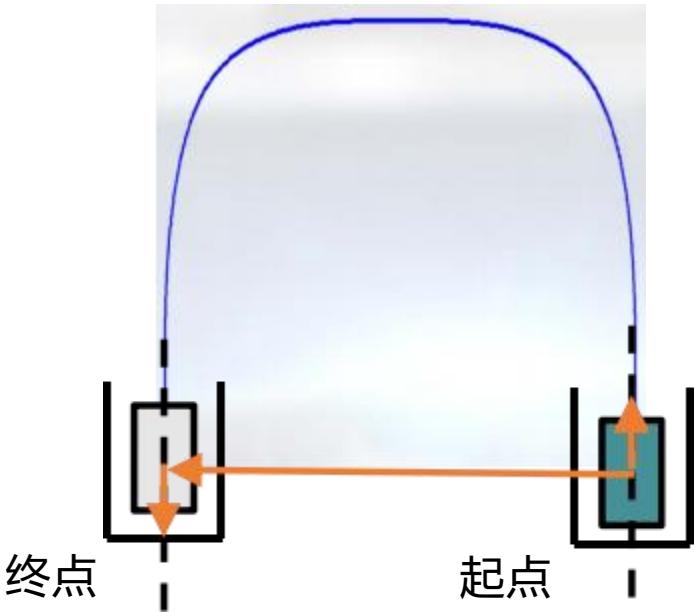
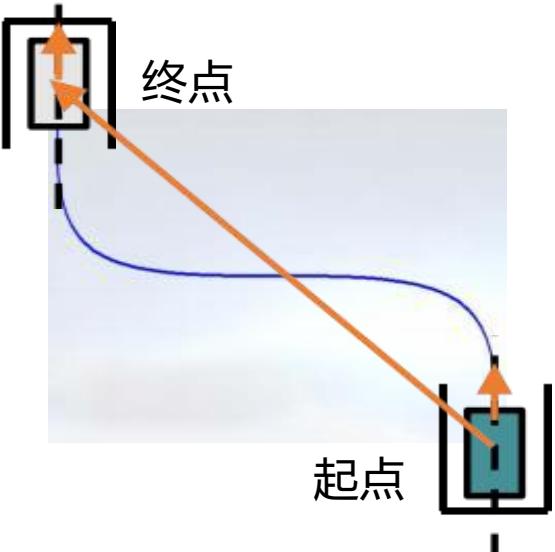


## 4.2平面曲线规划—N个控制点的B样条曲线

### 移动机器人平面曲线规划(3)

#### 小车移库问题

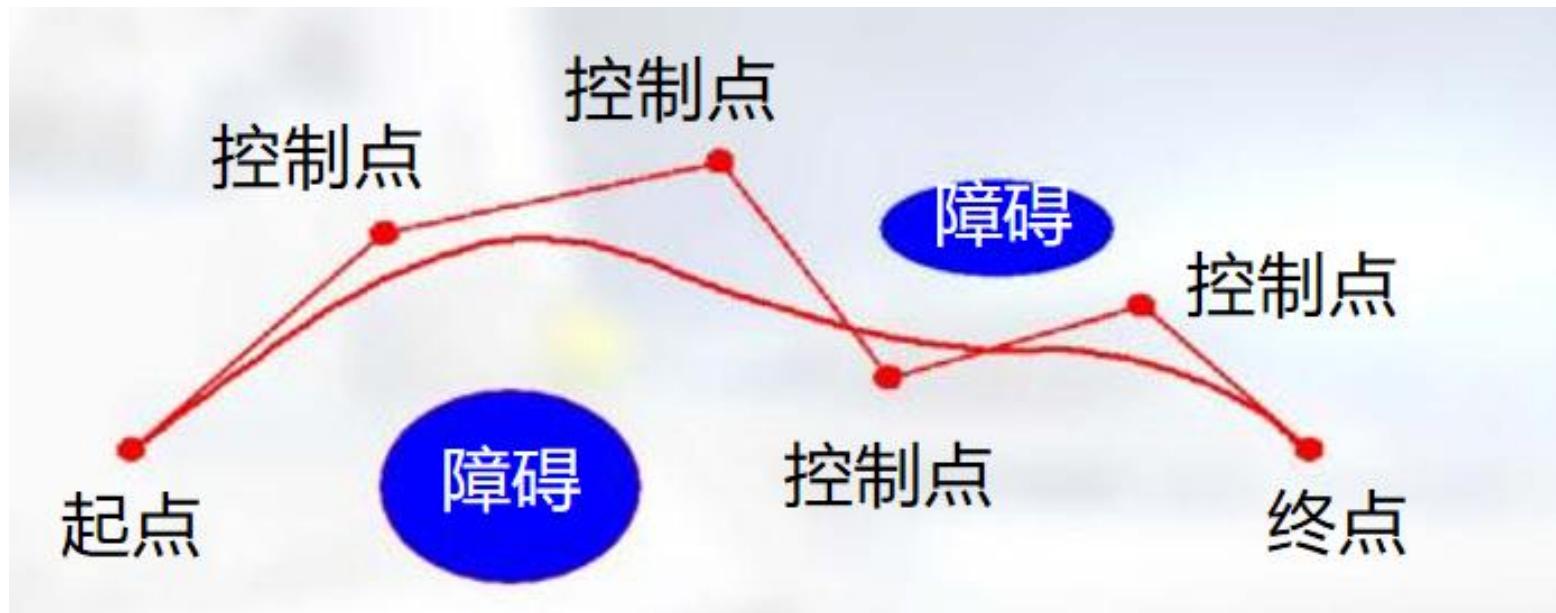
规划一条由起点出发；到达终点的光滑曲线



## 4.2平面曲线规划—N个控制点的B样条曲线

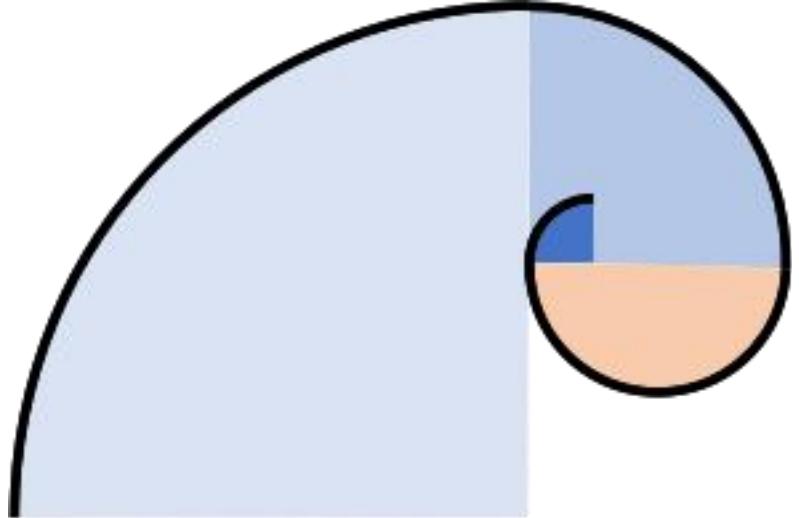
### 移动机器人平面曲线规划(4)

》 规划一条由起点到终点，合乎要求光滑曲线。给定一组控制点而得到一条曲线，曲线大致形状由这些点予以控制。一般用得多是**三次B样条曲线**



## 4.2平面曲线规划—N个控制点的B样条曲线

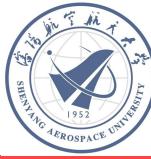
### 移动机器人平面曲线规划(5)



➤ 样条曲线的简单理解



思考题：这样曲线适合作为小车曲线规划吗？



## 4.2平面曲线规划—N个控制点的B样条曲线

### 移动机器人平面曲线规划(6)

》平面曲线规划，机器人位置可以用其二维组坐标(x,y)的参数方程描述。

$$P = \begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x(s) \\ y(s) \end{bmatrix}$$

》其中参数可以是时间t，也可以是归一化路程s。

$$\theta = a \tan\left(\frac{\dot{y}(t)}{\dot{x}(t)}\right) = a \tan\left(\frac{\dot{y}(s)}{\dot{x}(s)}\right)$$

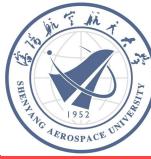
归一化路程 s 的本质是“相对路程”，通过将实际路程与参考基准对比得到。

参考基准通常是总路程（如从起点到终点的全程距离）。

计算公式：

$$s = \text{实际行驶路程} / \text{总路程}$$

（最常用场景），特殊场景可选用最大可能路程、标准路程作为基准。



## 4.2平面曲线规划—N个控制点的B样条曲线

### 四个控制点的B样条曲线(2)

» 给定四个控制点 $[C_1, C_2, C_3, C_4]$ ,则样条曲线为 $P(s)$ ,参数 $s$ 满足 $0 \leq s \leq 1$ ,可以看成是归一化路程。

四个控制点

$$C_1 = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix}, C_2 = \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix}, C_3 = \begin{bmatrix} x_3 \\ y_3 \end{bmatrix}, C_4 = \begin{bmatrix} x_4 \\ y_4 \end{bmatrix}$$

四个样条函数

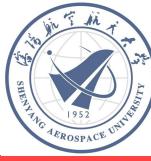
$$f_1(s), f_2(s), f_3(s), f_4(s)$$

$$f_1(s) = \frac{1}{6}(1-s)^3$$

$$f_2(s) = \frac{1}{6}(3s^3 - 6s^2 + 4)$$

$$f_3(s) = \frac{1}{6}(-3s^3 + 3s^2 + 3s + 1)$$

$$f_4(s) = \frac{1}{6}s^3$$



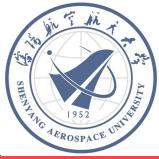
## 4.2平面曲线规划—N个控制点的B样条曲线

### 四个控制点的B样条曲线(2)

- » 给定四个控制点 $[C_1, C_2, C_3, C_4]$ , 则样条曲线为 $P(s)$ , 参数 $s$ 满足 $0 \leq s \leq 1$ , 可以看成是归一化的路程。

平面轨迹 ( $0 \leq s \leq 1$ )

$$P(s) = f_1(s) C_1 + f_2(s) C_2 + f_3(s) C_3 + f_4(s) C_4$$



## 4.2平面曲线规划—N个控制点的B样条曲线

### 四个控制点的B样条曲线(3)

%演示四个控制点B样条曲线生成

%demomooc1.m

%四个控制点C=[C1 C2 C3 C4]

```
C=[0 1 2 3  
    0 1 1 0];
```

```
s=0:0.01:1;
```

%归一化路程 $0 \leq s \leq 1$

%四个样条函数

```
f1s=(1-s).^3/6;
```

```
f2s=(3*s.^3-6*s.^2+4)/6;
```

```
f3s=(-3*s.^3+3*s.^2+3*s+1)/6;
```

```
f4s=s.^3/6;
```

%四个控制点的B样条曲线

```
Ps=C(:,1)*f1s+C(:,2)*f2s+...  
    C(:,3)*f3s+C(:,4)*f4s;
```

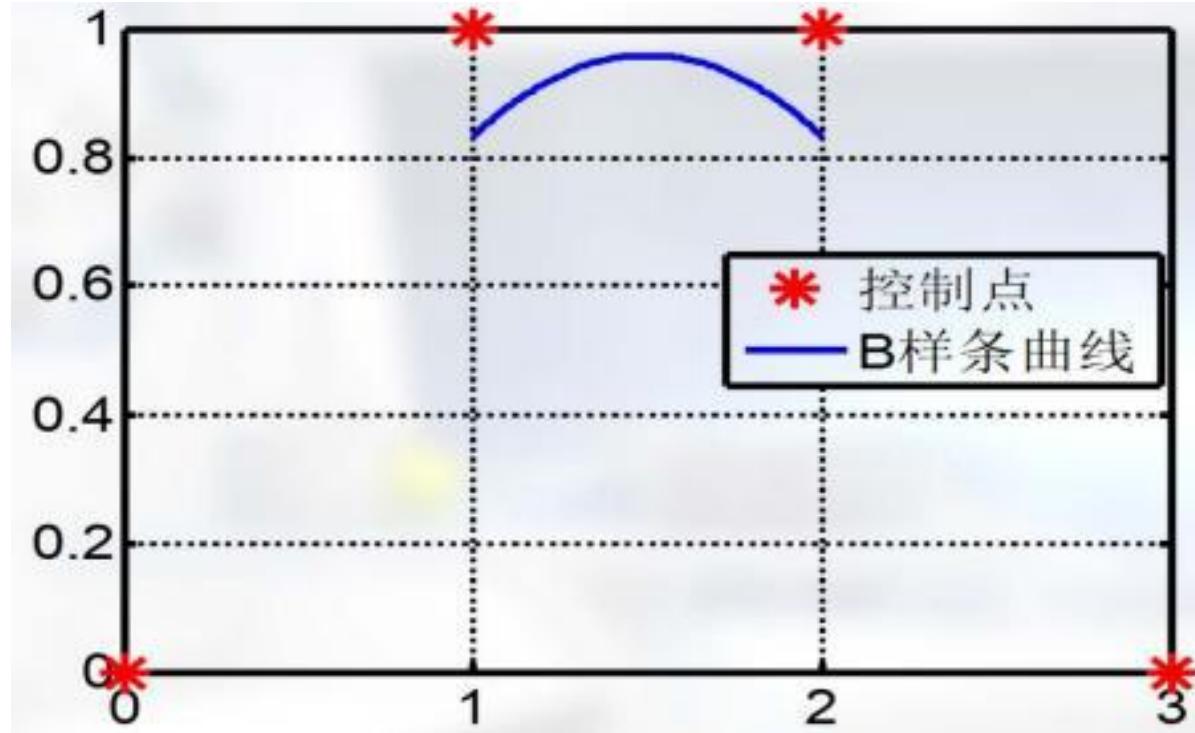
%绘制控制点及B样条曲线

```
figure(1)  
plot(C(1,:),C(2,:),'r*',Ps(1,:),Ps(2,:),'b');  
legend('控制点','B样条曲线')  
title('四个控制点及其B样条曲线')  
grid on
```

## 4.2平面曲线规划—N个控制点的B样条曲线

### 四个控制点的B样条曲线(4)

四个控制点的B样条曲线





## 4.2平面曲线规划—N个控制点的B样条曲线

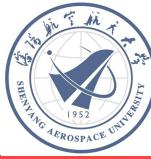
### 五个控制点的B样条曲线(1)

- 如果给定五个控制点 $[C_1, C_2, C_3, C_4, C_5]$ ,则决定了两条样条曲线为 $P_1(s), P_2(s)$ 。

$$P_1(s) = f_1(s) C_1 + f_2(s) C_2 + f_3(s) C_3 + f_4(s) C_4 \quad (0 \leq s \leq 1)$$

$$P_2(s) = f_1(s) C_2 + f_2(s) C_3 + f_3(s) C_4 + f_4(s) C_5 \quad (0 \leq s \leq 1)$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix}, C_2 = \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix}, C_3 = \begin{bmatrix} x_3 \\ y_3 \end{bmatrix}, C_4 = \begin{bmatrix} x_4 \\ y_4 \end{bmatrix}, C_5 = \begin{bmatrix} x_5 \\ y_5 \end{bmatrix}$$



## 4.2平面曲线规划—N个控制点的B样条曲线

### 五个控制点的B样条曲线(2)

```
%演示五个控制点两段B样条曲线生成  
%demomooc2.m  
%五个控制点C=[C1 C2 C3 C4 C5]  
C=[0 1 2 3 4  
    0 1 0 1 0];  
s=0:0.01:1; %归一化路程0≤s≤1  
%四个样条函数  
f1s=(1-s).^3/6;  
f2s=(3*s.^3-6*s.^2+4)/6;  
f3s=(-3*s.^3+3*s.^2+3*s+1)/6;  
f4s=s.^3/6;
```

### %计算两段样条曲线

```
P1s=C(:,1)*f1s+C(:,2)*f2s+C(:,3)*f3s+C(:,4)*f4s;  
P2s=C(:,2)*f1s+C(:,3)*f2s+C(:,4)*f3s+C(:,5)*f4s;
```

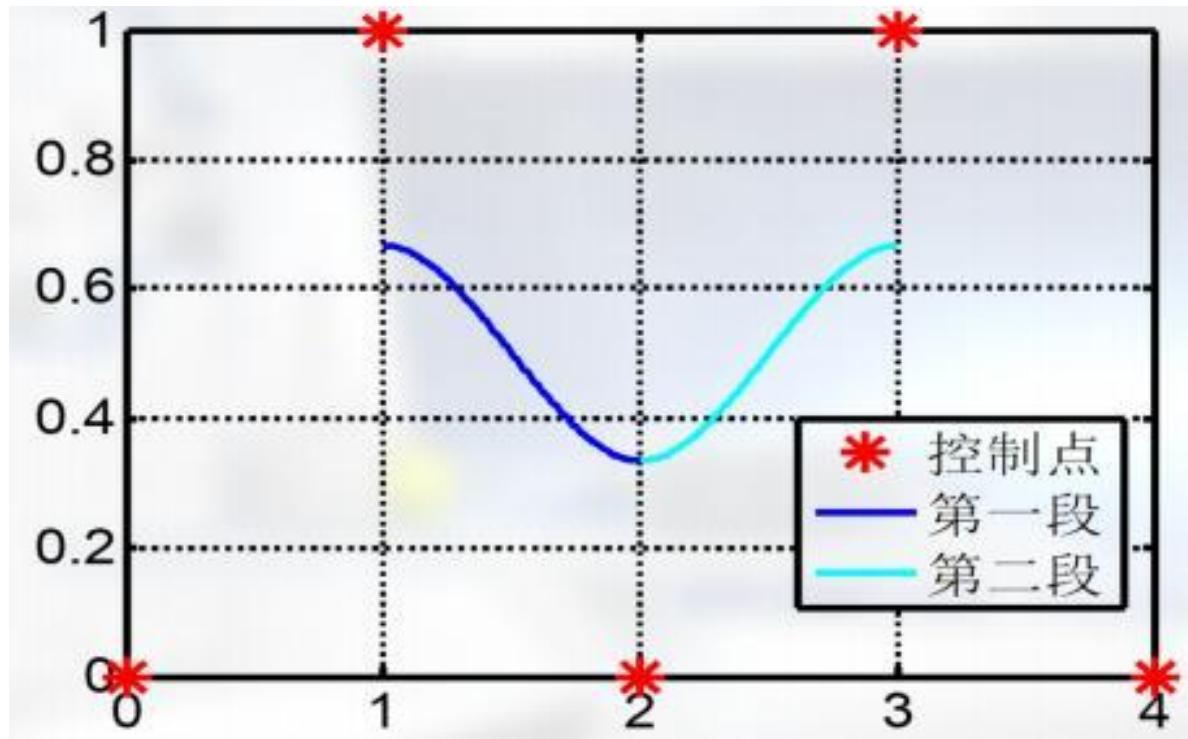
### %绘制控制点及B样条曲线

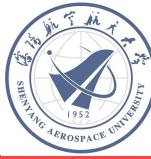
```
figure(1);  
plot(C(1,:),C(2,:),'r*',P1s(1,:),P1s(2,:),'b',P2s  
(1,:),P2s(2,:),'c');  
legend('控制点','第一段','第二段')  
title('五个控制点及其B样条曲线')  
grid on
```

## 4.2平面曲线规划—N个控制点的B样条曲线

### 五个控制点的B样条曲线(3)

五个控制点的B样条曲线





## 4.2平面曲线规划—N个控制点的B样条曲线

### N个控制点的B样条曲线(1)

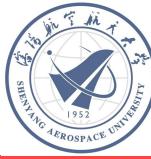
- | 如果给定N个控制点[C<sub>1</sub>, C<sub>2</sub>, C<sub>3</sub>, ..., C<sub>N</sub>], 则决定了(N-3)条样条曲线为P<sub>1</sub>(s), P<sub>2</sub>(s), ..., P<sub>(N-3)</sub>(s)

$$P_1(s) = f_1(s) C_1 + f_2(s) C_2 + f_3(s) C_3 + f_4(s) C_4$$

$$P_2(s) = f_1(s) C_2 + f_2(s) C_3 + f_3(s) C_4 + f_4(s) C_5$$

⋮

$$P_{N-3}(s) = f_1(s) C_{N-3} + f_2(s) C_{N-2} + f_3(s) C_{N-1} + f_4(s) C_N$$



## 4.2平面曲线规划—N个控制点的B样条曲线

### N个控制点的B样条曲线(2)

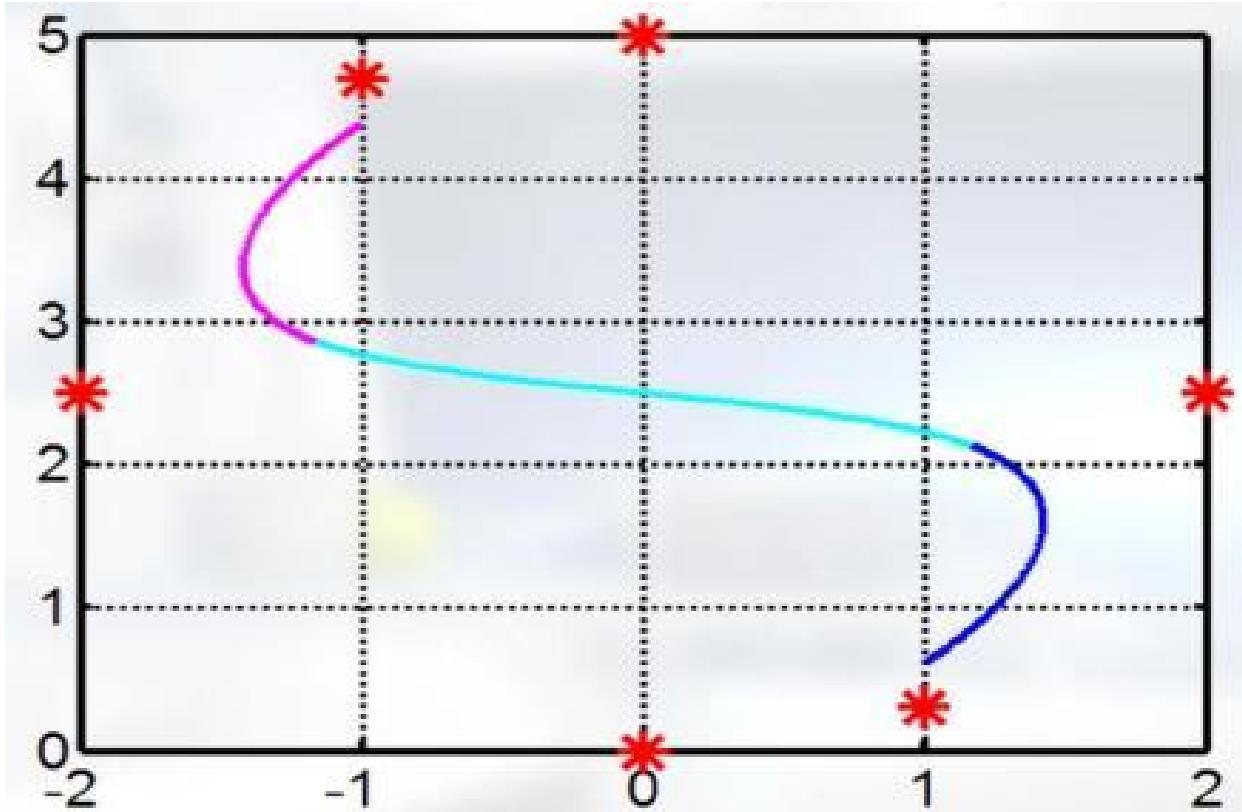
```
%演示N个控制点B样条曲线生成  
%demomooc3.m  
  
%N个控制点C=[C1 C2 C3 C4 ... CN]  
C=[0    1    2    -2   -1    0  
     0  0.3  2.5  2.5  4.7  5];  
N=length(C); %控制点数目  
s=0:0.01:1; %归一化路程  
f1s=(1-s).^3/6; %四个样条函数  
f2s=(3*s.^3-6*s.^2+4)/6;  
f3s=(-3*s.^3+3*s.^2+3*s+1)/6;  
f4s=s.^3/6;
```

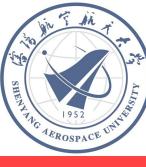
```
%绘制控制点及B样条曲线  
figure(1); mycolor='mbc' ;  
plot(C(1,:),C(2,:),'r*');hold on;  
for i=1:N-3  
    P=C(:,i)*f1s+C(:,i+1)*f2s+...  
        C(:,i+2)*f3s+C(:,i+3)*f4s;  
    plot(P(1,:),P(2,:), ...  
        mycolor(mod(i,3)+1));  
end  
title('N个控制点及其B样条曲线')  
grid on;hold off
```

## 4.2平面曲线规划—N个控制点的B样条曲线

### N个控制点的B样条曲线(3)

N个控制点的B样条曲线





## 4.3过起点和终点的B样条曲线

### B样条曲线的速度和加速度

$$P(s) = \begin{bmatrix} x(s) \\ y(s) \end{bmatrix} \quad V(s) = \frac{\partial P(s)}{\partial s} = \begin{bmatrix} v_x(s) \\ v_y(s) \end{bmatrix} \quad A(s) = \frac{\partial^2 P(s)}{\partial s^2} = \begin{bmatrix} a_x(s) \\ a_y(s) \end{bmatrix}$$

》！样条函数的微分

$$f_1(s) = (1-s)^3/6$$

$$v_1(s) = -(1-s)^2/2$$

$$a_1(s) = 1-s$$

$$f_2(s) = (3s^3 - 6s^2 + 4)/6$$

$$v_2(s) = 3s^2/2 - 2s$$

$$a_2(s) = 3s - 2$$

$$f_3(s) = (-3s^3 + 3s^2 + 3s + 1)/6$$

$$v_3(s) = -3s^2/2 + s + 1/2$$

$$a_3(s) = 1 - 3s$$

$$f_4(s) = s^3/6$$

$$v_4(s) = s^2/2$$

$$a_4(s) = s$$



## 4.3过起点和终点的B样条曲线

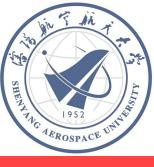
### B样条曲线的速度和加速度

» ! B样条曲线 $P(s)$ 的速度和加速度也是参数 $s$ 函数

$$P(s) = f_1(s)C_1 + f_2(s)C_2 + f_3(s)C_3 + f_4(s)C_4$$

$$V(s) = v_1(s)C_1 + v_2(s)C_2 + v_3(s)C_3 + v_4(s)C_4$$

$$A(s) = a_1(s)C_1 + a_2(s)C_2 + a_3(s)C_3 + a_4(s)C_4$$



## 4.3过起点和终点的B样条曲线

### B样条曲线连接点光滑性

任意前后两段B样条曲线的连接点是光滑连续的

$$P_1(s) = f_1(s)C_1 + f_2(s)C_2 + f_3(s)C_3 + f_4(s)C_4$$

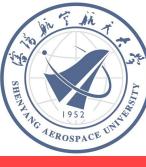
$$P_2(s) = f_1(s)C_2 + f_2(s)C_3 + f_3(s)C_4 + f_4(s)C_5$$

前一段曲线终点与后一段曲线起点在位置、速度和加速度上连续

$$P_1(1) = P_2(0) = 1/6*C_2 + 2/3*C_3 + 1/6*C_4$$

$$V_1(1) = V_2(0) = -1/2*C_2 + 1/2*C_4$$

$$A_1(1) = A_2(0) = C_2 - 2*C_3 + C_4$$

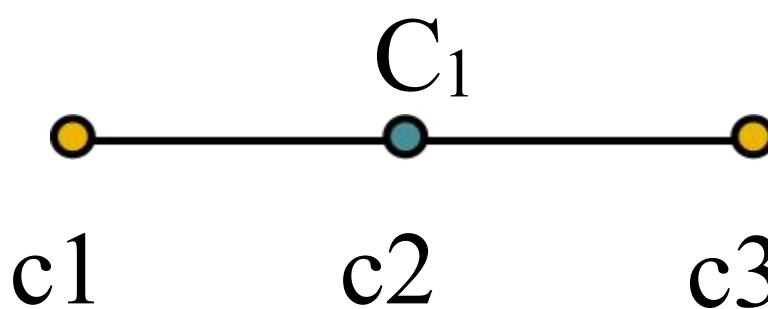


## 4.3过起点和终点的B样条曲线

### 过起点的B样条曲线(1)

给定控制点 $[C_1 C_2 \dots C_N]$ , 如何保证 $P(s)$ 过起点 $C_1$ ?

通过增加额外控制点来保证 $P(s)$ 过起点 $C_1$



$$c_1 = C_1 - V_1 * L$$

$$c_2 = C_1$$

$$c_3 = C_1 + V_1 * L$$

$V_1$ 表示小车过 $C_1$ 速度方向的单位向量

$L$ 为适合正常数 可以取为小车车长一半



## 4.3过起点和终点的B样条曲线

### 过起点的B样条曲线(2)

》! 给定控制点 $[c_1, c_2, \dots, c_n]$ , 样条曲线起点

$$P_1(0) = 1/6*c_1 + 2/3*c_2 + 1/6*c_3 \quad c_1 = C_1 - V_1 * L$$

$$V_1(0) = -1/2*c_1 + 1/2*c_3 \quad c_2 = C_1$$

$$A_1(0) = c_1 - 2*c_2 + c_3 \quad c_3 = C_1 + V_1 * L$$

$$P_1(0) = C_1$$

$$V_1(0) = V_1 * L$$

$$A_1(0) = 0$$



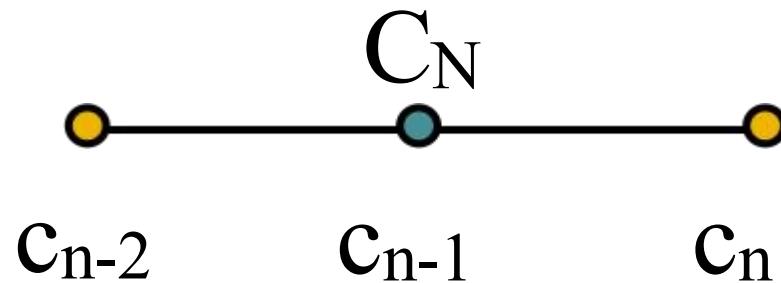
过起点为 $C_1$ ,  
速度方向为 $V_1$

## 4.3 过起点和终点的B样条曲线

### 过终点的B样条曲线(1)

给定控制点 $[C_1, C_2, \dots, C_N]$ , 如何保证 $P(s)$ 过终点 $C_N$ ?

通过增加额外控制点来保证 $P(s)$ 过终点 $C_N$



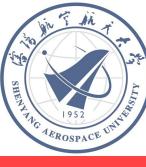
如果给定控制点 $[C_1, C_2, \dots, C_N]$ , 如何保证 $P(s)$ 过终点 $C_N$ ?



$$C_{n-2} = C_N - V_N * L$$

$$C_{n-1} = C_N$$

$$C_n = C_N + V_N * L$$



## 4.3过起点和终点的B样条曲线

### 过终点的B样条曲线(2)

给定控制点 $[c_1, c_2, \dots, c_N]$  样条曲线终点

$$P_{n-3}(1) = 1/6 * C_{n-2} + 2/3 * C_{n-1} + 1/6 * C_n$$

$$V_{n-3}(1) = -1/2 * C_{n-2} + 1/2 * C_n$$

$$A_{n-3}(1) = C_{n-2} - 2 * C_{n-1} + C_n$$

$$C_{n-2} = C_N - V_N * L$$

$$C_{n-1} = C_N$$

$$C_n = C_N + V_N * L$$

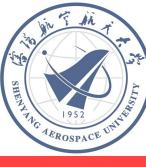
$$P_{n-3}(1) = C_N$$

$$V_{n-3}(1) = V_N * L$$

$$A_{n-3}(1) = 0$$



过终点 $C_N$ ,  
速度方向为 $V_N$



## 4.3过起点和终点的B样条曲线

### 过起点和终点的B样条曲线(1)

➤ 给定初始N个控制点 $[C_1, C_2, \dots, C_N]$ , 如何保证过起点和终点?

通过增加额外控制点来保证过起点 $C_1$ 和终点 $C_N$

➤ 原来的控制点:

$$C = [C_1, C_2, \dots, C_{N-1}, C_N]$$

➤ 增广后的控制点:

$$RC = [C_1 - V_1 * L, C_1, C_1 + V_1 * L, C_2, \dots, C_{N-1}, C_N - V_N * L, C_N, C_N + V_N * L]$$



$V_1$ 为 $C_1$ 速度方向;  $V_N$ 为 $C_N$ 速度方向



## 4.3过起点和终点的B样条曲线

### 过起点和终点的B样条曲线(2)

%演示N个控制点B样条曲线生成demomooc4.m

%N个控制点C=[C1 C2 C3 C4 ... CN]

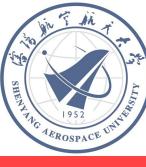
C=[0 1 2 -2 -1 0  
0 0.3 2.5 2.5 4.7 5];

V1=[1;0]; %起点C1出发速度方向V1,

V2=[1;0]; %到终点CN速度方向V2,

L=0.254/2; %2L为小车长度

NC=length(C); %原始控制点数



## 4.3过起点和终点的B样条曲线

### 过起点和终点的B样条曲线(2)

➤ %增加控制点保证过起点和终点，起点速度方向V1，终点速度方向V2

```
RC=[C(:,1)-V1*L,C(:,1),C(:,1)+V1*L,C(:,2:NC-1), ...
      C(:,NC)-V2*L,C(:,NC),C(:,NC)+V2*L];
```

N=length(RC);	%控制点扩充后的控制点数目
s=0:0.01:1;	%归一化路程
f1s=(1-s).^3/6;	%四个样条函数f1(s)
f2s=(3*s.^3-6*s.^2+4)/6;	%f2(s)
f3s=(-3*s.^3+3*s.^2+3*s+1)/6;	%f3(s)
f4s=s.^3/6;	%f4(s)

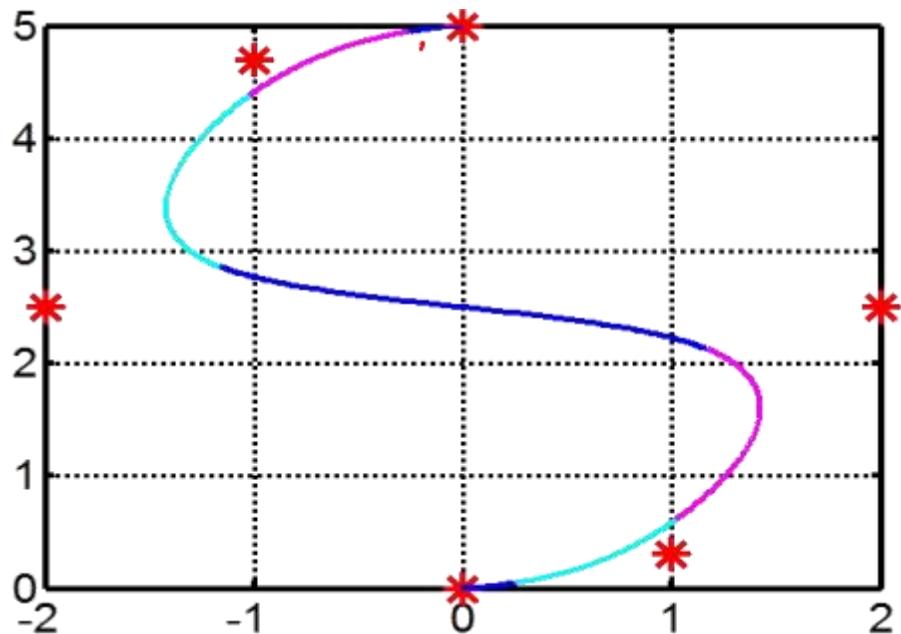
## 4.3过起点和终点的B样条曲线

### 过起点和终点的B样条曲线(3)

➤ %绘制过起点和终点B样条曲线

```
figure(1); mycolor='mbc';
plot(RC(1,:),RC(2,:),'r*');
hold on; for i=1:N-3
P=RC(:,i)*f1s+RC(:,i+1)*f2s+RC(:,i+2)*f3s+RC(:,i+3)*f4s;
plot(P(1,:),P(2,:),mycolor(mod(i,3)+1));
end
title('过起点和终点的B样条曲线');
grid on;
hold off
```

➤ 过起点和终点的B样条曲线





## 4.3过起点和终点的B样条曲线

### 过任意控制点的B样条曲线

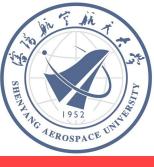
给定N个控制点 $[C_1, C_2, \dots, C_N]$  如何保证过中间的某个控制点 $C_k$ ?

» 原来的控制点:  $C = C_1, \dots, C_{k-1}, \textcolor{red}{C}_k, C_{k+1}, \dots, C_N$

» ! 增广后的控制点:

$$RC = C_1, \dots, C_{k-1}, \textcolor{red}{C}_k - V_k * L, C_k, C_k + V_k * L, C_{k+1}, \dots, C_N$$

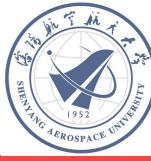
$V_k$ 为过 $C_k$ 时的速度方向单位向量



## 4.3过起点和终点的B样条曲线

### 作业：3

分析题：三次多项式曲线与B样条曲线的区别，以及适用的场景？



## 4.4平面曲线规划—B样条曲线的曲率slider2

### 轨迹曲线的曲率(1)

曲线曲率K是曲线弯曲程度一种度量,曲率K越大曲线 越弯曲,小车跟踪更为困难 ...

$$K = \frac{1}{R} = \frac{\dot{x}(t)\ddot{y}(t) - \ddot{x}(t)\dot{y}(t)}{\left(\sqrt{\dot{x}(t)^2 + \dot{y}(t)^2}\right)^3} = \frac{\dot{x}(s)\ddot{y}(s) - \ddot{x}(s)\dot{y}(s)}{\left(\sqrt{\dot{x}(s)^2 + \dot{y}(s)^2}\right)^3}$$

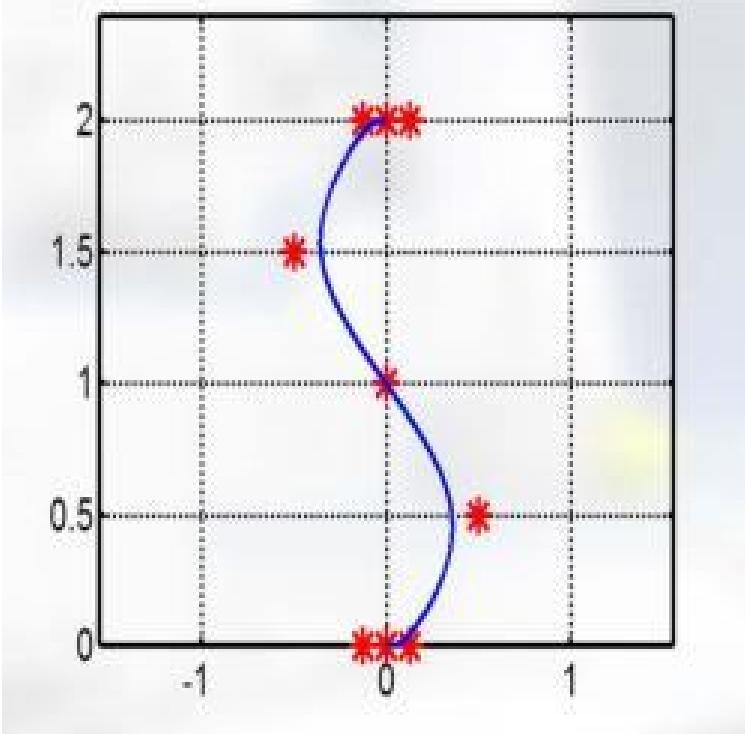


可以用曲线曲率K评价轨迹曲线的好坏

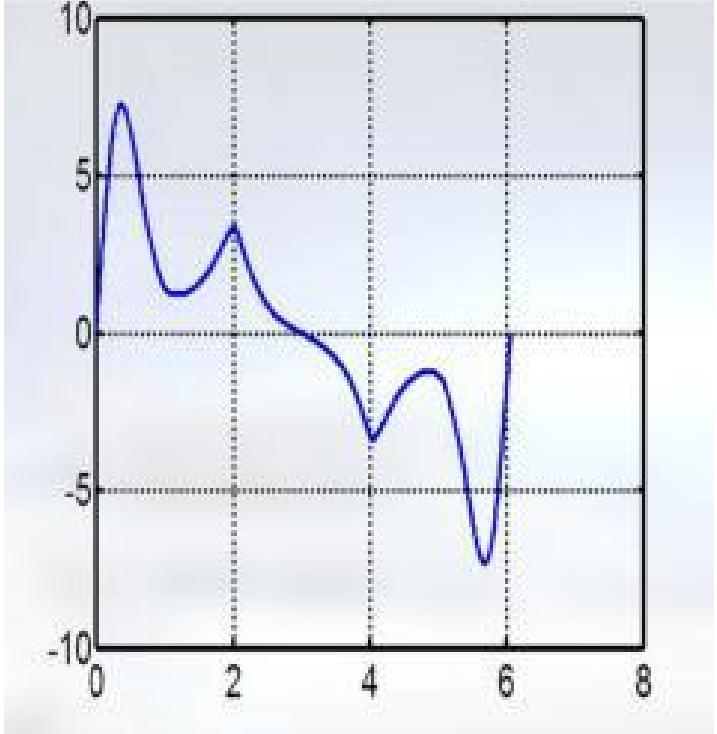
## 4.4平面曲线规划—B样条曲线的曲率slider2

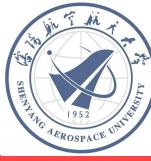
### 轨迹曲线的曲率(2)

N个控制点  
及其B样条曲线



B样条曲线的  
曲率 $K=1/R$





## 4.4平面曲线规划—B样条曲线的曲率slider2

### 轨迹曲线的曲率(3)

» 例如车长为L的Car-Like小车，其最大转向曲率小于

$$\kappa \leq \frac{\tan \phi_{\max}}{L}$$

$\phi_{\max}$ 前轮的最大转向角



轨迹曲率越大，表示小车轨迹越弯曲，跟踪更为困难...

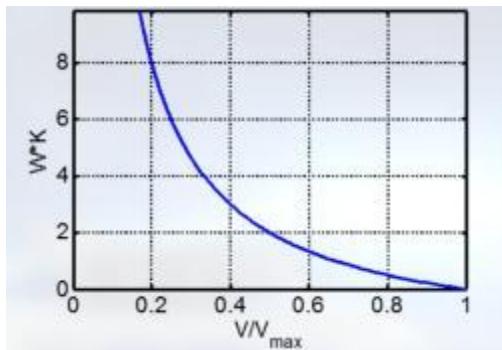
## 4.4平面曲线规划—B样条曲线的曲率slider2

### 轨迹曲线的曲率(4)

» 例如车宽为W的Tank-Like小车，其最大转向曲率为

指定速度V下的转向曲率

$$\kappa \leq \frac{2}{W} \left[ \frac{V_{\max}}{V} - 1 \right]$$

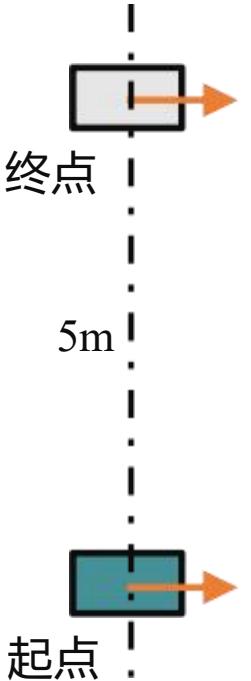


轨迹曲率越大，表示小车轨迹越弯曲，跟踪更为困难 ...

## 4.4平面曲线规划—B样条曲线的曲率slider2

### 演示控制点与曲线生成(1)

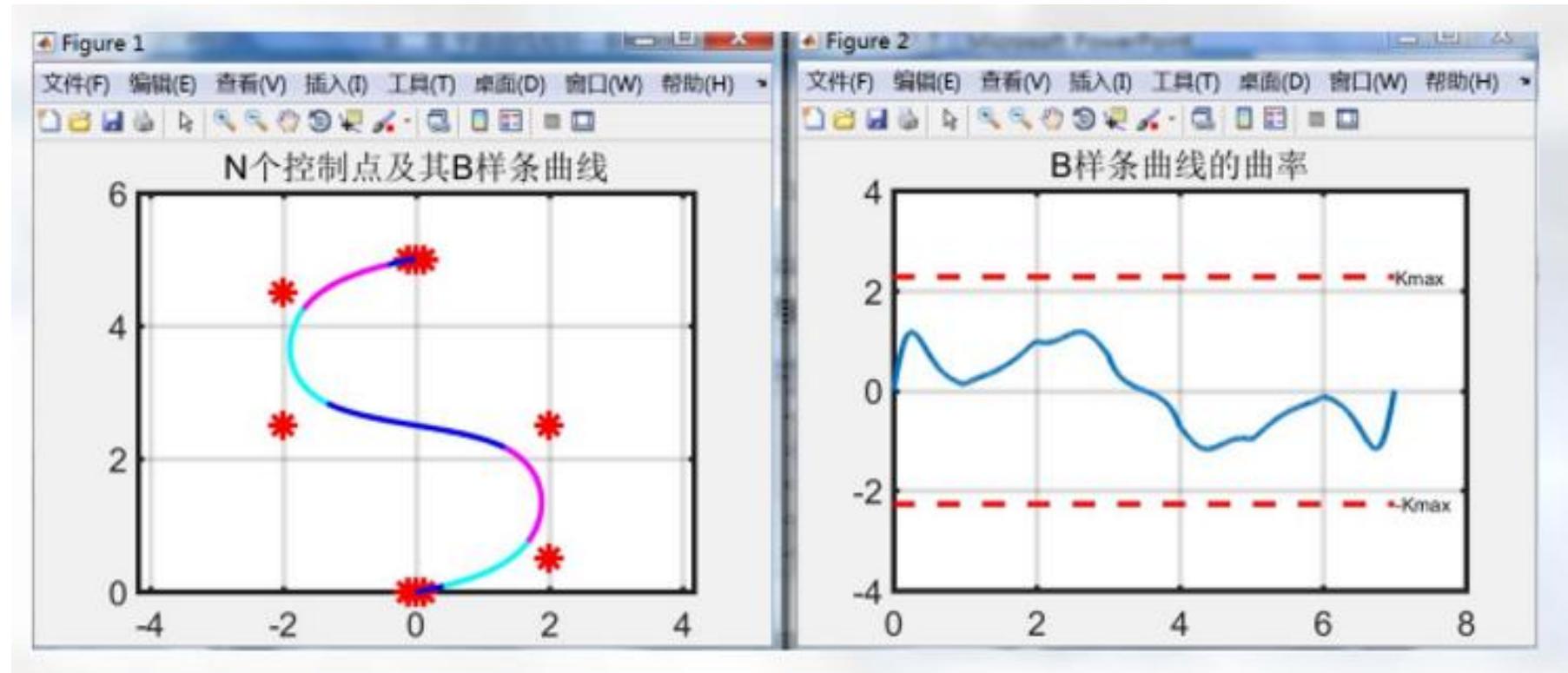
小车移库问题  
demomooc5.m



## 4.4平面曲线规划—B样条曲线的曲率slider2

### 演示控制点与曲线生成(2)

通过控制控制点的位置，改变B样条曲线的曲率





## 4.4平面曲线规划—B样条曲线的曲率slider2

### 参数s与参数时间t的关系(1)

- 》 前面小车平面轨迹我们都是用参数s计算的。
- 》 但小车平面轨迹用时间参数t描述，更符合习惯

$$P(s) = \begin{bmatrix} x(s) \\ y(s) \end{bmatrix} = P(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \end{bmatrix}$$

## 4.4平面曲线规划—B样条曲线的曲率slider2

### 参数s与参数时间t的关系(1)

其速度为：

$$\frac{dP(t)}{dt} = \frac{\partial P(s)}{\partial s} \dot{s} \Rightarrow \begin{bmatrix} v_x(t) \\ v_y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_x(s) \\ v_y(s) \end{bmatrix} \dot{s}(t)$$

$$V(t) = V(s)\dot{s}$$



例如我们可以通过设定期望小车速度|V(t)|=常值，  
更容易刻画小车沿轨迹曲线匀速运动特性



## 4.4平面曲线规划—B样条曲线的曲率slider2

### 参数s与参数时间t的关系(2)

» 小车速度用参数t和用参数s描述，有

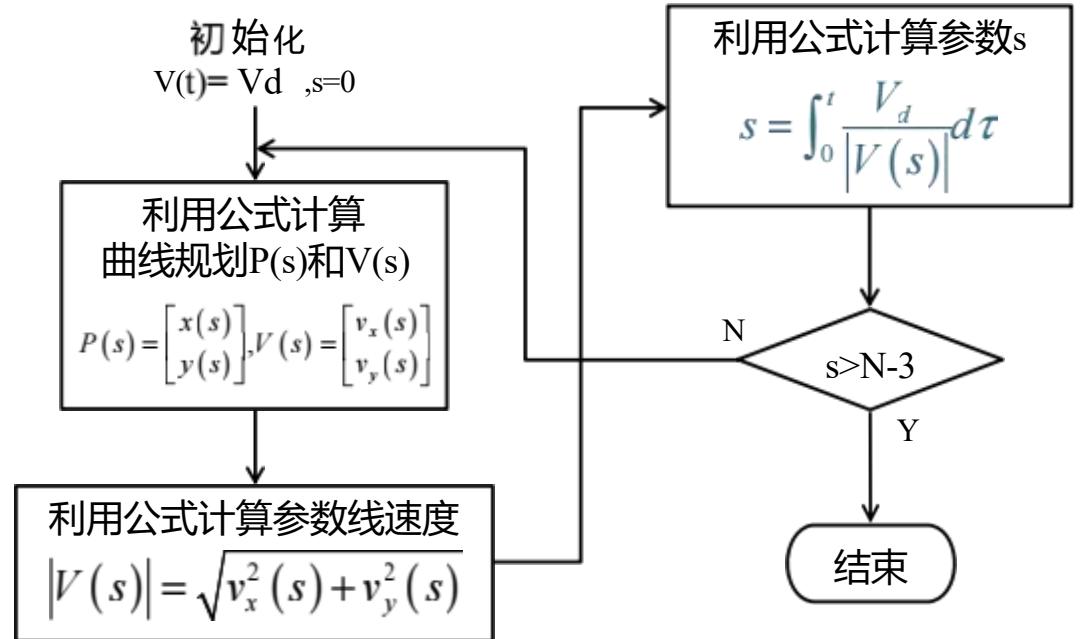
$$|V(t)| = \sqrt{v_x^2(t) + v_y^2(t)} \quad |V(s)| = \sqrt{v_x^2(s) + v_y^2(s)}$$

» 显然：  $|V(t)| = |V(s)| s.(t)$

» 则可以通过下式计算参数s  $s = \int_0^t \frac{|V(\tau)|}{|V(s)|} d\tau$

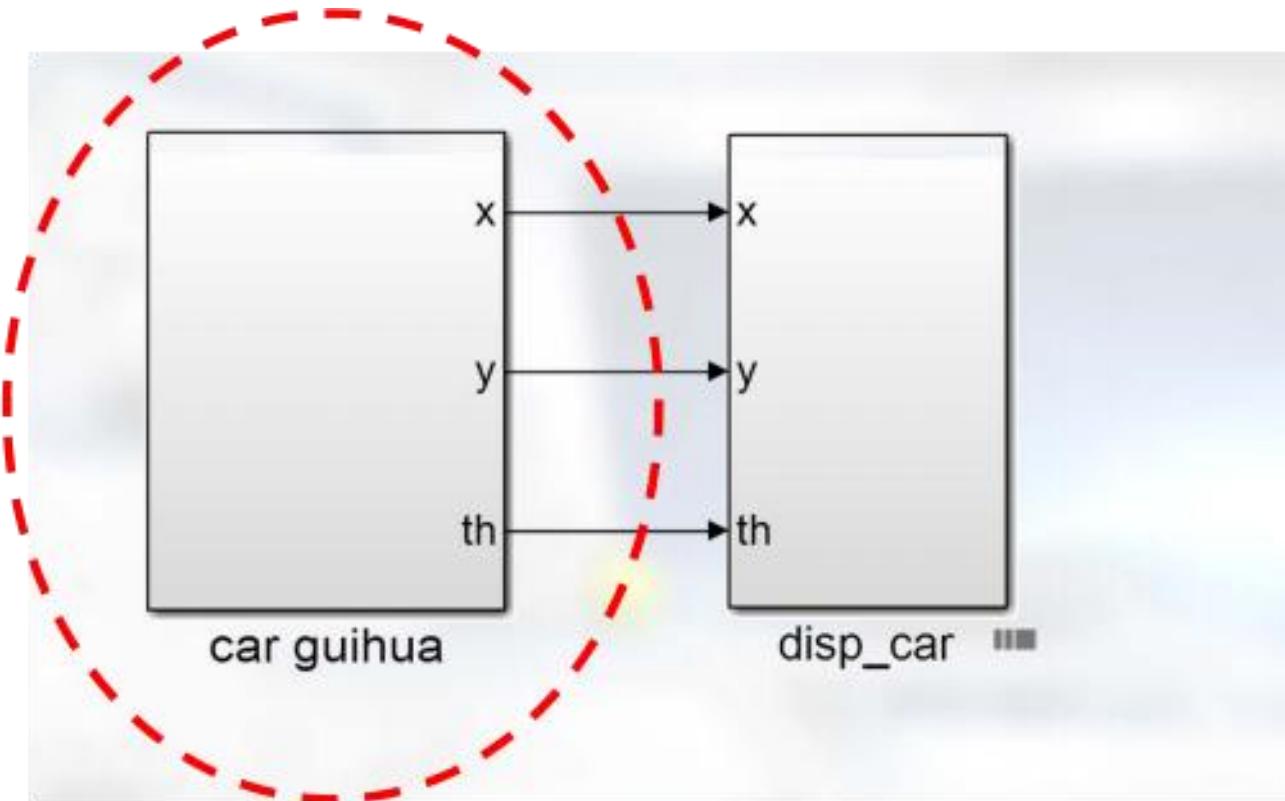
# 4.4平面曲线规划—B样条曲线的曲率slider2

## 参数s与参数时间t的关系(3)



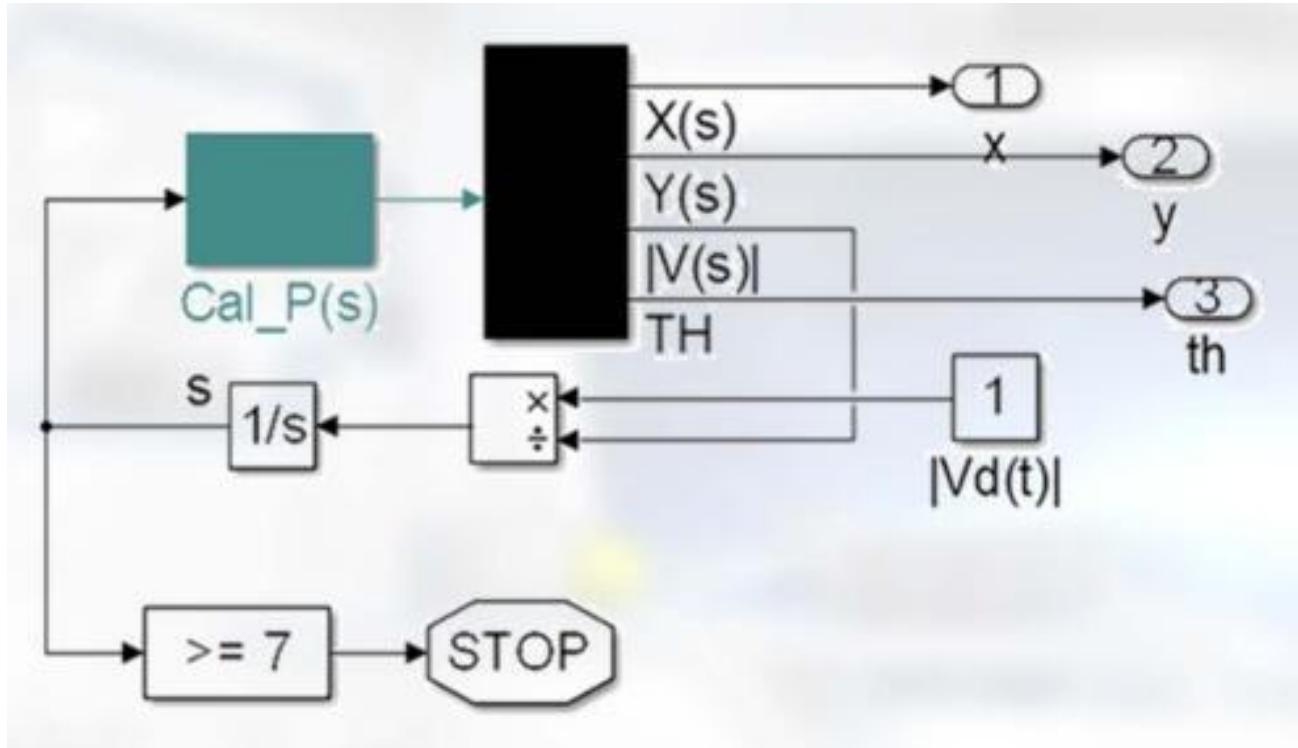
## 4.4平面曲线规划—B样条曲线的曲率slider2

### 编制小车曲线规划Simulink模块(1)

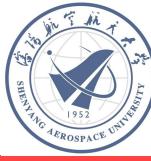


## 4.4平面曲线规划—B样条曲线的曲率slider2

### 编制小车曲线规划Simulink模块(2)



小车曲线规划模块



## 4.4平面曲线规划—B样条曲线的曲率slider2

### 编制小车曲线规划Simulink模块(3)

```
function P=cal_P(s)
%输入s: B样条曲线参数s
%输出P:[x(s);y(s);|V(s)|;thelta(s)]
C=[0    2     2    -2   -2    0 %原始控制点
    0    0.5   2.5  2.5  4.5   5];
V1=[1;0]; V2=[1;0]; L=0.254; %起点终点速度方向
NC=length(C);
%增加控制点, 保证过起点和终点
RC=[C(:,1)-V1*L,C(:,1),C(:,1)+V1*L,C(:,2:NC-
1),C(:,NC)- V2*L,C(:,NC),C(:,NC)+V2*L];
N=length(RC);
OUT=0;
if(s>=N-3)
    I=N-4;
    OUT=1;
    dt=s-(N-3); s=1;
else
    I=fix(s);
    s=mod(s,1);
end
```



## 4.4平面曲线规划—B样条曲线的曲率slider2

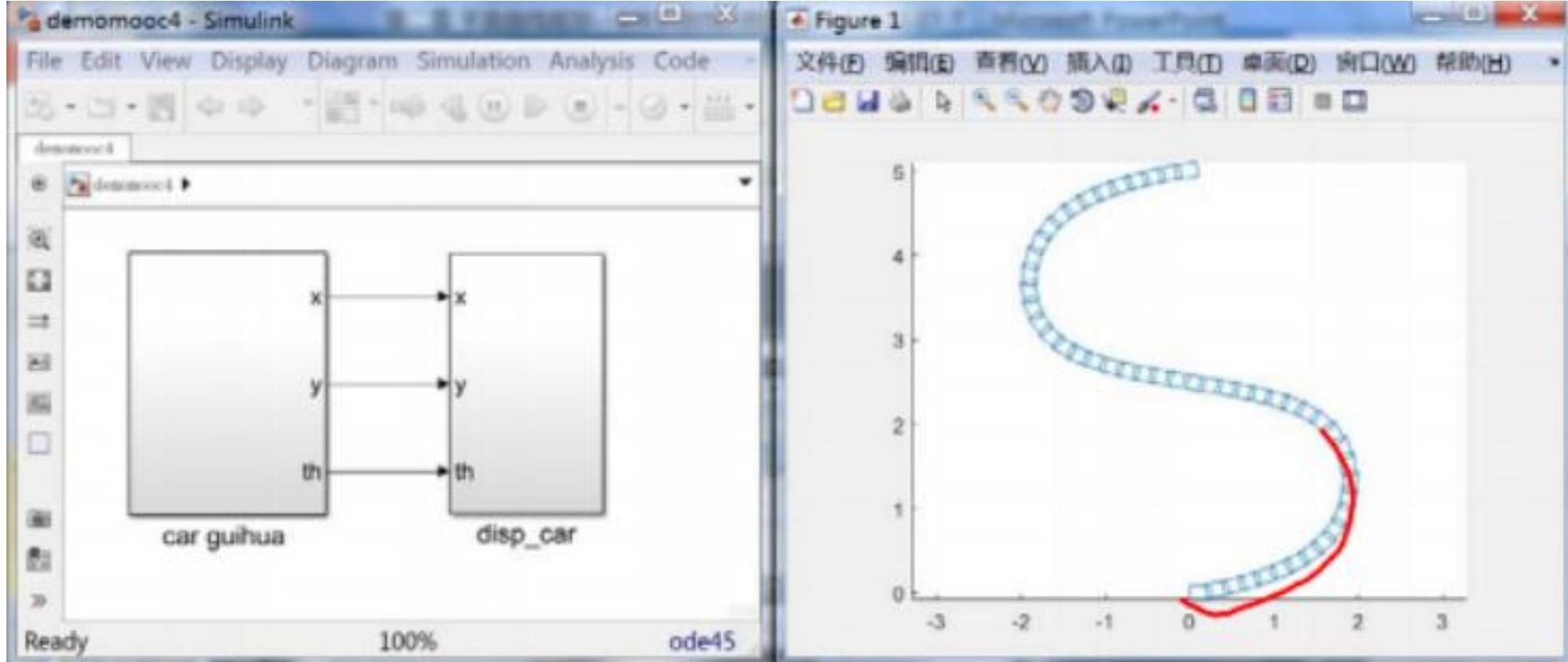
### 编制小车曲线规划Simulink模块(4)

```
f1=(1-s).^3/6;
f2=(3*s.^3-6*s.^2+4)/6;
f3=(-3*s.^3+3*s.^2+3*s+1)/6;
f4=s.^3/6;
d1 =-1/2*(1-s)^2;
d2 =3/2*s^2-2*s;
d3 =-3/2*s^2+s+1/2;
d4 =1/2*s^2;
a1 = 1-s;
a2 = 3*s-2;
a3 = -3*s+1;
a4 = s;
%
```

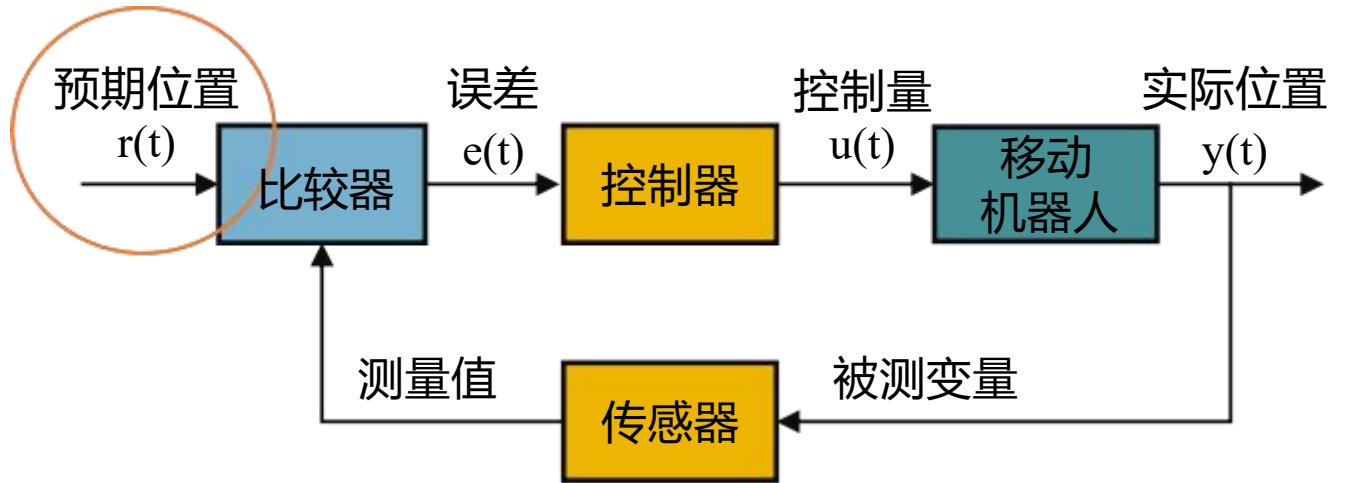
```
P(:,1)=f1*RC(:,I+1)+f2*RC(:,I+2)+f3*RC(:,I+3)+f4*RC(:,I+4);
V(:,1)=d1*RC(:,I+1)+d2*RC(:,I+2)+d3*RC(:,I+3)+d4*RC(:,I+4);
A(:,1)=a1*RC(:,I+1)+a2*RC(:,I+2)+a3*RC(:,I+3)+a4*RC(:,I+4);
vv=sqrt(V(1,1)^2+V(2,1)^2);
angle=atan2(V(2,1),V(1,1));
if(OUT==1)
    P=P+V*dt;
end
P=[P;vv;angle];
```

## 4.4平面曲线规划—B样条曲线的曲率slider2

### 编制小车曲线规划Simulink模块(5)



# 移动机器人平面曲线规划总结(1)



# 移动机器人平面曲线规划总结(2)



$$(x_d, y_d, \theta_d)$$

$$\theta_d = a \tan\left(\frac{\dot{y}_d}{\dot{x}_d}\right)$$



# 移动机器人平面曲线规划总结(3)

## » (1) 曲线曲率

$$K = \frac{\dot{x}(t)\ddot{y}(t) - \ddot{x}(t)\dot{y}(t)}{\left(\sqrt{\dot{x}(t)^2 + \dot{y}(t)^2}\right)^3} = \frac{\dot{x}(s)\ddot{y}(s) - \ddot{x}(s)\dot{y}(s)}{\left(\sqrt{\dot{x}(s)^2 + \dot{y}(s)^2}\right)^3} \leq K_{\max}$$

## » (2) 参数s计算

$$s = \int_0^t \frac{v(\tau)}{v(s)} d\tau \quad 0 \leq s \leq N - 3$$

# 移动机器人平面曲线规划总结(4)

