

Homework6

Yufeng Yuan

yy208@duke.edu

Problem2

$$R^{(k)} = B - A x^{(k)}$$

$$\mu^{(k)} = \frac{R^{(k)T} R^{(k)}}{R^{(k)T} A R^{(k)}}$$

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} + \mu^{(k)} R^{(k)}$$

$$3. B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}, x^{(0)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \mu^{(0)} = \frac{R^{(0)T} R^{(0)}}{R^{(0)T} A R^{(0)}} \Rightarrow R^{(0)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\mu^{(0)} = \frac{-\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}^T (-\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix})}{-\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} (-\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix})} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow x^{(1)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} - \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow R^{(1)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow x^{(2)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \mu^{(1)} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow R^{(2)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow x^{(3)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \mu^{(2)} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$4. B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}, x^{(0)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$R^{(0)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 4 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \end{pmatrix}$$

$$\mu^{(0)} = \frac{-\begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix}^T \begin{pmatrix} -\begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix} \end{pmatrix}}{-\begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} -\begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix} \end{pmatrix}} = \frac{9}{44} \approx 0.205$$

$$\Rightarrow X^{(1)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} - 0.205 \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.31 \\ -0.15 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow R^{(1)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.31 \\ -0.15 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.47 \\ -0.29 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \mu^{(1)} = \frac{\begin{bmatrix} 0.47 \\ -0.29 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0.47 \\ -0.29 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 0.47 \\ -0.29 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.47 \\ -0.29 \end{bmatrix}} = \frac{0.22}{0.51} = 0.43$$

$$X^{(2)} = \begin{bmatrix} 0.31 \\ -0.15 \end{bmatrix} - 0.43 \begin{bmatrix} 0.47 \\ -0.29 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.11 \\ -0.03 \end{bmatrix}$$

$$R^{(2)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.11 \\ -0.03 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.19 \\ -0.01 \end{bmatrix}$$

$$\mu^{(2)} = \frac{-\begin{bmatrix} 0.19 \\ -0.01 \end{bmatrix}^T \begin{pmatrix} -\begin{bmatrix} 0.19 \\ -0.01 \end{bmatrix} \end{pmatrix}}{-\begin{bmatrix} 0.19 \\ -0.01 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} -\begin{bmatrix} 0.19 \\ -0.01 \end{bmatrix} \end{pmatrix}} = \frac{0.036}{0.069} = 0.52$$

$$\Rightarrow X^{(3)} = \begin{bmatrix} 0.11 \\ -0.03 \end{bmatrix} - 0.52 \begin{bmatrix} 0.19 \\ -0.01 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.01 \\ -0.02 \end{bmatrix}$$

