

# La machine à courant continu



# Contenu

---

1. Description générale
2. Equations générales et circuits équivalents
3. Courbes caractéristiques, démarrage et freinage
4. Machines particulières

# Contenu

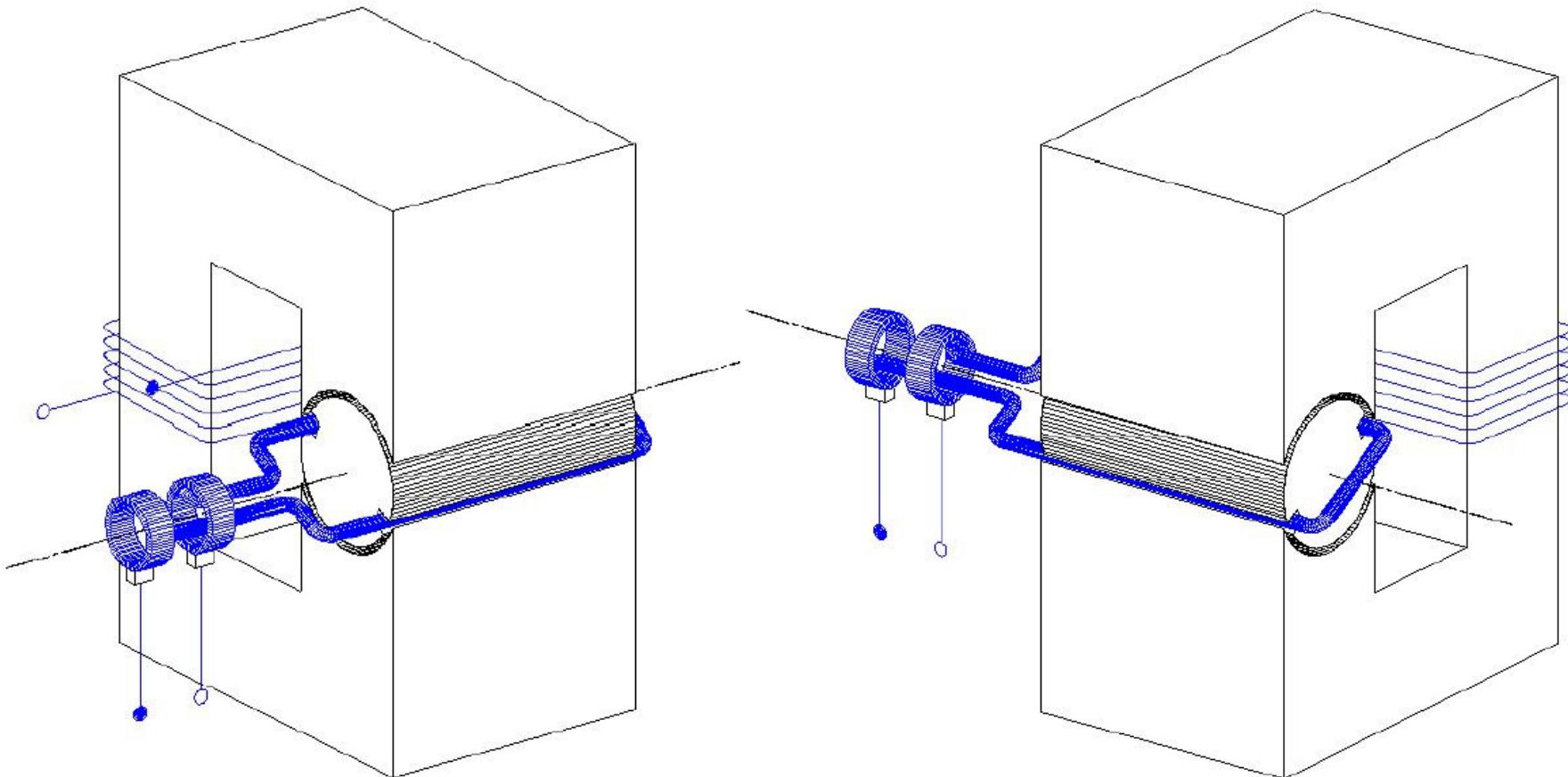
---

- 1. Description générale**
  - 1. Découverte du fonctionnement**
  - 2. Constitution**
- 2. Equations générales et circuits équivalents**
- 3. Courbes caractéristiques, démarrage et freinage**
- 4. Machines particulières**

# 1.1 Découverte du fonctionnement

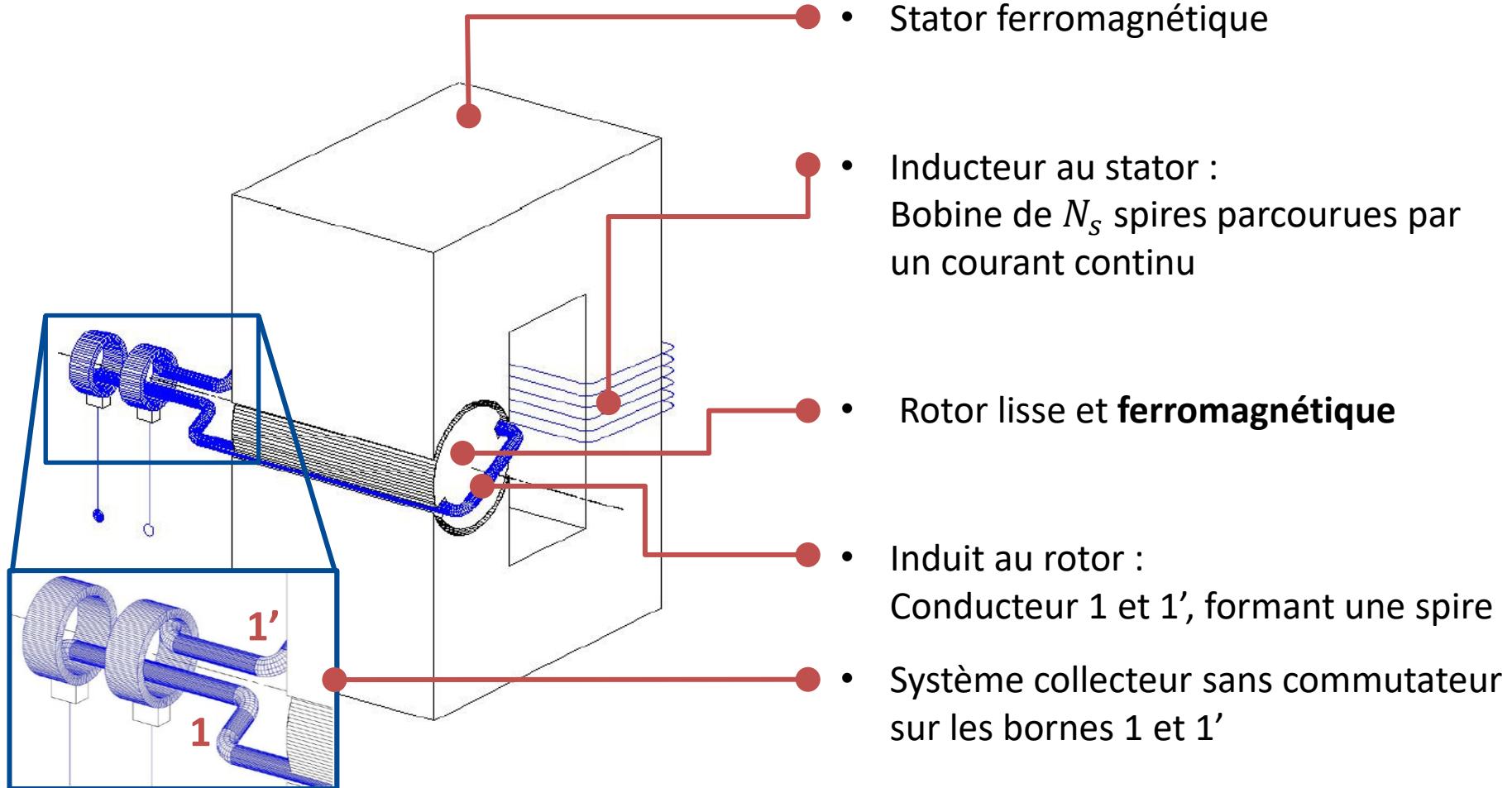
## Machine hétéropolaire

Pour découvrir comment la MCC fonctionne, on va commencer par étudier le fonctionnement de la machine hétéropolaire



# 1.1 Découverte du fonctionnement

## Machine hétéropolaire - Constitution



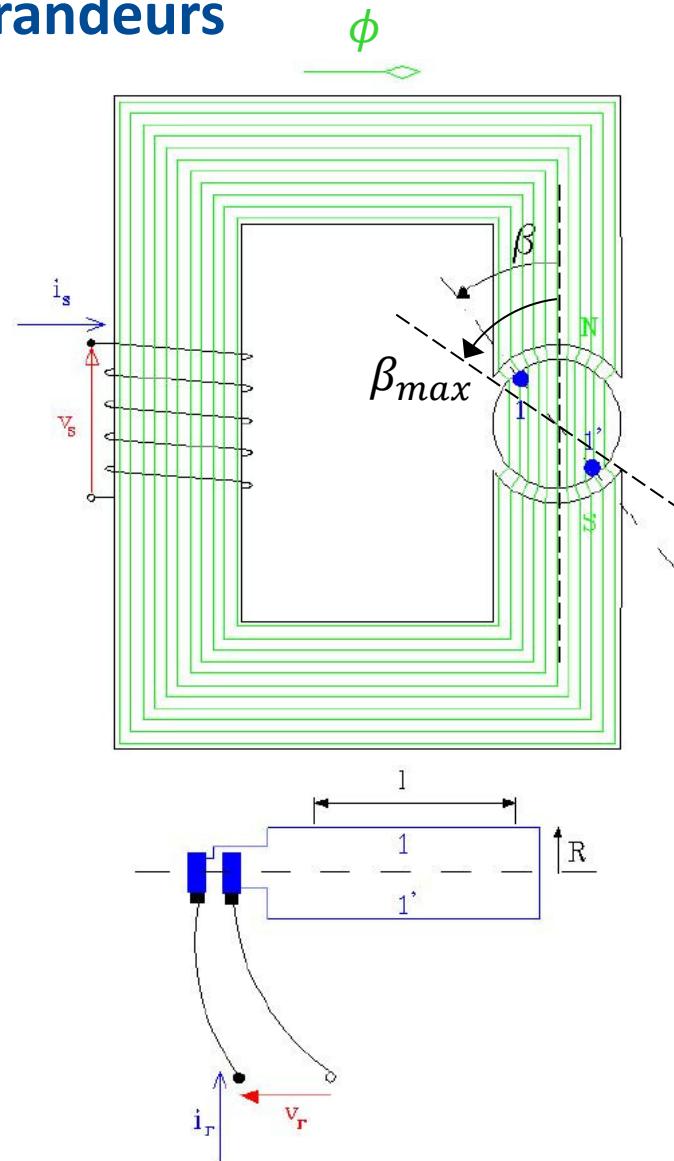
# 1.1 Découverte du fonctionnement

## Machine hétéropolaire - Grandeurs

- Courant continu  $i_s$  au stator, sous une tension  $v_s$
- Flux  $\phi$  dans le circuit ferromagnétique
- Courant  $i_r$  au rotor, sous une tension  $v_r$
- Conducteur 1 et 1' de longueur utile  $l$

Fer supposé parfait (perméabilité infinie)  
→ Le passage des lignes de flux dans l'entrefer est minimal  
→ Répartition du flux dans l'entrefer supposée radiale

Pour  $\beta_{max} < \beta < \pi - \beta_{max}$ , la périphérie du rotor n'est pas traversée par des lignes de flux



# 1.1 Découverte du fonctionnement

## Machine hétéropolaire - Fonctionnement à vide ( $i_r = 0$ )

### Calcul de la composante radiale de B sur la périphérie du rotor

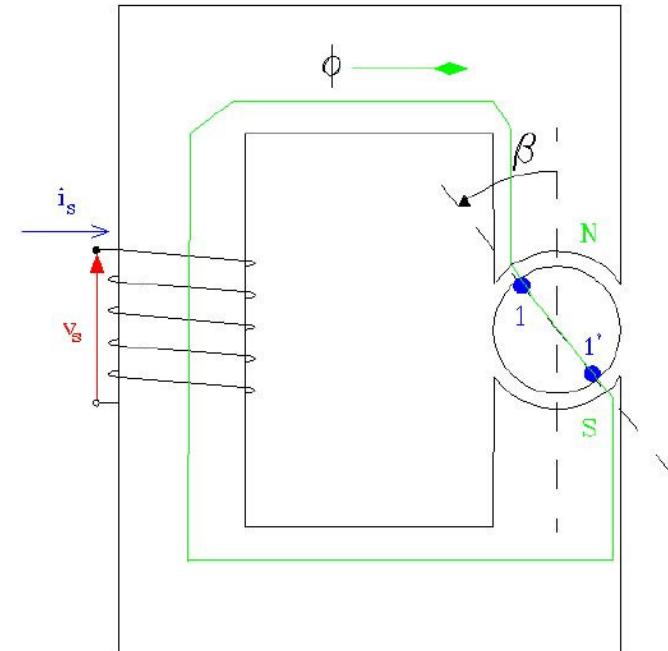
- Pour  $0 \leq \beta < \beta_{max}$  :  
loi de la f.m.m. appliquée à un contour fermé traversant radialement l'entrefer :

$$N_s i_s = H \cdot 2\delta$$

Où  $\delta$  : largeur de l'entrefer (considérée constante)

$$\rightarrow B_r = \mu_0 H = \mu_0 \frac{N_s i_s}{2\delta}$$

- Pour  $\beta_{max} < \beta < \pi - \beta_{max}$ :  
Périphérie du rotor pas traversée par le flux  
 $\rightarrow B_r = 0$

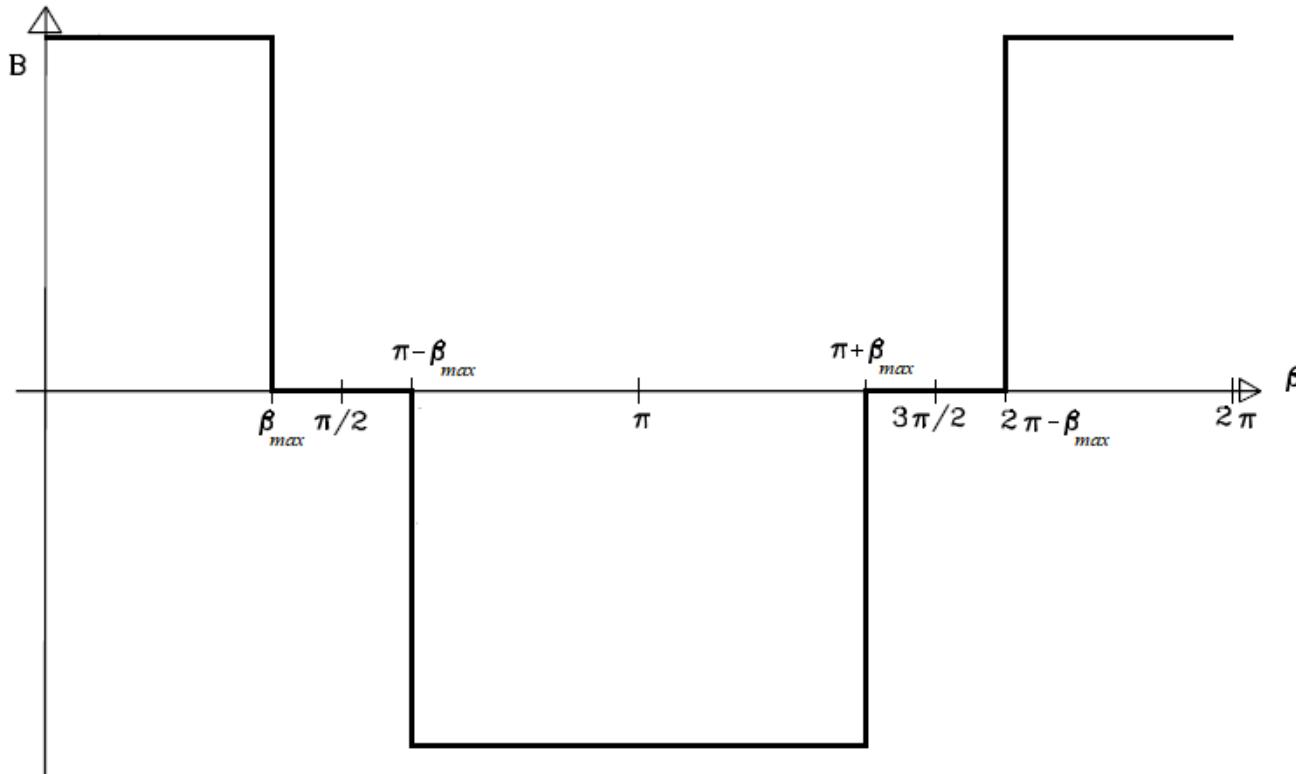


En étendant le même raisonnement sur  $0 \leq \beta < 2\pi$ , on trace le graphe de  $B(\beta)$

# 1.1 Découverte du fonctionnement

## Machine hétéropolaire - Fonctionnement à vide ( $i_r = 0$ )

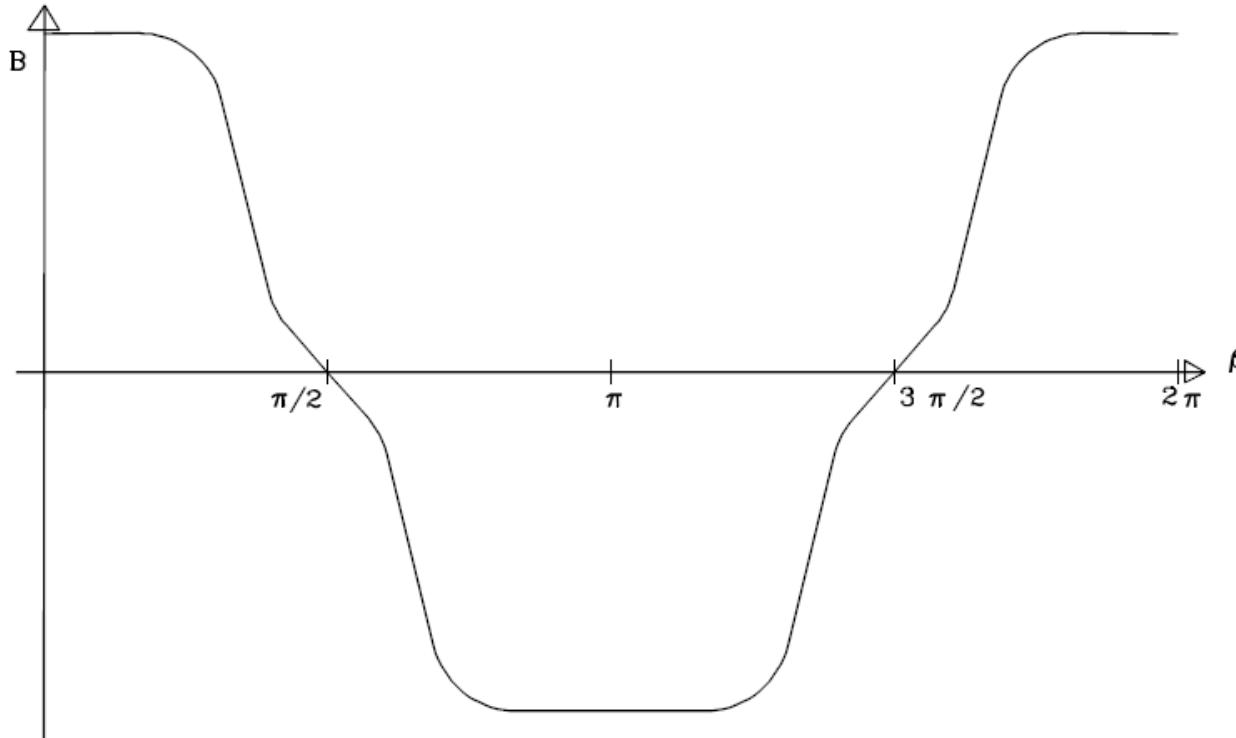
On a une répartition rectangulaire du champ d'induction radial dans l'entrefer



# 1.1 Découverte du fonctionnement

## Machine hétéropolaire - Fonctionnement à vide ( $i_r = 0$ )

En réalité, le fer n'a pas une perméabilité infinie et la largeur de l'entrefer n'est pas constante  
→ le champ d'induction radial a une variation plus continue



# 1.1 Découverte du fonctionnement

## Fonctionnement à vide ( $i_r = 0$ )

Calcul de la tension aux bornes de la spire 11'

- F.e.m. aux bornes du conducteur 1 :

$$e_1 = B_r l v = B_r(\beta) l R \Omega_r$$

$R$  : rayon du rotor

$\Omega_r$  : vitesse de rotation (supposée constante)

- F.e.m. aux bornes du conducteur 1' :

$$e_{1'} = -B_r l v = -B_r(\beta) l R \Omega_r$$

→ F.e.m. engendrée aux bornes des conducteurs proportionnelle au produit d'un flux et d'une vitesse angulaire

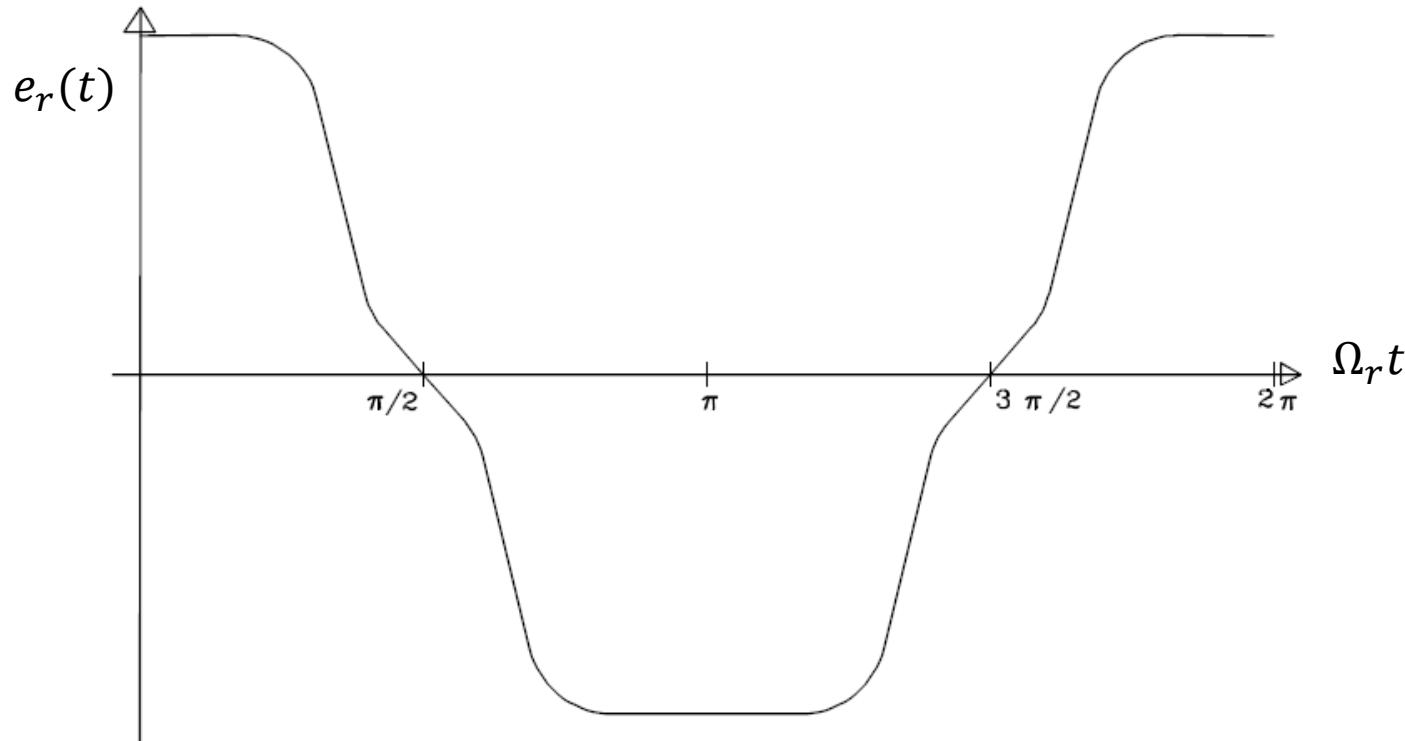
- F.e.m. aux bornes de la spire 11' :

$$e_r = e_1 - e_{1'} = 2 l R B_r(\beta) \Omega_r = c^{te} B_r(\Omega_r t)$$

**Tension aux bornes de l'induit : fonction périodique du temps qui reproduit dans le temps la répartition spatiale de  $B_r$**

# 1.1 Découverte du fonctionnement

## Machine hétéropolaire - Fonctionnement à vide ( $i_r = 0$ )



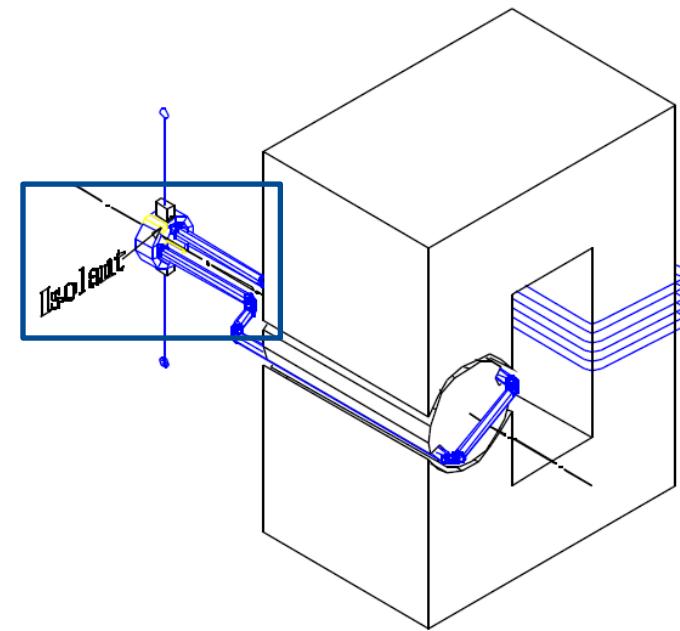
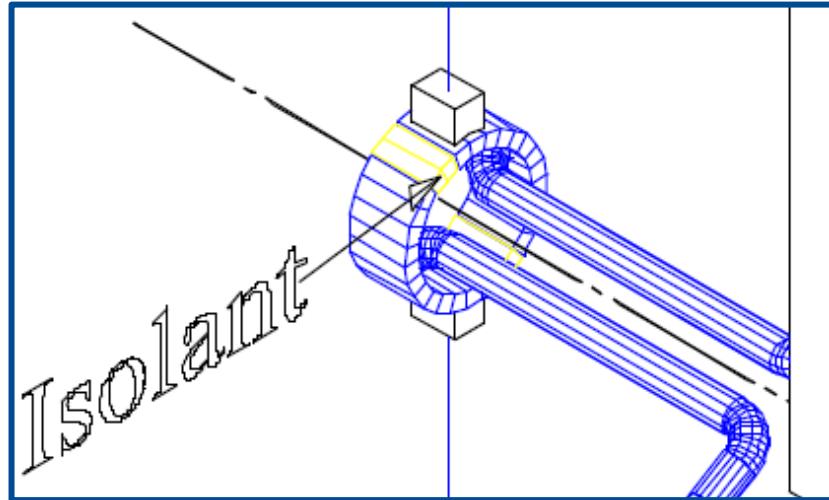
Tension aux bornes de l'induit alternatif  
→ utilisation d'un collecteur avec commutateurs pour redresser la tension

# 1.1 Découverte du fonctionnement

## Machine hétéropolaire - Collecteur avec commutateurs

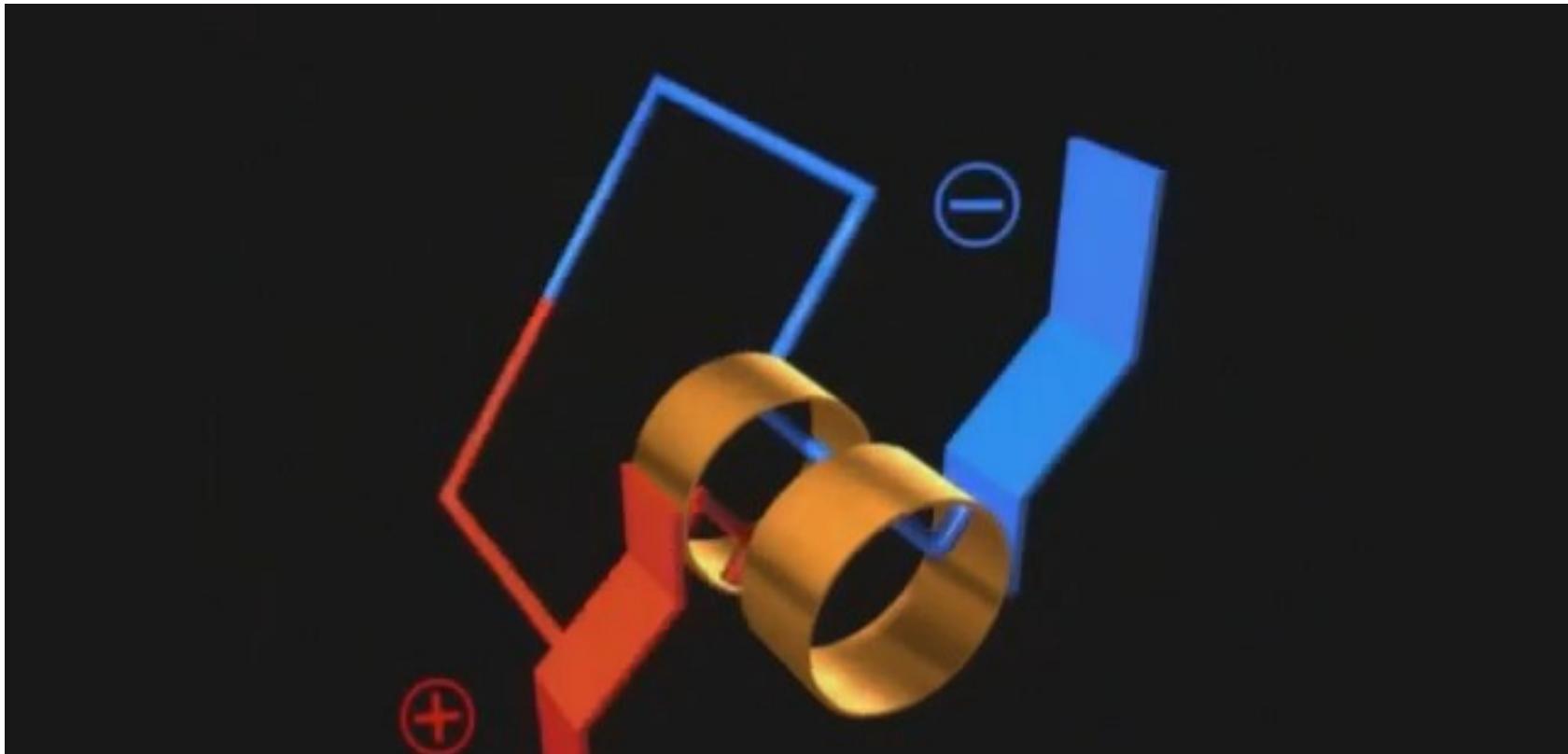
Collecteur avec commutateurs élémentaire de la machine hétéropolaire :

- Bague tournante coupée en deux lames isolées électriquement l'une de l'autre et raccordées chacune à une extrémité de la spire
- Deux balais fixes permettant de recueillir le courant



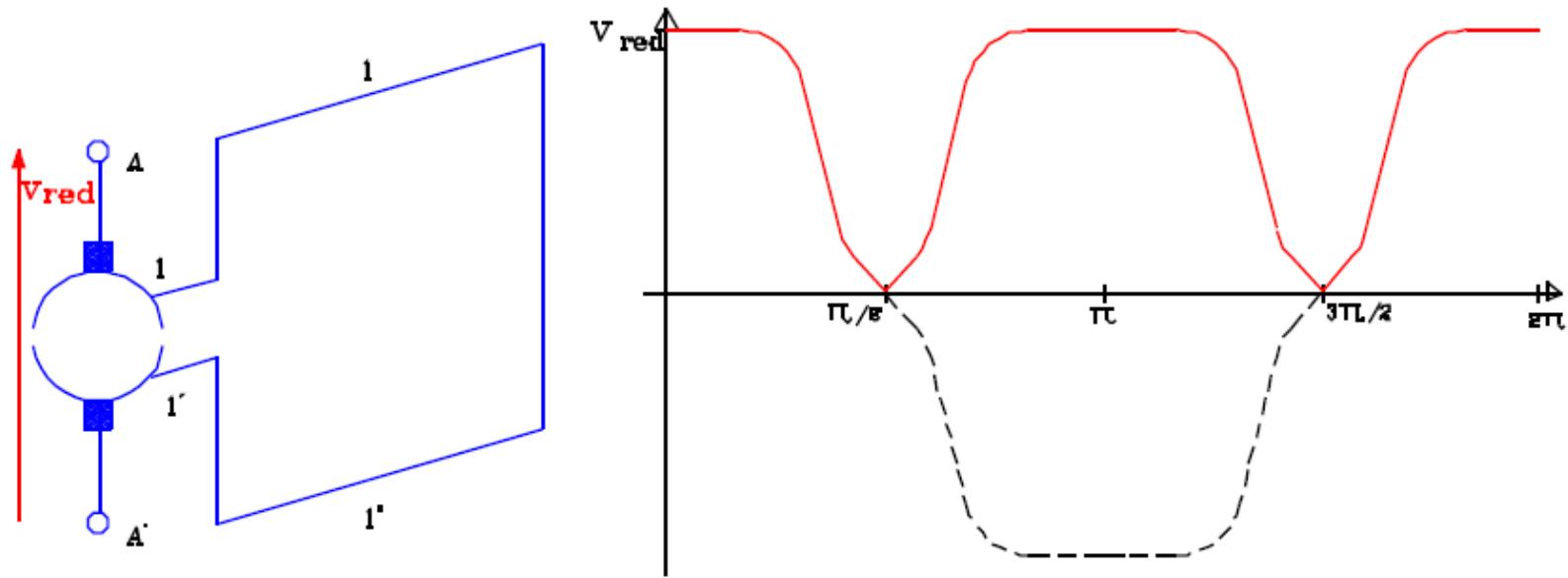
# 1.1 Découverte du fonctionnement

## Machine hétéropolaire - Collecteur avec commutateurs



# 1.1 Découverte du fonctionnement

## Machine hétéropolaire - Collecteur avec commutateurs



- F.e.m. aux balais de sortie : unidirectionnelle
- Courant résultant dans le circuit extérieur : unidirectionnel

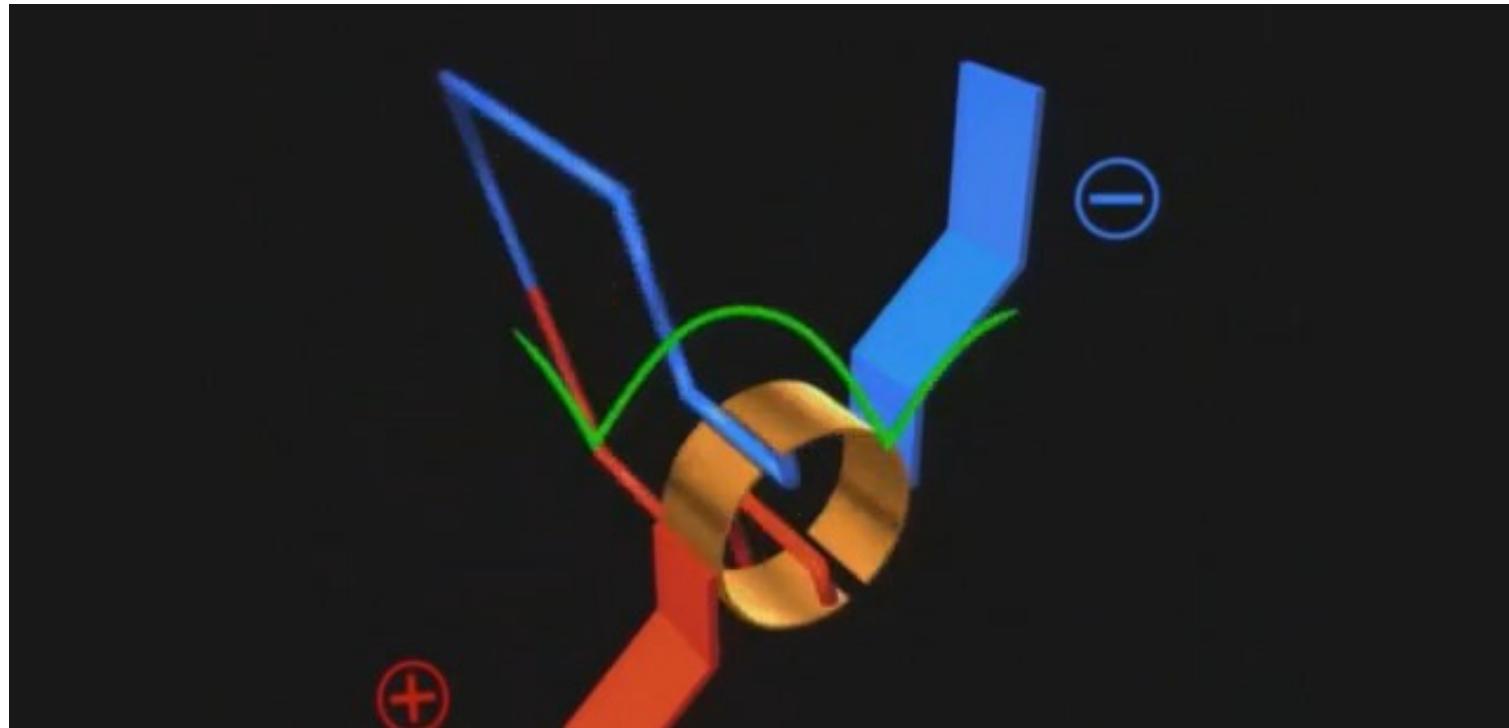
La machine hétéropolaire qu'on vient de construire ressemble fortement à la machine de Pixii

**Quel est le principal problème de la f.e.m aux balais de sortie ?  
Comment Gramme avait résolu ce problème dans sa dynamo ?**

# 1.1 Découverte du fonctionnement

## Collecteur avec commutateurs

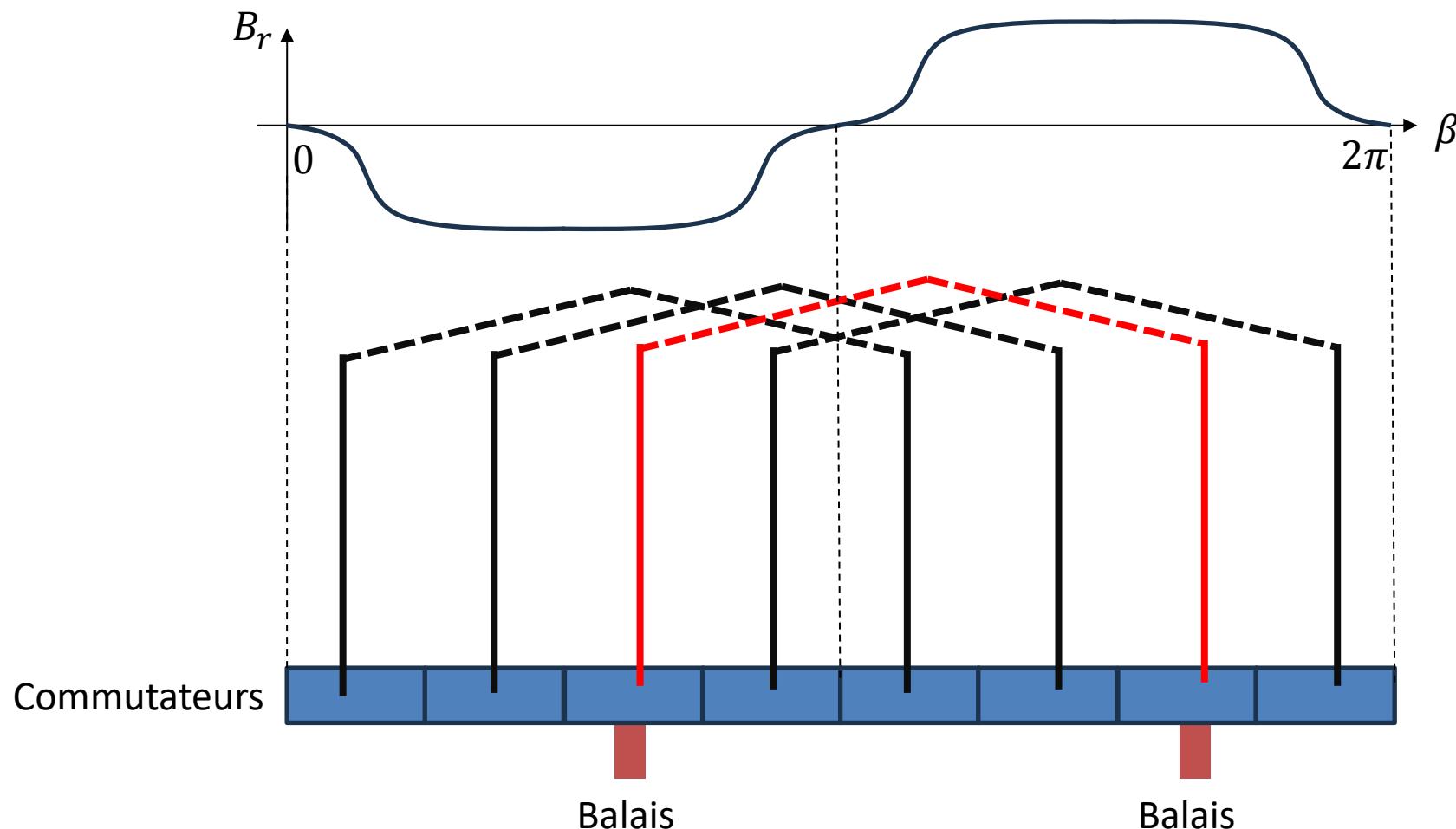
Pour rendre la f.e.m plus lisse, Gramme ajoute plusieurs spires et plusieurs commutateurs



Essayons de déplier le rotor en 2D pour y voir plus clair

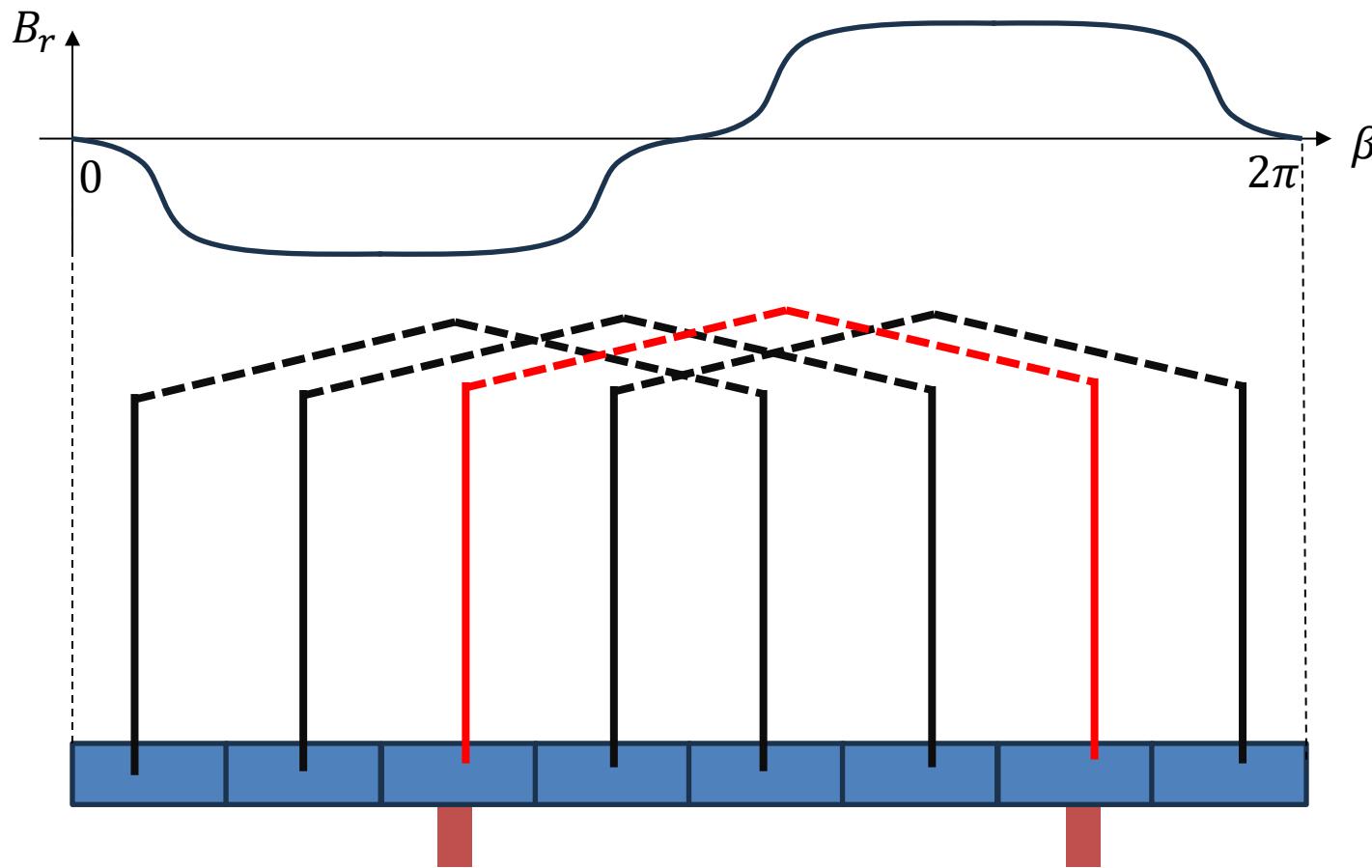
# 1.1 Découverte du fonctionnement

## Rotor déplié en 2D

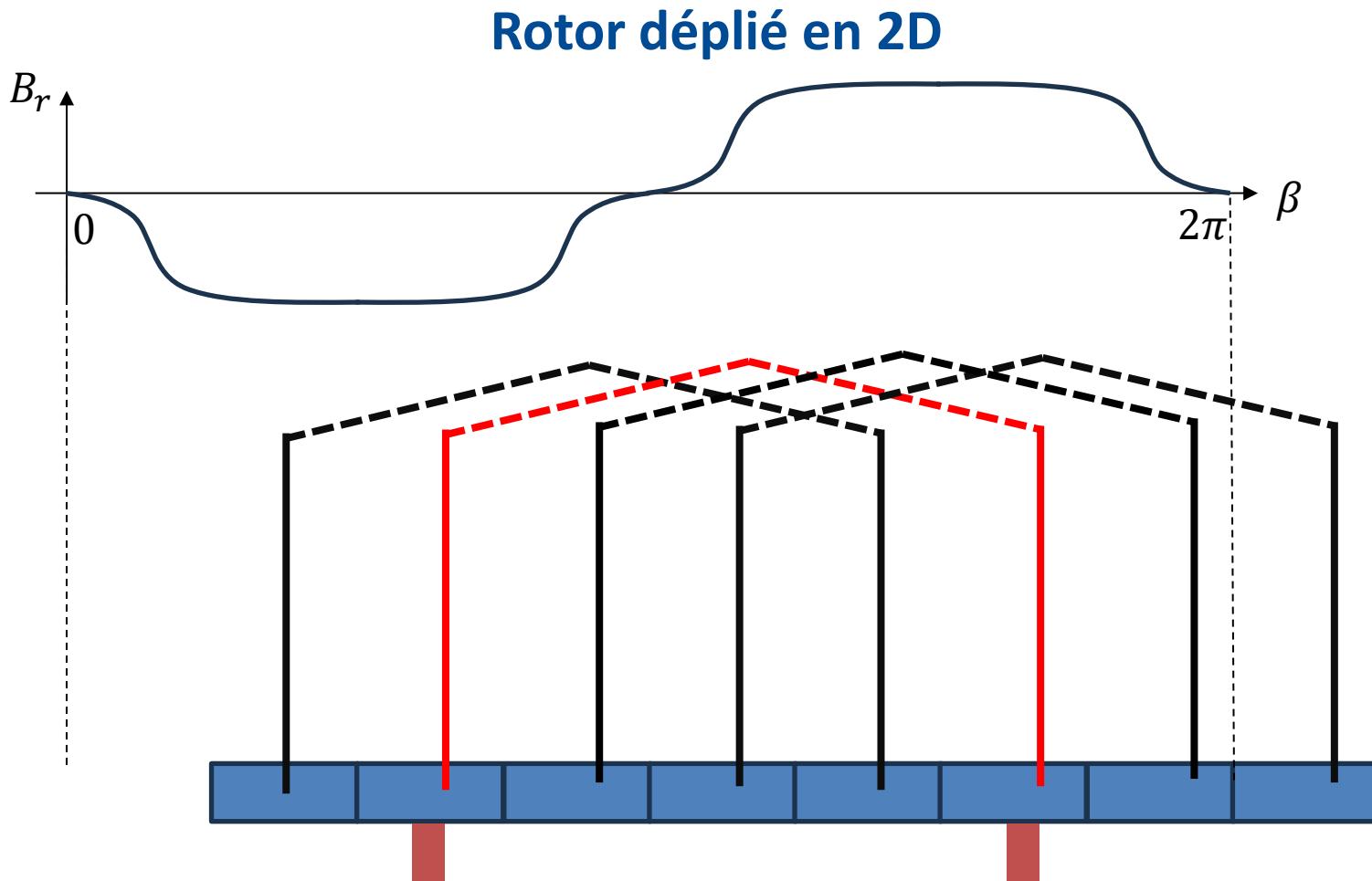


# 1.1 Découverte du fonctionnement

## Rotor déplié en 2D

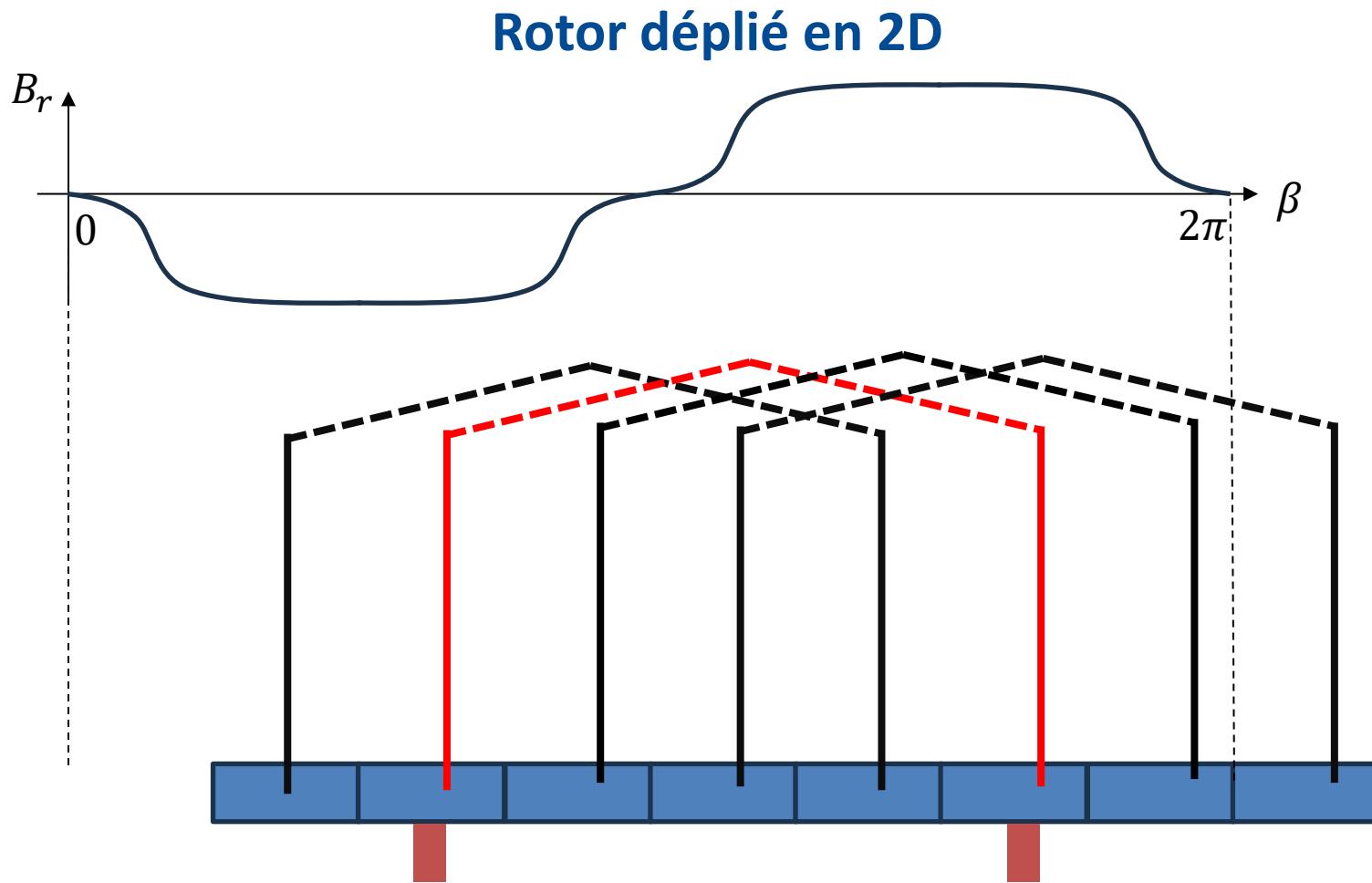


# 1.1 Découverte du fonctionnement



Après une rotation de  $\frac{2\pi}{8}$ , la spire connectée au balais a changé, grâce aux commutateurs  
→ La spire connectée est toujours celle qui se trouve dans la zone de champ radial plus élevé

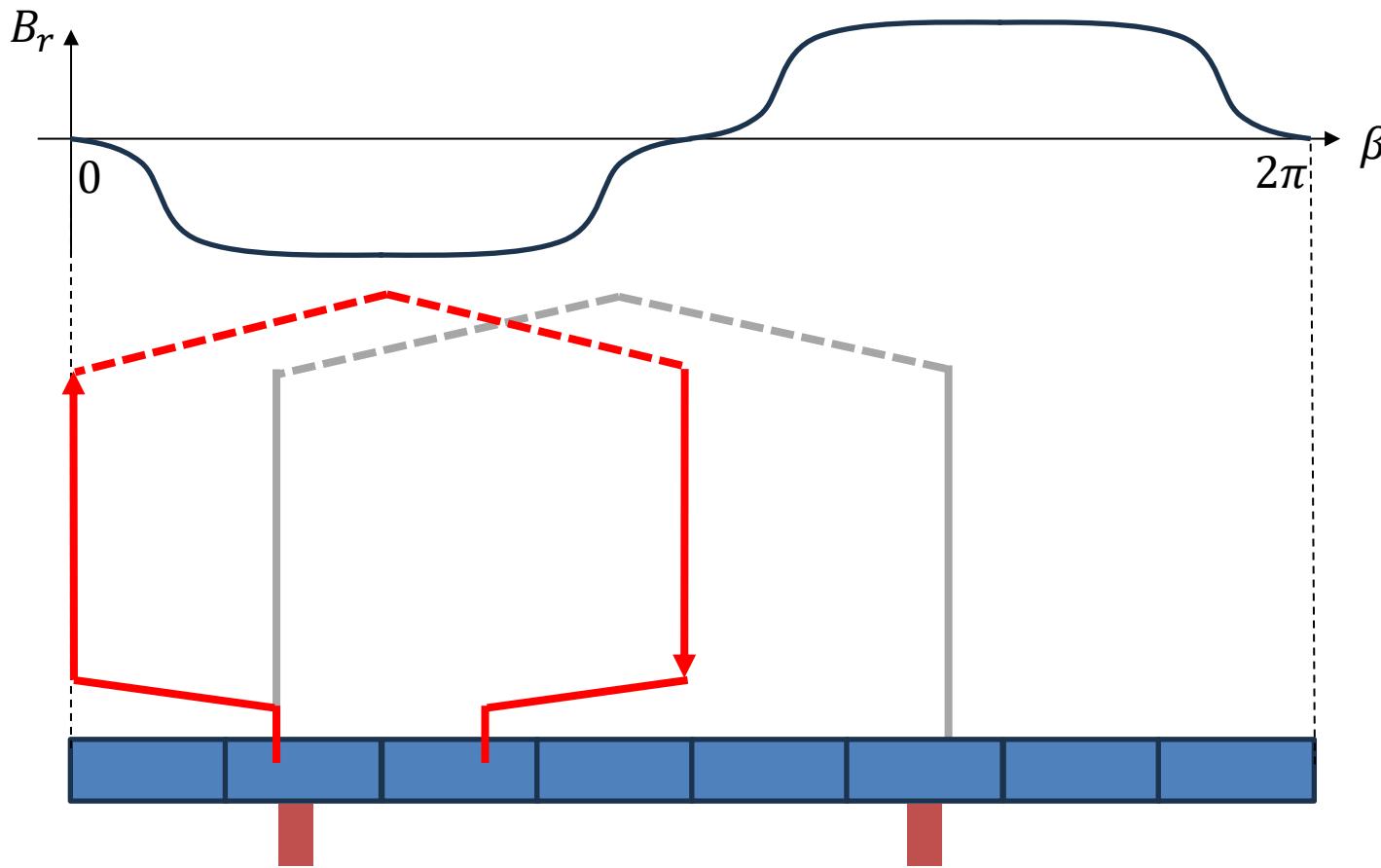
# 1.1 Découverte du fonctionnement



**Sur combien de spires récolte-t-on la f.e.m en chaque instant ?  
Comment pourrait-on utiliser toutes les spires à chaque instant ?**

# 1.1 Découverte du fonctionnement

## Rotor déplié en 2D

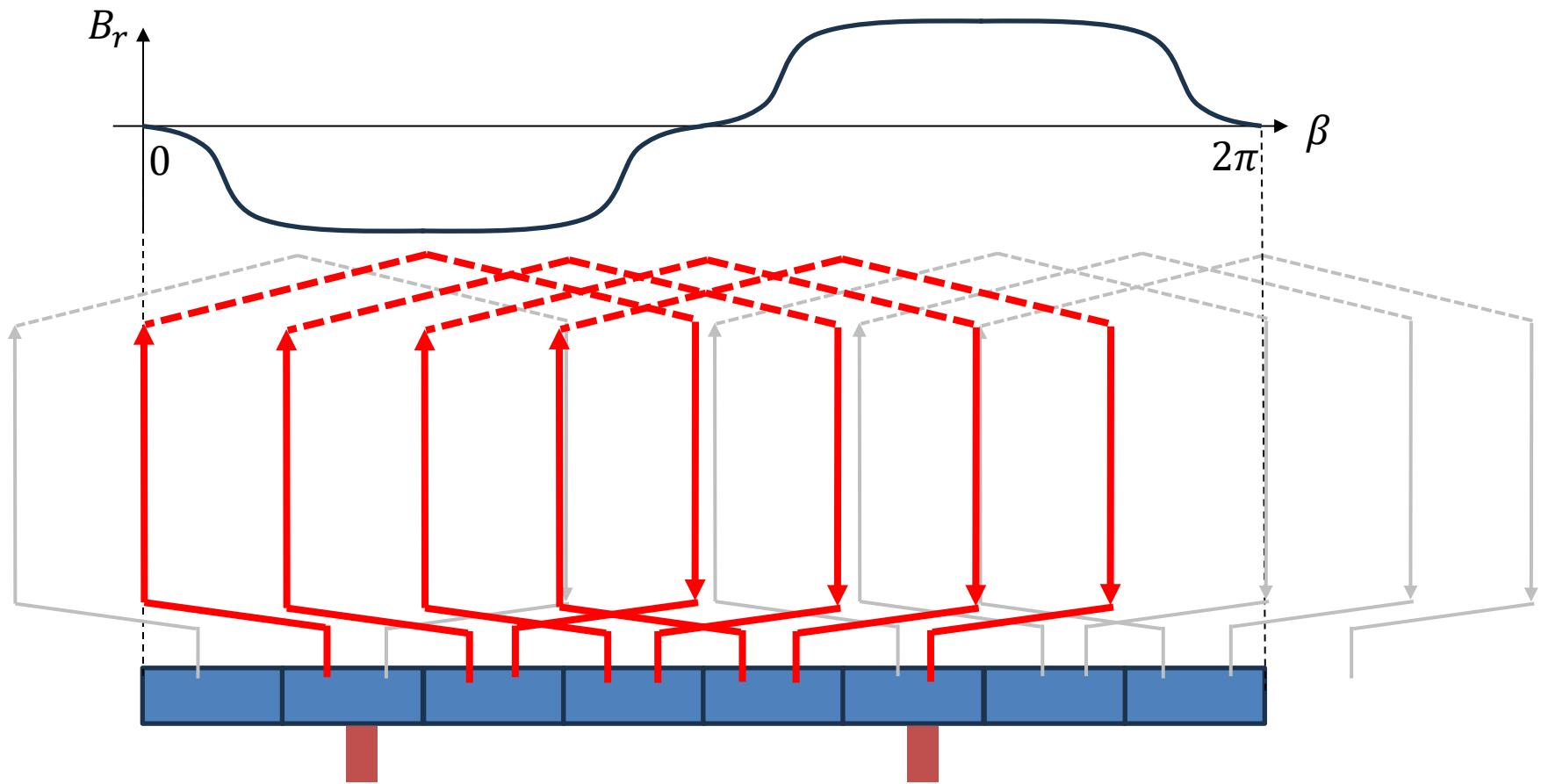


Au lieu de connecter les deux bornes de la spire aux commutateurs opposés (en gris)  
on les connecte au commutateurs voisins (en rouge)

**Que se passe-t-il si on place toutes les spires ainsi ?**

# 1.1 Découverte du fonctionnement

## Rotor déplié en 2D

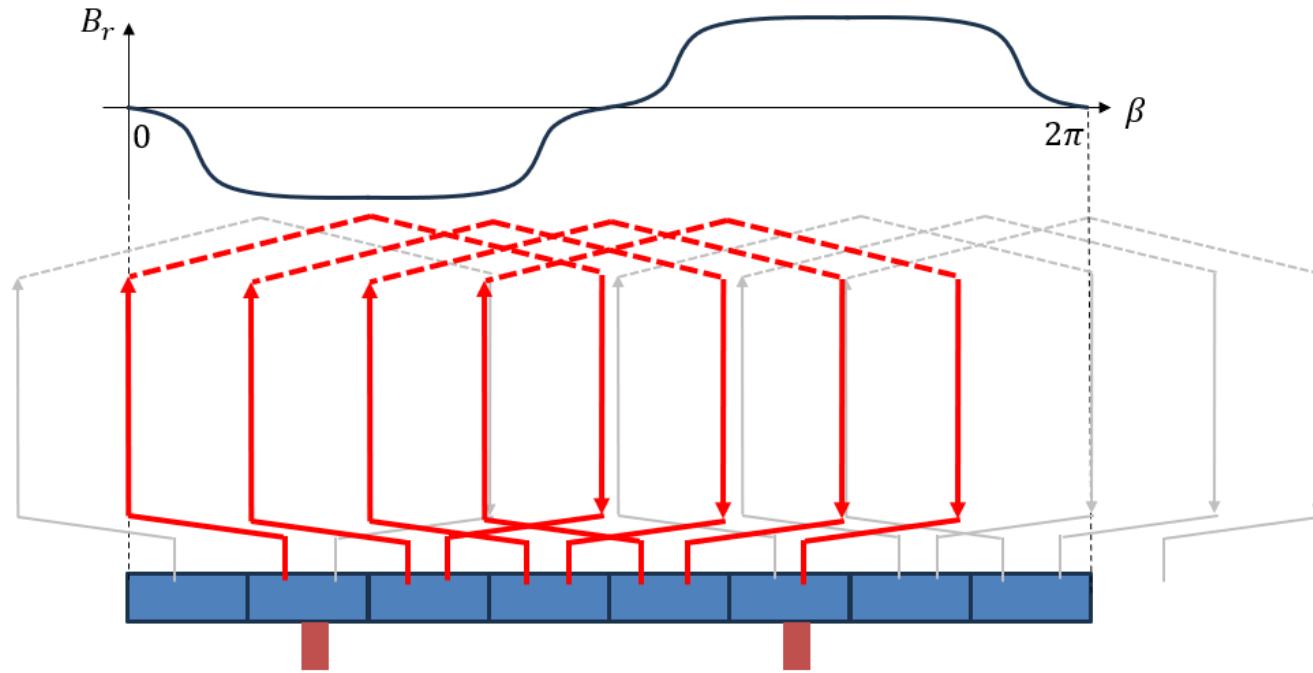


**On a plusieurs spires en série entre les deux balais**

→ Le f.e.m récoltée aux balais est plus élevée, unidirectionnelle et lisse, et toutes les spires sont utilisées en permanence

# 1.1 Découverte du fonctionnement

## Rotor déplié en 2D

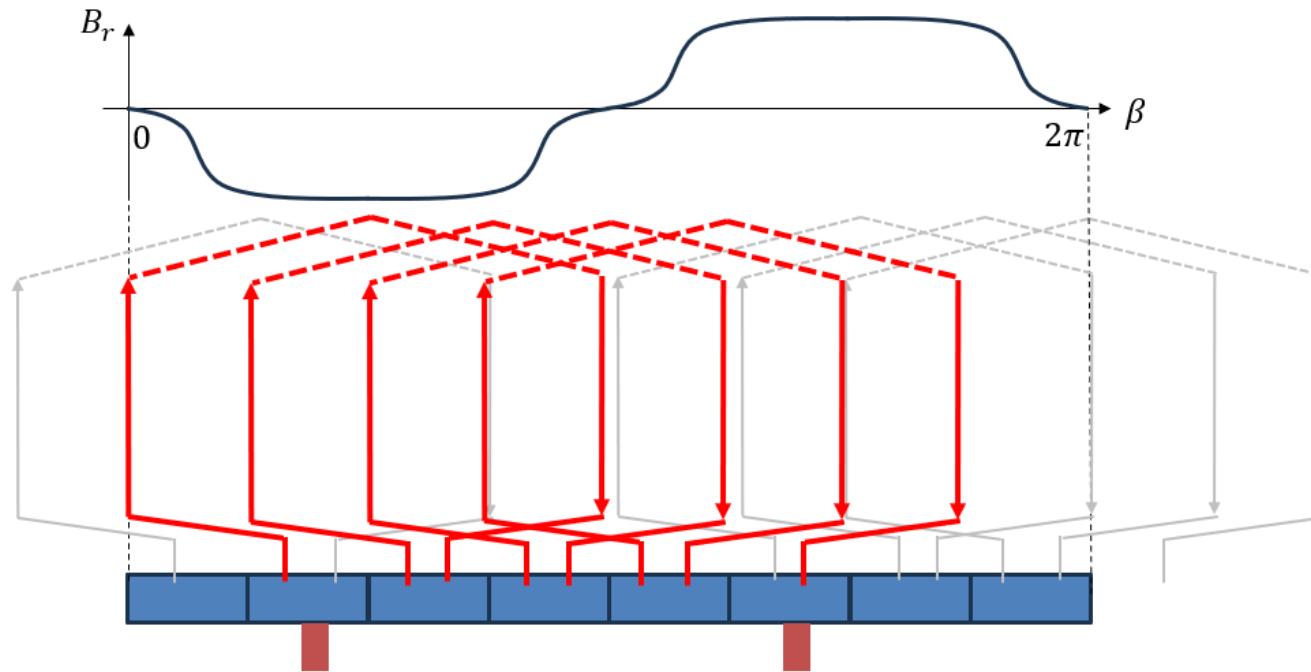


Chaque circuit de spires en série reliant deux balais est appelé **dérivation**  
Sur ce rotor, on a donc deux dérivation (en rouge et en gris)

La tension entre deux balais est la somme des f.e.m de toutes les spires de la  
dérivation reliant ces deux balais

# 1.1 Découverte du fonctionnement

## Rotor déplié en 2D



Maintenant qu'on a vu comment étaient réellement agencés les conducteurs du rotor de la MCC, on peut passer à une étude plus approfondie de la constitution

# Contenu

---

## 1. Description générale

1. Découverte du fonctionnement

2. Constitution

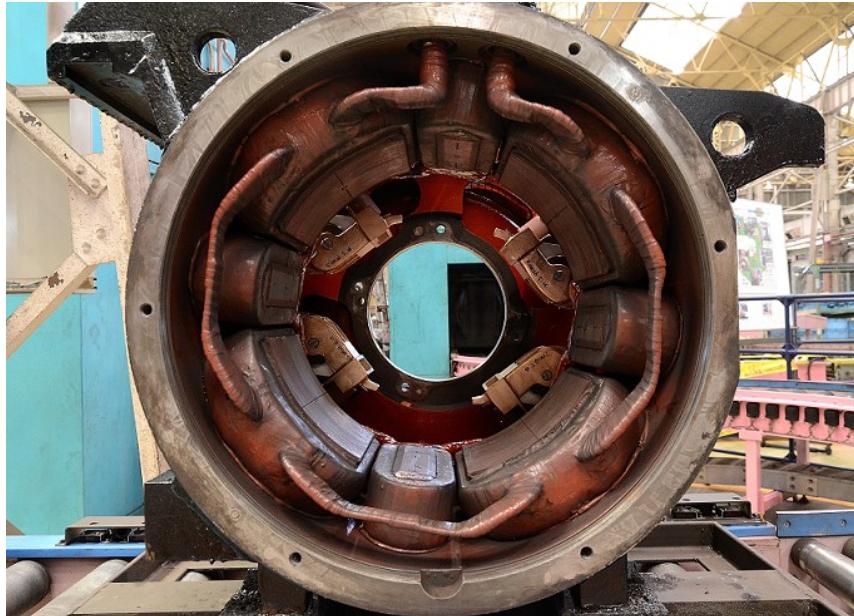
## 2. Régime statique

## 3. Étude de la dynamique

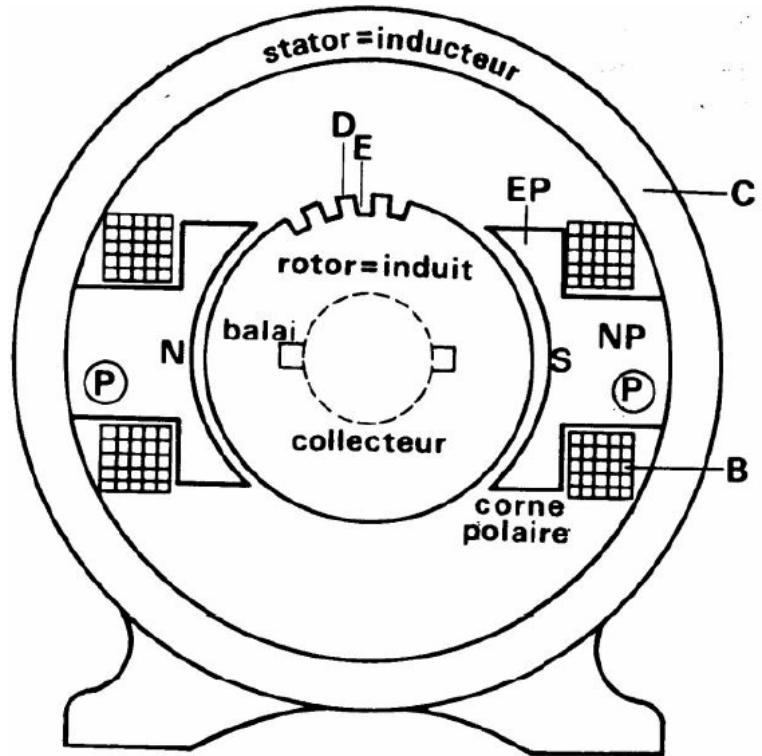
## 4. Machines particulières

# 1.2 Constitution

## Constitution



- Inducteur au stator
- Induit au rotor



# 1.2 Constitution

## Stator/inducteur

- Inducteur au stator

Constitué d'aimants permanents ou d'électroaimants

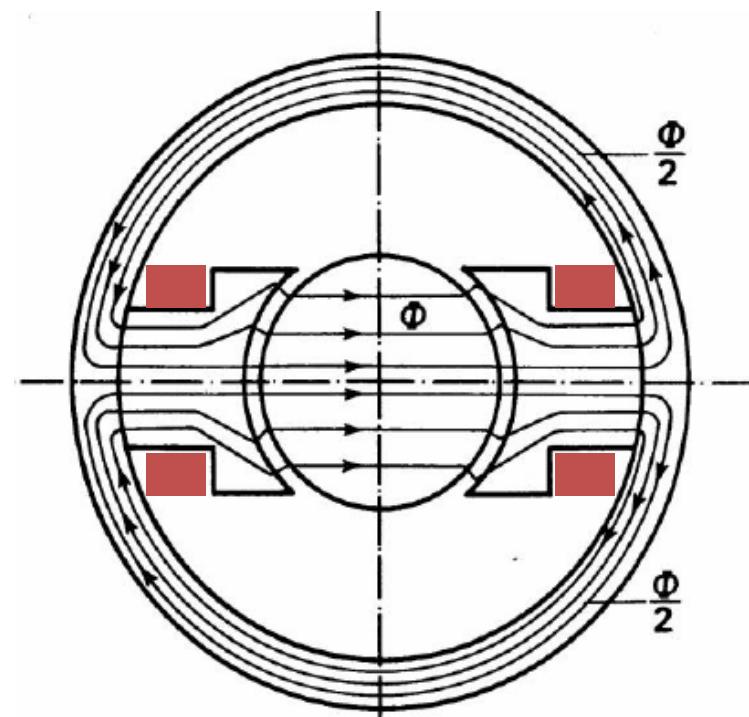
L'inducteur est constitué de paires de pôles, créant le champ utile qui traverse l'entrefer

Nombre de paires de pôles  $p$

Nombre de paires de pôles de l'inducteur

Jusqu'ici, on a vu que des machines à une paire de pôles

Mais on peut avoir des machines multipolaires



Inducteur à une paire de pôles  
 $p = 1$

# 1.2 Constitution

## Inducteur multipolaire

Machine multipolaire

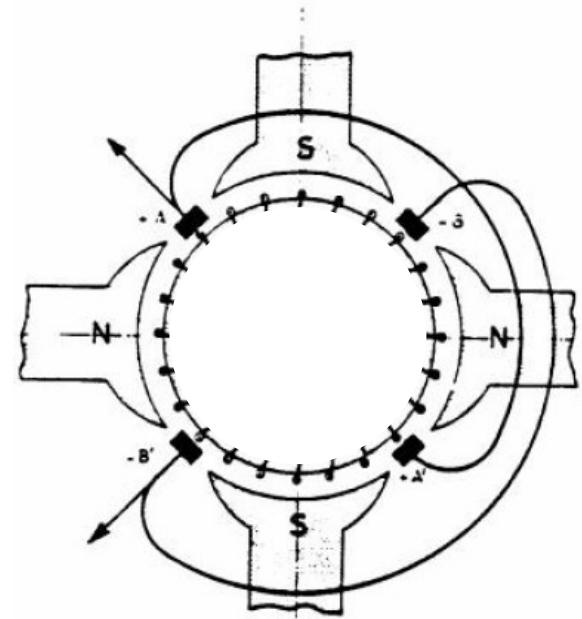
Machine dont l'inducteur possède plusieurs paires de pôles

Le principe de fonctionnement est exactement le même que pour une machine unipolaire

Pouvez vous devinez à quoi ressemble le rotor déplié d'un machine bipolaire ?

Combien de balais sont nécessaire dans une machine bipolaire ?

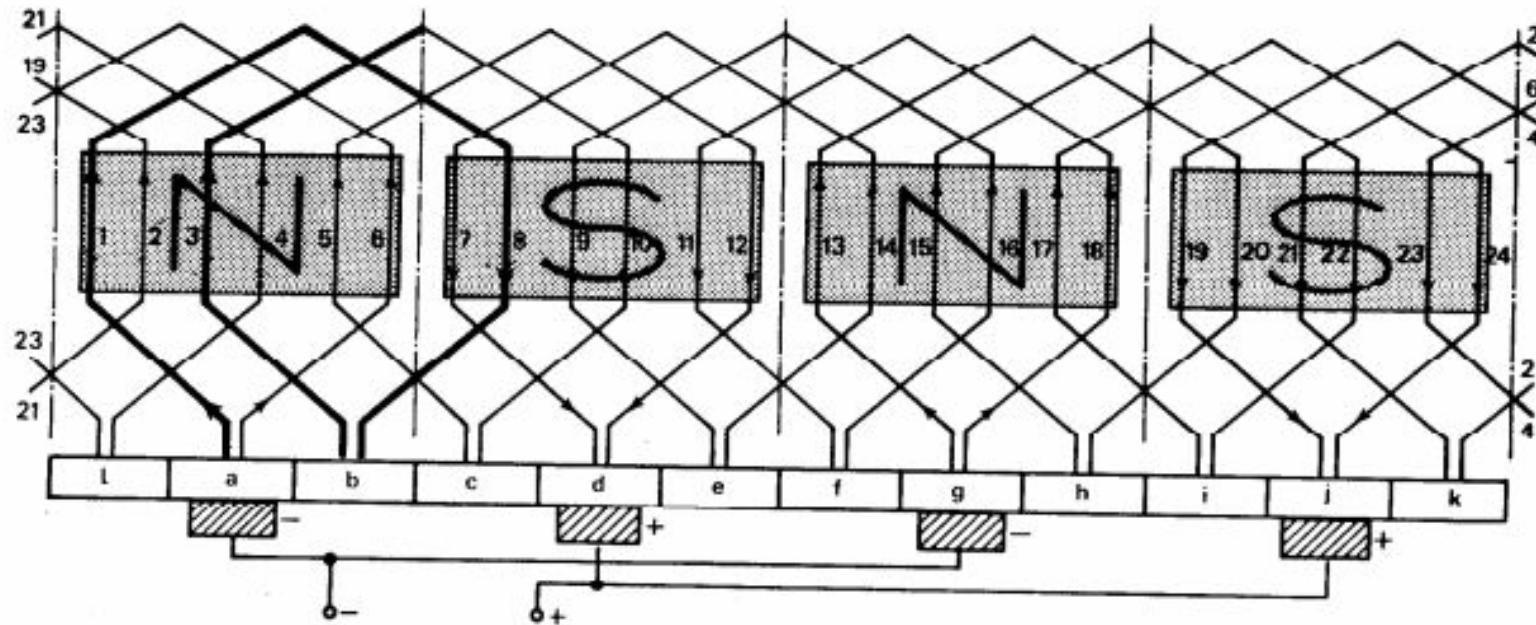
Combien de dérivation contient cette machine bipolaire ?



Inducteur à deux paires de pôles  
 $p = 2$

# 1.2 Constitution

## Rotor/induit



On étend simplement les enroulements sous les 2 paires de pôles

On a besoin de 4 balais

On a 4 dérivations

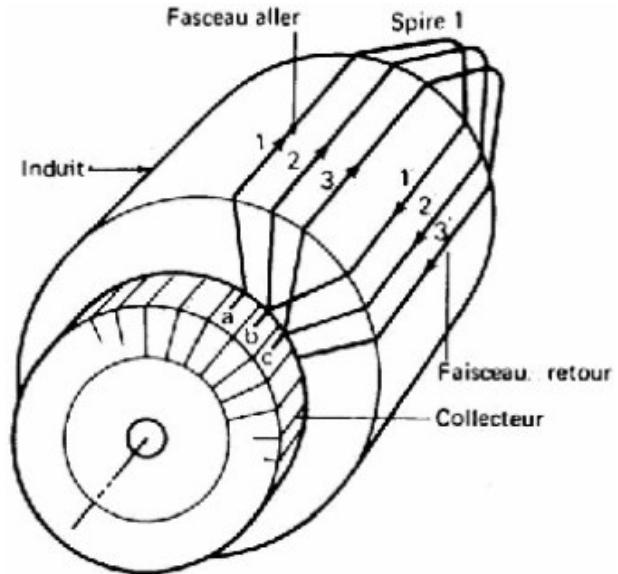
→ On peut étendre ce raisonnement pour toute machine multipolaire

# 1.2 Constitution

## Rotor/induit

### Induit au rotor

- Induit constitué de conducteurs placés dans des encoches sur la périphérie d'un rotor ferromagnétique
- Deux conducteurs se trouvant sous des pôles inverses connectés ensemble forme une spire
- Les spires sont mise en série par leur connexion sur le commutateur
- Le circuit de plusieurs spires en série reliant deux balais forme une dérivation



Les spires peuvent être :

- Diamétrales : la distance entre les deux conducteurs d'une spire correspond à la distance interpolaire
- À pas raccourci : la distance entre les deux conducteurs d'une spire est inférieure à la distance interpolaire

Une machine multipolaire à  $p$  paires de pôles nécessite  $2p$  balais

# 1.2 Constitution

## Dérivation

Soit un induit constitué de  $N_s$  spires

- Soit toute les spires sont mise en série (c'est le cas qu'on a rencontré jusqu'à présent)
  - Il n'y a qu'un circuit électrique entre chaque paires de balais
  - $2p$  balais, et  $2p$  dérivation
  - Chaque dérivation contient  $N_s/(2p)$  spires
- Soit on divise les spires en deux groupes, connectés en parallèle
  - On a deux fois  $N_s/2$  spires connectées en série
  - Il y a **deux** circuit électrique possible entre chaque paires de balais
  - $2p$  balais, et **4p** dérivation
  - Chaque dérivation contient  $N_s/(4p)$  spires
- ...

De manière générale, on notera  $2d$  = nombre de dérivation  
→  $N_s/(2d)$  spires par dérivation

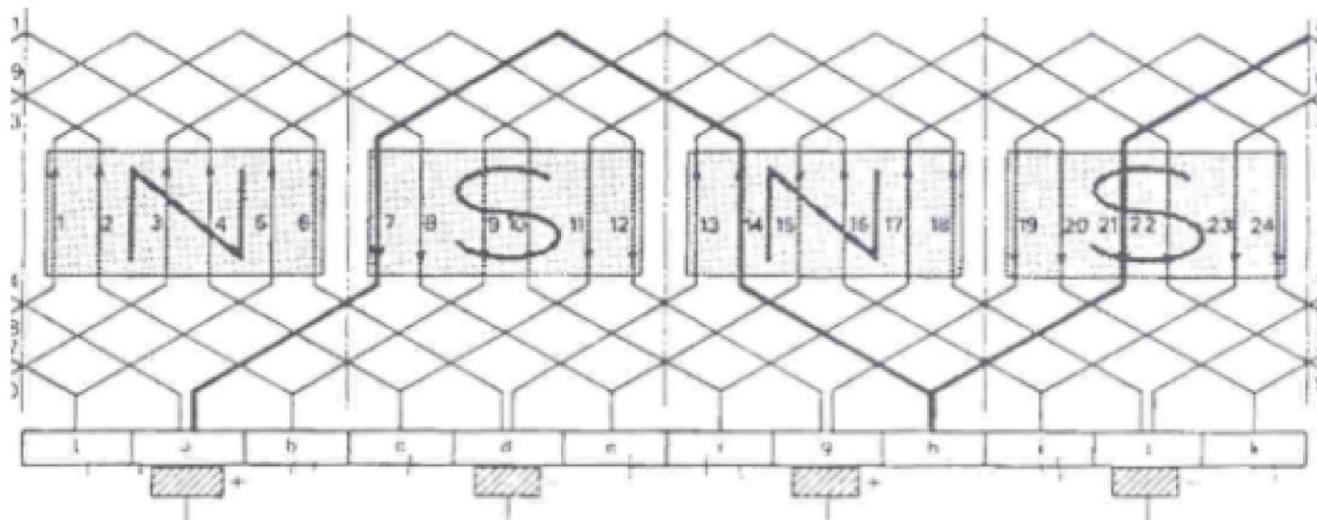
# 1.2 Constitution

## Note – Type d'enroulement

Le type d'enroulement présenté ici, où toutes les spires d'une même dérivation se trouvent sous une même paire de pôles, est appelé **enroulement imbriqué**

**Tout les raisonnements seront fait en se basant sur ce type d'enroulement**

Noter cependant qu'il existe un autre type d'enroulement, où les spires d'une même dérivation sont réparties sous les  $p$  paires de pôles : **enroulement ondulé**



# Contenu

---

1. Description générale
2. Equations générales et circuits équivalents
  1. Machine à vide
  2. Machine en charge
  3. Dynamique
3. Courbes caractéristiques, démarrage et freinage
4. Machines particulières

## 2.1 Machine à vide

### Introduction

#### Système considéré

Grandeurs :

- Relatives au stator : « excitation », indice e :  $v_e, i_e$
- Relatives au rotor : « armature », indice a :  $v_a, i_a$
- Nombre de conducteurs :  $N_C$
- Nombre de spires :  $N_S = \frac{N_C}{2}$
- Nombre de pôles :  $p$

#### Induit supposé infiniment divisé

- On suppose que les spires sont uniformément réparties sur la périphérie du rotor
- Cela va nous permettre de travailler avec des intégrales plutôt que des sommes discrètes

Notre premier objectif va être de calculer la tension récupérée aux bornes de l'induit, quand on travaille avec une génératrice :

- À vide ( $i_a = 0$ )
- Excitée ( $i_e \neq 0$ )
- Entraînée à vitesse  $\Omega_r$

# 2.1 Machine à vide

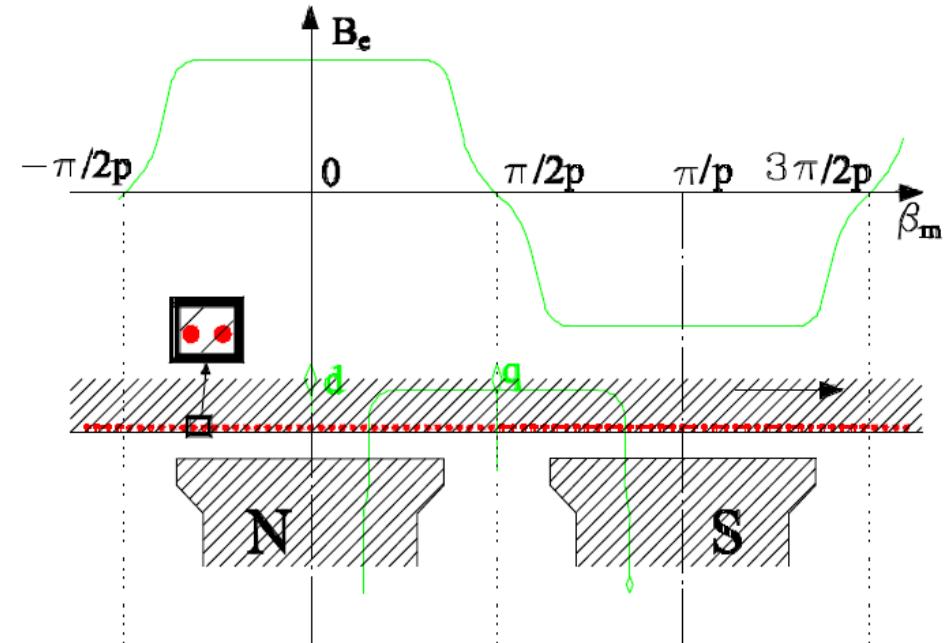
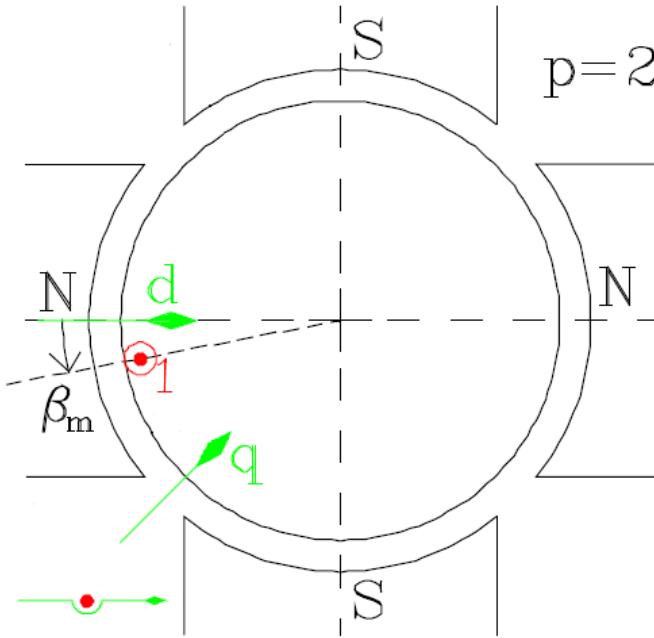
## Introduction

Répartition trapézoïdale de l'induction dans l'entrefer

→ On a une périodicité de  $\frac{2\pi}{p}$  du champ d'induction

Axes de symétrie :

- Axe des pôles : axe longitudinal  $d$  ( $k \frac{\pi}{p}$ )
- Axe interpolaire / axe neutre : axe transversal  $q$  ( $k \frac{\pi}{p} + \frac{\pi}{2p}$ )



## 2.1 Machine à vide

### Systèmes d'angle

Pour pouvoir généraliser tous les raisonnements peu importe le nombre de pôles, on va définir deux systèmes d'angles

#### Système d'angle mécanique

Système d'angle lié au mouvement réel du rotor.

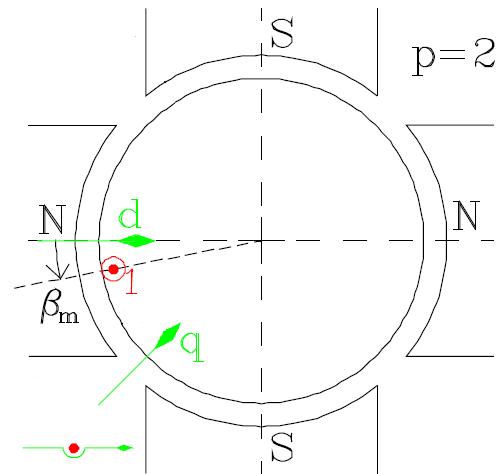
→ Un tour complet du rotor correspond à une rotation de  $2\pi$  radian mécanique

#### Système d'angle électrique

Système d'angle lié à la variation du champ magnétique dans l'entrefer.

→ Décrit la périodicité du champ magnétique

→ **Un tour complet du rotor correspond à une rotation de  $2\pi p$  radian électrique**



## 2.1 Machine à vide

### Méthode des champs

#### F.e.m engendrée dans une spire

Spire constituée par un conducteur 1 et 1' :

- $\beta_m$  : coordonnée angulaire du conducteur d'entrée 1
- $\beta_m - \alpha_m$  : coordonnée angulaire du conducteur de sortie 1'

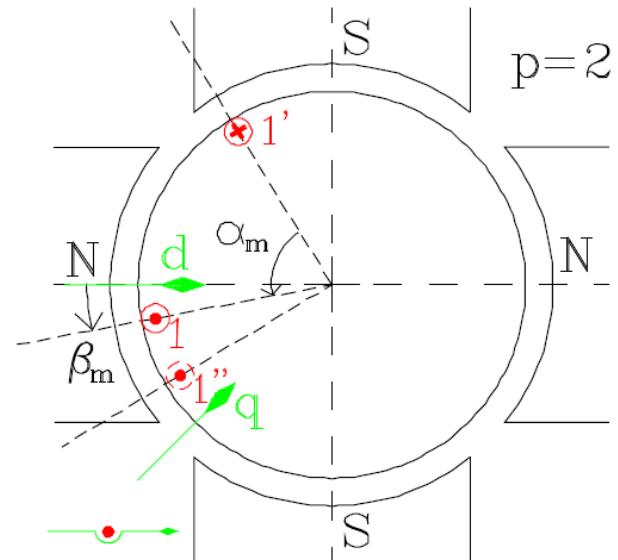
$$\begin{aligned} e_{spire} &= B(\beta_m) l v - B(\beta_m - \alpha_m) l v \\ &= (B(\beta_m) - B(\beta_m - \alpha_m)) l v \end{aligned}$$

- Si la spire est diamétrale ( $\alpha_m = \frac{\pi}{p}$ ) :

$$B(\beta_m - \alpha_m) = -B(\beta_m) \rightarrow e_{spire} = 2 B(\beta_m) l v$$

- Si la spire est à pas raccourcis ( $\alpha_m < \frac{\pi}{p}$ ) :

F.e.m engendrée moins élevée (développement donné pour information dans les notes)

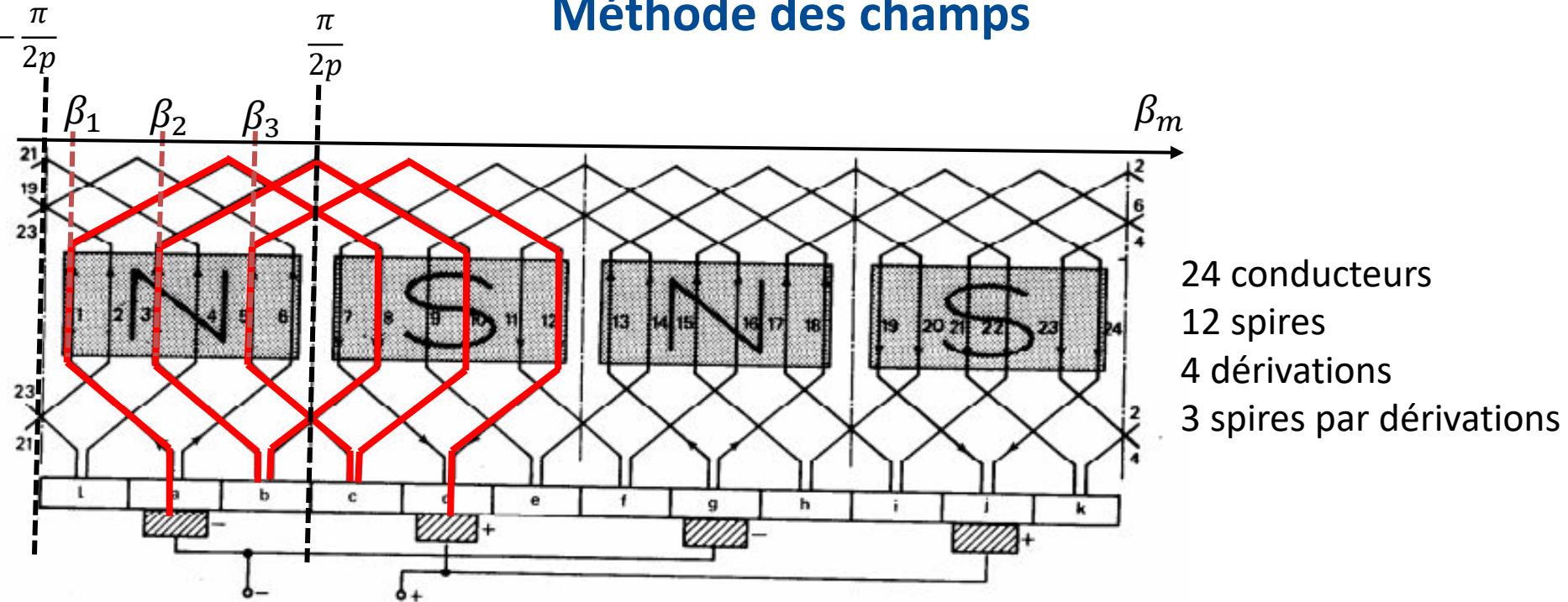


**Comment calculer la f.e.m entre deux balais ?**

Prenons un cas particulier en exemple

## 2.1 Machine à vide

### Méthode des champs



Tension entre balais = tension aux bornes d'une dérivation = somme des tensions aux bornes des spires :

$$e_{balais\ a \rightarrow d} = 2 B(\beta_1) l v + 2 B(\beta_2) l v + 2 B(\beta_3) l v$$

Même si les conducteurs se trouvent sous les deux pôles (N et S), les spires étant diamétrales, seuls la position des conducteurs d'entrée, se trouvant sous N, nous intéresse.

## 2.1 Machine à vide

### Méthode des champs

#### F.e.m entre balais

Par définition, la tension entre balais est la tension aux bornes d'une dérivation, qui est la somme (= intégrale si induit infiniment divisé) de la tension aux bornes de toutes les spires de la dérivation

Soit un enroulement imbriqué à spires diamétrales à  $2d$  dérivations

- Nombre de spires par dérivation :  $\frac{N_s}{2d}$

→ Les conducteurs d'entrée des  $\frac{N_s}{2d}$  spires d'une dérivation se trouvent sous un même pôle (angle mécanique  $\frac{\pi}{p}$ )

→ Densité angulaire de spires :  $\frac{\frac{N_s}{2d}}{\frac{\pi}{p}} \frac{\text{spires}}{\text{rad méca.}}$

→ Il suffit d'intégrer sous un pôle la f.e.m aux bornes des spires, multiplié par la densité de spire.

## 2.1 Machine à vide

### Méthode des champs

F.e.m entre balais

$$e = \int_{-\frac{\pi}{2p}}^{\frac{\pi}{2p}} e_{spire} \cdot \text{densité de spires}$$

$$e = \int_{-\frac{\pi}{2p}}^{\frac{\pi}{2p}} [2 B(\beta_m) l \nu] \frac{p N_s}{2d\pi} d\beta_m = \frac{p}{d} N_s \frac{\Omega_r}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2p}}^{\frac{\pi}{2p}} B(\beta_m) l R d\beta_m = \frac{p}{d} N_s \frac{\Omega_r}{\pi} \Phi = K \Phi \Omega_r$$

$\Phi$ : flux utile par pôle

$K$  : constante qui dépend des données de l'enroulement

Formules également valables pour les enroulements ondulés à spires diamétrales

## 2.1 Machine à vide

### Méthode des champs

**De manière générale :  $e = K \Phi \Omega_r$**

Valable aussi pour un enroulement à spires raccourcies, à condition de changer le K

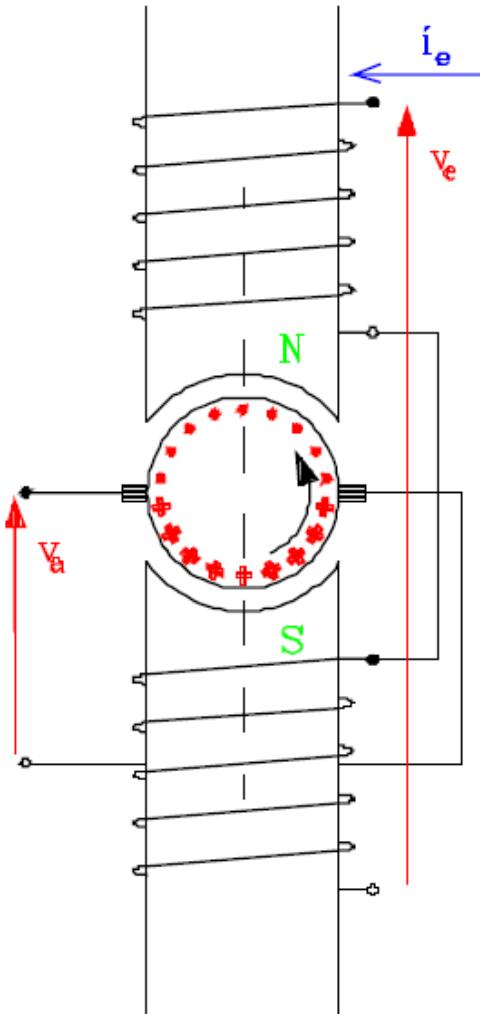
→ La f.e.m. (= la tension à vide) d'une dynamo est proportionnelle au flux utile par pôle et à la vitesse de rotation

Valable pour une machine en charge ( $i_a \neq 0$ ) en considérant la modification du flux utile  $\Phi$  par le courant d'induit  $i_a$

Essayant maintenant d'utiliser la méthode des circuits pour étudier la dynamo

## 2.1 Machine à vide

### Méthode des circuits



La f.e.m. engendrée dans un conducteur est alternative mais  
**la f.e.m. engendrée en un point fixe de l'espace est constante**

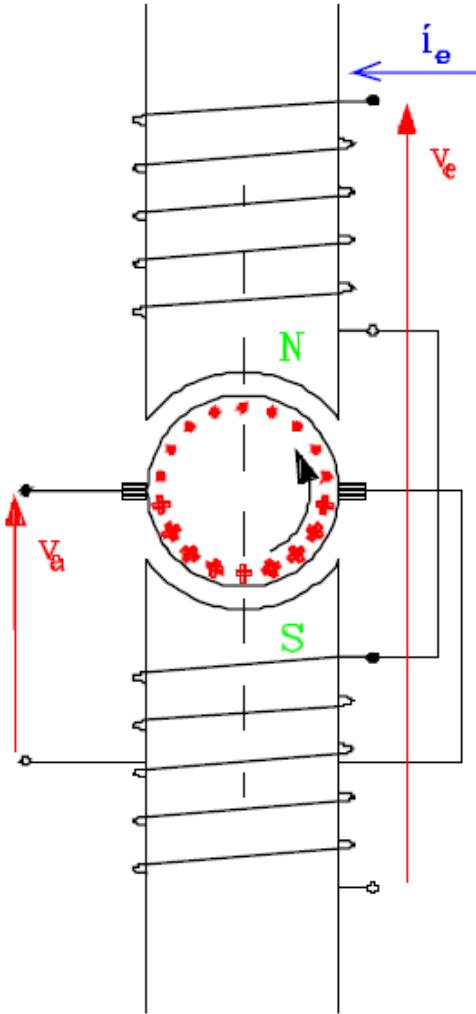
→ tout conducteur se trouvant à une position donnée aura toujours la même f.e.m à ses bornes

**Induit : pseudo-stationnaire**

On peut utiliser ce principe pour construire un composant équivalent à l'induit

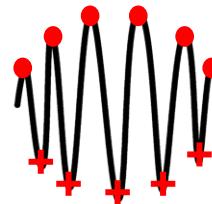
## 2.1 Machine à vide

### Méthode des circuits



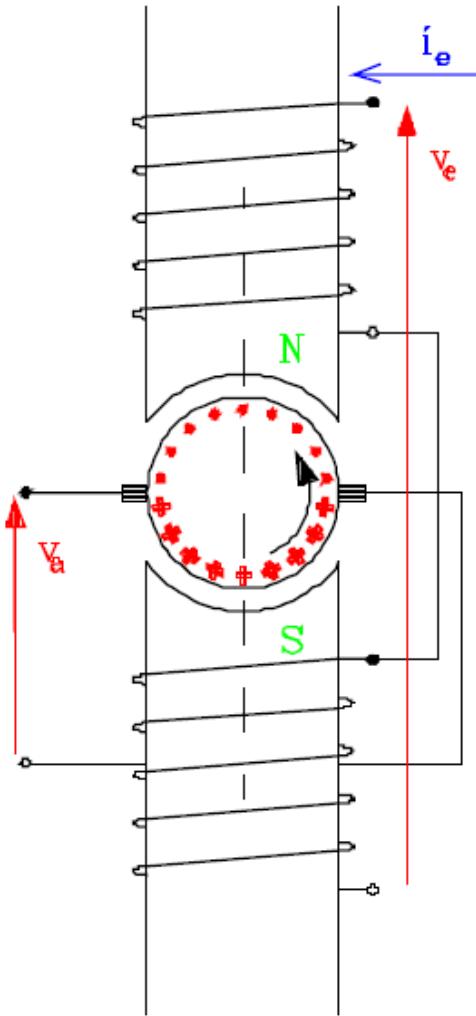
L'induit étant pseudo stationnaire, on peut le représenter par une bobine fixe, reliant les deux balais

→ On a alors un simple couplage mutuel entre l'enroulement d'excitation et d'armature



## 2.1 Machine à vide

### Méthode des circuits



Tension aux bornes des balais

- Enroulement d'excitation parcouru par  $i_e$
- Enroulement d'armature pseudo-stationnaire considéré à vide ( $i_a = 0$ )

$$v_a = R_a i_a + D\Psi_a$$
$$\rightarrow (v_a)_{i_a=0} = D\Psi_a$$

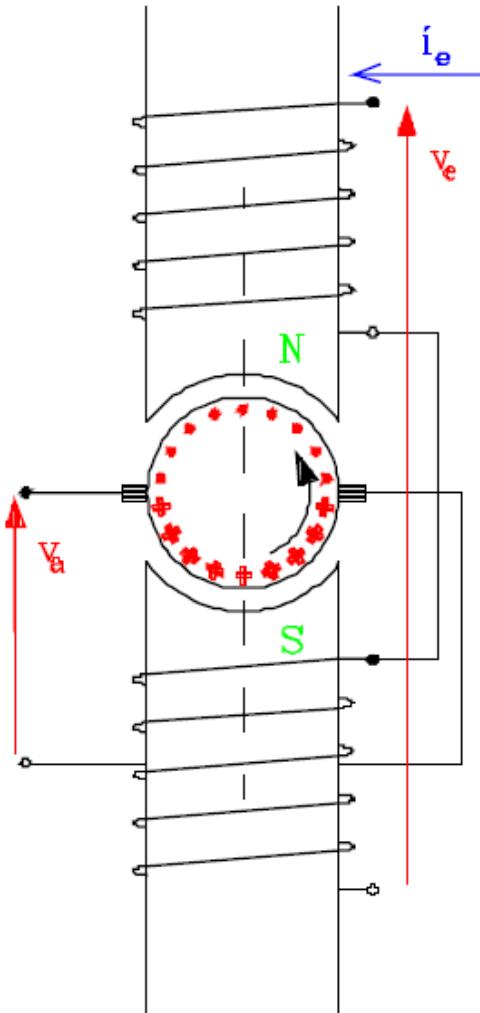
Où  $\Psi_a \equiv M(\beta_m, i_e) i_e$

Où  $M$  = inductance mutuelle entre les enroulements d'excitation et d'armature :

- Dépend de l'angle de décalage entre l'axe des pôles et l'axe de l'enroulement réel d'armature
- Dépend des non-linéarités magnétiques

## 2.1 Machine à vide

### Méthode des circuits



Tension aux bornes des balais

Tension aux bornes des balais :

$$\begin{aligned}(v_a)_{i_a=0} &= D\Psi_a \\&= D(Mi_e) \\&= DM i_e + M Di_e \\&= \frac{\partial M}{\partial \beta_m} D\beta_m i_e + \frac{\partial M}{\partial i_e} Di_e i_e + M Di_e \\&= G(\beta_m, i_e)\Omega_r i_e + \left( M + \frac{\partial M}{\partial i_e} i_e \right) Di_e\end{aligned}$$

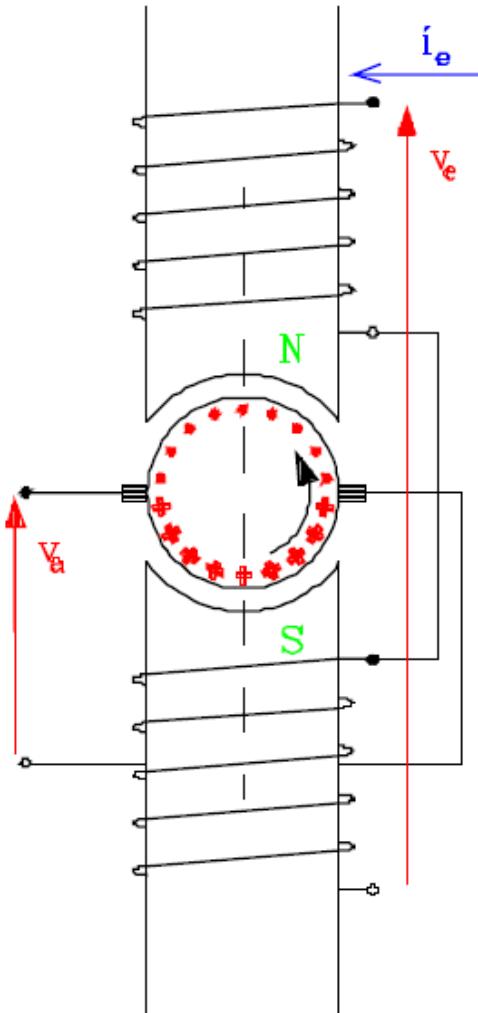
Valeur locale/différentielle de la mutuelle :

$$M' = \left( M + \frac{\partial M}{\partial i_e} i_e \right) = \left( \frac{\partial \Psi_a}{\partial i_e} \right)_{\beta_m=cte}$$

→ nulle si balais sont calés sur l'axe neutre ( $\beta = \pi/2$ ) car enroulements  $a$  et  $e$  alors « perpendiculaires »

## 2.1 Machine à vide

### Méthode des circuits



Tension aux bornes des balais

On a donc, pour  $\beta = \pi/2$  et  $i_e = cte$  :

Tension aux bornes des balais :

$$(v_a)_{i_a=0} = \frac{\partial M}{\partial \beta_m} D \beta_m i_e \\ = G(i_e) \Omega_r i_e$$

$$\text{Où } G(i_e) = \frac{\partial M(\beta_m, i_e)}{\partial \beta_m} = \frac{1}{i_e} \frac{\partial \Psi_a}{\partial \beta_m}$$

$$\Rightarrow e = (v_a)_{i_a=0} = G(i_e) i_e \Omega_r$$

Lien avec la méthode des champs :

$$G(i_e) i_e = K \Phi$$

Connaissance de la caractéristique à vide  $\rightarrow$  détermination de  $G$  en fonction de  $i_e$

## 2.1 Machine à vide

### Premier schéma équivalent à vide

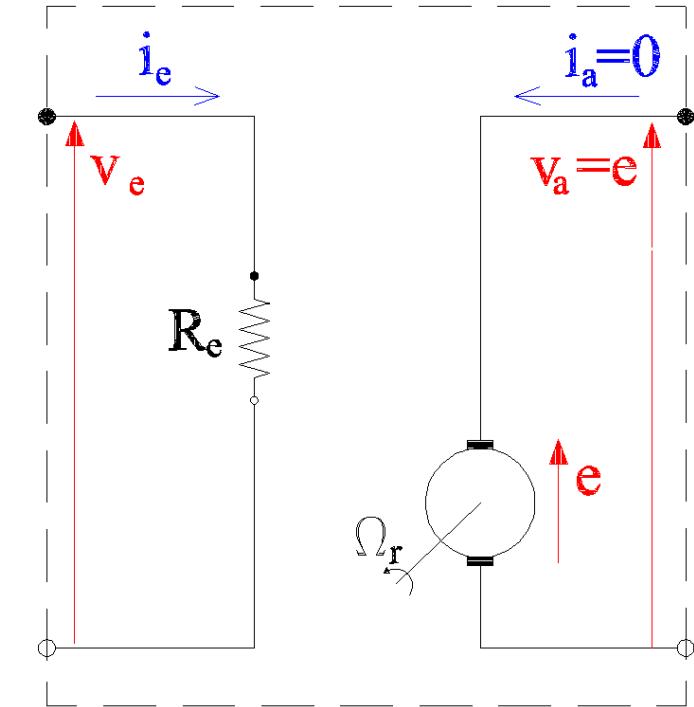
A l'état stationnaire :

$$\mathbf{e} = (v_a)_{i_a=0} = G(i_e) i_e \Omega_r = K \Omega_r \Phi$$
$$v_e = R_e i_e + D \Psi_e = R_e i_e$$

Ces lois nous permettent de trouver le schéma équivalent à vide

Notez que le schéma est donné en convention récepteur :

- $i_a$  positif correspond à une puissance électrique fournie à la machine  
→ fonctionnement moteur
- $i_a$  négatif correspond à une puissance électrique fournie par la machine  
→ fonctionnement génératrice



Pour trouver le schéma équivalent en charge, il faut étudier l'influence de  $i_a$

## 2.1 Machine à vide

### Effet du décalage des balais ?

Que se passe-t-il si les balais ne sont pas sur les axes neutres ?

Soit des balais décalés de  $\gamma_m$  :

- Méthode des champs :

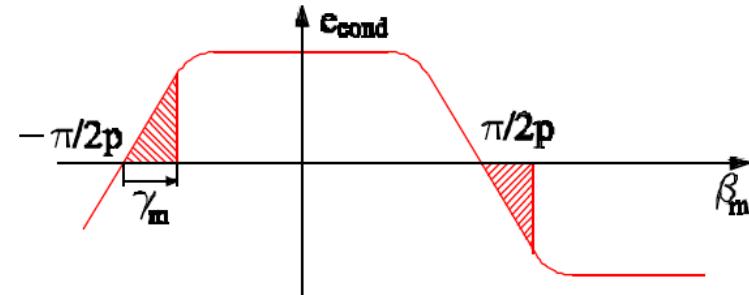
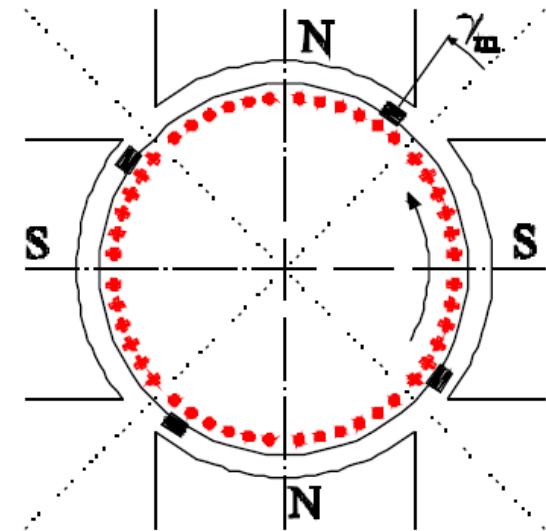
$$e = p \int_{-\frac{\pi}{2p} + \gamma_m}^{\frac{\pi}{2p} + \gamma_m} e_{spire} \cdot \text{densité de spires}$$

- Méthode des circuits :

Effet de mutuelle :  $M'$  non nul

On obtient une tension à vide réduite

→ Dans la suite, balais supposés calés sur l'axe neutre



# Contenu

---

1. Description générale
2. Equations générales et circuits équivalents
  1. Machine à vide
  2. Machine en charge
  3. Dynamique
3. Courbes caractéristiques, démarrage et freinage
4. Machines particulières

## 2.2 Machine en charge

### Intruduction

#### Quand a-t-on un courant d'armature ?

Fonctionnement en génératrice : si une charge extérieure est connectée aux balais

Fonctionnement en moteur : toujours pour le démarrage et pour contrer les pertes

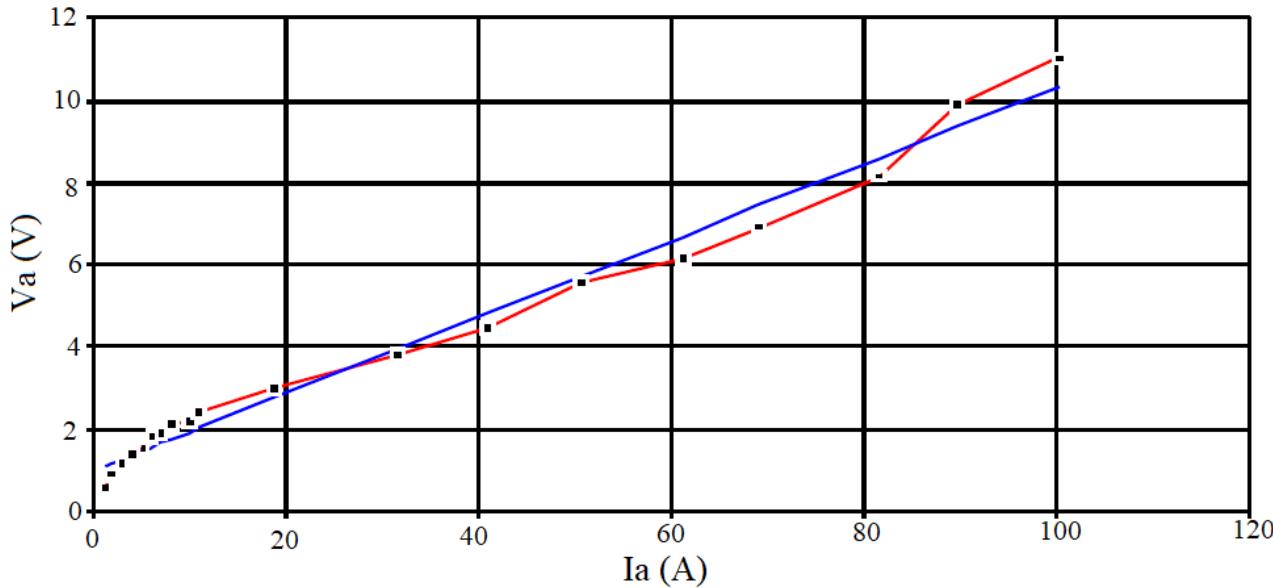
#### Quels sont les effets de la circulation d'un courant d'armature ?

- Effet Joule :
  - Résistance de l'enroulement
  - Résistance des balais
    - Varie en général avec le courant (balais en carbone : effet non-linéaire)
  - Résistance du contact balais/collecteur
    - Fonction de l'état de la surface du collecteur et des balais, de la vitesse et du sens de rotation, de la pression et de la nature des balais, de la température et du courant
- Réaction d'induit :

La circulation d'un courant dans l'armature crée un champ d'induction, qui s'ajoute à celui d'excitation, ce qui modifie le flux utile

## 2.2 Machine en charge

### Effet Joule



$$\text{Relation générale : } \Delta V_{Ra} = \Delta V_b \operatorname{sign}(i_a) + R_a i_a$$

$\Delta V_b$  : chute de tension du contact balais-collecteur

$R_a$  : résistance des enroulements et connexions

Chute de tension dans le contact balais-collecteur :

- ~2V pour les balais au carbone
- ~0,6V pour des balais métalliques

## 2.2 Machine en charge

### Couple électromécanique

Essayons de trouver une expression du couple électromécanique à partir d'un bilan de puissance

Principe de conservation de la puissance (convention récepteur)

$$[P_{électrique} - (P_{pJoule} + P_{pmagn})] + [P_{meca} - P_{pméca}] = 0$$

Où :

- $P_{pJoule} = P_{pJoule,e} + P_{pJoule,a}$

- Pertes Joule  $P_{pJoule,a}$  dans l'armature nulles si  $i_a = 0$
- Pertes magnétiques  $P_{pmagn}$  présentes même si  $i_a = 0$ 
  - Hystérèse et courants de Foucault
  - Causées par une variation de l'induction
- Pertes mécaniques  $P_{pméca}$ 
  - Frottement (balais sur le collecteur, arbre sur les paliers, air sur le rotor)
  - Fonction de la vitesse de rotation

## 2.2 Machine en charge

### Couple électromécanique

#### Couple électromagnétique

La puissance électromécanique est fournie par le circuit d'armature à l'arbre :

$$P_{em} = P_{électrique} - P_{pJoule,a} = v_a i_a - \Delta V_b i_a - R_a i_a^2 = e i_a$$

Par ailleurs :

$$\begin{aligned} P_{em} &= C_{em} \Omega_r \\ e &= K \Phi \Omega_r = G i_e \Omega_r \end{aligned}$$

Le couple électromécanique fourni par le circuit d'armature à l'arbre vaut donc :

$$C_{em} = K \Phi i_a = G i_e i_a$$

Positif pour un moteur ( $i_a > 0$  dans la convention récepteur)

Négatif pour une dynamo ( $i_a < 0$  dans la convention récepteur)

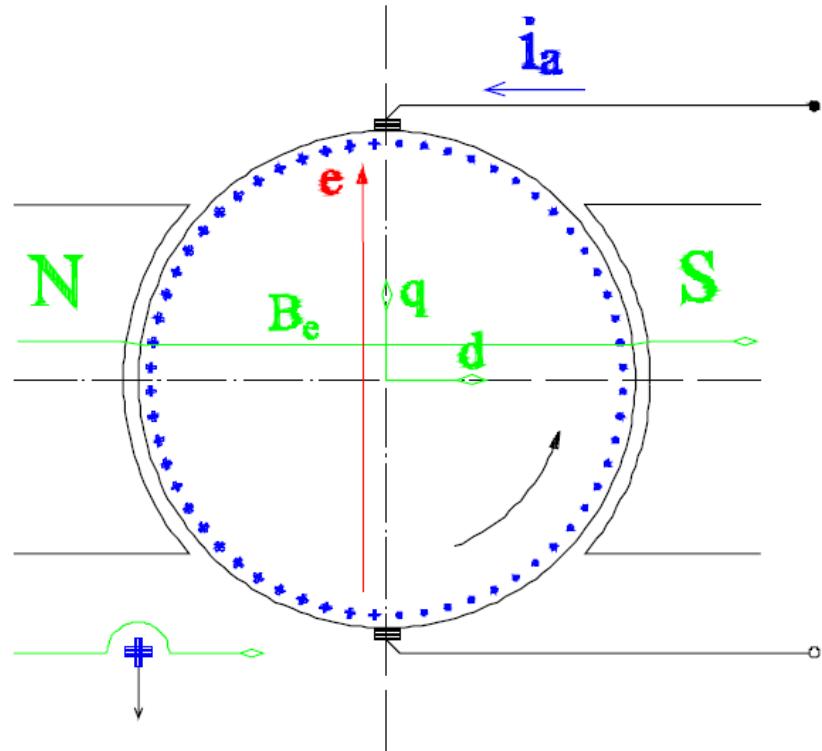
Réversibilité de la machine à courant continu (dynamo et moteur)

## 2.2 Machine en charge

### Couple électromécanique

Pour rappel, résumé du fonctionnement en moteur :

- Initialement à l'arrêt
  - $v_a$  appliquée à l'armature, mais f.e.m. nulles
  - Courant  $i_a$  limité que par la résistance d'armature
  - Courant  $i_a$  élevé
  - Couple moteur important
- Le couple moteur fait tourner le rotor dans le sens positif
- $\Omega_r \nearrow \Rightarrow$  les f.e.m.  $\nearrow$
- F.e.m. opposées aux courants  $\Rightarrow i_a \searrow$  jusqu'à l'équilibre



## 2.2 Machine en charge

### Schéma équivalent en charge

Etudier l'influence  $i_a$  sur les pertes permet de trouver le schéma équivalent en charge (à l'état stationnaire)

$R_e$  : résistance du circuit inducteur

$R_a$  : résistance du circuit d'induit

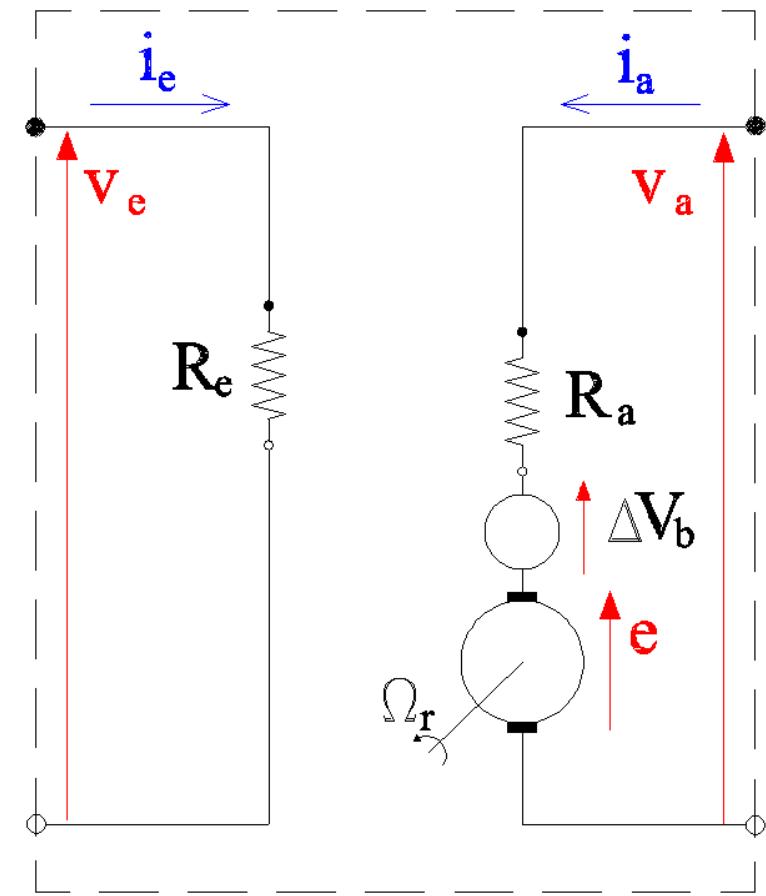
$\Omega_r$  : vitesse de rotation

$e$  : force électromotrice engendrée

$\Delta V_b \text{ sign}(i_a)$  : chute de tension du contact balais-collecteur

Effets inductifs des enroulements pas représentés car courants continus et état stationnaire

→ Mais on devra en tenir compte dans l'étude dynamique



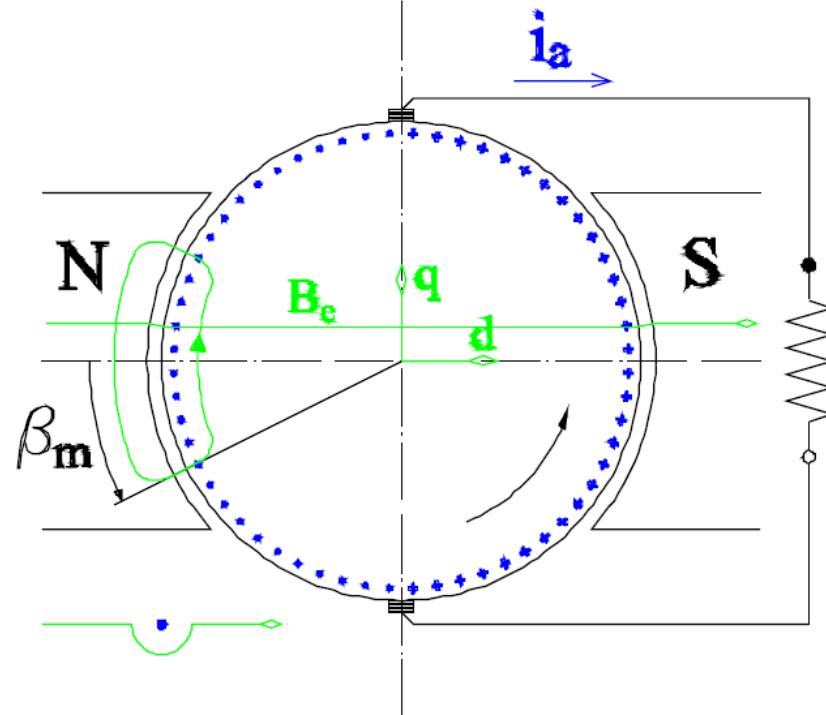
## 2.2 Machine en charge

### Réaction d'induit

Etudions maintenant l'influence de la réaction d'induit dans une génératrice

- Induit supposé infiniment divisé
- Balais sur l'axe neutre
- Générateur connectée à une charge extérieure  
→ courant circulant dans l'induit
- Sens du courant dans l'induit : même que la f.e.m. qui le crée

Effet des courants d'induit :  
**Création d'un champ magnétique**  
Flux d'axe perpendiculaire à celui du flux inducteur



## 2.2 Machine en charge

### Réaction d'induit

#### Calcul du champ magnétique

- Soit une ligne d'induction fermée qui traverse l'entrefer en deux points symétriques par rapport à l'axe des pôles
- Soit  $0 < \beta_m < \frac{\pi}{2p}$  l'abscisse angulaire d'un de ces points

A.t. enserrés par une ligne d'induction :

$$\frac{N_c}{2\pi} \frac{i_a}{2d} 2\beta_m$$

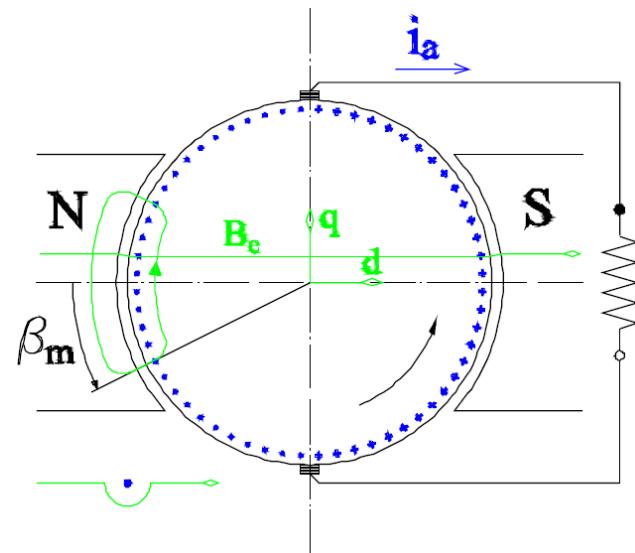
Fer supposé parfait  $\rightarrow$  A.t. concentrés dans l'entrefer

Si entrefer constant de largeur  $\delta$ , par symétrie :

$$2\delta H(\beta_m) = \frac{N_c}{2\pi} \frac{i_a}{2d} 2\beta_m \Leftrightarrow H(\beta_m) = \frac{N_c}{2\pi} \frac{i_a}{2d} \frac{\beta_m}{\delta}$$

Champ magnétique maximal pour  $\beta_m = \frac{\pi}{2p}$  :

$$H\left(\frac{\pi}{2p}\right) = \frac{N_c}{2\pi} \frac{i_a}{2d} \frac{\pi}{2p\delta} = \frac{N_c}{8\delta} \frac{i_a}{pd} = \frac{N_s}{4\delta} \frac{i_a}{pd}$$



## 2.2 Machine en charge

### Réaction d'induit

**Réaction d'induit :**

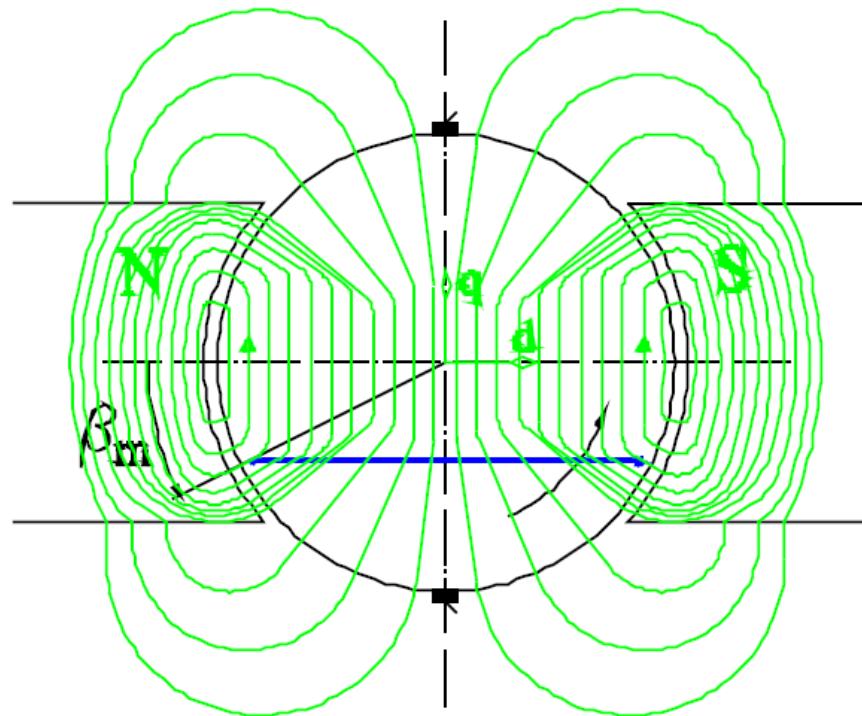
- Correspond au champ magnétique  $H(\beta_m) = \frac{N_c}{2\pi} \frac{i_a}{2d} \frac{\beta_m}{\delta}$
- Indépendante de la vitesse de rotation à courant d'armature constant
- Identique à celle que produirait une bobine fixe alignée sur l'axe neutre
- Son axe est transversal (axe  $q$ )
- Positive (= dans le sens de l'axe  $q$ ) pour une dynamo
- Négative (= dans le sens opposé à l'axe  $q$ ) pour un moteur

## 2.2 Machine en charge

### Réaction d'induit

#### Visualisation du champ magnétique de la réaction d'induit

Générateur, 2 pôles, entrefer variable (pôle saillant) et fer réel (perméabilité finie)



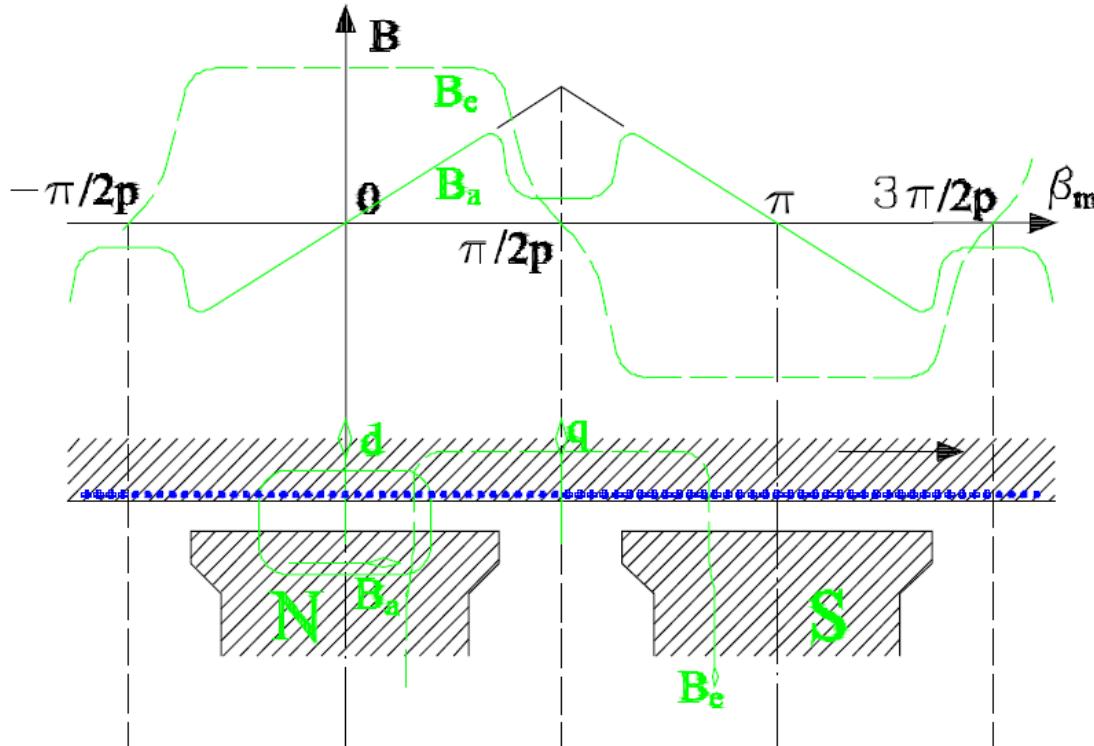
Le schéma serait-il le même pour un fonctionnement en moteur ?

## 2.2 Machine en charge

### Réaction d'induit

Est-ce que ce champ de réaction d'induit a une influence sur le fonctionnement ?

Etudions d'abord sa répartition spatiale dans l'entrefer



$B_e$  : champ d'excitation  
→ répartition trapézoïdale

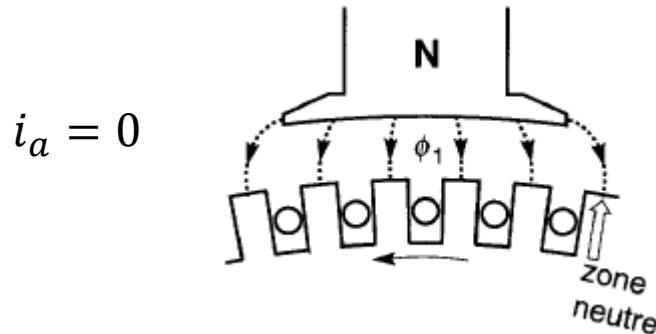
$B_a$  : Champ de réaction d'induit  
→ **Non uniforme sous un même pôle, mais son flux par pôle est nul**

## 2.2 Machine en charge

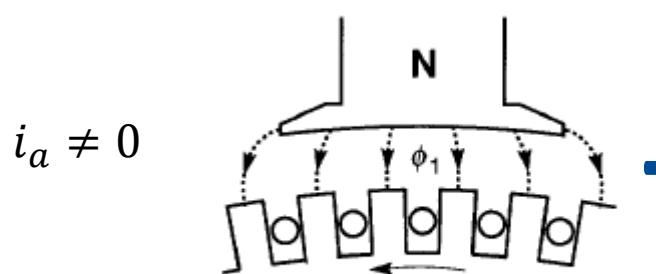
### Le champ résultant

Visualisation intuitive du champ résultant pour une génératrice

**Champ d'excitation**

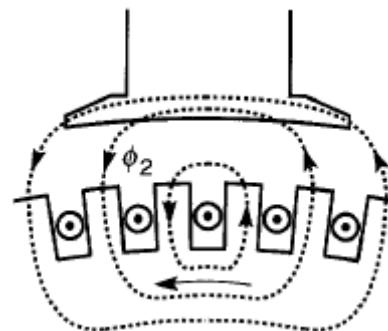


**Champ d'excitation**



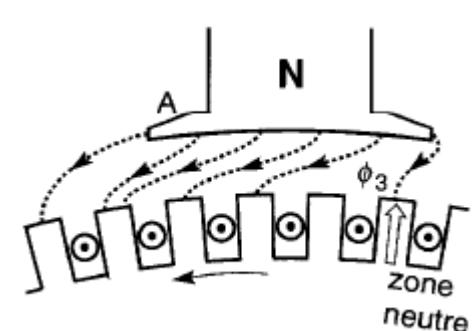
+

**Champ d'induit**



=

**Champ résultant**

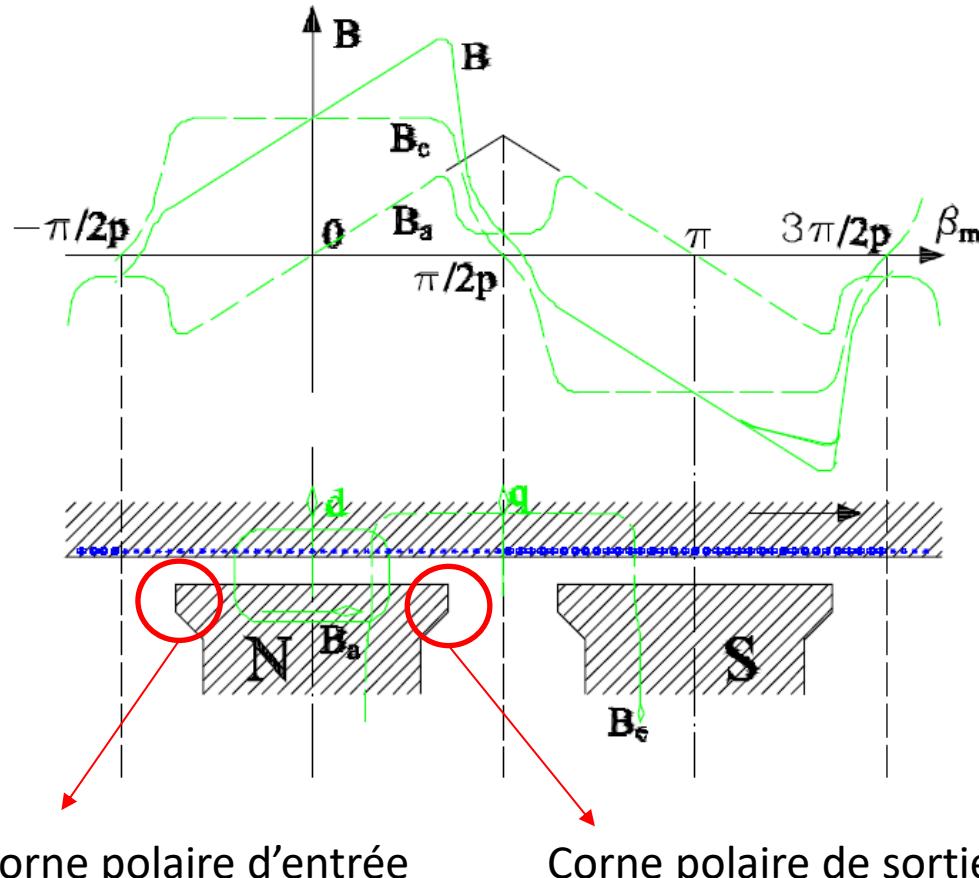


On a un déplacement de la zone neutre

## 2.2 Machine en charge

### Le champ résultant

Sans saturation : principe de superposition applicable



$B_e$  : champ d'excitation  
→ répartition trapézoïdale

$B_a$  : Champ de réaction d'induit  
→ Non uniforme sous un même pôle, mais son flux par pôle est nul

$B$ : Champ résultant  
→ Plus faible sous la corne polaire d'entrée, plus élevé sous la corne polaire de sortie

## 2.2 Machine en charge

### Le champ résultant

#### Sans saturation (principe de superposition applicable)

- La ligne neutre magnétique ( $B = 0$ ) s'est déplacée
- Par endroit,  $B$  a augmenté par rapport à sa valeur à vide
  - Augmentation de la tension aux bornes de certaines spires
  - Risque de claquage entre lames du collecteur

Mais le flux par pôle n'a pas changé → la f.e.m. en charge est la même qu'à vide

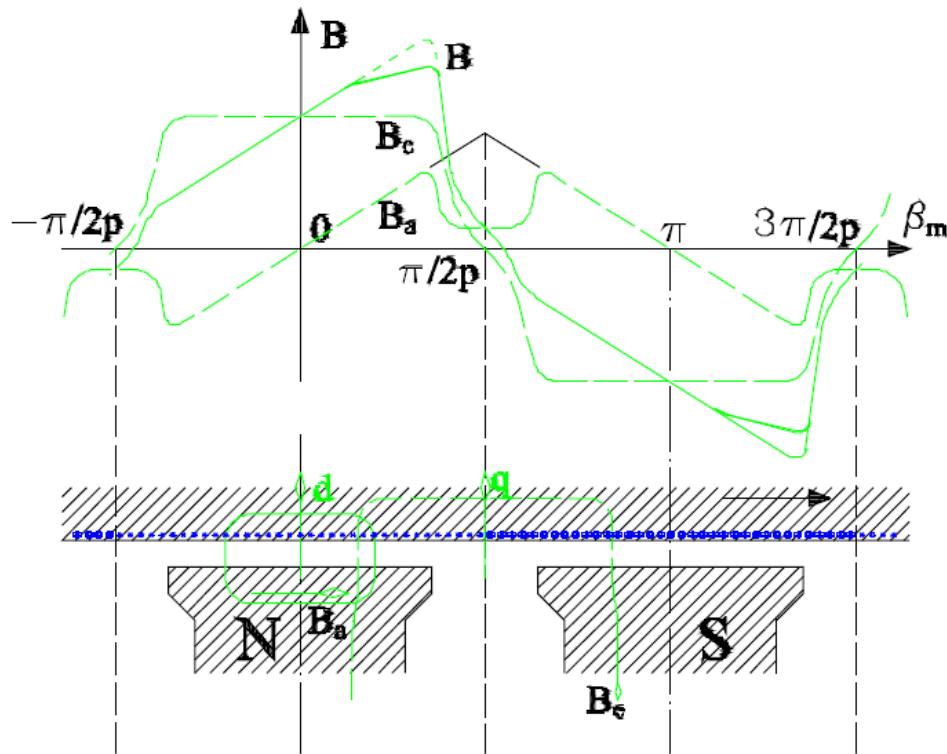
- Réaction d'induit dans une dynamo :
  - Démagnétisante sous la corne polaire d'entrée
  - Magnétisante sous la corne polaire de sortie

Est-ce que ce sera la même chose dans un moteur ?

## 2.2 Machine en charge

### Le champ résultant

Avec saturation : principe de superposition n'est plus applicable



$B_e$  : champ d'excitation  
→ répartition trapézoïdale

$B_a$  : Champ de réaction d'induit  
→ Non uniforme sous un même pôle, mais son flux par pôle est nul

$B$ : Champ résultant

## 2.2 Machine en charge

### Le champ résultant

**Avec saturation (principe de superposition n'est plus applicable)**

- L'induction en charge est inférieure à la somme des inductions dues à l'excitation et à la réaction d'induit
- Le flux longitudinal en charge est inférieur à sa valeur à vide pour le même courant d'excitation
- f.e.m. engendrée plus faible ( $e'$  au lieu de  $e$ )

Cette baisse de f.e.m engendrée est modélisée par un courant d'excitation « résultant »  $i'_e$  :

$$i'_e = i_e - i_{eri}$$

$i'_e$  = courant d'excitation qui, à vide, donnerait la f.e.m.  $e'$

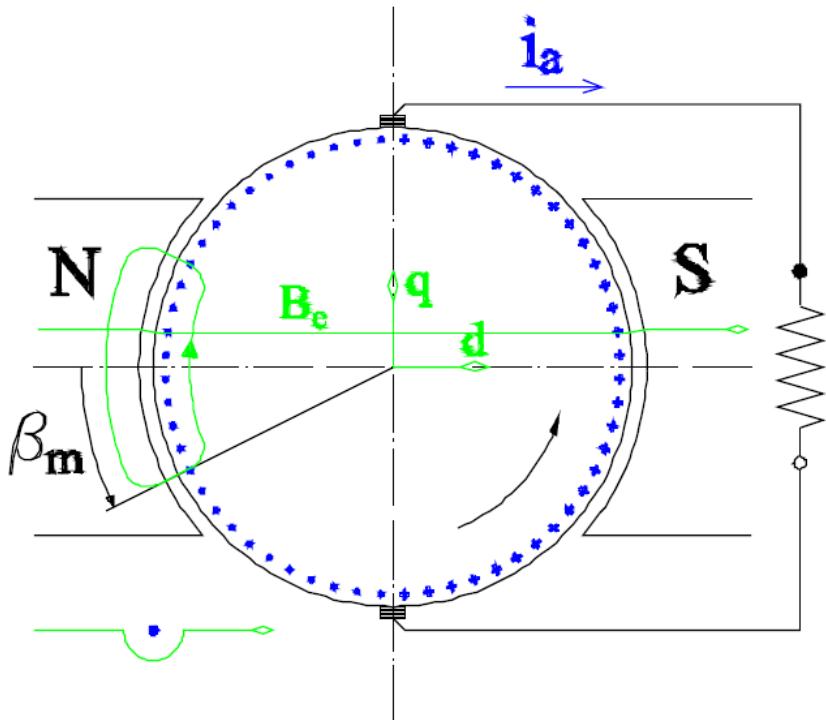
## 2.2 Machine en charge

### Réaction d'induit – génératrice VS moteur

#### Générateur

Champ résultant :

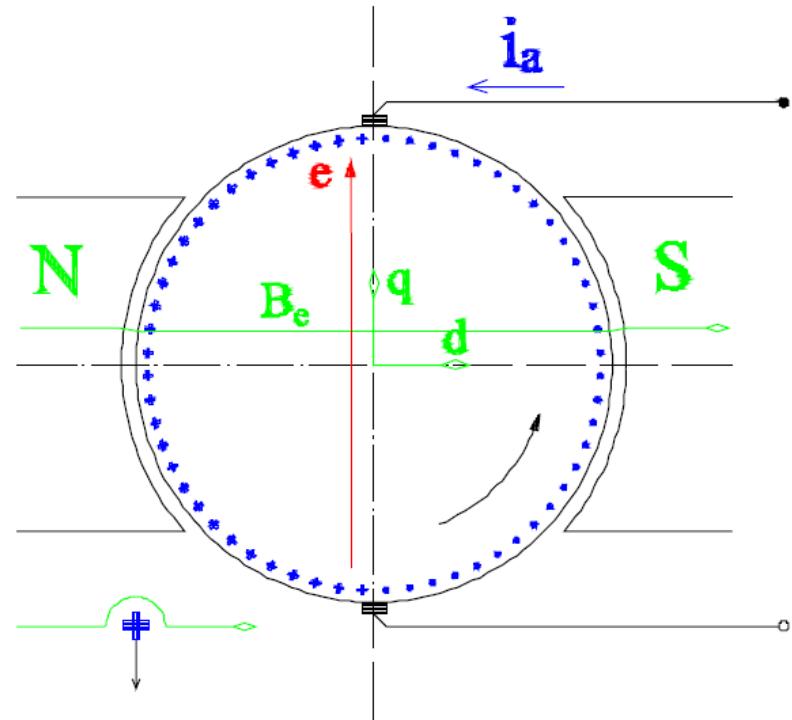
- Plus faible sous la corne polaire d'entrée
- Plus élevé sous la corne polaire de sortie



#### Moteur

Champ résultant :

- Plus élevé sous la corne polaire d'entrée
- Plus faible sous la corne polaire de sortie



## 2.2 Machine en charge

### Inconvénients de la réaction d'induit et remèdes

#### Inconvénients

- Déplacement de la ligne neutre magnétique ( $B = 0$ ) → commutation plus difficile
- Augmentation de l'induction → risque d'un claquage entre les lames du collecteur

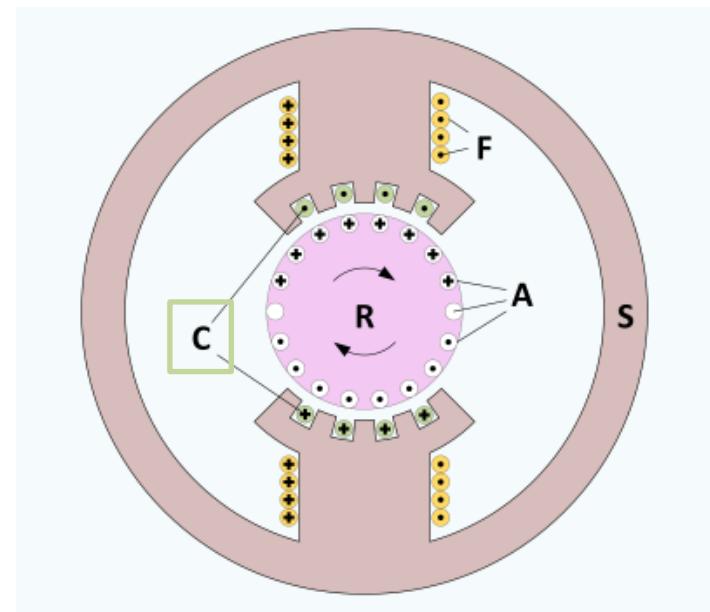
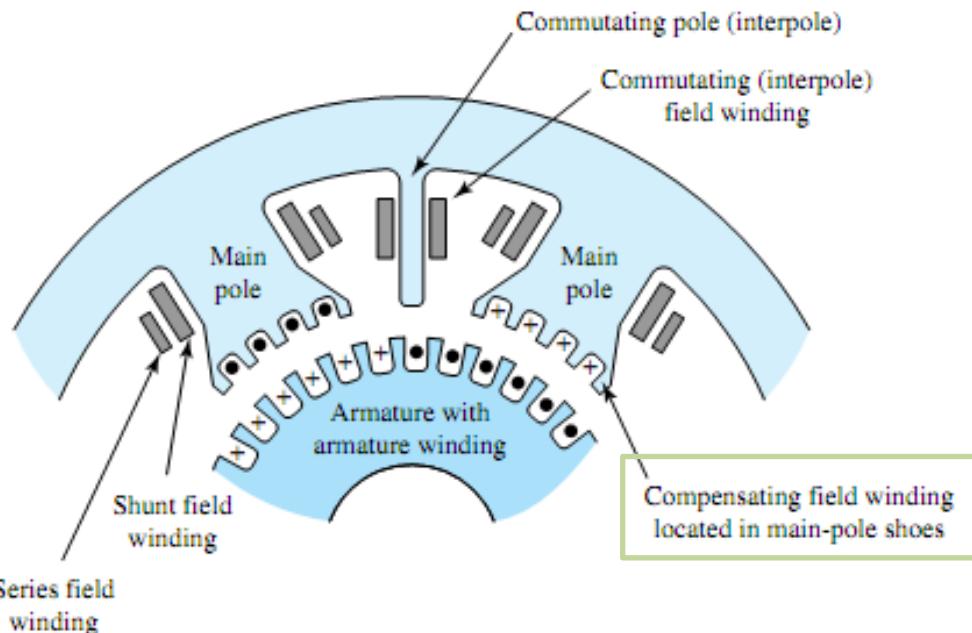
#### Remèdes

- **Enroulement de compensation** pour compenser l'action de l'armature  
→ Enroulement d'axe transversal distribué dans des encoches situées sur les pièces polaires parcouru par le courant  $i_a$
- Augmentation de la réductance du flux d'axe transversal sans modifier trop le flux principal (longitudinal) grâce à une fente dans le pôle

## 2.2 Machine en charge

### Inconvénients de la réaction d'induit et remèdes

#### Enroulement de compensation

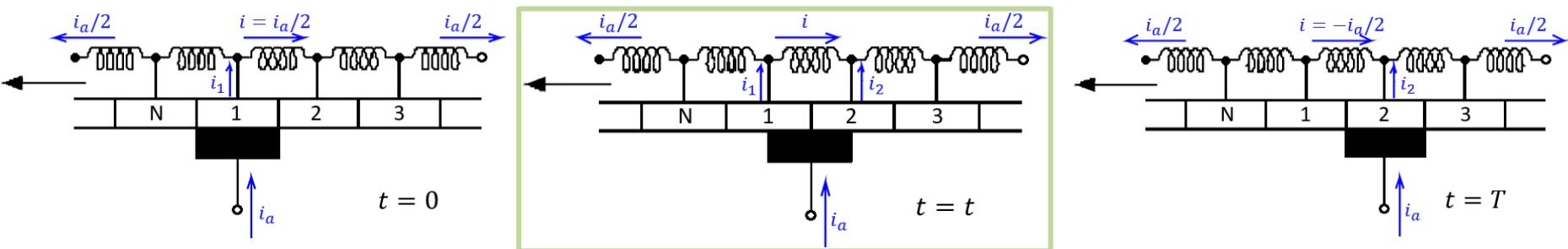


## 2.2 Machine en charge

### Commutation

#### Commutation

Ensemble des phénomènes accompagnant le renversement du sens du courant des conducteurs d'induit lorsqu'ils passent dans la zone où ils sont court-circuités par les balais appliqués sur le collecteur



Variation brusque du courant  
→ surtension très élevée (effet inductif)

→ Production d'étincelle possible  
→ Rupture possible de l'isolation

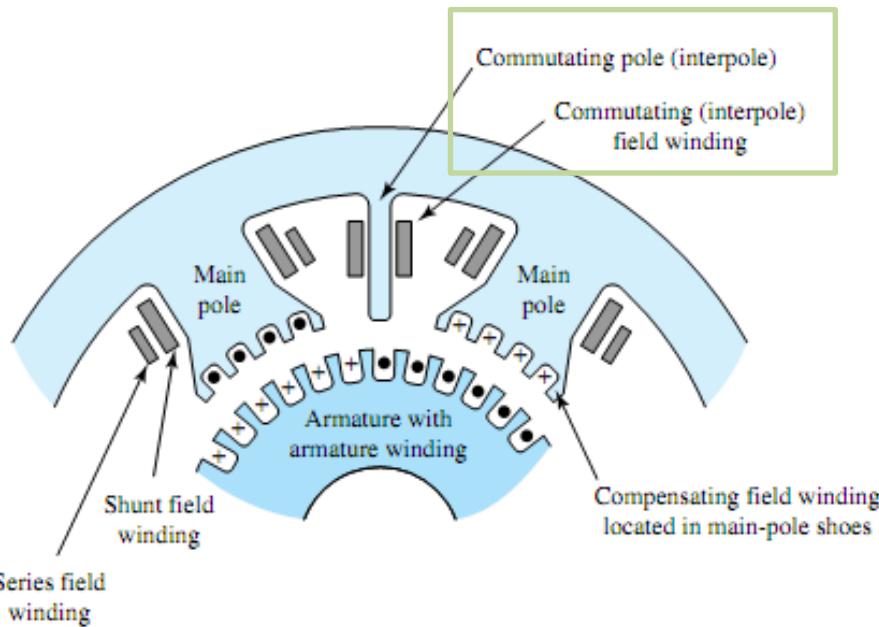
Analyse générale du phénomène électrique donnée en annexe à titre informatif  
(avec hypothèses simplificatrices)

## 2.2 Machine en charge

### Commutation

#### Remèdes

- Création d'une f.e.m. opposée à la f.e.m. induite par le flux total dans les spires qui commutent
- Flux d'axe neutre (axe transversal) dont le sens est opposé à la réaction d'induit, créé par des **pôles auxiliaires de commutation** (parcourus par un courant  $i_a$ )

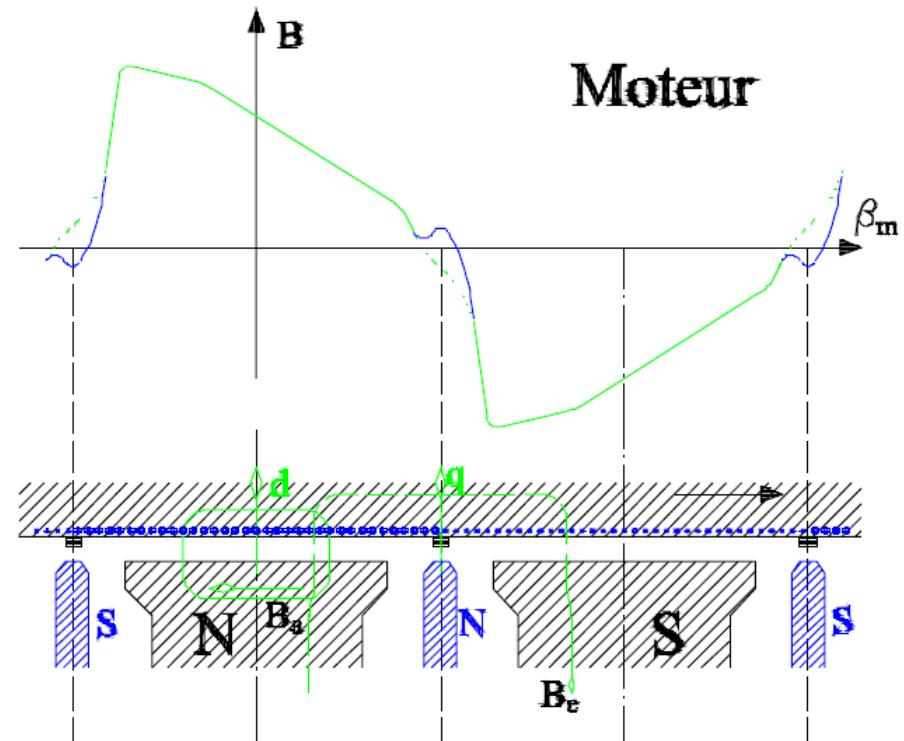
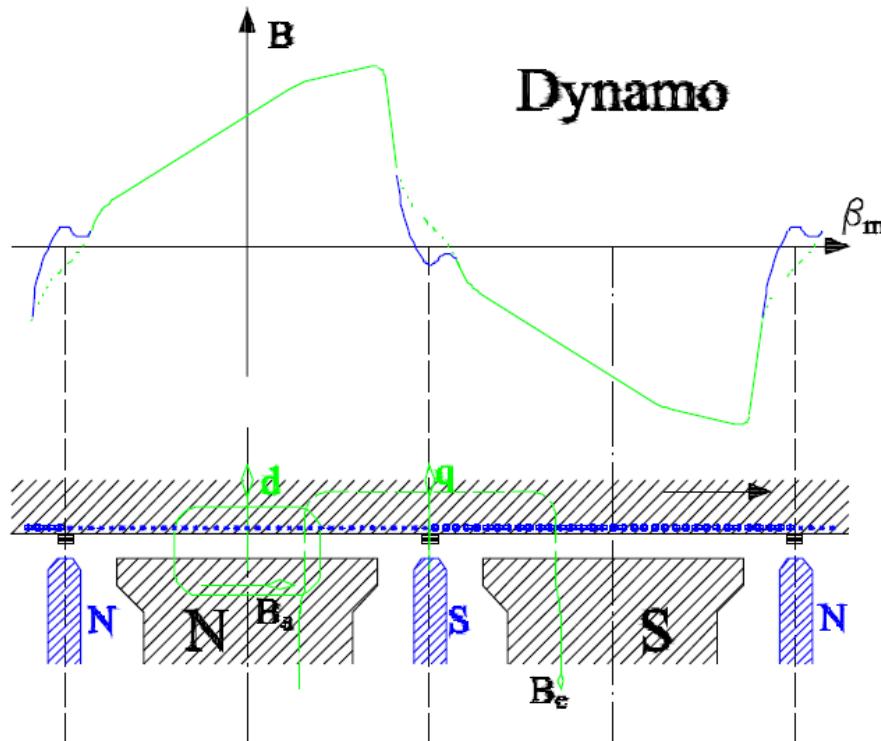


## 2.2 Machine en charge

### Commutation

#### Pôles de commutation

- Dynamo : pôles de commutation toujours du signe du pôle qui les suit immédiatement dans le sens de rotation de la machine
- Moteur : contraire



# Contenu

---

1. Description générale
2. Equations générales et circuits équivalents
  1. Machine à vide
  2. Machine en charge
  3. Dynamique
3. Courbes caractéristiques, démarrage et freinage
4. Machines particulières

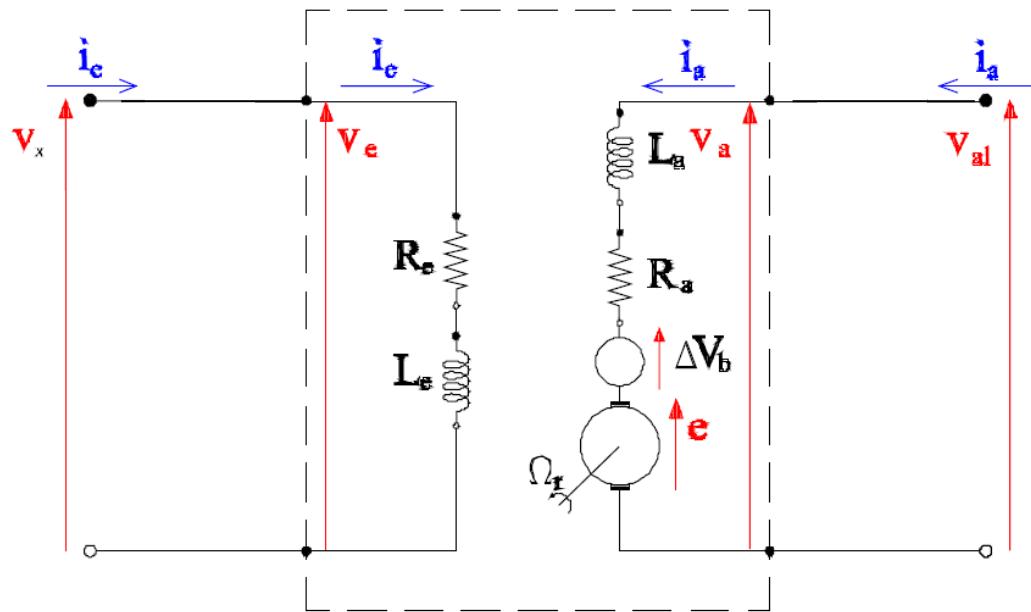
## 2.3 Dynamique

### Modèles linéaires et schéma équivalents en charge

Soit le schéma équivalent en charge

- Plus en statique : présence d'inductance
- Toujours convention moteur

- $R_e$  : résistance du circuit inducteur
- $L_e$  : inductance du circuit inducteur
- $R_a$  : résistance du circuit d'induit
- $L_a$  : inductance du circuit d'induit
- $\Omega_r$  : vitesse de rotation
- $e$  : force électromotrice engendrée ( $e = Gi_e \Omega_r$ )
- $\Delta V_b \text{ sign}(i_a)$  : chute de tension du contact balais-collecteur

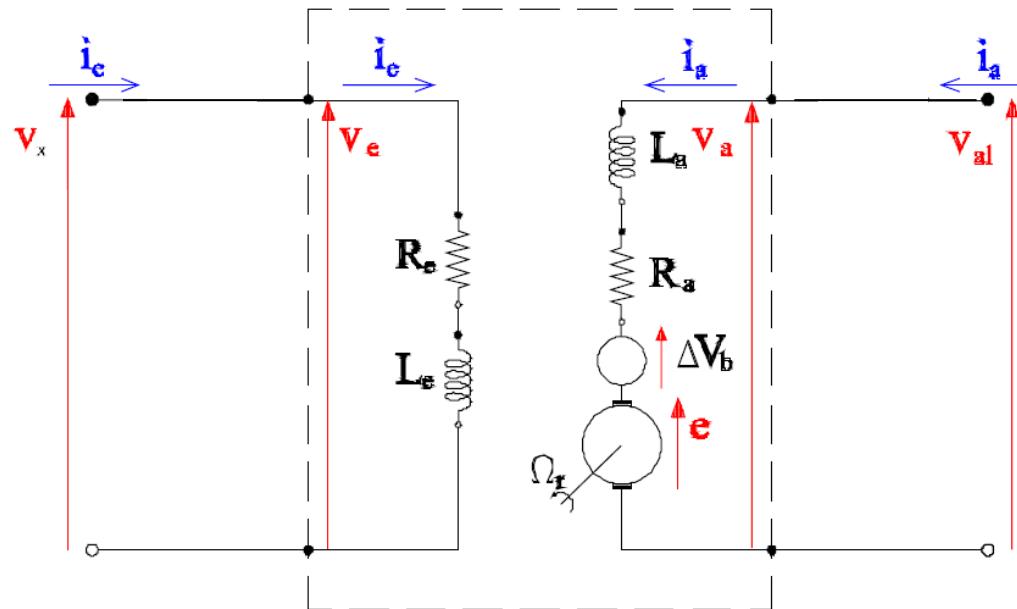


## 2.3 Dynamique

### Modèles linéaires et schéma équivalents en charge

#### Equations

- Circuit d'excitation :  $v_x = R_e i_e + L_e \frac{di_e}{dt}$
- Circuit d'armature :  $v_{al} = e + \Delta V_b \operatorname{sign}(i_a) + R_a i_a + L_a \frac{di_a}{dt}$
- F.e.m. :  $e = K \Phi \Omega_r = G i_e \Omega_r$



## 2.3 Dynamique

### Modèles linéaires et schéma équivalents en charge

#### Equations

- Équation du mouvement :

$$J \frac{d\Omega_r}{dt} = C_{em} + C_r$$

Où :

- $C_{em} = K \Phi i_a = G i_e i_a$  et  $-C_r = -C + C_{pméca} + C_{pmagn}$
- $J$  : moment d'inertie de l'ensemble moteur+charge
- $C_{em}$  : couple électromécanique appliqué par le moteur à l'arbre
- $C$  : couple mécanique net appliqué par la charge à l'arbre ( $C < 0$  en fonctionnement moteur)
- $C_r$  : couple résistant total, dû à la charge et aux pertes (mécaniques et magnétiques)

## 2.3 Dynamique

### Modèles linéaires et schéma équivalents en charge

Système canonique d'équations différentielles

#### Circuit d'excitation

$$Di_e = \frac{1}{L_e} [v_x - R_e i_e]$$

#### Circuit d'armature

$$Di_a = \frac{1}{L_a} [v_{al} - \Delta V_b \operatorname{sign}(i_a) - G i_e \Omega_r - R_a i_a]$$

#### Équation du mouvement

$$D\Omega_r = \frac{1}{J} [G i_e i_a - C_r(\Omega_r)]$$

# Contenu

---

1. Description générale
2. Equations générales et circuits équivalents
3. Courbes caractéristiques, démarrage et freinage
  1. Différents types de machine
  2. Courbes caractéristiques des génératrices
  3. Courbes caractéristiques des moteurs
  4. Réglage de la vitesse
  5. Démarrage et freinage
  6. Rendement
4. Machines particulières

## 3.1 Différents types de machine

---

### Machine à excitation indépendante

Machine dont le courant d'excitation est fourni par une source indépendante  
→ Ce sont les machines qu'on a utilisées jusqu'à présent

### Machine à excitation dérivée ou shunt

L'enroulement d'excitation est branché en parallèle de l'enroulement d'armature

- En moteur, le courant est fourni par la source extérieure
- En dynamo, le courant est fourni par le circuit d'armature

### Machine à excitation en série

L'enroulement d'excitation est branché en série avec l'enroulement d'armature.

- En moteur, le courant est fourni par la source extérieure.
- En dynamo, le courant est fourni par le circuit d'armature.

## 3.1 Différents types de machine

### Machine à excitation composée ou compound

L'enroulement d'excitation comporte deux bobinages :

- un enroulement en série, branché en série avec l'armature
- un enroulement en dérivation (shunt), branché en parallèle avec l'armature

→ Le champ magnétique total résulte de la somme des deux flux produits par les enroulements série et shunt.

L'objectif est de déterminer, pour ces 4 types de machines, les caractéristiques en **génératrice** et en **moteur**

→ Trouver, grâce aux équations générales et aux circuits équivalents, comment varient les grandeurs caractéristiques des machines et comment les contrôler

# Contenu

---

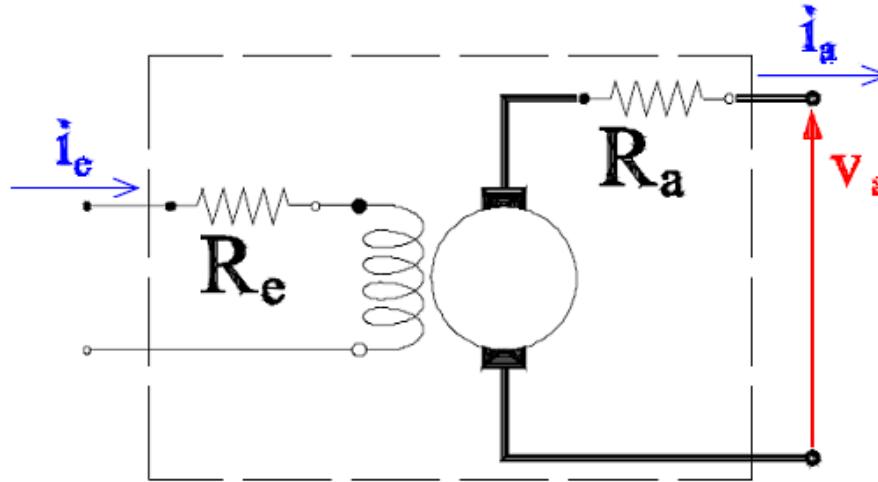
1. Description générale
2. Equations générales et circuits équivalents
3. Courbes caractéristiques, démarrage et freinage
  1. Différents types de machine
  2. Courbes caractéristiques des génératrices
  3. Courbes caractéristiques des moteurs
  4. Réglage de la vitesse
  5. Démarrage et freinage
  6. Rendement
4. Machines particulières

## 3.2 Courbes caractéristiques des génératrices

Courbes caractéristiques d'une génératrice (tracées à  $\Omega_r = cte$ ) :

- $v_a = f(i_e)$  : caractéristique à vide ( $i_a = 0$ ) ou en charge ( $i_a \neq 0$ )
- $v_a = f(i_a)$  à  $i_e = cte$  : caractéristique externe
- $i_e = f(i_a)$  à  $v_a = cte$  : caractéristique de régulation

Nous allons uniquement nous intéresser à la **caractéristique à vide et en charge**, pour une **machine à excitation indépendante**.



On adopte la convention générateur dans le schéma équivalent

### 3.1 Courbes caractéristiques des génératrices

#### Caractéristique à vide $v_a = e = f(i_e)$

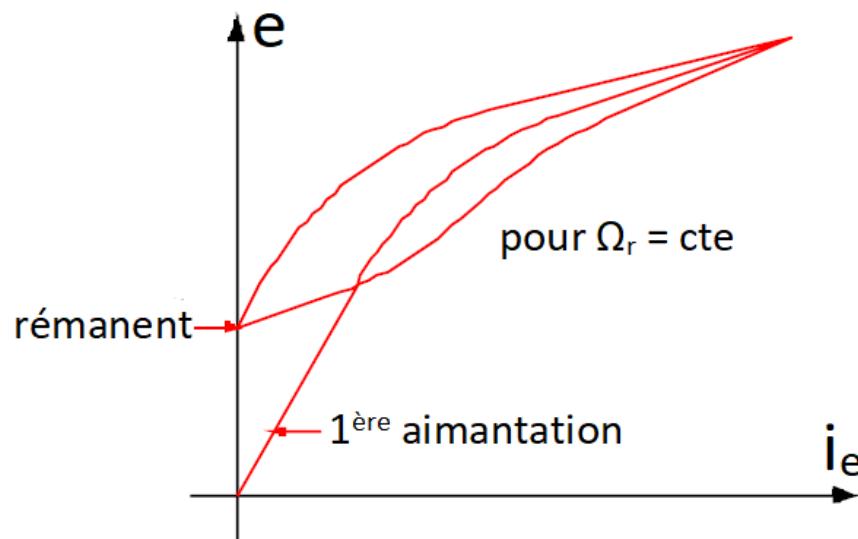
Nous avons déjà trouver la relation qui nous permet de tracer cette courbe :

$$e = K \Phi \Omega_r = K\Omega_r \Phi(i_e)$$

$\Phi(i_e)$  est une relation non linéaire (relation B-H non linéaire dans le fer) :

- Courbe de première aimantation
- Cycles d'hystérèse
- Tension rémanente

→ La courbe dépend de l'état du matériau ferromagnétique



→ On décide de négliger le rémanent, et de toujours travailler en première aimantation

## 3.2 Courbes caractéristiques des génératrices

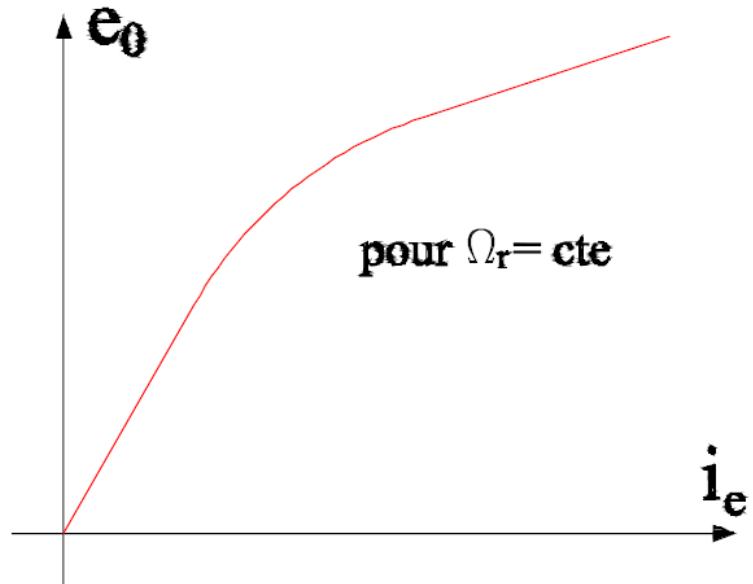
**Caractéristique à vide  $v_a = e = f(i_e)$**

→ On décide de négliger le rémanent, et de toujours travailler en première aimantation

**Caractéristiques à vide pour deux valeurs différentes de  $\Omega_r$  ?**

- Courbes semblables :  
Les f.e.m. obtenues pour une même valeur de  $i_e$  sont dans le rapport des vitesses :

$$\frac{e_{01}}{e_{02}} = \frac{K \Phi(i_e) \Omega_{r1}}{K \Phi(i_e) \Omega_{r2}} = \frac{\Omega_{r1}}{\Omega_{r2}}$$



Notez que cette courbe est souvent relevée expérimentalement  
Ce relevé à  $\Omega_r$  constante permet de déterminer la relation  $K\Phi$  en fonction de  $i_e$

## 3.2 Courbes caractéristiques des génératrices

### Caractéristique en charge $v_a = f(i_e)$

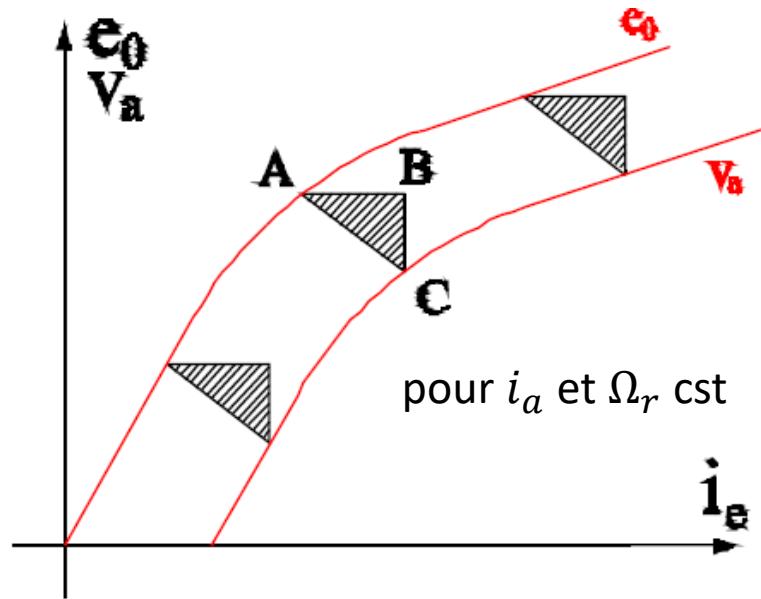
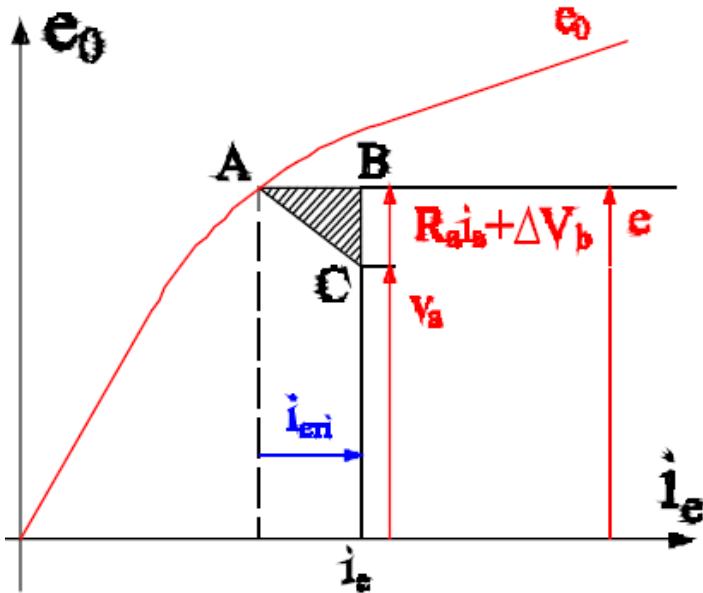
Tensions aux bornes de la machine :  $v_a = e - R_a i_a - \Delta V_b$

- Avec  $i_a \neq 0$ , on a des pertes dans le circuit d'armature :
  - Chute de tension  $R_a i_a + \Delta V_b$   
→ **La courbe à vide subit une translation verticale de  $-R_a i_a - \Delta V_b$**
- Avec  $i_a \neq 0$ , on a une réaction d'induit :
  - Avec saturation (toujours le cas dans les machines modernes) :  
Réaction démagnétisante de l'induit  
Pour rappel, cette baisse de f.e.m engendrée est modélisée par un courant d'excitation « résultant »  $i'_e < i_e$ :
$$i'_e = i_e - i_{eri}$$
  
→ **La courbe à vide subit une translation horizontale de  $i_{eri}$**   
(on suppose  $i_{eri}$  cst pour  $i_a$  cst)

## 3.2 Courbes caractéristiques des génératrices

### Caractéristique en charge $v_a = f(i_e)$

- Avec  $i_a \neq 0$ , on a des pertes dans le circuit d'armature :  
→ La courbe à vide subit une translation verticale de  $-R_a i_a - \Delta V_b$
- Avec  $i_a \neq 0$ , on a une réaction d'induit :  
→ La courbe à vide subit une translation horizontale de  $i_{eri}$

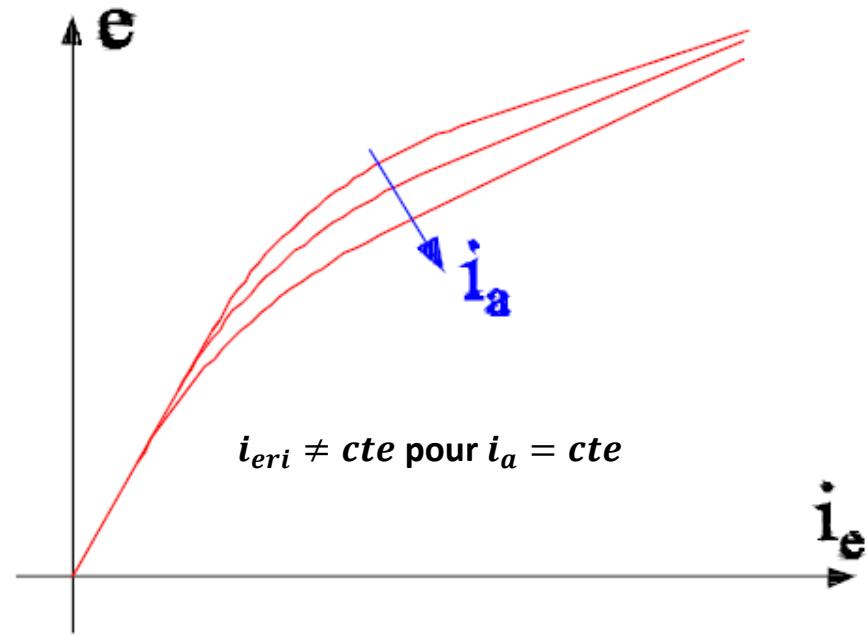
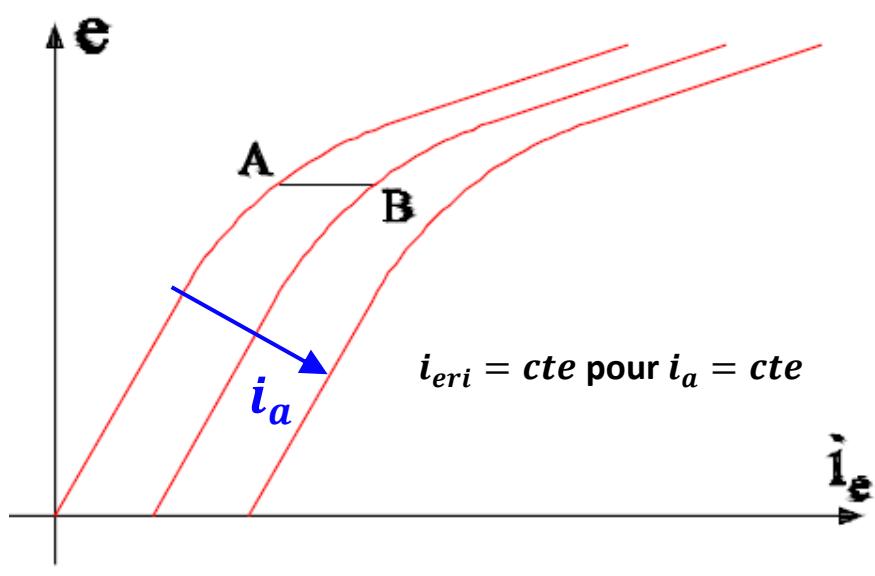


## 3.2 Courbes caractéristiques des génératrices

Caractéristique en charge  $v_a = f(i_e)$

En réalité  $i_{eri} \neq cte$  pour  $i_a = cte$

→ La courbe n'est pas seulement translatée quand  $i_a$  augmente, mais déformée



# Contenu

---

1. Description générale
2. Equations générales et circuits équivalents
3. **Courbes caractéristiques, démarrage et freinage**
  1. Différents types de machine
  2. Courbes caractéristiques des génératrices
  3. **Courbes caractéristiques des moteurs**
  4. Réglage de la vitesse
  5. Démarrage et freinage
  6. Rendement
4. Machines particulières

### 3.3 Courbes caractéristiques des moteurs

---

Courbes caractéristiques d'un moteur :

- $\Omega_r = f(i_e)$  à  $i_a = 0$  : caractéristique à vide
- $\Omega_r = f(i_a)$  à  $i_e = cte$  et  $v_a = cte$  : caractéristique en charge
- $-C = f(i_a)$  à  $i_e = cte$  et  $v_a = cte$  : caractéristique en charge
- $-C = f(\Omega_r)$  à  $i_e = cte$  et  $v_a = cte$  : caractéristique mécanique

Nous allons nous intéresser à la **toute ces courbes** pour une **machine à excitation indépendante**.

Nous verrons ensuite plus en détails certaines courbes pour d'autres machines.

#### Conventions moteur

- Courant  $i_a$  :  $i_a > 0$  lorsqu'il est consommé par le moteur
- Couple moteur : couple net appliqué à la charge  $-C$ 
  - $-C > 0$  en fonctionnement moteur
  - $-C = C_{em} - C_{pméca} - C_{pmagn}$

Note : les caractéristiques tracées décriront néanmoins aussi le fonctionnement en génératrice car les machines sont réversibles

### 3.3 Courbes caractéristiques des moteurs

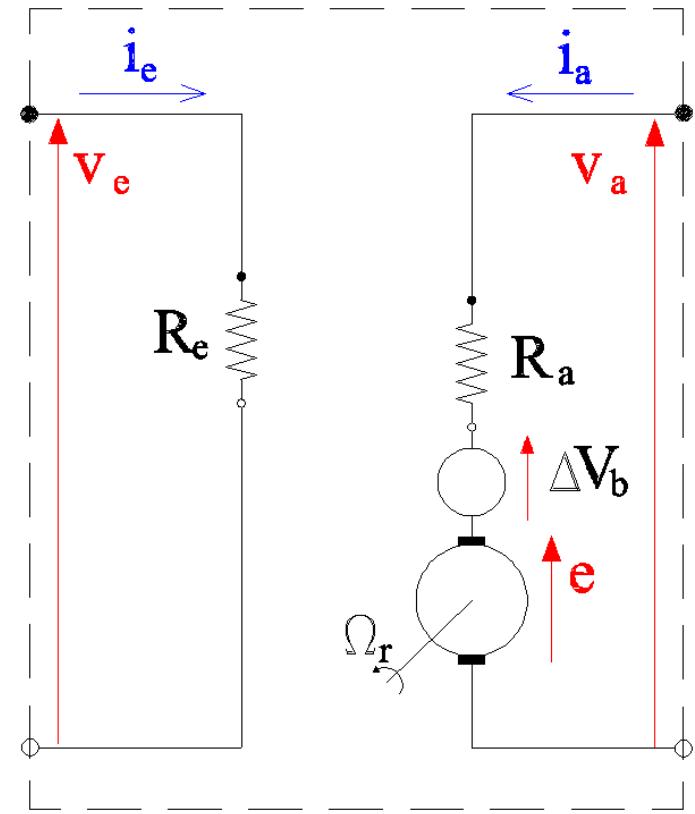
Caractéristique à vide en moteur  $\Omega_r = f(i_e)$

Soient

- $v_a = \text{constante}$
- $R_a = \text{constante}$

Supposons connue la caractéristique à vide en génératrice relevée à la vitesse de référence  $\Omega_g$  :

$$e_{0g} = f(i_e)$$



### 3.3 Courbes caractéristiques des moteurs

#### Caractéristique à vide en moteur $\Omega_r = f(i_e)$

##### Caractéristique à vide en moteur

À vide, le couple électromécanique sert uniquement à compenser le couple des pertes mécaniques et magnétiques

- Courant absorbé très faible (quelques % de  $i_{aN}$ )
- Chute de tension très faible
- Tension aux bornes pratiquement égale à la f.e.m. à vide :

$$v_a = e + R_a i_a + \Delta V_b \cong e \cong e_0$$

Or  $e_0 = K \Phi(i_e) \Omega_r \Rightarrow \Omega_r = \frac{v_a}{K \Phi(i_e)}$

La caractéristique à vide en génératrice à la vitesse  $\Omega_g$  :  $e_{0g}(i_e) = K \Phi(i_e) \Omega_g$

$$\Rightarrow \Omega_r = \Omega_g \frac{v_a}{e_{0g}(i_e)}$$

Pour une machine alimentée sous tension constante  $v_a = v_{al}$ , la caractéristique à vide en moteur est, à une constante multiplicative près, l'inverse de la caractéristique à vide en génératrice

### 3.3 Courbes caractéristiques des moteurs

Caractéristique à vide en moteur  $\Omega_r = f(i_e)$

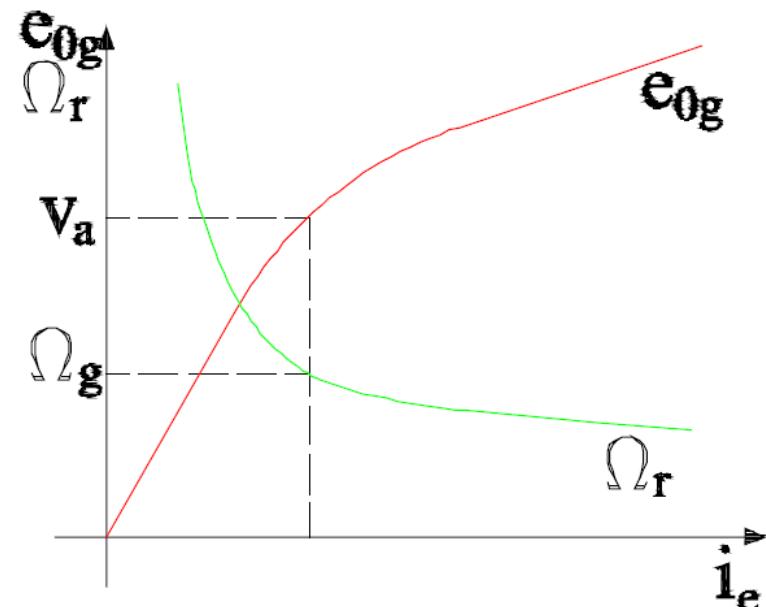
$$\Omega_r = \Omega_g \frac{v_a}{e_{0g}(i_e)}$$

Constatations principales :

- La vitesse diminue lorsque le courant d'excitation augmente
- Si l'on diminue trop l'excitation, la vitesse augmente fortement

→ Si fil d'excitation arraché :

- $i_e$  tombe à 0  
→ accélération dangereuse du moteur
- $e$  tombe à 0  
→  $i_a$  limité juste par la résistance d'induit



# 3.3 Courbes caractéristiques des moteurs

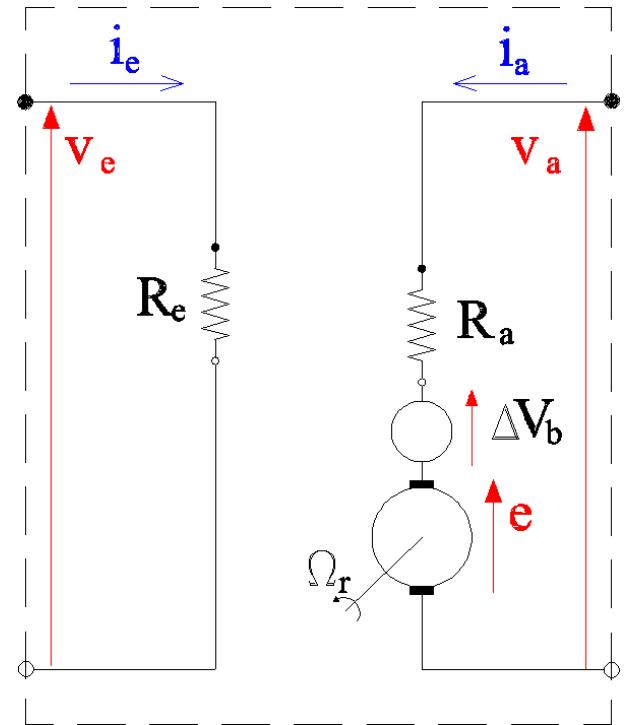
## Caractéristique en charge en moteur

Soient

- $v_a = \text{constante}$
- $i_e = \text{constante}$

Relations fondamentales :

- $v_a = e + \Delta V_b \operatorname{sign}(i_a) + R_a i_a$
- $e = K \Phi \Omega_r \Leftrightarrow K \Phi = \frac{e}{\Omega_r} = \frac{e_g}{\Omega_g}$
- $e_g = f(i_e, i_a)$  à  $\Omega_g$  donné
- $C_{em} = K \Phi i_a$
- $-C = C_{em} - C_p$ 
  - $C_p$  : couple de pertes
    - Mécaniques, fonction de la vitesse de rotation
    - Magnétiques, fonction de la vitesse de rotation et de l'état magnétique



### 3.3 Courbes caractéristiques des moteurs

**Caractéristique en charge en moteur  $\Omega_r = f(i_a)$**

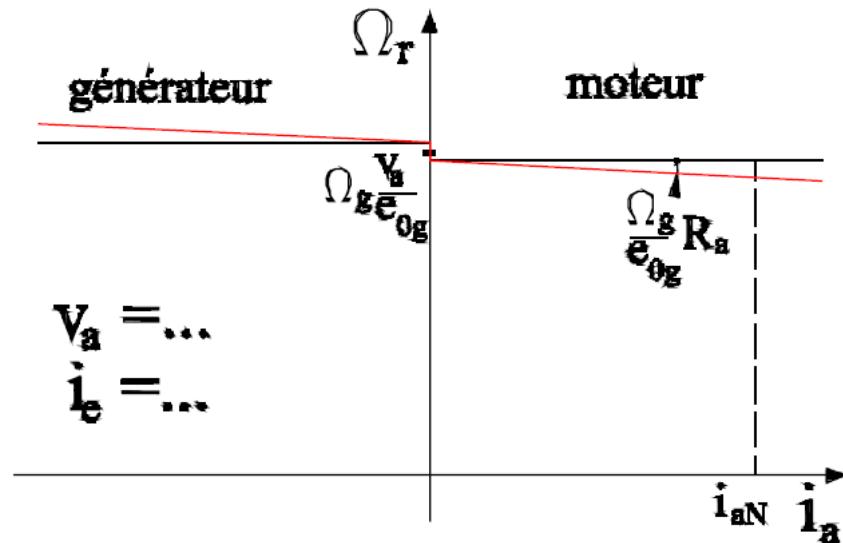
Caractéristique en charge en moteur  $\Omega_r = f(i_a)$

$$\Omega_r = \frac{e}{K\Phi} = \frac{v_a - \Delta V_b \operatorname{sign}(i_a) - R_a i_a}{\frac{e_g}{\Omega_g}} = \Omega_g \frac{v_a - \Delta V_b \operatorname{sign}(i_a) - R_a i_a}{e_g(i_e, i_a)}$$

Courbe pour  $i_e = cte$ ,  $e_g = e_{0g} = cte$  et  $R_a$  « petit »

**Réaction d'induit négligée**

- Si  $i_e \nearrow$ ,  $e_{0g} \nearrow$  également  
→ la vitesse à vide diminue  
→ la caractéristique se déplace
- Si le sens du courant d'excitation ou celui de la tension est inversé, le sens de rotation l'est également



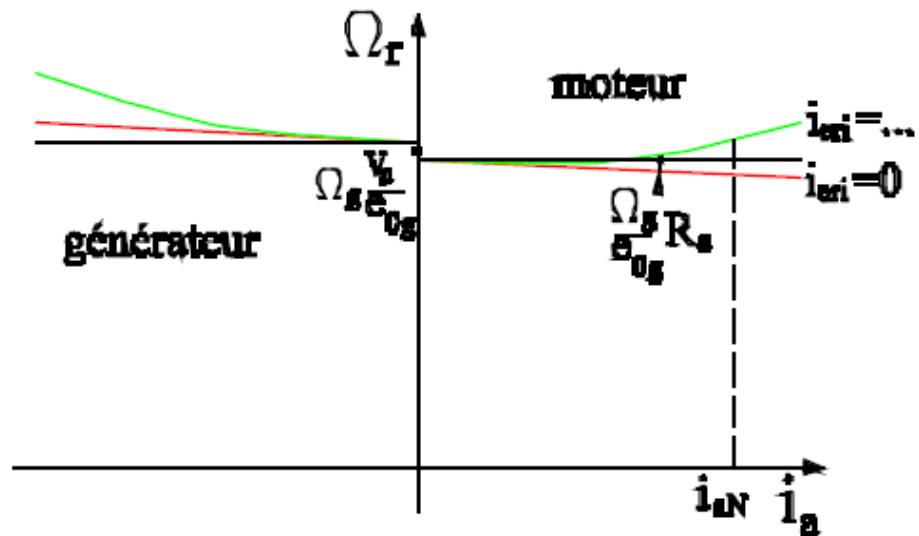
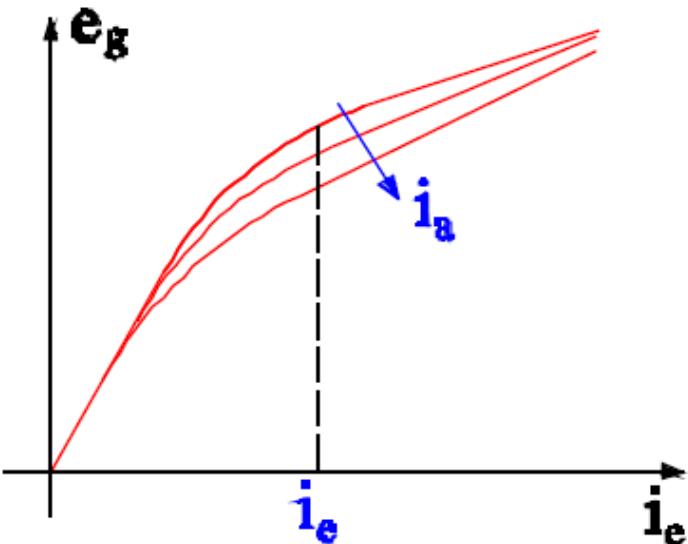
### 3.3 Courbes caractéristiques des moteurs

**Caractéristique en charge en moteur  $\Omega_r = f(i_a)$**

Courbe pour  $i_e = \text{cte}$ ,  $e_g = e_{0g} = \text{cte}$  et  $R_a$  « petit »

Avec réaction d'induit démagnétisante ?

- Pour une valeur donnée de  $i_e$ , la f.e.m. en charge  $e_g$  diminue lorsque  $i_a$  augmente  
→ Augmentation de la vitesse de rotation en moteur aux valeurs élevées du courant



### 3.3 Courbes caractéristiques des moteurs

**Caractéristique en charge en moteur  $-C = f(i_a)$**

Caractéristique en charge en moteur  $-C = f(i_a)$

$$C_{em} = K \Phi i_a = \frac{e_g(i_e, i_a)}{\Omega_g} i_a \quad \text{et} \quad -C = C_{em} - C_p$$

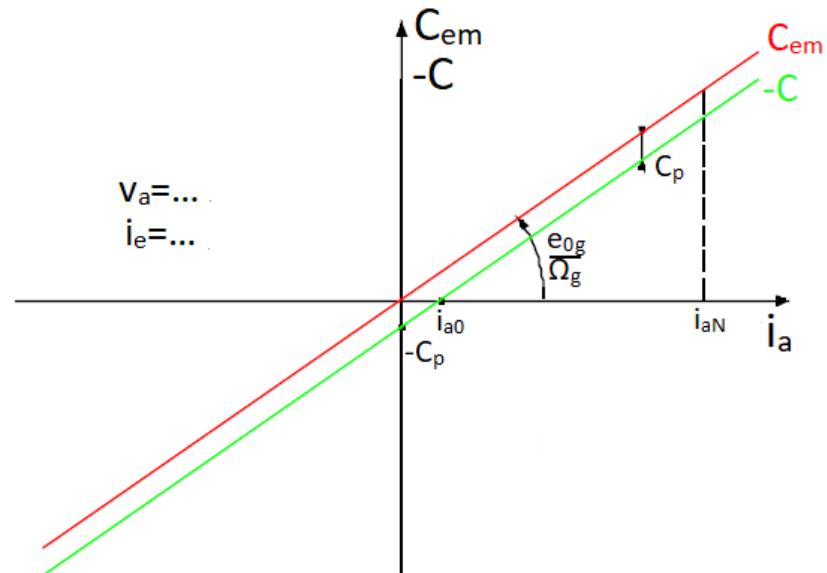
Courbe pour  $i_e = cte$ ,  $e_g = e_{0g} = cte$  et  $R_a$  « petit »

**Réaction d'induit négligée**

Vitesse à peu près constante

→ couple de pertes à peu près constant

→ couple moteur : fct linéaire de  $i_a$



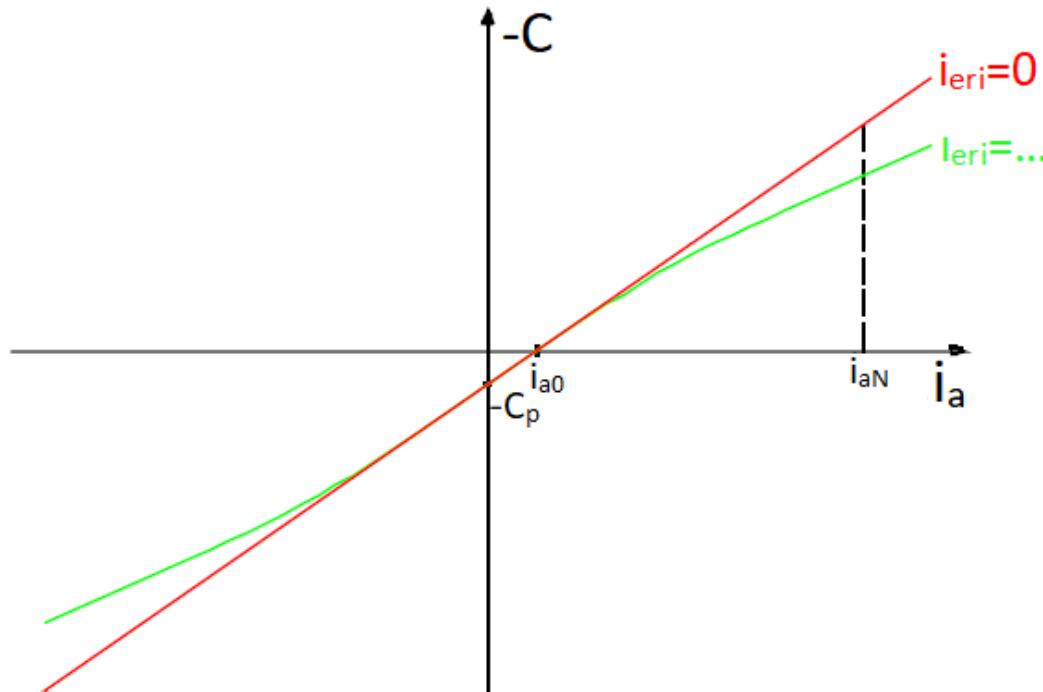
### 3.3 Courbes caractéristiques des moteurs

#### Caractéristique en charge en moteur $-C = f(i_a)$

Courbe pour  $i_e = cte$ ,  $e_g = e_{0g} = cte$  et  $R_a$  « petit »

Avec réaction d'induit démagnétisante ?

Réduction du flux longitudinal, donc du couple ( $C_{em} = K \Phi i_a$ ) lorsque  $i_a$  augmente



### 3.3 Courbes caractéristiques des moteurs

#### Caractéristique mécanique $-C = f(\Omega_r)$

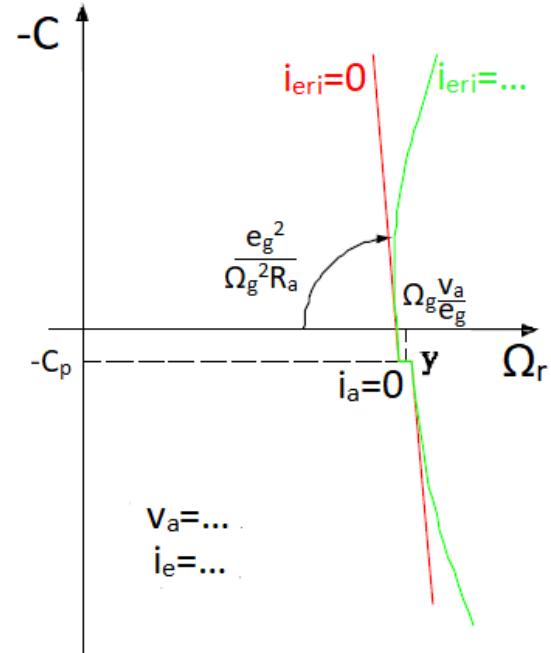
Caractéristique en charge en moteur  $-C = f(\Omega_r)$

$$\begin{aligned} \text{On a } -C &= C_{em} - C_p = \frac{e_g}{\Omega_g} i_a - C_p \\ \Rightarrow -C &= \frac{e_g}{\Omega_g R_a} (v_a - \Delta V_b \operatorname{sign}(i_a)) - \frac{e_g^2}{\Omega_g^2 R_a} \Omega_r - C_p \end{aligned}$$

Courbe pour  $i_e = cte$ ,  $e_g = e_{0g} = cte$  et  $R_a$  « petit »

Réaction d'induit négligée

- Caractéristique linéaire
- Vitesse de rotation du moteur pratiquement indépendante du couple  $-C$  car  $R_a \ll$



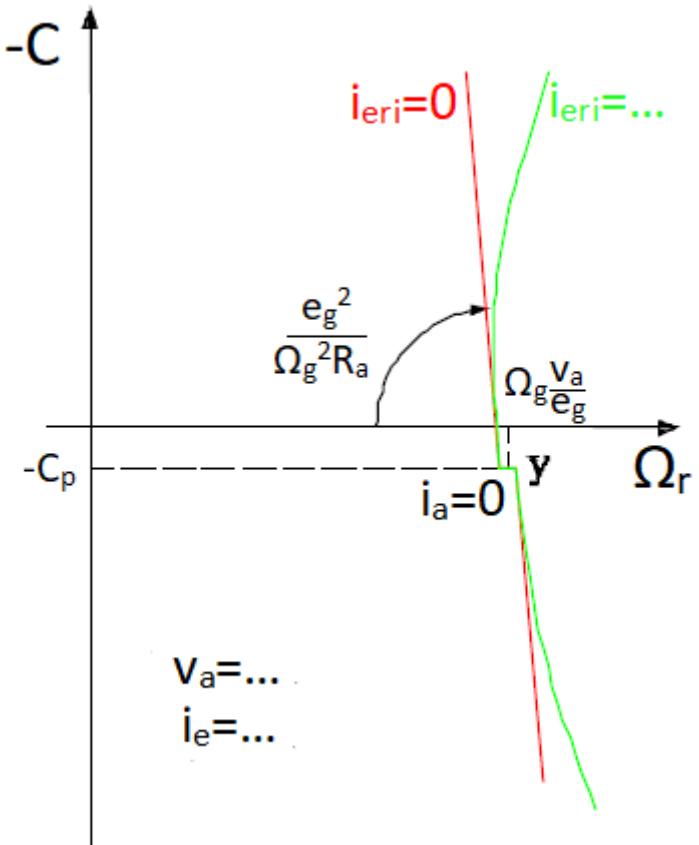
### 3.3 Courbes caractéristiques des moteurs

#### Caractéristique mécanique $-C = f(\Omega_r)$

Courbe pour  $i_e = cte$ ,  $e_g = e_{0g} = cte$  et  $R_a$  « petit »

Avec réaction d'induit démagnétisante ?

- La vitesse de rotation ↗ par rapport au cas sans réaction d'induit lorsque  $i_a \nearrow$
- Le couple ↘ par rapport au cas sans réaction d'induit lorsque  $i_a \nearrow$

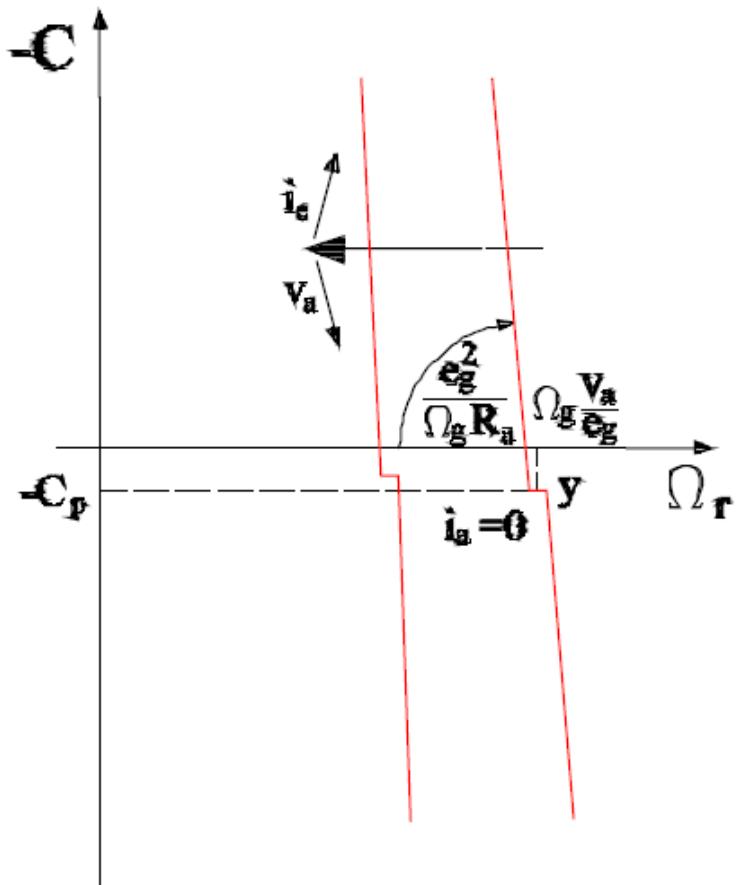


### 3.3 Courbes caractéristiques des moteurs

**Caractéristique mécanique  $-C = f(\Omega_r)$**

Action sur les variables de commande

- Augmentation du courant d'excitation  
→ déplacement de la courbe vers la gauche + léger redressement
- Diminution de la tension d'alimentation  
→ déplacement de la courbe vers la gauche (sans redressement)



### 3.3 Courbes caractéristiques des moteurs

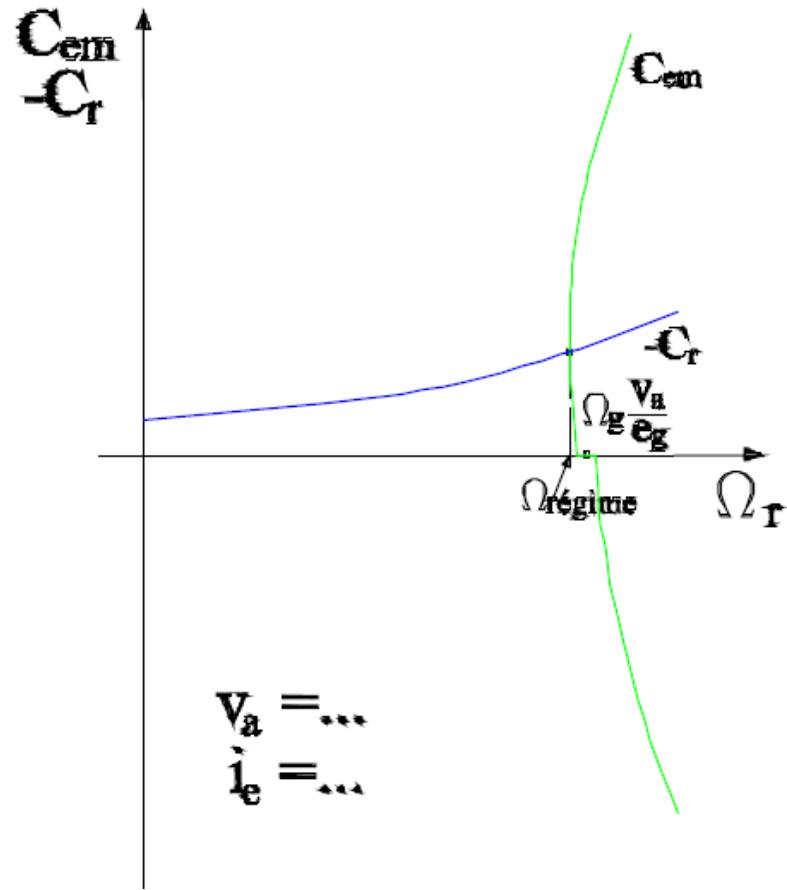
#### Caractéristique mécanique $-C = f(\Omega_r)$

Vitesse en régime d'un moteur ?

Équilibre entre le couple moteur et le couple résistant opposé par la charge

→ Vitesse quasiment indépendante du couple résistant

- Vitesse réglable en agissant :
  - Soit sur le courant d'excitation
  - Soit sur la tension d'alimentation



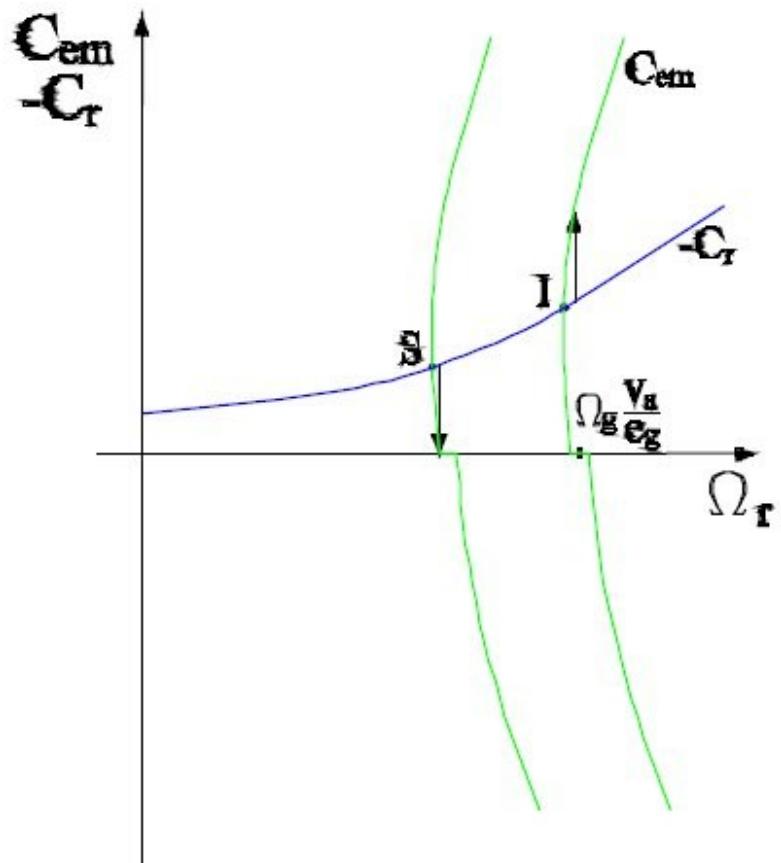
### 3.3 Courbes caractéristiques des moteurs

#### Caractéristique mécanique $-C = f(\Omega_r)$

Stabilité du point de fonctionnement ?

Stable si couple d'accélération négatif lorsque la vitesse de rotation augmente

- Toujours le cas si réaction d'induit démagnétisante négligeable
- Pas le cas aux fortes charges si la réaction d'induit n'est pas négligeable



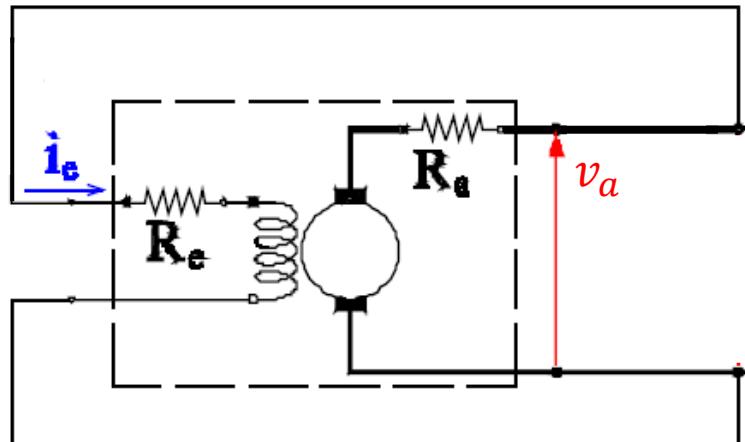
### 3.3 Courbes caractéristiques des moteurs

#### Moteur à excitation dérivée

Regardons maintenant le cas d'un moteur à excitation dérivée

**Si tension d'alimentation constante,  
caractéristiques du moteur à excitation  
dérivée = caractéristiques du moteur à  
excitation indépendante**

Notez que le sens de rotation du moteur n'est pas affecté par une inversion de polarité de la source



### 3.3 Courbes caractéristiques des moteurs

#### Moteur à excitation en série

Regardons maintenant le cas d'un moteur à excitation en série

$R_a$  : résistance d'armature de la machine (quelques %)

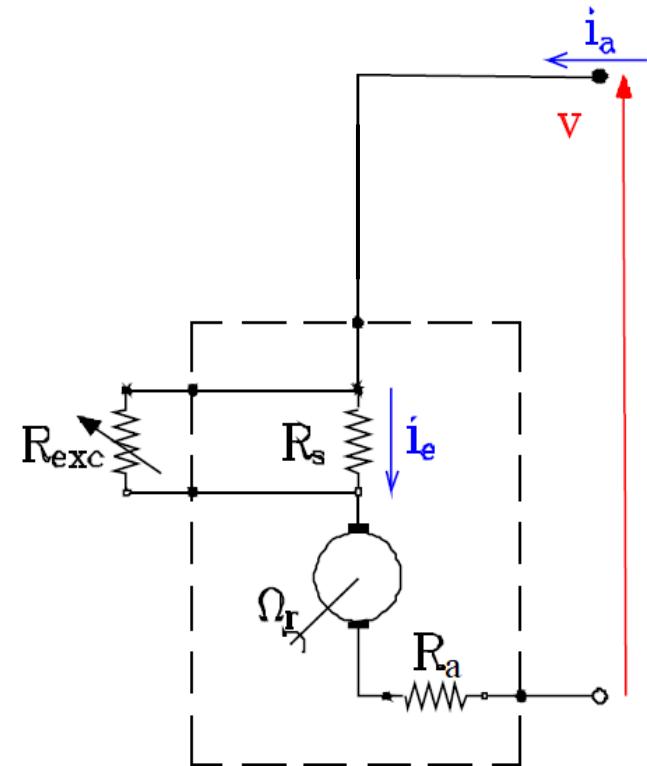
$R_s$  : résistance de l'enroulement d'excitation (quelques %)

Pour régler le courant  $i_e$  passant dans l'enroulement d'excitation, on peut placer un rhéostat d'excitation en parallèle.

On considérera dans les raisonnements que  $R_{exc} = \infty$ , et donc  $i_e = i_a$

Rhéostat

Résistance électrique réglable



### 3.3 Courbes caractéristiques des moteurs

#### Moteur à excitation en série – caractéristique à vide

Pour pouvoir trouver les caractéristiques en charge, on va avoir besoin d'une expression analytique de la caractéristique à vide

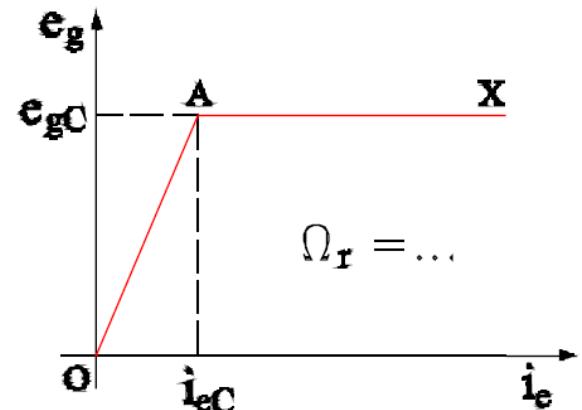
On va approcher la caractéristique à vide par une simplification divisée en deux zones :

- Pour  $i_e < i_{eC}$  - zone non-saturée :

$$e_g = G \Omega_g i_e = G \Omega_g i_a$$

- Pour  $i_e > i_{eC}$  - zone saturée :

$$e_g = G \Omega_g i_{eC} = e_{gc}$$



### 3.3 Courbes caractéristiques des moteurs

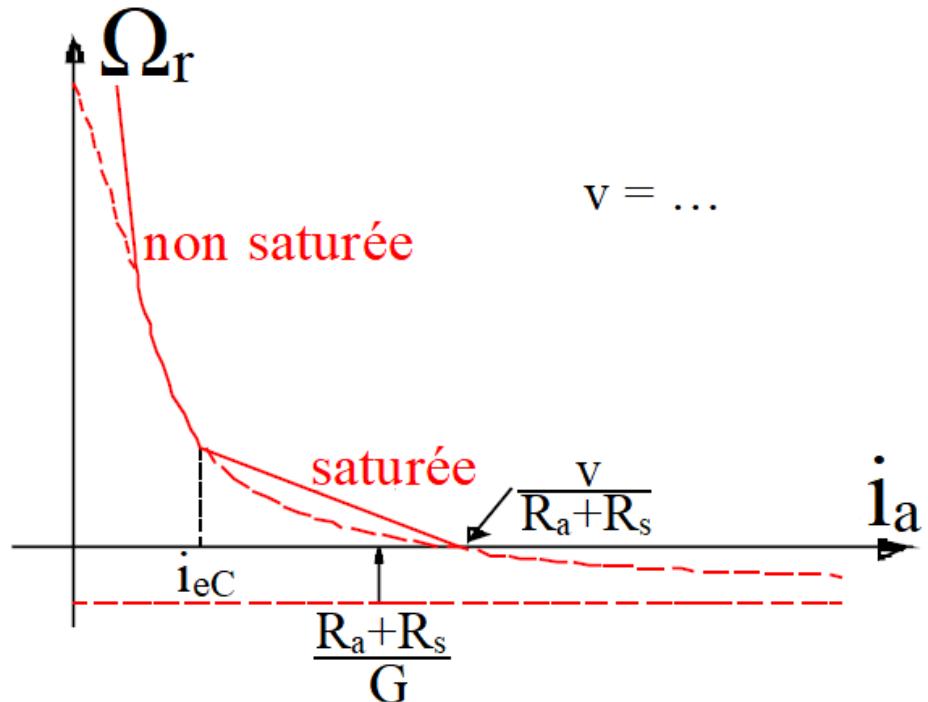
#### Moteur à excitation en série – caractéristique en charge

Caractéristique en charge en moteur  $\Omega_r = f(i_a)$

$$\text{On a } \Omega_r = \frac{e}{K\Phi} = \Omega_g \frac{v - \Delta V_b \operatorname{sign}(i_a) - (R_a + R_s)i_a}{e_g(i_e)}$$

Développement pour les zones saturées et non saturées dans les notes

- **Courbe en continu** : simplifiée par le développement dans les deux zones
- **Courbe en pointillé** : réelle
- Forte dépendance de la vitesse par rapport au courant absorbé
- Vitesse en réalité non infinie à courant nul car rémanent, mais vitesses très élevées néanmoins possibles



### 3.3 Courbes caractéristiques des moteurs

#### Moteur à excitation en série – caractéristique en charge

Caractéristique en charge en moteur

$$C_{em} = f(i_a)$$

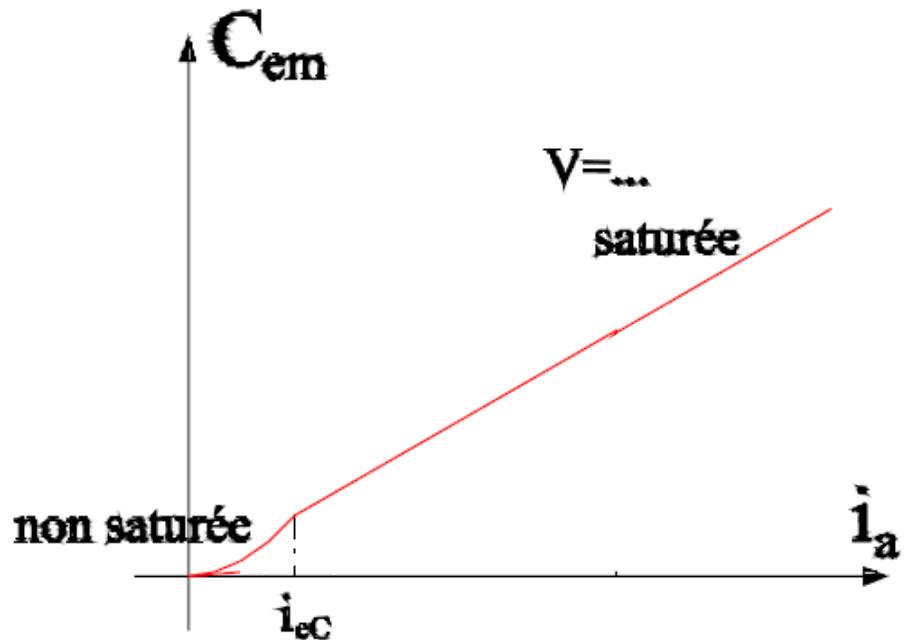
$$C_{em} = K \Phi i_a = \frac{e_g}{\Omega_g} i_a$$

Zone non saturée, pour  $i_a < K_{se} i_{ec}$  :

$$C_{em} = G \frac{i_a^2}{K_{se}}$$

Zone saturée, pour  $i_a > K_{se} i_{ec}$  :

$$C_{em} = G i_{ec} i_a$$



### 3.3 Courbes caractéristiques des moteurs

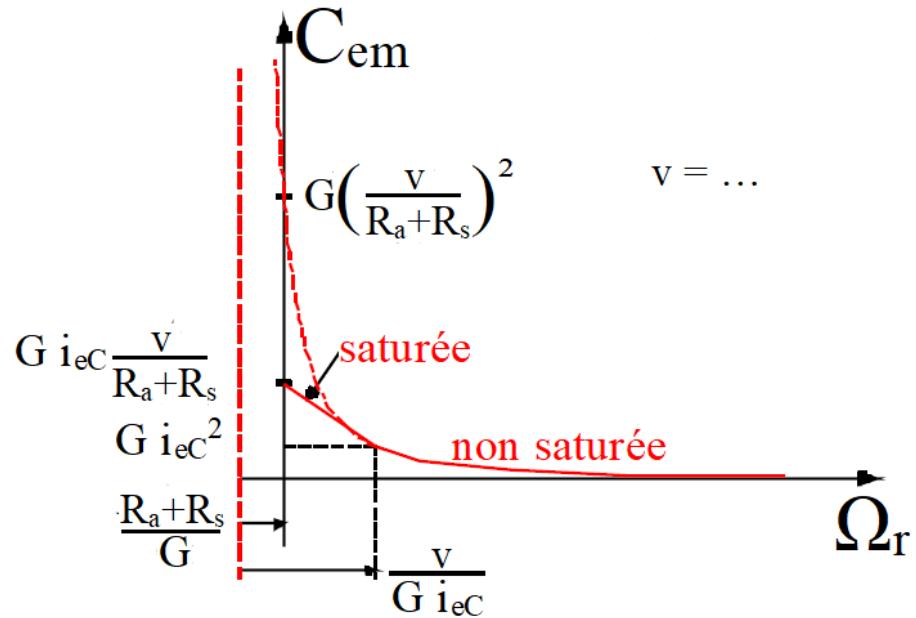
#### Moteur à excitation en série – caractéristique mécanique

Caractéristique mécanique  $C_{em} = f(\Omega_r)$

Zone saturée :  $C_{em} = Gi_{ec}i_a = \dots$

Zone non saturée :  $C_{em} = G \frac{i_a^2}{K_{se}} = \dots$

- **Courbe en continu** : simplifiée par le développement dans les deux zones
- **Courbe en pointillé** : réelle
- Déplacement de la courbe vers le bas si  $v \downarrow$



### 3.3 Courbes caractéristiques des moteurs

#### Moteur à excitation composée

Regardons maintenant le cas d'un moteur à excitation composée (compound)

Un machine à excitation composée peut être vue comme une machine à excitation dérivée comportant quelques spires en série

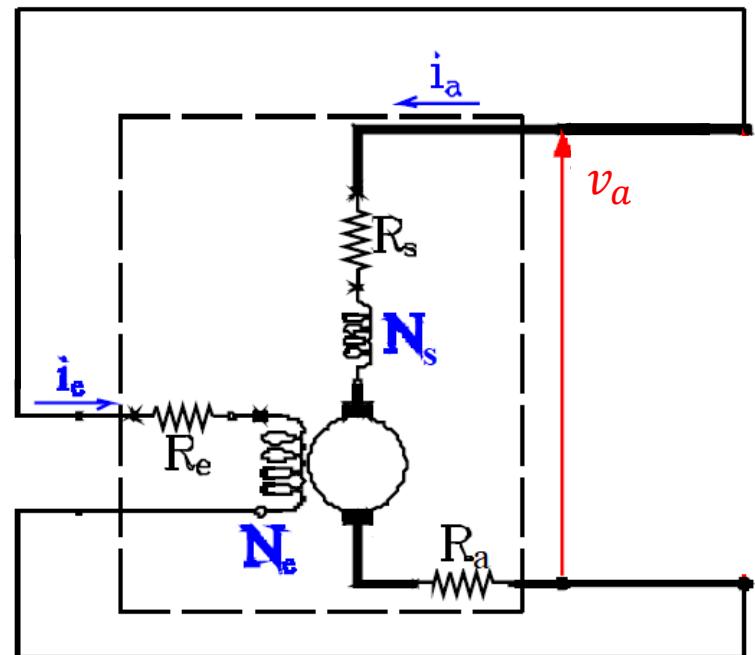
Soit une machine avec :

- $N_s$  spires en série
- $N_e$  spires dérivée

Cette configuration de spire est modélisée par un courant d'excitation  $i'_e$

$$i'_e = i_e \pm \frac{N_s}{N_e} i_a$$

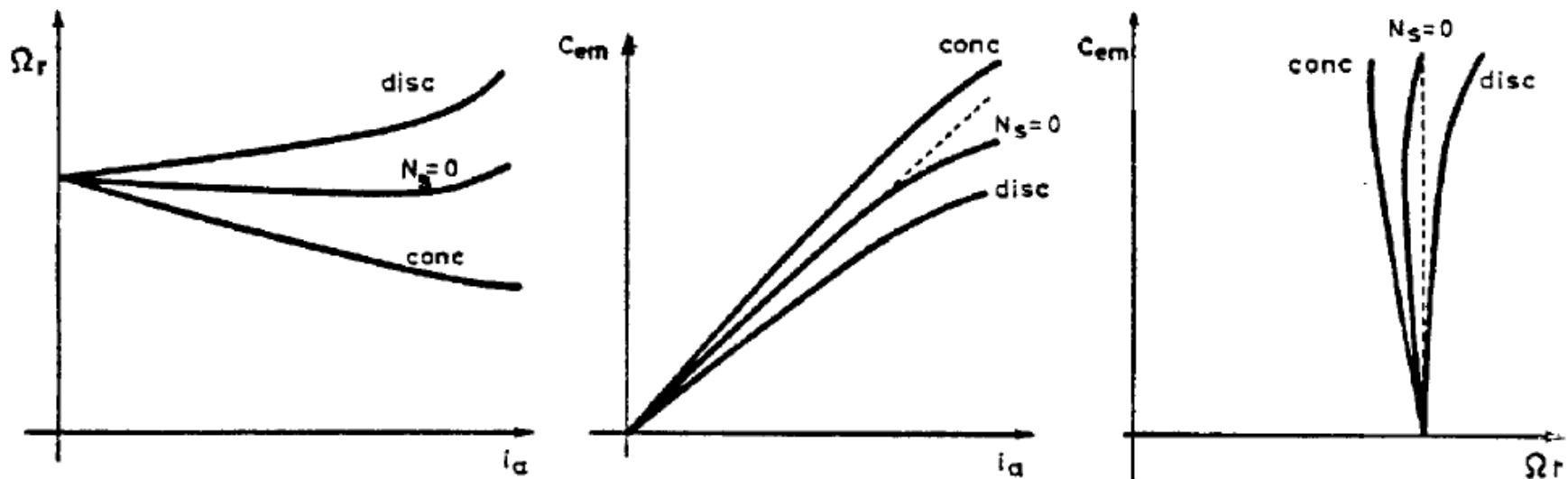
Ou le signe est défini par le sens commun (+, spires concordantes) ou inverse (-, spires discordantes) du flux créé par les spires en série et dérivées.



### 3.3 Courbes caractéristiques des moteurs

#### Moteur à excitation composée

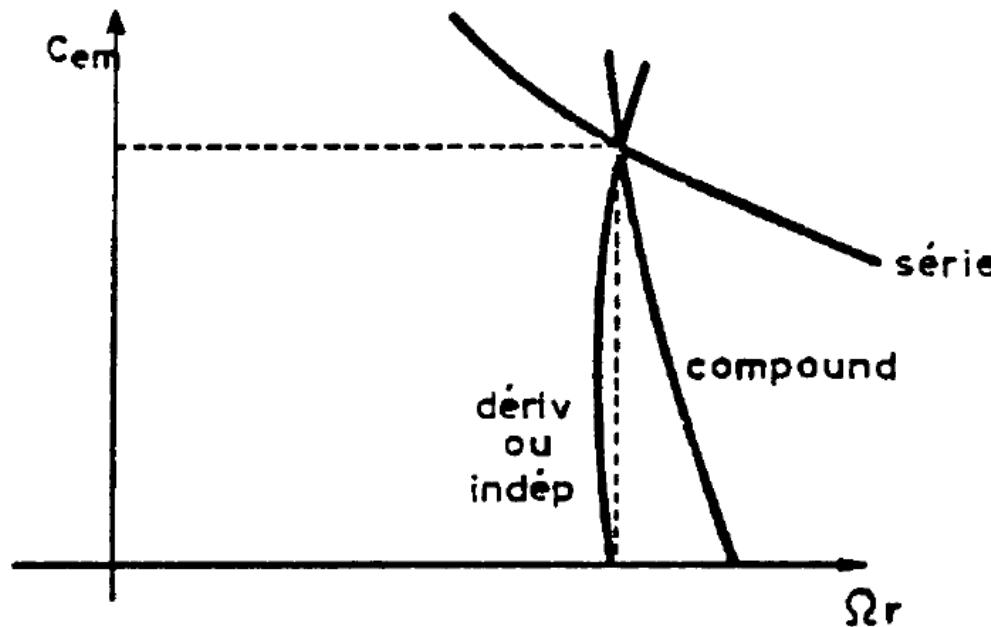
- Spires concordantes : pour une valeur donnée de  $i_e$ , par rapport au cas  $N_s = 0$ , à chaque valeur de  $i_a$ , correspond
  - Une valeur de  $i'_e$  augmentée
  - Une valeur de  $\Omega_r$  diminuée
  - Une valeur de  $C_{em}$  augmentée
- Vice-versa pour des spires discordantes



### 3.3 Courbes caractéristiques des moteurs

#### Résumé

Comparaison de machines de types différents mais possédant les mêmes grandeurs nominales



Dans les machines modernes, on prévoit toujours quelques spires séries de stabilisation

# Contenu

---

1. Description générale
2. Equations générales et circuits équivalents
3. **Courbes caractéristiques, démarrage et freinage**
  1. Différents types de machine
  2. Courbes caractéristiques des génératrices
  3. Courbes caractéristiques des moteurs
  4. Réglage de la vitesse
  5. Démarrage et freinage
  6. Rendement
4. Machines particulières

# 3.4 Réglage de la vitesse

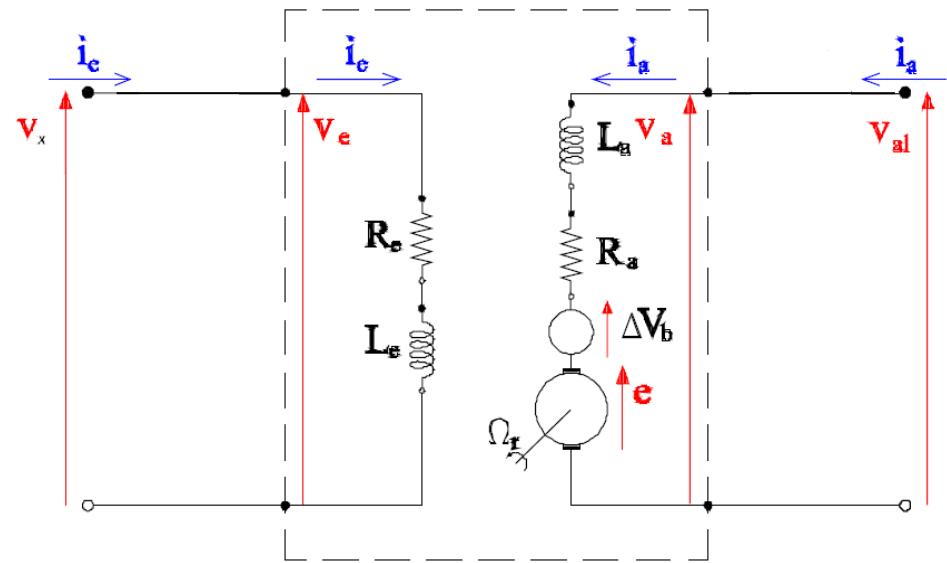
## Introduction

Cas du moteur à excitation indépendante

$$\text{Relation générale : } \Omega_r = \frac{v_{al} - \Delta V_b \operatorname{sign}(i_a) - (R_a + R_d)i_a}{K\Phi}$$

Deux variables de commande :

- Tension d'alimentation  $v_{al}$
- Excitation  $\Phi$ , c'est-à-dire  $i_e$



## 3.4 Réglage de la vitesse

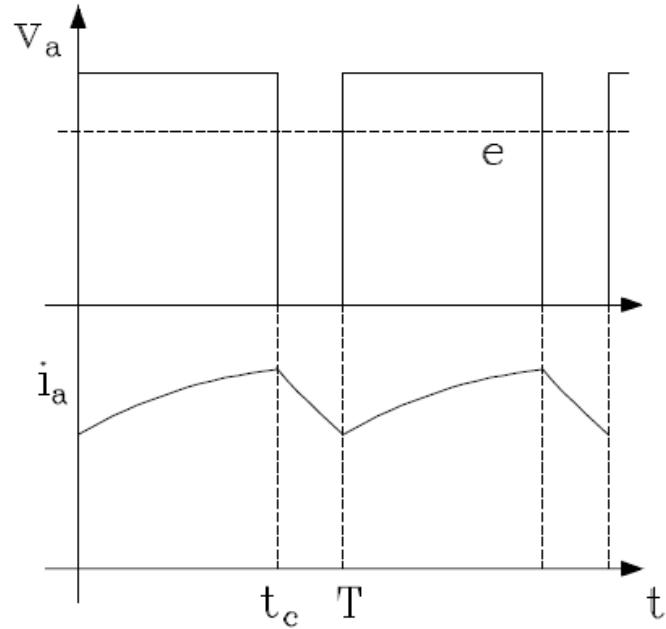
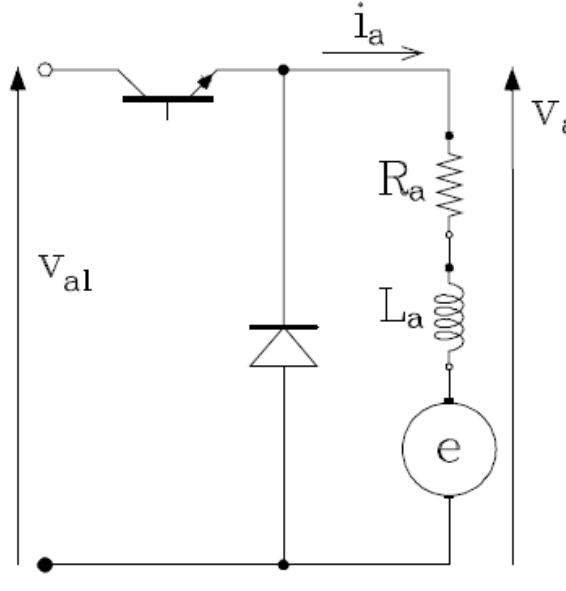
### Action sur $v_{al}$

La vitesse se règle de 0 à sa valeur nominale par action sur  $v_{al}$

Nécessite de l'électronique de puissance pour le réglage  
(plus de détails dans le chapitre 10)

Exemple : hacheur à transistors

$$v_{a,moy} = v_{al} \frac{t_c}{T}$$



## 3.4 Réglage de la vitesse

### Action sur $i_e$

$$v_{al} \cong e = K\Phi\Omega_r$$

→ Jouer sur  $i_e$  permet de modifier  $\Phi$ , qui joue sur la vitesse

Attention, pour conserver un couple constant à la charge, si le flux diminue,  $i_a$  augmente :

$$C_{em} = K \Phi i_a$$

→ attention à ne pas dépasser la valeur maximale de  $i_a$ , et donc la valeur minimale de  $i_e$

## 3.4 Réglage de la vitesse

### Résumé

#### Comparaison entre action sur $v_{al}$ et action sur $i_e$

- Coût plus élevé pour le réglage par la tension d'alimentation  
→ Courants réglés plus importants
- Rapidité plus grande pour le réglage par la tension d'alimentation  
→ La constante de temps du circuit d'excitation n'intervient pas
- Plage de réglage plus importante pour le réglage par la tension d'alimentation