

## 1 Algèbre de Boole

1. Pourquoi peut-on construire un algèbre de Boole à partir de l'ensemble  $A_2 = \{a, b\}$  ?
2. Donner la définition de l'opérateur complément
3. Donner la définition de l'opérateur  $ET$
4. Donner la définition de l'opérateur  $OU$

## 2 Propriétés de l'algèbre de boole

1. Démontrer la version  $\prod \sum$  de la distributivité de  $+$  sur  $\cdot$ .
2. Démontrer la règle du consensus version  $\prod \sum$
3. Démontrer que l'opérateur  $XOR$  appliqué à un vecteur de dimension quelconque donne la valeur "vrai" pour tout monôme comportant un nombre impair de variables non complémentées.
4. Démontrer que l'opérateur  $NOR$  est un opérateur complet

## 3 Egalité d'expressions algébriques

1. Démontrer que
$$\overline{x_2}.\overline{x_1}.\overline{x_0} + \overline{x_2}.x_1.\overline{x_0} + x_1.\overline{x_0} + x_2.x_0 = \overline{x_2}.\overline{x_0} + x_2.(x_1 + x_0)$$
2. Démontrer que
$$\overline{x_3}.\overline{x_2}.\overline{x_1}.\overline{x_0} + \overline{x_3}.\overline{x_2}.\overline{x_1}.x_0 + \overline{x_3}.x_2.\overline{x_0} + x_3.\overline{x_2}.\overline{x_1}.x_0 + \overline{x_3}.x_2.\overline{x_0} = \overline{x_3}.\overline{x_1} + \overline{x_3}.x_2.\overline{x_0} + \overline{x_2}.\overline{x_1}.x_0$$
3. Démontrer par transformation algébrique la version  $\sum \prod$  de la règle du consensus.
4. Démontrer par transformation algébrique que  $x_1 + \overline{x_1}.x_0 = x_1 + x_0$

## 4 Expressions algébriques remarquables

1. Soit  $X = (x_1, x_0)$ , donner l'ensemble des monômes pouvant être construits à partir de  $X$
2. Soit  $X = (x_2, x_1, x_0)$ , donner l'ensemble des monômes pouvant être construits à partir de  $X$  et ne contenant pas la composante  $x_0$
3. Donner l'ensemble des maxtermes pouvant être construits à partir de  $X = (x_1, x_0)$
4. Donner l'ensemble des mintermes pouvant être construits à partir de  $X = (x_1, x_0)$
5. Donner l'ensemble des diviseurs de  $\overline{x_3}.\overline{x_2}.\overline{x_1}.x_0$

## 5 Fonctions logiques simples

1. Donner un exemple de fonction logique comportant 5 points vrais
2. Donner un exemple de fonction logique simple comportant 7 points vrais et 5 point faux
3. Combien de points vrais comporte la fonction  $XOR(x_2, x_1, x_0)$

## 6 Représentation des fonctions logiques simples

Soit  $f^*$  une fonction logique comportant trois points vrais  $(0, 0, 0)$ ,  $(0, 1, 1)$ ,  $(1, 1, 1)$  et deux points non spécifiés  $(0, 0, 1)$ ,  $(1, 1, 0)$

1. Donner trois représentations numériques de cette fonction  $f^*$
2. Donner la table de vérité de cette fonction  $f^*$
3. Donner la table de Karnaugh de cette fonction  $f^*$
4. Donner les fonctions  $f_{min}^*$  et  $f_{max}^*$  de cette fonction  $f^*$
5. Combien de représentations numériques existe-t-il pour cette fonction  $f^*$ . Les donner exhaustivement si cela est possible.
6. Donner la représentation spatiale de cette fonction  $f^*$

## 7 Changement de représentation d'une fonction logique

Soit  $f^* = f_1^* \{0, 1, 2, 10\}_{10} + f_0^* \{5, 6, 7, 14\}_{10}$

1. Combien de composantes dans le vecteur  $X$  sur laquelle est formée cette fonction  $f^*$ ?
2. Donner la table de vérité de cette fonction  $f^*$
3. Donner la table de Karnaugh de cette fonction  $f^*$
4. Donner les fonctions  $f_{min}^*$  et  $f_{max}^*$  de cette fonction  $f^*$
5. Donner une représentation algébrique correcte de cette fonction  $f^*$
6. Combien de fonctions représentent correctement cette fonction  $f^*$ ?

## 8 Tableaux de Karnaugh

1. Soit la fonction logique  $f$  définie par la table suivante

		$x_1, x_0$			
		00	01	11	10
$x_3, x_2$	00	0	1	1	0
	01	0	1	0	0
	11	0	1	1	1
	10	1	1	1	1

Donner une représentation algébrique de cette fonction  $f$

2. Soit la fonction logique  $f^*$  définie par la table suivante

		$x_1, x_0$			
		00	01	11	10
$x_3, x_2$	00	0	1	1	0
	01	*	*	0	0
	11	0	1	1	*
	10	*	1	1	0

- (a) Donner une représentation algébrique de cette fonction  $f^*$
- (b) Donner la représentation algébrique de  $f_{max}^*$
- (c) Donner la représentation algébrique de  $f_{min}^*$