

La logique binaire et l'électronique

M. Combacau
combacau@laas.fr



8 novembre 2024



東北大學
NORTHEASTERN UNIVERSITY

Objectif

Maîtriser les bases du codage

Introduction

Codage ?

Le codage d'une information est une manière de représenter cette information dans un monde mathématique, dans ce cours dans le monde informatique.

- le numéro de votre passeport
- l'adresse IP d'un site web
- le numéro de votre carte d'étudiant
- ...

Monde informatique : ordinateur (smartphone, tablette, pc, mac...)

Introduction

Codage ?

Le codage d'une information est une manière de représenter cette information dans un monde mathématique, dans ce cours dans le monde informatique.

- le numéro de votre passeport
- l'adresse IP d'un site web
- le numéro de votre carte d'étudiant
- ...

Monde informatique : ordinateur (smartphone, tablette, pc, mac...)

Monde de 1 et de 0

Introduction

Codage ?

Le codage d'une information est une manière de représenter cette information dans un monde mathématique, dans ce cours dans le monde informatique.

- le numéro de votre passeport
- l'adresse IP d'un site web
- le numéro de votre carte d'étudiant
- ...

Monde informatique : ordinateur (smartphone, tablette, pc, mac...)

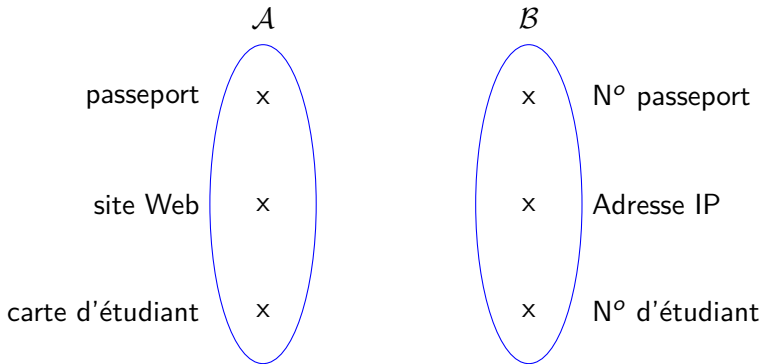
Monde de 1 et de 0

Basé sur l'algèbre de Boole

Le codage vu par les mathématiques

Mathématiquement, un codage est défini par une fonction C :

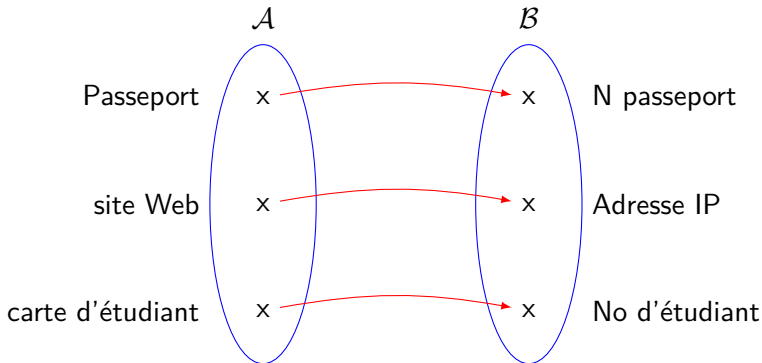
$$\mathcal{A} \xrightarrow{C_1} \mathcal{B}$$



Le codage vu par les mathématiques

Mathématiquement, un codage est défini par une fonction C :

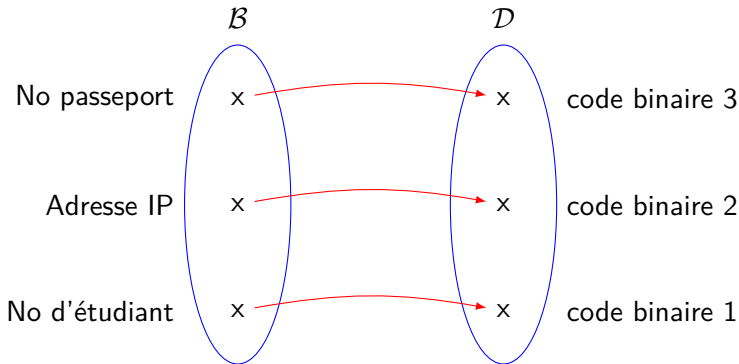
$$\mathcal{A} \xrightarrow{C_1} \mathcal{B}$$



Le codage vu par les mathématiques

Dans notre cas, C relie des nombres et des codes binaires

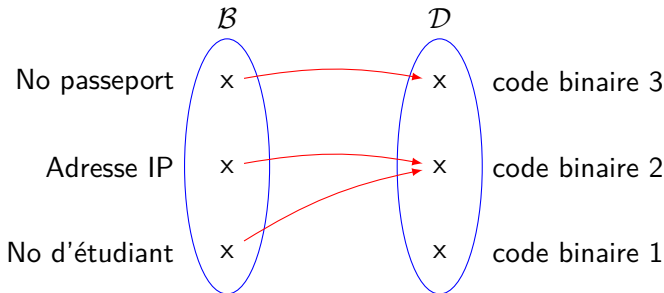
$$\mathcal{B} \xrightarrow{C_2} \mathcal{D}$$



D'où le cours sur le codage des nombres !

Le codage vu par les mathématiques

C n'est pas une fonction quelconque !



Impossible à partir du code binaire 2 de retrouver son antécédent !

Mathématiquement $\forall (a, b) \in \mathcal{B} \times \mathcal{B}, a \neq b \Rightarrow C(a) \neq C(b)$

C est injective

Cadre mathématique résumé

- 1 La fonction C doit être injective
- 2 Un code binaire est une suite ordonnée de n bits, donc $\mathcal{B} \xrightarrow{C} \mathcal{D}$ est injective $\Rightarrow \text{Card}(\mathcal{D}) = 2^n \geq \text{Card}(\mathcal{B})$
- 3 Par convention un mot de n bits s'écrit $a_{n-1} \dots a_0$
- 4 a_{n-1} est dit "bit de poids fort"
- 5 a_0 est dit "bit de poids faible"
- 6 C est la fonction **codage**
- 7 la fonction **décodage** est la fonction inverse de la fonction C' restriction de C à $\mathcal{B} \rightarrow \text{Im}(C) \subset \mathcal{D}$

Plusieurs codages sont possibles pour un nombre

- 1 Le codage ne dépend que de la fonction C
- 2 Un code binaire sans la fonction $C \Rightarrow$ décodage impossible
- 3 Un codage de l'information standardisé est utilisé pour nos échanges. Sinon, vous ne pourriez pas regarder cette vidéo !
- 4 Nombre de bit du code fini \Rightarrow nombre d'antécédents fini
- 5 Impossible de coder l'ensemble \mathbb{N} dans un ordinateur
- 6 Ensemble de codes fini à l'origine de "bugs" informatique