

离散数学一（第一次作业，共 100 分）

1. 设 A, B, C 是任意 3 个集合, 如果 $A \in B, B \in C$, 则 $A \in C$ 可能吗? $A \in C$ 总是为真吗? 举例说明。(10 分)

2. 求集合 $A = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$ 的幂集。(5 分)

3. 给出下列命题成立的充分必要条件 (每小题 5 分, 共 20 分)

(1) $(A-B) \cup (A-C) = A$

(2) $(A-B) \cup (A-C) = \emptyset$

(3) $(A-B) \cap (A-C) = \emptyset$

(4) $(A-B) \oplus (A-C) = \emptyset$

4. 设 A, B 是任意 2 个集合, 证明: (每小题 5 分, 共 15 分)

(1) $A \subseteq B \Rightarrow P(A) \subseteq P(B)$

(2) $P(A) \subseteq P(B) \Rightarrow A \subseteq B$

(3) $P(A) = P(B) \Leftrightarrow A = B$

5. A, B, C, D 为任意集合, 判断下列等式是否成立, 如果成立给出证明, 不成立则给出反例: (每小题 5 分, 共 25 分)

(1) $(A \cap B) \times (C \cap D) = (A \times C) \cap (B \times D)$

(2) $(A \cup B) \times (C \cup D) = (A \times C) \cup (B \times D)$

(3) $(A - B) \times (C - D) = (A \times C) - (B \times D)$

(4) $A \cup (B \times C) = (A \cup B) \times (A \cup C)$

(5) $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$

6. 分别举例给出一对不可数集合 A 与 B , 使得 $A \cap B$ 具有以下性质: (每小题 5 分, 共 15 分)

1) 有限

2) 可数无限

3) 不可数

7. 证明可数个可数集合的并集仍然是可数的。(10 分)