第四章 流体运动简介

理想流体

欧拉法：流场、流线、流管

稳定流动

理想流体连续性方程

伯努利方程

粘性流体

牛顿黏性定律

牛顿流体

流层间的内摩擦

雷诺数

层流

湍流

粘性流体的伯努利方程

(粘性流体有压强差才能流动)

泊肃叶定律

（流量、流阻）

斯托克斯定律

（收尾速度）

理想流体

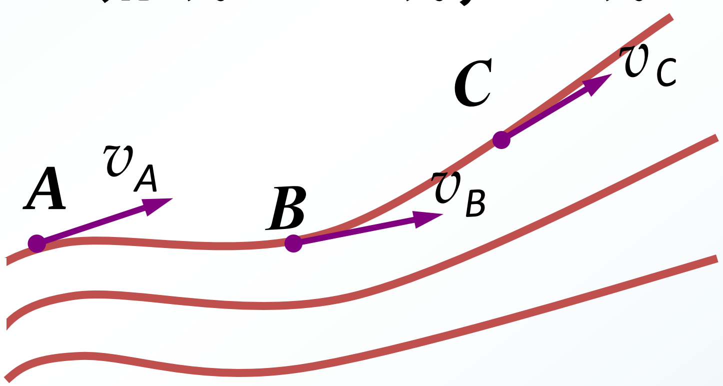
绝对不可压缩的、完全没有黏性的流体。

（1）流速场（电场、磁场）

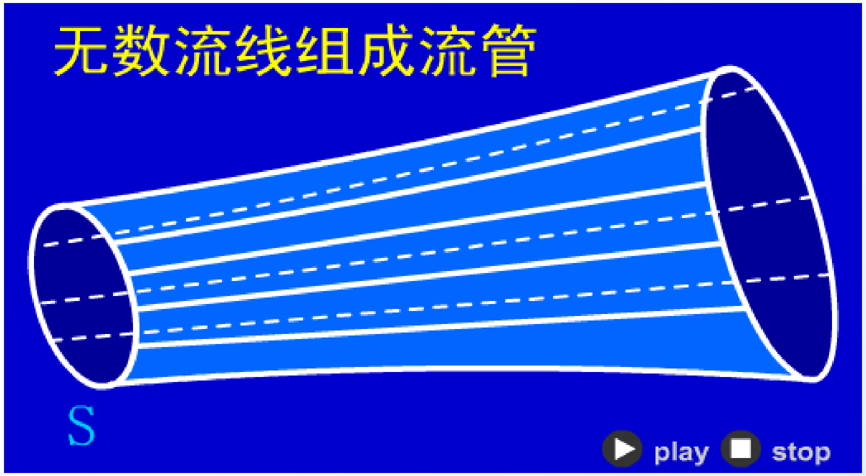
流体空间中每一点(x, y, z)上有一个速度矢量 $\vec{v}(x, y, z)$

——流速场

（2）流线（E线，B线）



（3）流管



稳定流动

空间任意点处流体质元的流速不随时间变化，流速仅为空间坐标的函数 ——**稳定流动**

即： 流速场的空间分布不随时间变化

流体作稳定流动时的流线

① **流线的分布不随时间改变** ② **任意两条流线互不相交**

流体作稳定流动时的流管

① 流场中的流体都可看作在某一根流管中运动

② 流体稳定流动时，流管的形状保持不变

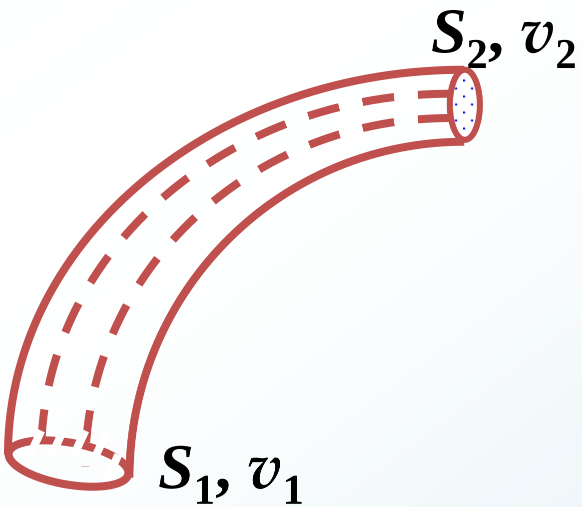
③ 流体稳定流动时，流体不能穿过流管壁

$\boxed{\Delta S v = \text{常量}}$ ——连续性方程

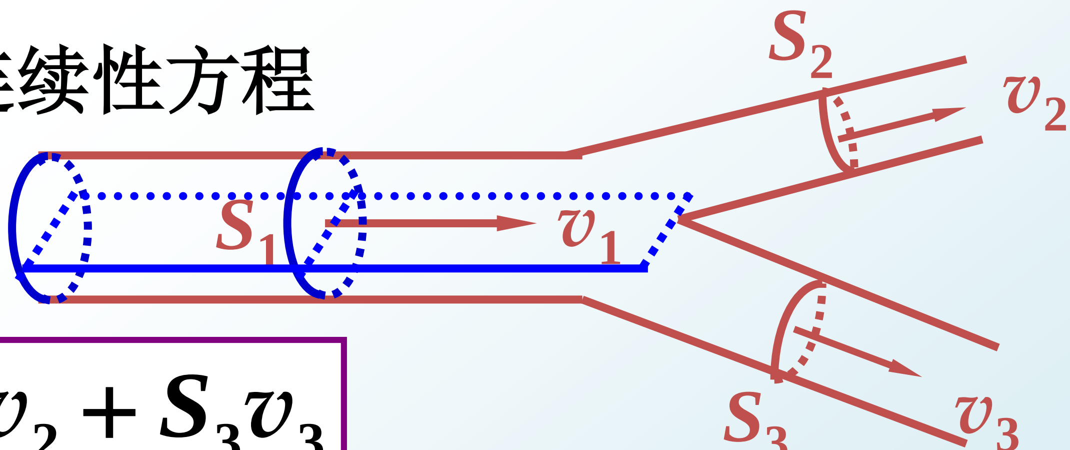
1° 理想流体作稳定流动

$S_1 v_1 = S_2 v_2$

S	v	说明
大	小	流线稀
小	大	流线密



2° 分支流管的连续性方程



$$\boxed{S_1 v_1 = S_2 v_2 + S_3 v_3}$$

$$\boxed{p+\rho gh+\frac{1}{2}\rho v^2=\text{常量}}$$ ——伯努利方程

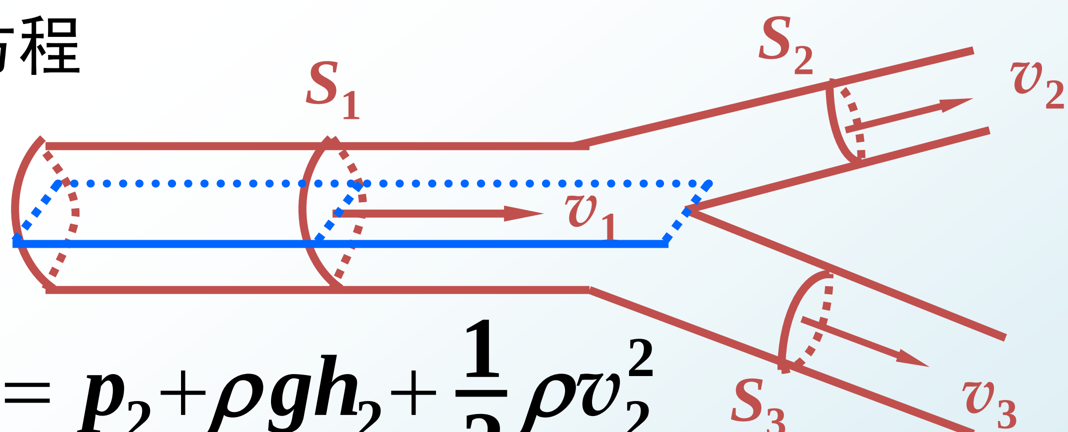
1° 伯努利方程是理想流体稳定流动的动力学方程
实质是牛顿力学的功能定理

2° 适用条件

① **理想流体做稳定流动**

② **同一流管的不同截面积处或同一流线的不同点**

3° 分支管道的伯努利方程



$$p_1+\rho gh_1+\frac{1}{2}\rho v_1^2=p_2+\rho gh_2+\frac{1}{2}\rho v_2^2$$

$$p_1+\rho gh_1+\frac{1}{2}\rho v_1^2=p_3+\rho gh_3+\frac{1}{2}\rho v_3^2$$

理想流体稳定流动解题方法：

依次确定不同流管

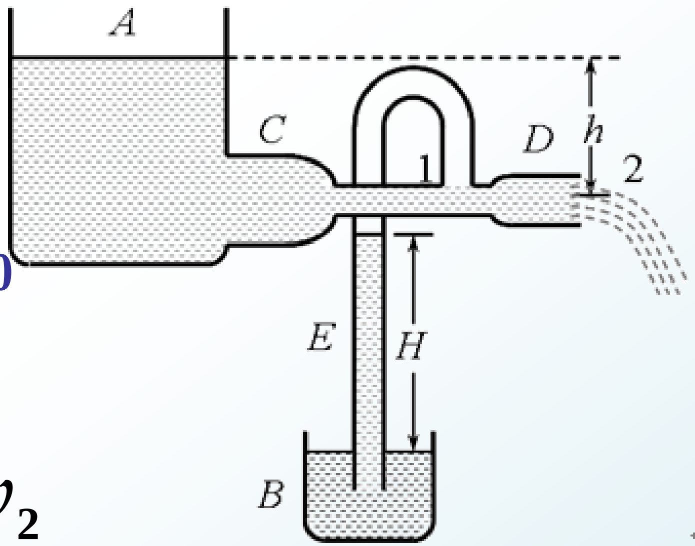
与大气相通处的压强为大气压 p_0

压强的传递性（帕斯卡原理）

列伯努利方程和连续性方程

解方程，确定物理量之间关系

例. 如图所示，两个很大的开口容器 A 和 B，盛有相同的液体。由容器 A 底部接一水平非均匀管 CD，水平管的较细部分1处连接到一倒 U 形管 E，并使 E 管下端插入容器 B 的液体内。假设液流是理想流体作稳定流动，且1处的横截面积是2处的一半，水平管2处比容器 A 内的液面低 h，问 E 管中液体上升的高度 H 是多少？



解： 对1、2两处列伯努利方程

$$p_1+\frac{1}{2}\rho v_1^2=p_2+\frac{1}{2}\rho v_2^2 \qquad p_2=p_0$$

已知 $S_1=\frac{1}{2}S_2$

由连续性方程得 $v_1=\frac{S_2}{S_2}v_2=2v_2$

由上题可知 $v_2=\sqrt{2gh}$

得 $p_1=p_0-3\rho gh<p_0$

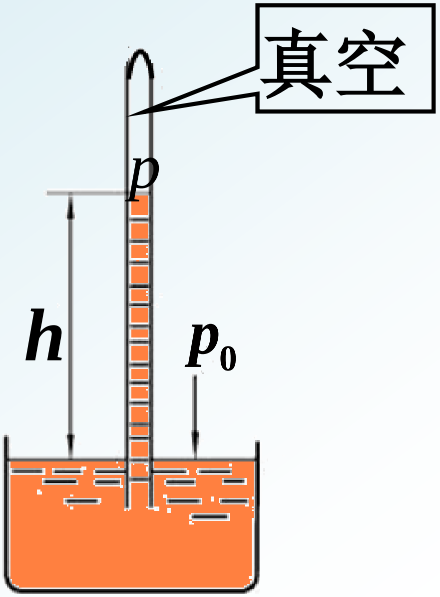
对E、B两处列伯努利方程 $p_1+\rho gH=p_0$

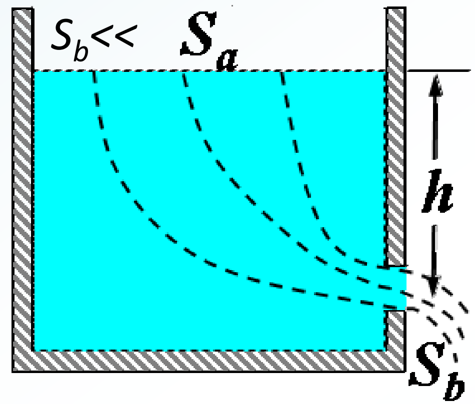
压强传递

$$H=3h$$

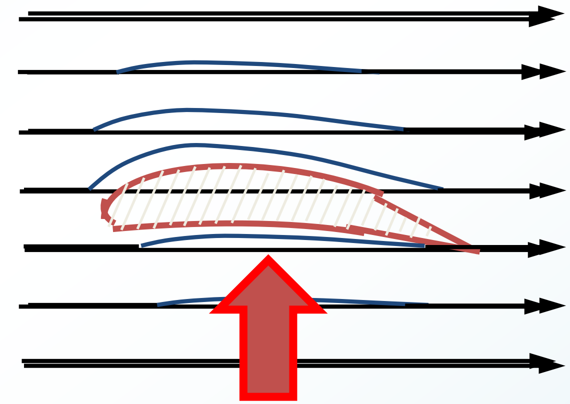
伯努利方程相关现象及应用

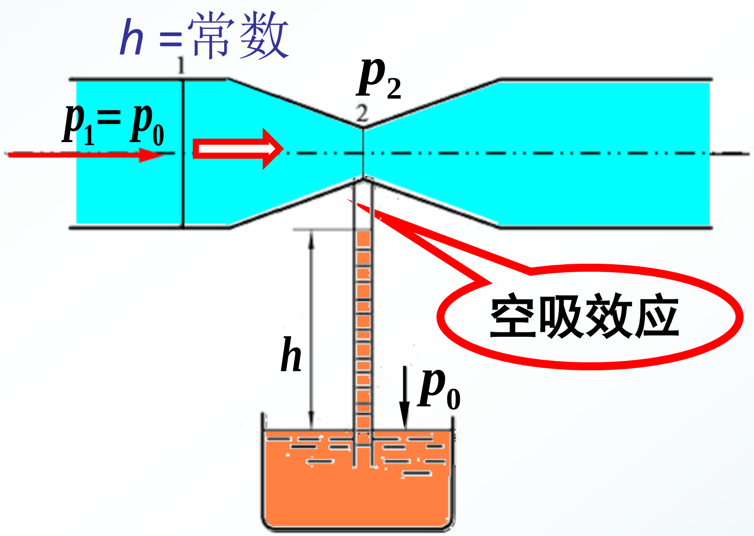
利用液反映压强差

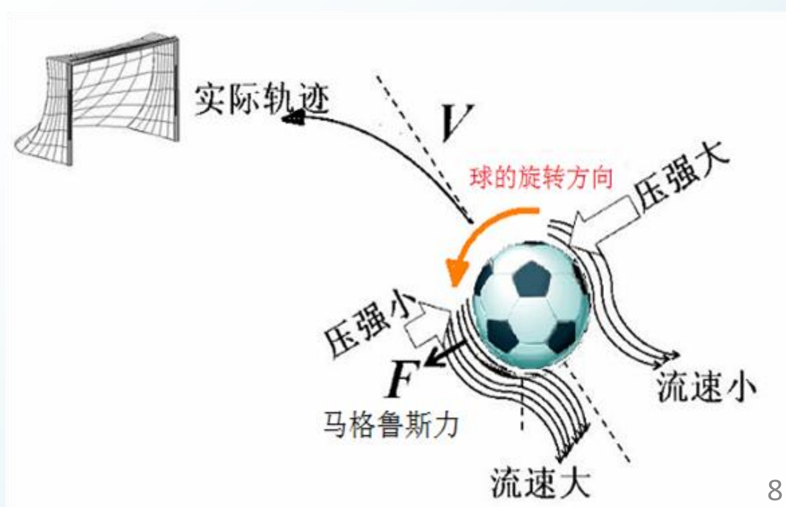




小孔流速





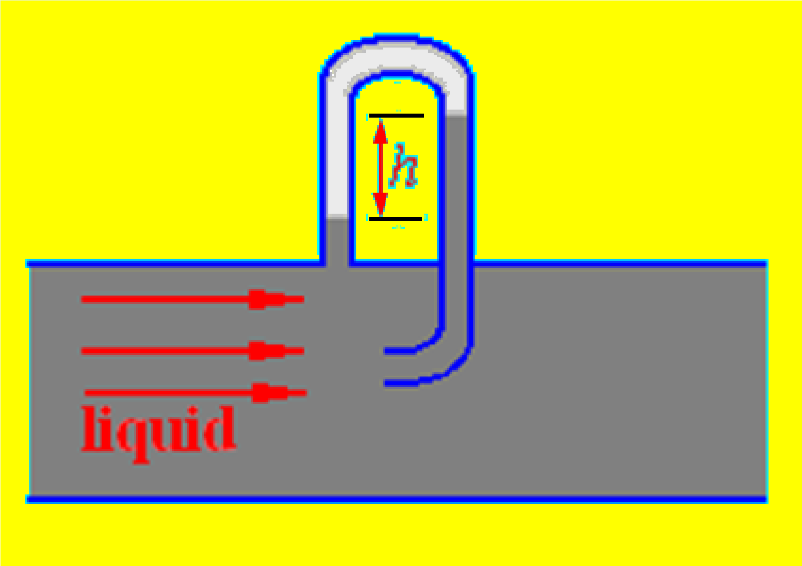


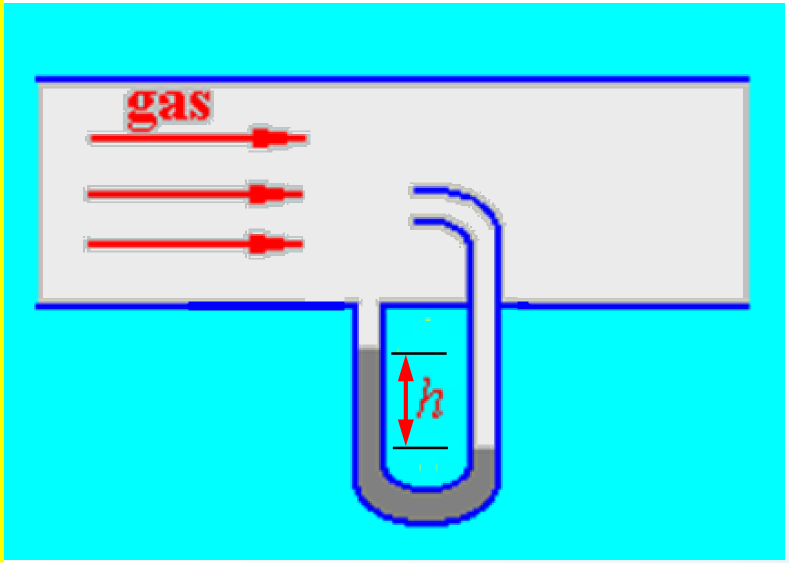
伯努利方程相关现象及应用

组合皮托管

$$v_1 = \sqrt{\frac{2(p_2 - p_1)}{\rho}}$$

利用液反映压强差





测量液体

$$v = \sqrt{2g(h_2 - h_1)}$$
$$= \sqrt{2gh}$$

测量气体

液体密度

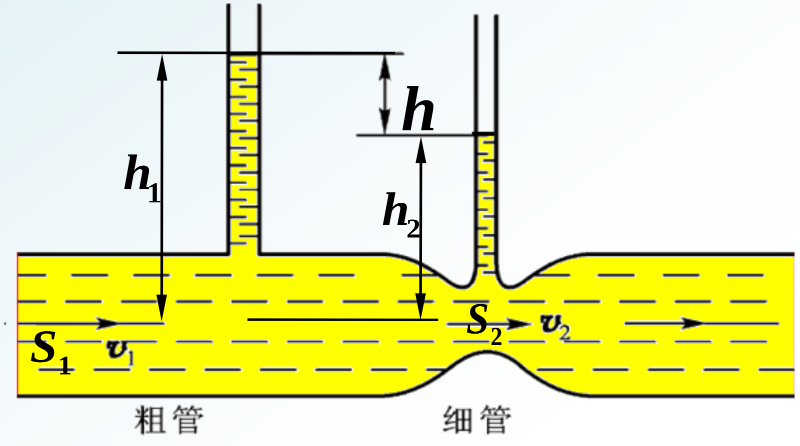
$$v = \sqrt{\frac{2\rho' gh}{\rho}}$$

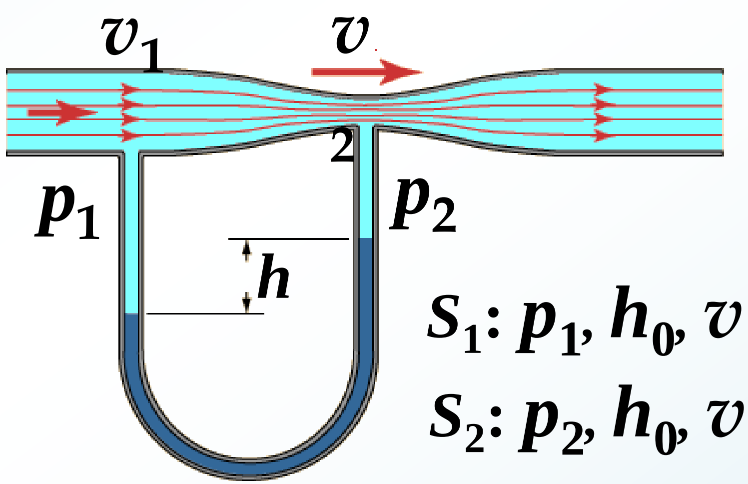
气体密度

注意对应哪个密度！

伯努利方程相关现象及应用

利用液反映压强





S_1: p_1, h_0, v_1

S_2: p_2, h_0, v_2

$$Q = S_1 S_2 \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho(S_1^2 - S_2^2)}}$$

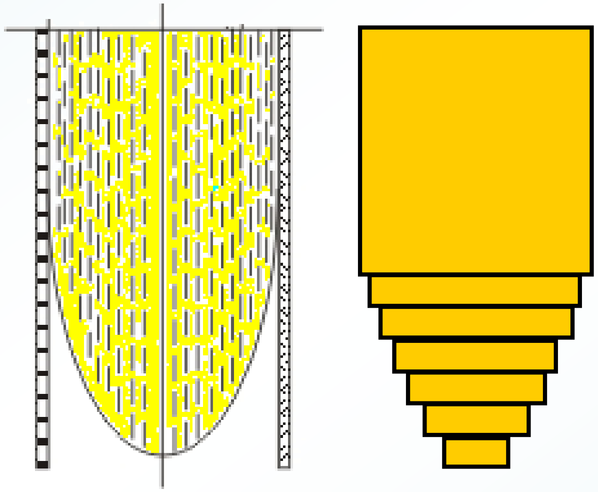
$$= S_1 S_2 \sqrt{\frac{2gh}{S_1^2 - S_2^2}}$$

液体密度

$$Q = S_1 S_2 \sqrt{\frac{2\rho' gh}{\rho(S_1^2 - S_2^2)}}$$

注意对应哪个密度！

黏性流体在流管中的分层流动



$$F_{摩} \propto \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}$$

粘性流体各层之间的摩擦力

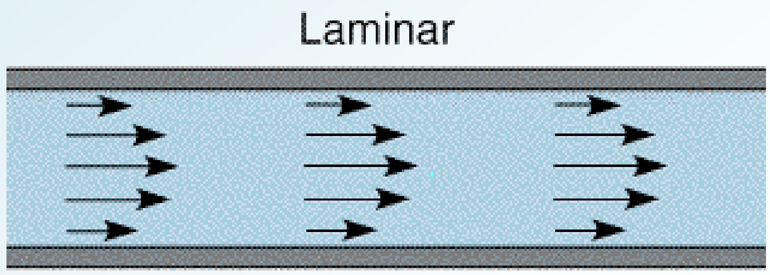
$$F_{摩} \propto \eta \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x} S$$

$$\boxed{F = \eta \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x} S}$$

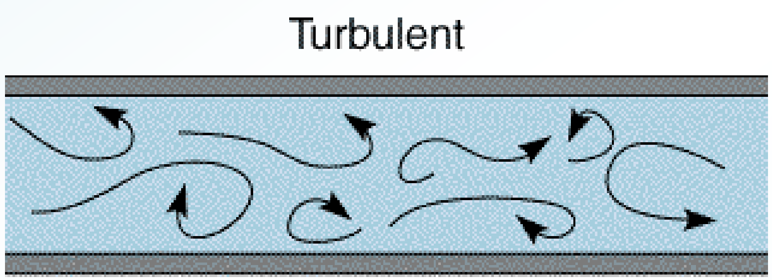
——牛顿黏性定律

——符合此定律的流体称为牛顿流体

（1）层流（Laminar flow）



（2）湍流（turbulent flow）



注意新旧教材的区别

雷诺数（Reynold number）

$$\mathrm{Re}=\frac{\rho v r}{\eta}$$

ρ — 流体密度

v — 流速

r — 圆管半径

η — 黏度

$\mathrm{Re}<1000 \Rightarrow$ 层流

$1000<\mathrm{Re}<1500 \Rightarrow$ 过渡流

$\mathrm{Re}>1500 \Rightarrow$ 湍流

黏性流体的伯努利方程

$$p_1+\rho g h_1+\frac{1}{2}\rho v_1^2=p_2+\rho g h_2+\frac{1}{2}\rho v_2^2+w$$

由功能原理 $A_{外}+A_{内}=\Delta E$

内摩擦力做对系统做功

泊肃叶定律(Poiseuille’s law)

$$Q=\frac{\pi R^4(p_1-p_2)}{8\eta L}$$

粘性流体有压强差才能流动

$$Q=\frac{\pi R^4(p_1-p_2)}{8\eta L}=\frac{p_1-p_2}{R_f}\Rightarrow R_f=\frac{8\eta L}{\pi R^4}$$

流阻

固体小球运动受粘性流体阻力

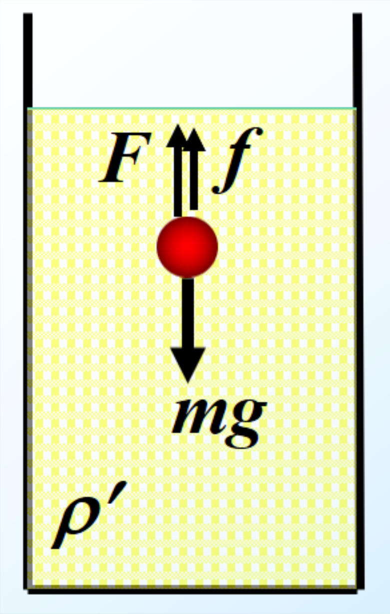
$$f = 6\pi\eta rv$$ ——斯托克斯定律

条件：小球的r、v 较小，雷诺数$Re<1$

最终合力为零

最终沉降速度（收尾速度）

$$v_T = \frac{2gr^2(\rho-\rho')}{9\eta}$$



应用之一：高速离心机

第五章 狭义相对论

事件

长度—利用对齐事件确定

绝对时空观遇到的问题

爱因斯坦的两个基本假设
- 爱因斯坦相对性原理
- 光速不变原理

洛伦兹变换

- 同时的相对性　运动的后方事件先发生
- 时间膨胀　原时最短
- 长度缩短　原长最长

洛伦兹速度变换

狭义相对论动力学

- 相对论质量、动量、动能、能量
- 相对论动力学方程
- 质能关系、动能定理、能量和动量的关系
- 质量亏损

爱因斯坦的两个基本假设

（1）相对性原理

对所有惯性系，物理规律都是相同的。

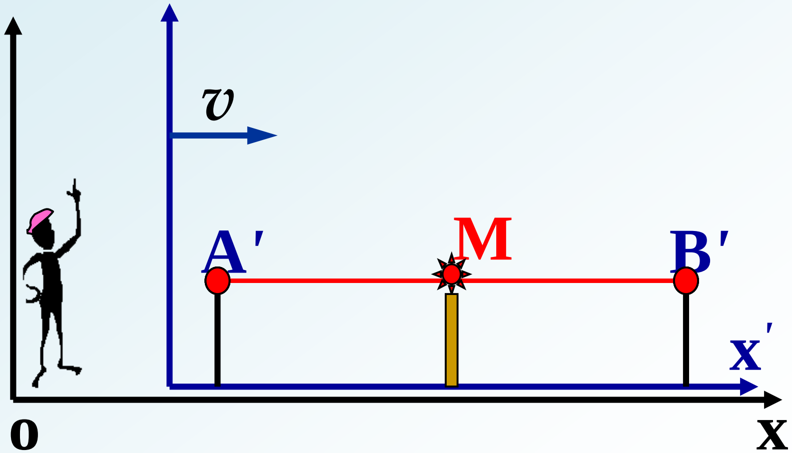
不存在任何一个特殊的惯性参照系。

（2）光速不变原理

在任何惯性系中，光在真空中的速率都等于同一量值c。

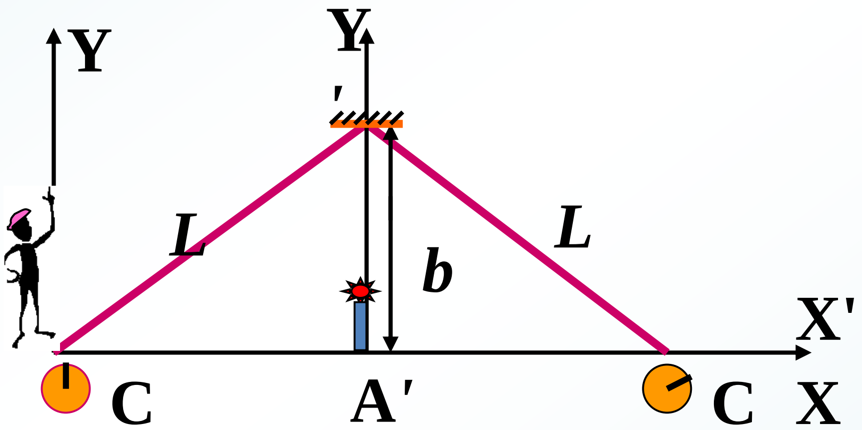
$$c = 2.9979 \times 10^{8} \mathrm{m/s}$$

同时性的相对性



在其中一个惯性系中表现同时，在另一惯性系中观察总是在前一惯性系**运动的后方那一事件先发生**。

时间膨胀效应（时钟变慢）

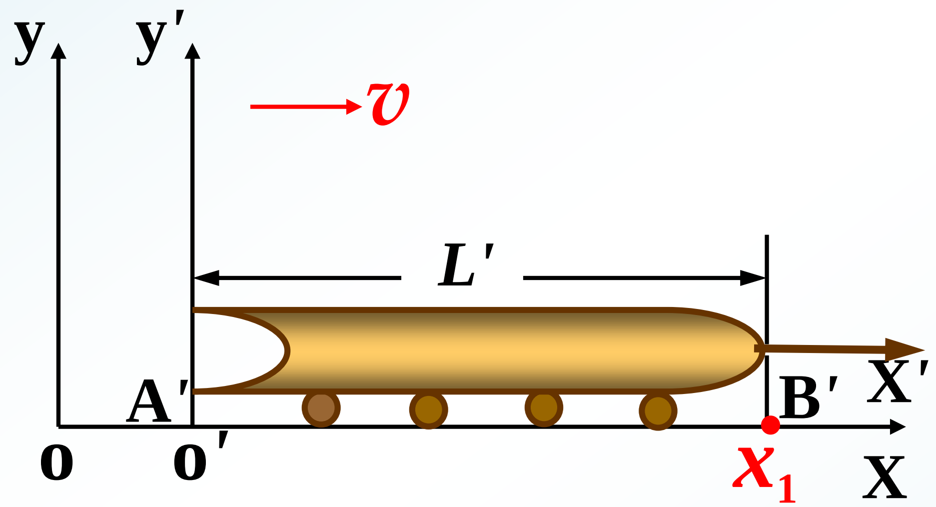


$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}}$$

原时最短！

原时：某一参照系同一地点先后发生的两个事件之间的时间间隔。

运动的尺度缩短



$$L = v\Delta t = v\Delta t'\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2} = L'\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2} < L'$$

原长最长

定义：物体相对参照系静止时，测得物体的长度为**原长**。

例. 带正电的π介子是一种不稳定的粒子,当它静止时, 平均寿命$\Delta t'$=2.5×10^{-8}s, 然后衰变为一个 μ介子和一个中微子。在实验室产生一束v =0.99c的π介子, 并测得它在衰变之前通过的平均距离为52m。这些测量结果说明什么？

解：若不考虑相对论效应 $\Delta t = \Delta t' = 2.5 \times 10^{-8}\text{s}$

它在实验室走过的距离为

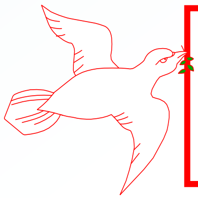
$$l = v\Delta t = 0.99 \times 3 \times 10^{8} \times 2.5 \times 10^{-8} = \underline{7.4\text{m}}$$

考虑时间膨胀效应

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}} = \frac{2.5\times 10^{-8}}{\sqrt{1-0.99}} = 1.8 \times 10^{-7}\text{s}$$

则 $l = v\Delta t = 0.99 \times 3 \times 10^{8} \times 1.8 \times 10^{-7} \underline{= 52.6\text{m}}$

例. π介子寿命为2.5×10^{-8}s，以 $v = 0.99c$ 的速度相对实验室直线运动，求在实验室看π介子运动的距离？



$$\boxed{L = L_{原长}\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}}$$

解: π介子（S' 系）看

实验室以速度v离它而去, 远离的距离为

$$L' = v\Delta t' = 2.5\times10^{-8}\times0.99c = 7.4\ m$$

实验室（S系）看

$$L' = L\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}$$

$$L = 52.5\ m$$

洛仑兹变换

$$\begin{cases} x' = \dfrac{x - vt}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \dfrac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} \end{cases}$$

令:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$\beta = \frac{v}{c}$$

$$\begin{cases} x' = \gamma(x - vt) \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \gamma\left(t - \dfrac{v}{c^2}x\right) \end{cases}$$

从S'系 $\rightarrow$ S系的变换

$$\begin{cases} x = \gamma(x' + vt') \\ y = y' \\ z = z' \\ t = \gamma\left(t' + \dfrac{v}{c^2}x'\right) \end{cases}$$

自然界的“因果律”在相对论中不会颠倒！

从事件A ⟶ 事件B, 传递一种“作用”或“信号”

传递的时间 $\Delta t = t_2 - t_1$

传递的距离 $\Delta x = x_2 - x_1$

传递的速度 $u = \Delta x / \Delta t \le c$

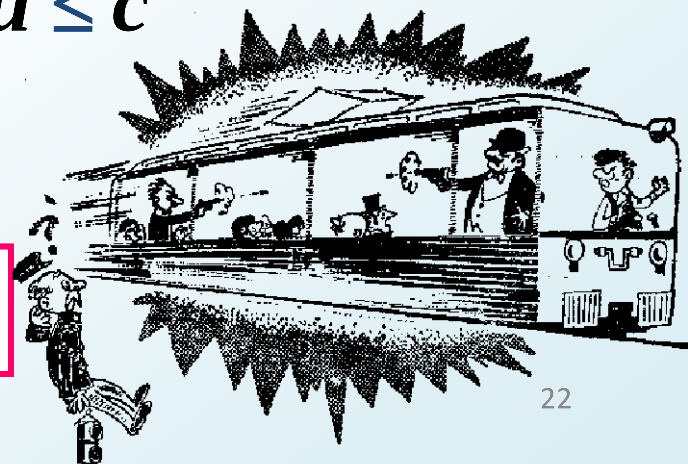
$$\Delta t' = \frac{\Delta t - \frac{v}{c^2}\Delta x}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}} = \frac{\Delta t}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}}\left[1 - \underbrace{\frac{\Delta x}{\Delta t}}_{u}\frac{v}{c^2}\right]$$

若 $x_2 < x_1$， 则$\Delta x < 0$， $u < 0$， Δt 与$\Delta t'$同号

若 $x_2 > x_1$， 则$\Delta x > 0$， $u > 0$， 由于 $u \le c$

那么: Δt 与 $\Delta t'$总是同号!

因果律在惯性系是绝对的!

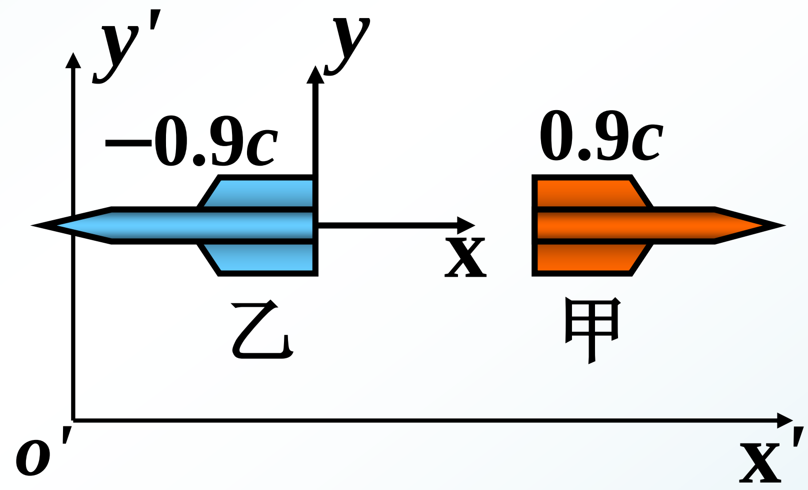


洛仑兹速度变换

$$\begin{cases} u'_x = \dfrac{u_x - v}{1 - \dfrac{v}{c^2}u_x} \\ u'_y = \dfrac{u_y}{1 - \dfrac{v}{c^2}u_x}\sqrt{1-(\dfrac{v}{c})^2} \\ u'_z = \dfrac{u_z}{1 - \dfrac{v}{c^2}u_x}\sqrt{1-(\dfrac{v}{c})^2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} u_x = \dfrac{u'_x + v}{1 + \dfrac{v}{c^2}u'_x} \\ u_y = \dfrac{u'_y}{1 + \dfrac{v}{c^2}u'_x}\sqrt{1-(\dfrac{v}{c})^2} \\ u_z = \dfrac{u'_z}{1 + \dfrac{v}{c^2}u'_x}\sqrt{1-(\dfrac{v}{c})^2} \end{cases}$$

例. 在地面测到两个飞船分别以$0.9c$和$-0.9c$的速度向相反方向飞行，求其中一飞船看另一飞船的速度是多少？



解：设S系静止在乙飞船上

S' 系静止在地面上

S'系相对S系的速度

$$v = 0.9c$$

甲船相对S' 系的速度 $u'_x = 0.9c$

甲船相对S系（乙船）的速度

$$u_x = \frac{u'_x + v}{1 + \frac{v}{c^2} u'_x} = \frac{0.9c + 0.9c}{1 + 0.9 \times 0.9} = 0.994475c$$

$u_y = u'_y = 0 \quad u_z = u'_z = 0 \longrightarrow u = 0.994475c < c$

相对论质量

$$m = m_0 \frac{1}{\sqrt{1-(\frac{u}{c})^2}}$$

静止质量

m: 当物体相对于观察者以速度u运动时的质量;

m_0: 当物体相对于观察者静止(u=0)时的质量。

——质速关系式

动力学方程

$$\vec{F} = \frac{\mathrm{d}\vec{P}}{\mathrm{d}t} = m\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} + \vec{v}\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}}\vec{v}\right)$$

相对论动量 $\vec{P} = m\vec{v} = \dfrac{m_0}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}}\vec{v}$

相对论动能 $E_k = \int \vec{F}\cdot d\vec{r} = mc^2 - m_0c^2$

相对论能量 $E = mc^2$ ——**相对论质能关系**

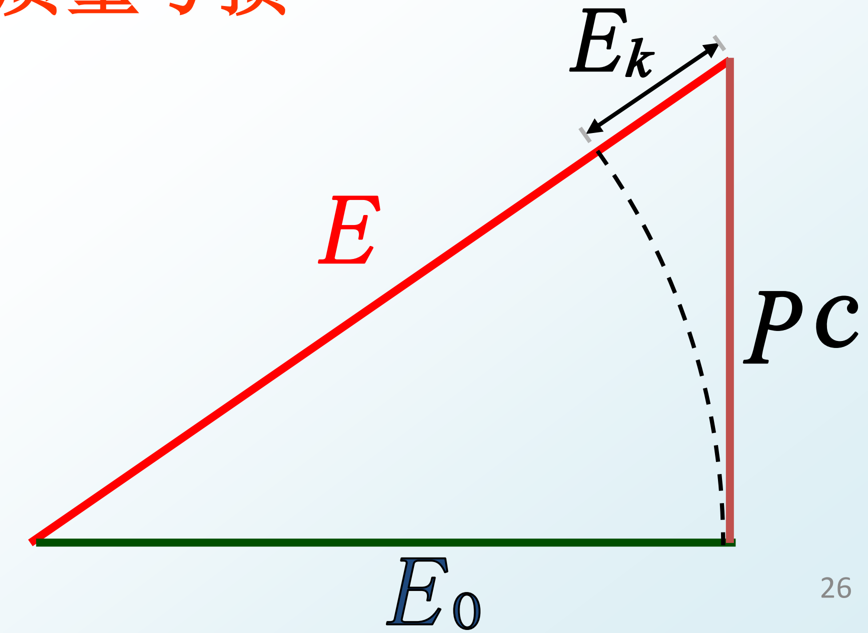
$E = E_k + m_0c^2$

$\boxed{\Delta E = \Delta m_0 c^2}$ 质量亏损

能量与动量的关系

$E^2 = (Pc)^2 + E_0^2$

$P = \dfrac{1}{c}\sqrt{2E_kE_0 + E_k^2}$



第九章 气体动理论

理想气体 → 理想气体状态方程

$$PV = \nu RT$$

平衡态
准静态过程 → 过程曲线、过程方程

统计规律 → 理想气体的温度与压强

$$P = \frac{2}{3} n \overline{\varepsilon_t}$$

$$\overline{\varepsilon_t} = \frac{3}{2} kT$$

能量按自由度均分 → 平均平动动能，内能

$$\bar{\varepsilon} = \frac{t + r + 2s}{2} KT$$

麦克斯韦速率分布 → 三个特征速率

真实分子的问题

热力学第零定律

理想气体

（1）分子本身大小忽略不计

（2）分子间相互作用忽略不计

（3）分子间、分子与器壁间的碰撞是弹性碰撞

理想气体是大量不停的、无规则运动着的、无引力[第（2）条]的弹性[第（3）条]质点[第（1）条]的集合。

理想气体的状态方程

$$PV=\nu RT \Leftarrow \boxed{k=\frac{R}{N_A}} \Rightarrow P=nkT$$

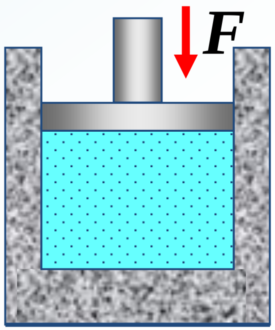
（混合气体，P131）

平衡态、准静态过程

一个系统在不受外界影响的条件下，若其宏观性质不再随时间变化，则此系统处于热力学平衡态。

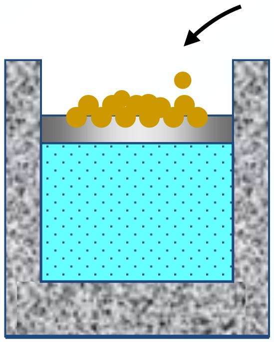
若系统在变化过程中经历的每一状态都无限接近于平衡态，则此过程称为准静态过程。

快速压缩



非平衡过程

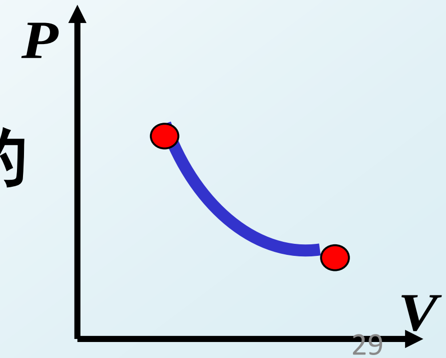
设想



无限缓慢

趋近平衡态过程

对准静态过程中间状态的平衡态及系统的准静态变化过程均可用状态图表示



理想气体的温度与压强

宏观 ⟷ 统计规律 ⟷ 微观

$$P=\frac{2}{3}n\overline{\varepsilon_t}$$

压强P是大量气体分子与器壁不断碰撞的结果，是统计平均值，对单个分子谈压强没有意义。

$$\overline{\varepsilon_t}=\frac{3}{2}kT$$

温度T是统计平均值，是大量微观分子热运动的集体表现，谈论单个分子的温度没有意义。

$$\overline{\varepsilon_t}=\frac{1}{2}m\overline{v^2}$$

(分子的平均平动动能)

➢ 能量均分定理:

自由度:

决定一物体的空间位置所需要的独立坐标数

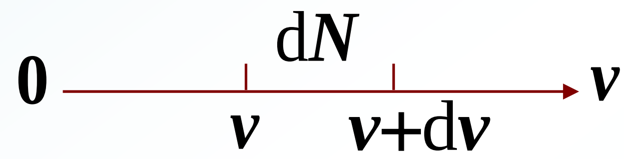
分子的平均平动动能 $\bar{\varepsilon}_t = \frac{3}{2}kT$

分子平均动能: $\bar{\varepsilon}_k = \frac{i}{2}kT = \frac{t+r+s}{2}kT$

分子的平均总能量: $\bar{\varepsilon} = \frac{t+r+2s}{2}kT$

1 mol分子的内能: $E = \frac{t+r+2s}{2}RT$ （P136-137）

麦克斯韦速率分布律



对处在温度为T 的平衡态下的理想气体, 如果在 v — v+dv 的速率区间 dv 内有dN个分子,

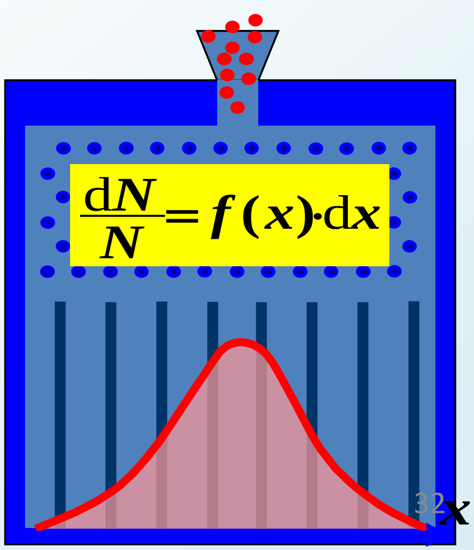
$$\frac{\mathrm{d}N}{N}=f(v)\cdot \mathrm{d}v=4\pi\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}}\cdot e^{-\frac{mv^2}{2kT}}\cdot v^2\cdot \mathrm{d}v$$

分布律

其中: $$f(v)=\frac{\mathrm{d}N}{N\mathrm{d}v}=4\pi\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}}\cdot e^{-\frac{mv^2}{2kT}}\cdot v^2$$

分布函数

它表示： 处在温度为T 的平衡态下的理想气体，在v 附近 的单位速率区间内的分子数占总分子数的比例。



分子的三个特征速率

$$v_p = \sqrt{\frac{2RT}{M}} < \bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} < \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

最概然速率　　平均速率　　方均根速率

求分子的平均速率及分子的方均根速率的方法可以推广。任意一个与分子速率v有关的微观物理量$g(v)$的统计平均值由下式计算：

$$\overline{g(v)} = \frac{\int g(v) f(v) \mathrm{d}v}{\int f(v) \mathrm{d}v}$$

若是对所有速率(v从0到∞)的分子求平均,则分母的值为1.

下列各式的物理意义

$$\boxed{f(v)=\frac{\mathrm{d}N_v}{N\mathrm{d}v}}$$

(1) $\int_{v_1}^{v_2} Nf(v)\mathrm{d}v=\int_{v_1}^{v_2}\mathrm{d}N$

(2) $\int_{v_1}^{v_2} f(v)\mathrm{d}v=\frac{1}{N}\int_{v_1}^{v_2}\mathrm{d}N$

(3) $f(v)\mathrm{d}v=\frac{\mathrm{d}N}{N}$

(4) $\dfrac{\int_{v_1}^{v_2} vf(v)\mathrm{d}v}{\int_{v_1}^{v_2} f(v)\mathrm{d}v}$

(5) $f(v)=\frac{\mathrm{d}N}{N\mathrm{d}v}$

(1) 速率在v附近单位速率间隔内的分子数占总分子数的比

(2) 速率在v — v+dv间隔内的分子数占总分子数的比

(3) 速率在v_1— v_2间隔内的分子数占总分子数的比

(4) 速率在v_1— v_2间隔内的分子数

(5) 速率在v_1— v_2间隔内的分子的平均速率

对真实气体的几点简介

- 分子的碰撞——平均碰撞频率与平均自由程

$$\overline{Z}=\sqrt{2}n\pi d^2\overline{\upsilon}$$

$$\overline{\lambda}=\frac{\overline{\upsilon}}{\overline{Z}}=\frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}$$

- 偏离平衡态

动量的输运 → 粘滞现象

能量的输运 → 热传导

质量的输运 → 扩散

$$\mathrm{d}P=\mathrm{d}f\mathrm{d}t=-\eta\left(\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}y}\right)\mathrm{d}S\mathrm{d}t$$

$$\mathrm{d}Q=-\kappa\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}y}\mathrm{d}S\mathrm{d}t$$

$$\mathrm{d}m=-D\frac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}y}\mathrm{d}S\mathrm{d}t$$

- 范德瓦尔斯方程
  - 体积修正
  - 分子引力修正

$$\left(P+\frac{m^2}{M^2}\frac{a}{V^2}\right)\left(V-\frac{m}{M}b\right)=\frac{m}{M}RT$$

第十章热力学基础

热力学第一定律

- 功
- 热量 ← 热容
- 内能

⇒

- 等温过程
- 等容过程
- 等压过程
- 绝热过程
- 多方过程

循环 → 热机的效率

卡诺循环 → 卡诺定律 → 克劳修斯熵 → 熵增加原理

玻尔兹曼熵（热二律的统计意义）

热力学第二定律

- 开尔文表述
- 克劳修斯表述

方向：无序性增大

功、热量、内能

热力学系统与外界传递能量的两种方式 $\begin{cases} \text{作功} \\ \text{传热} \end{cases}$

- 功(A)　是能量传递和转化的量度；是过程量。
  系统对外作功：$A > 0$　；　外界对系统作功：$A < 0$
- 热量(Q)　是传热过程中所传递能量的多少的量度；
  系统吸热：　$Q > 0$　；系统放热：$Q < 0$
- 内能(E)　是物体中分子无规则运动能量的总和；　是状态量

E是T的单值函数！
（仅对理想气体而言）

热力学第一定律

所以 $\boxed{Q = \Delta E + A}$ ——热力学第一定律

对于无限小过程, 有:

$\boxed{\mathrm{d}Q = \mathrm{d}E + \mathrm{d}A}$ ——热力学第一定律的微分形式

正负号约定:

Q >0, 系统从外界吸热； Q <0, 系统向外界放热.

A >0, 系统对外做正功； A <0, 系统对外做负功.

定律适用范围：任何热力学系统的任何热力学过程

（对准静态过程可计算Q、A）

气体对外的**总功**(过程量) $\boxed{A=\int_{V_1}^{V_2} p\mathrm{d}V}$ —功的表达式

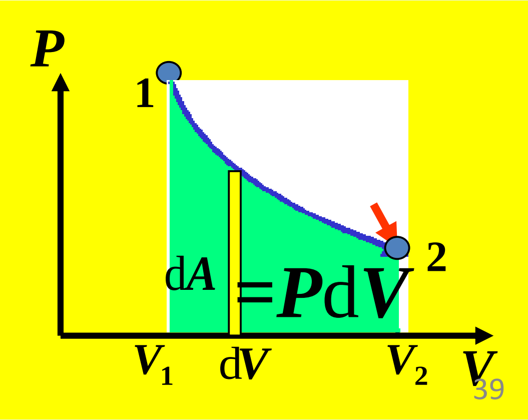
气体吸收的**热量**(过程量) $\boxed{Q=\int_{T_1}^{T_2} C\mathrm{d}T=\nu\int_{T_1}^{T_2} C_m\mathrm{d}T}$ —热量表达式

气体增加的**内能**(状态量) $\boxed{\Delta E=\nu C_{V,m}\Delta T}$ —内能表达式

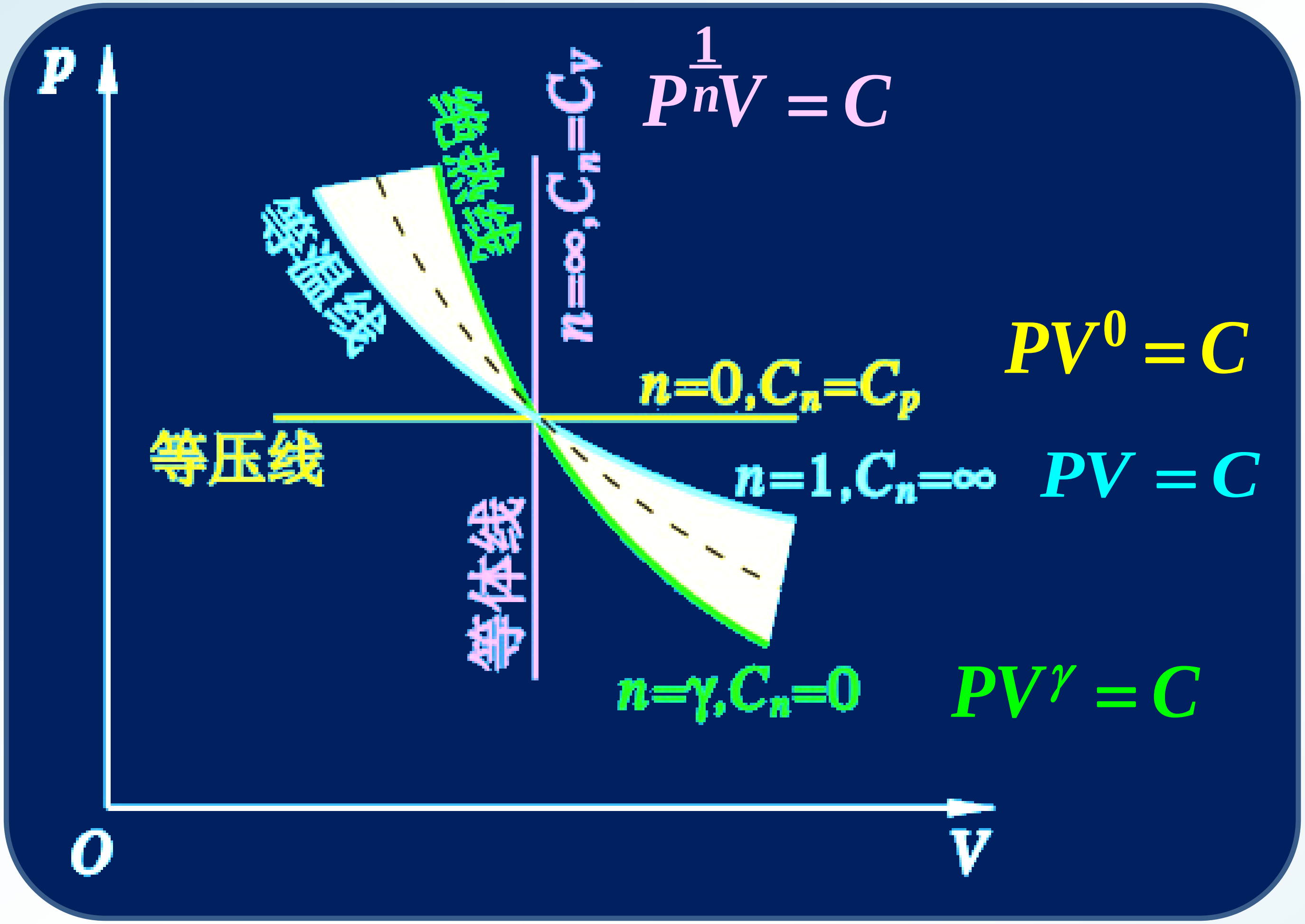
定容mol热容量 $\boxed{C_{V,m}=\frac{1}{\nu}C_V=\frac{1}{\nu}\left(\frac{đQ}{\mathrm{d}T}\right)_V}=\frac{\mathrm{d}E_{mol}}{\mathrm{d}T}=\frac{1}{2}(i+s)R$

定压mol热容量 $\boxed{C_{p,m}=\frac{1}{\nu}C_p=\frac{1}{\nu}\left(\frac{đQ}{\mathrm{d}T}\right)_p}=C_{V,m}+R$

E是T的单值函数！
(仅对理想气体而言)



常见基本过程曲线



$$PV=\nu RT$$

$$Q=\Delta E+A$$

$$PV^n=C$$

温度不变：　ΔE=0
体积不变：　A=0
绝热过程：　Q=0

过程	等温过程	等容过程	等压过程	绝热过程
特点	$\mathrm{d}T=0$	$\mathrm{d}V=0$	$\mathrm{d}p=0$	$\mathrm{d}Q=0$
过程方程	$pV=C_1$	$p/T=C_2$	$V/T=C_3$	$pV^{\gamma}=C_4$
热一定律	$Q=A$	$Q=\Delta E$	$Q=\Delta E+A$	$\Delta E+A=0$
ΔE	0	$\nu C_{V,m}\Delta T$	$\nu C_{V,m}\Delta T$	$\nu C_{V,m}\Delta T$
A	$\nu RT\ln(V_2/V_1)$	0	$p\Delta V=\nu R\Delta T$	$(p_2V_2-p_1V_1)/(1-\gamma)$ $=-\Delta E$
Q	$\nu RT\ln(V_2/V_1)$	$\nu C_{V,m}\Delta T$	$\nu C_{p,m}\Delta T$	0

特点：

1) $\Delta E \propto \Delta T$ ~ 状态量；

2) $A=\int_{V_1}^{V_2} P\mathrm{d}V$ ~ 过程量；

3) $Q=\frac{m}{M}C\Delta T$ ~ 过程量。

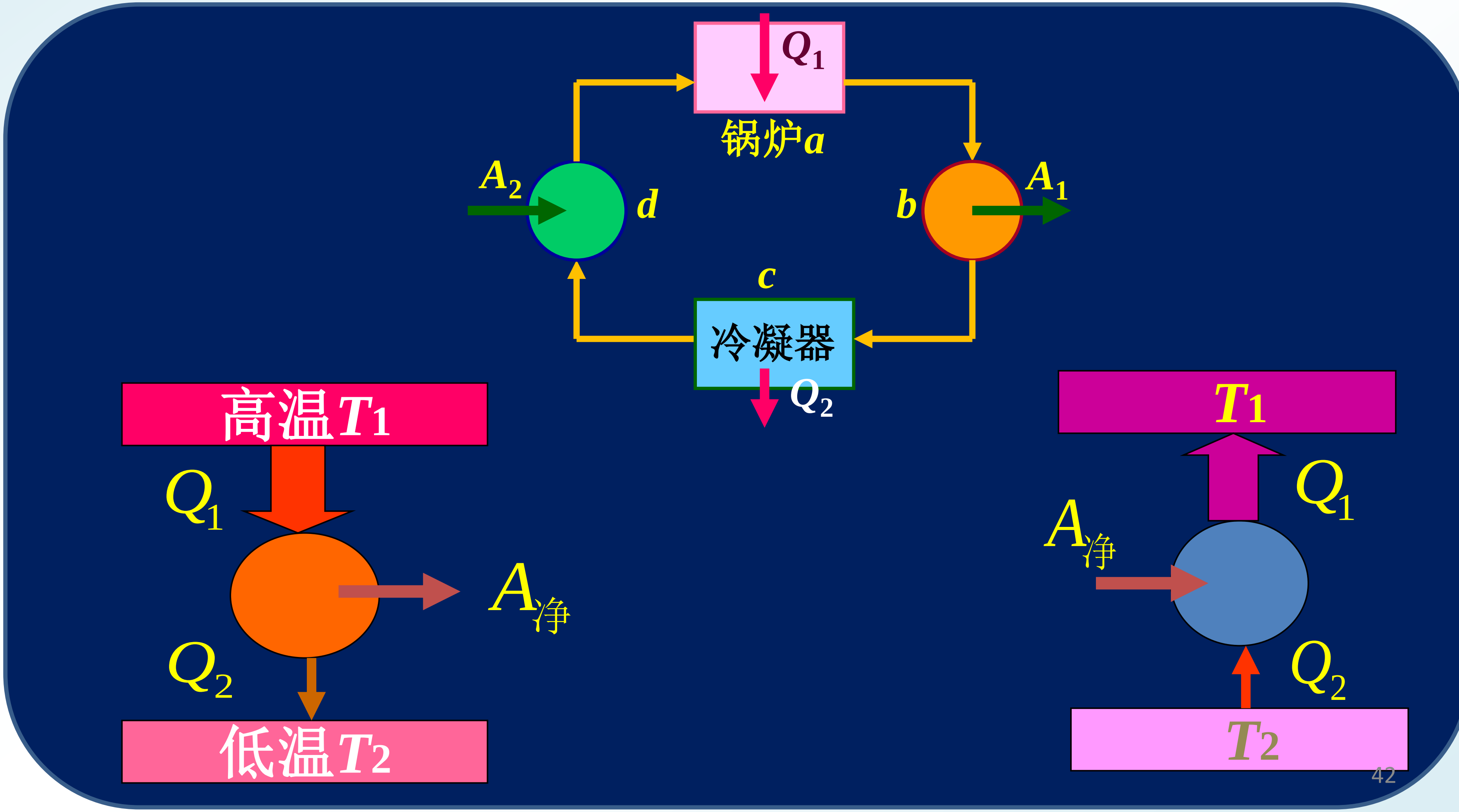
$$\begin{cases} C_{V,m}=\dfrac{i+s}{2}R \\ C_{P,m}=C_V+R \\ C_T \to \infty \\ C_S=0 \end{cases}$$

循环、热机

系统的工质, 经一系列变化又回到了初始状态的整个过程, 称为循环过程。

工质回到初态 $\Delta E = 0$

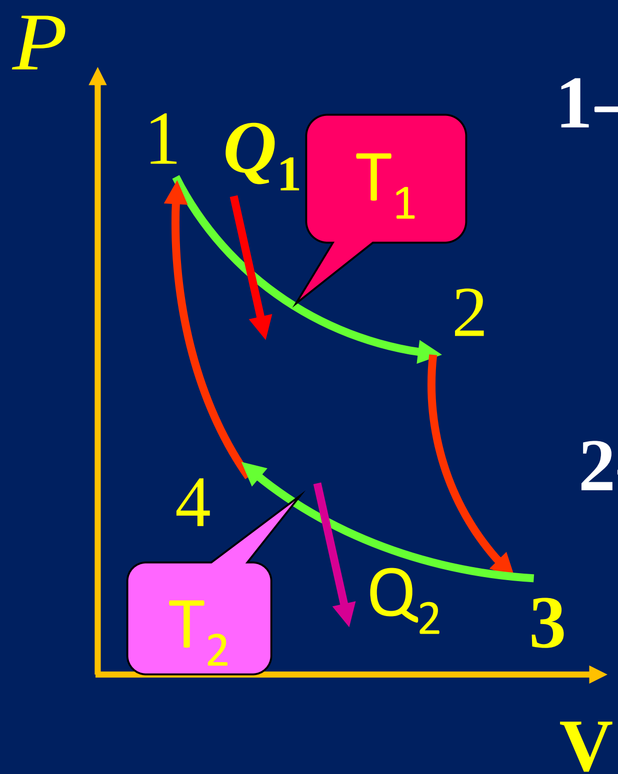
$$A_{净} = Q_1 - |Q_2|$$



卡诺循环 ——理想的准静态循环

卡诺热机

由两个等温和两个绝热过程组成的正循环



1→2等温：

- 系统对外做功 $A_{12}=\nu RT_1\ln\frac{V_2}{V_1}$
- 系统从外吸热 $Q_1=A_{12}>0$

2→3绝热：

- 系统对外做功 $A_{23}=\nu C_{V,m}(T_1-T_2)$
- 系统从外吸热 $Q=0$

3→4等温：

- 系统对外做负功 $A_{34}=-\nu RT_2\ln\frac{V_3}{V_4}$
- 系统对外放热 $Q_2=A_{34}<0$

循环、卡诺循环及其效率

对任意正循环热机，定义热机工作效率——η

$$\boxed{\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \left|\frac{Q_2}{Q_1}\right|}$$

放热

对任意逆循环热机，定义热机致冷系数——w

$$\boxed{w = \frac{Q_2}{A} = \frac{|Q_2|}{|Q_1| - |Q_2|}}$$

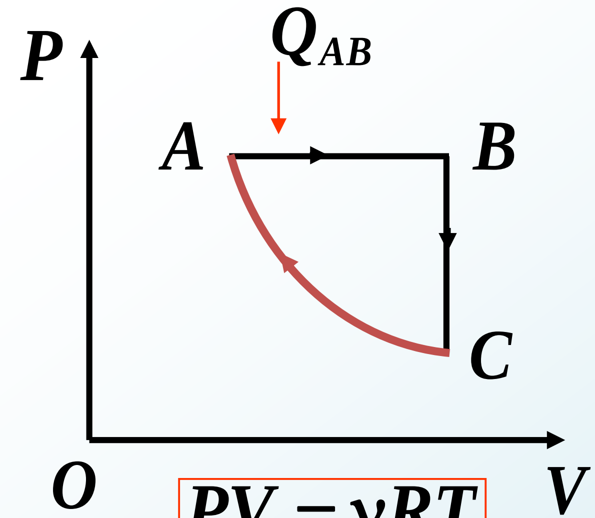
Q_2 为从低温热源吸收的热量

Q_1 为向高温热源放出的热量

卡诺热机，工作效率：$\eta_c = \frac{A_{净}}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \left|\frac{Q_2}{Q_1}\right| = 1 - \frac{T_2}{T_1}$

卡诺致冷机，致冷系数：$w_c = \frac{Q_2}{Q_1 - Q_2} = \frac{T_2}{T_1 - T_2}$

例： 1000mol空气, C_P=29.2J/(K·mol)，开始为标准状态A, $P_A=1.01\times10^5$Pa, T_A=273K, V_A=22.4m³, 等压膨胀至状态B, 其容积为原来的2倍,然后经如图所示的等容和等温过程回到原态A, 完成一次循环。求循环效率。



$\boxed{PV=\nu RT}$

解：（1）等压膨胀过程 $A\rightarrow B$

$$A_{AB}=P_A(V_B-V_A)=P_AV_A$$

$$=1.01\times10^5\times22.4=2.26\times10^6\text{J}$$

$$Q_{AB}=\nu C_P(T_B-T_A)$$

$$\because\frac{V_B}{V_A}=\frac{T_B}{T_A}\qquad\therefore T_B=\frac{V_B}{V_A}T_A=2\times273=546\text{K}$$

$$\therefore Q_{AB}=\nu C_P(T_B-T_A)=1000\times29.2\times(546-273)$$

$$=7.97\times10^6\text{ J}$$

$$\boxed{\eta=\frac{A_{净}}{Q_{总吸}}=\frac{Q_1-|Q_2|}{Q_1}}$$

$$\boxed{Q=\Delta E+A}$$

$$\boxed{PV=\nu RT}$$

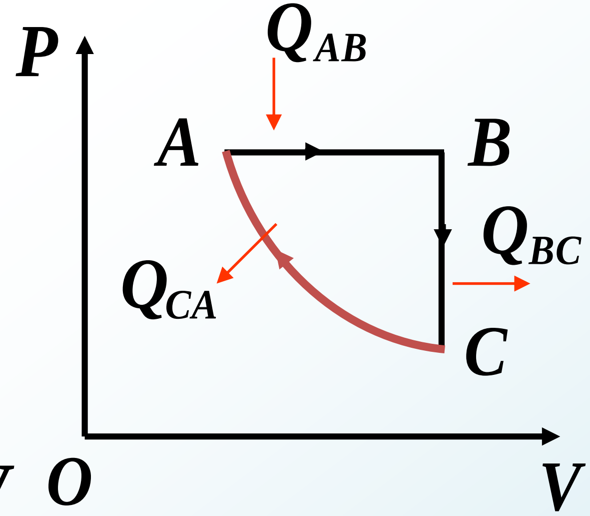
（2）等容降温过程 $B\rightarrow C$

$$Q_{BC}=E_C-E_B=\nu C_V\left(T_C-T_B\right)$$

$$=\nu(C_P-R)\left(T_C-T_B\right)$$

$$=1000\times\left(29.2-8.31\right)\times\left(273-546\right)$$

$$=-5.70\times10^{6}\,\mathrm{J}$$



（3）等温压缩过程 $C\rightarrow A$

$$Q_{CA}=A_{CA}=\int_{V_C}^{V_A}P\mathrm{d}V=\int_{V_C}^{V_A}\frac{\nu RT_A}{V}\mathrm{d}V$$

$$=\nu RT_A\ln\frac{V_A}{V_C}=\nu RT_A\ln\frac{V_A}{V_B}$$

$$=1000\times8.31\times273\,ln\frac{1}{2}=-1.57\times10^{6}\,\mathrm{J}$$

循环过程净功为:

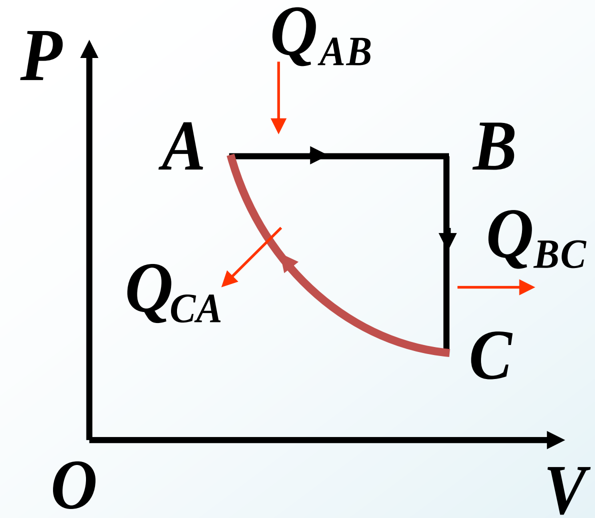
$$A = A_{AB} + A_{CA}$$
$$= 2.26\times10^6 - 1.57\times10^6$$
$$=0.69\times10^6\,\mathrm{J}$$

$Q_{AB}=7.97\times10^6\,\mathrm{J}$

$Q_{BC}=-5.70\times10^6\,\mathrm{J}$

$Q_{CA}=-1.57\times10^6\,\mathrm{J}$

$$Q_{BC}+Q_{CA}=Q_2$$



循环过程在高温热源吸热为:

$$Q_1=Q_{AB}=7.97\times10^6\,\mathrm{J}$$

循环效率:

$$\eta=\frac{A}{Q_1}=\frac{0.69\times10^6}{7.97\times10^6}=8.7\%$$

或:

$$\eta=1-\frac{|Q_{BC}+Q_{CA}|}{Q_1}=8.7\%$$

可逆过程与不可逆过程

可逆过程

若在某过程中系统由 ***a*** 态变化到 ***b*** 态。如能使系统由 ***b*** 态回到 ***a*** 态，且周围一切也各自恢复原状，那么 ***ab*** 过程称为可逆过程。

无摩擦的准静态过程都是可逆的, 即*P-V* 图上的过程

可逆过程是一种理想情况，实际上散热、摩擦等情况总是存在的，并且实际过程也不可能“无限缓慢地进行”.

P172 两个例子

卡诺定理及熵的定义

卡诺定理指出：

$$\eta_{\text{任意}} \equiv \frac{A_{\text{净}}}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} \le 1 - \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \oint_{\text{任意循环过程}} \frac{dQ}{T} \le 0$$

热力学系统新的状态参量(函数)熵的定义：

$$S_2 - S_1 = \int_{1\,\text{可逆}}^{2} \frac{đQ}{T}$$ ——熵的定义

$$S_2 - S_1 \ge \int_1^2 \frac{đQ}{T} \qquad dS \ge \frac{đQ}{T}$$

“>” —积分沿不可逆过程

“=” —积分沿可逆的过程

$$\int_{1(\text{可逆})}^{2} \frac{đQ}{T} = S_2 - S_1$$

如果沿可逆过程积分，则积分值恰等于熵差

$$\int_{1(\text{不可逆})}^{2} \frac{đQ}{T} < \int_{1(\text{可逆})}^{2} \frac{đQ}{T} = S_2 - S_1$$

若沿不可逆过程积分，则积分值就小于熵差

热力学第二定律→熵增原理

对于一个绝热系统有$đQ=0$， 则$\Delta S \geq 0$

“>”——不可逆绝热过程

“=”——可逆的绝热过程

绝热系统的熵永不减少$\Delta S \geq 0$——熵增加原理

热力学第二定律的文字描述：

开氏： 不可能制成这样一种循环动作的热机， 只从单一热源吸收热量使之完全变为有用的功(单一热源不能做功)

——功热转换过程具有方向性

克氏： 热量不可能自动的从低温物体传向高温物体

——热传导过程具有方向性

热力学第二定律的反应的实质：

指明了自然界中一切自发的过程都具有方向性(不可逆性)

例10.设两个物体A、B的温度分别为T_1和T_2且$T_1>T_2$。当它们接触后有热量$\mathrm{d}Q>0$由A传向B,将两者看成一个孤立系统，求此系统的熵变。

解：因$\mathrm{d}Q$很小A、B的温度可视为不变，故可设想A、B均经历了一个可逆的等温过程。

$$\therefore \mathrm{d}S_A = \frac{\mathrm{d}Q_A}{T_1} = \frac{-\mathrm{d}Q}{T_1}$$

$$\mathrm{d}S_B = \frac{\mathrm{d}Q_B}{T_2} = \frac{\mathrm{d}Q}{T_2}$$

$$\mathrm{d}S = \mathrm{d}S_A + \mathrm{d}S_B = \mathrm{d}Q \; \frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \quad > 0$$

可逆过程，$T_1 = T_2$（温差无限小）

P176 底 “系统热源温差无限小”

例: 500℃的钢片放入绝热油槽中冷却。油的初温为20 ℃, 钢片的质量为m_1=1.302×10^{-1}kg, 比热容为c =4.61×10^{2}J/(kg·K),油的热容量为C=2000J/K。求钢片与油组成的系统的熵变。

解: 设达到热平衡时的温度为T

钢片放出的热量等于油吸收的热量，所以

$$m_1 c\left(T_1 - T\right) = C\left(T - T_2\right) \rightarrow T = 307\text{K}$$

理由？

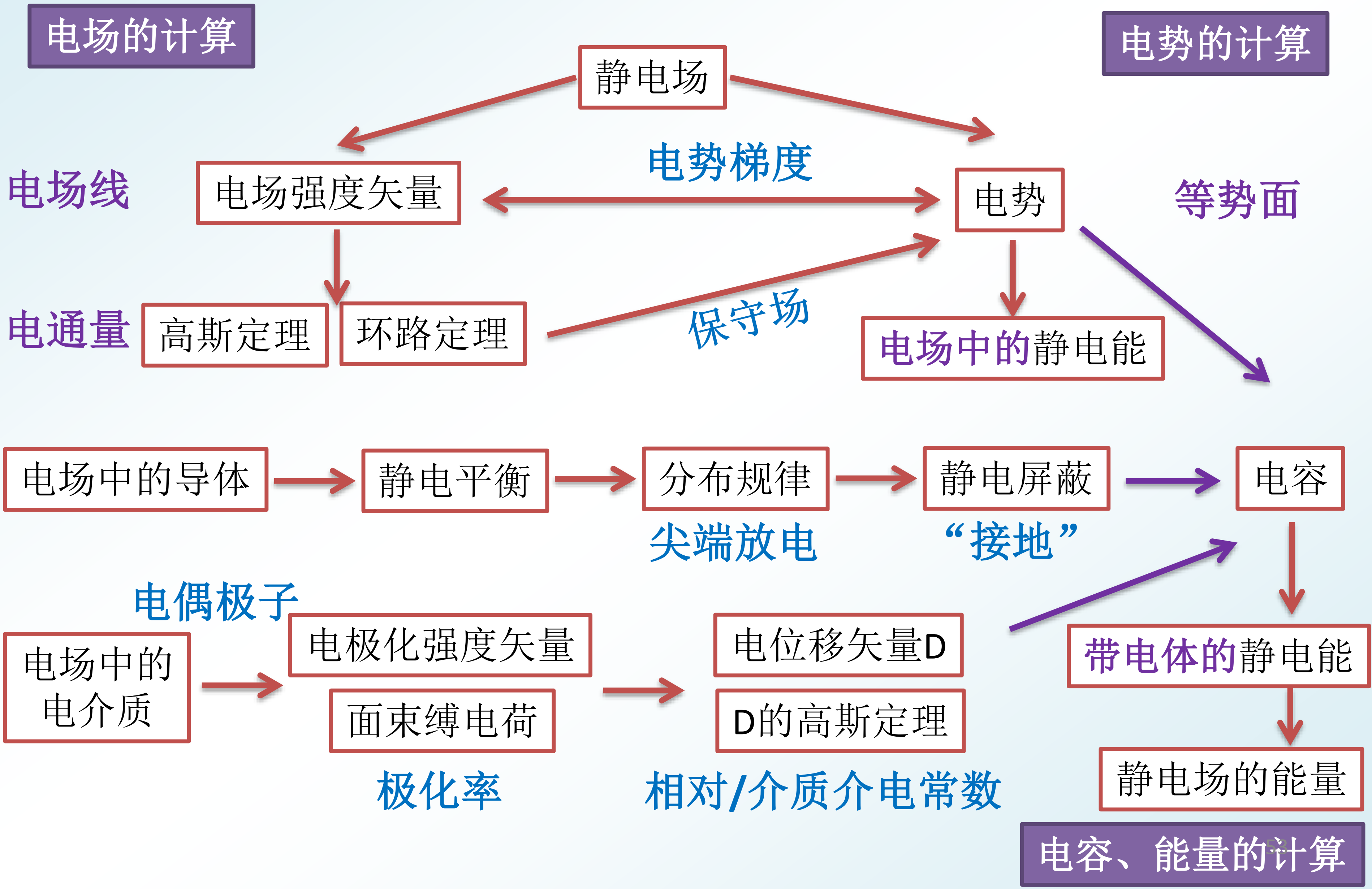
$$\Delta S_{钢} = \int \frac{\text{đ}Q}{T} = \int_{T_1}^{T} \frac{m_1 c \mathrm{d}T}{T} = m_1 c \ln\frac{T}{T_1} = -55.4\text{J/K}$$

$$\Delta S_{油} = \int \frac{\text{đ}Q}{T} = \int_{T_2}^{T} \frac{C \mathrm{d}T}{T} = C \ln\frac{T}{T_2} = 2000 \times \ln\frac{307}{293} = 93.0\text{J/K}$$

系统总熵变为:

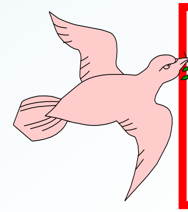
$$\Delta S = -55.4 + 93.0 = 37.6(\text{J/K})$$

第六章 静电场



电场的计算
电势的计算
静电场
电场线
电场强度矢量
电势梯度
电势
等势面
电通量
高斯定理
环路定理
保守场
电场中的静电能
电场中的导体
静电平衡
分布规律
静电屏蔽
电容
尖端放电
“接地”
电偶极子
电场中的电介质
电极化强度矢量
面束缚电荷
电位移矢量D
D的高斯定理
带电体的静电能
极化率
相对/介质介电常数
静电场的能量
电容、能量的计算

库仑定律　（适用于点电荷）

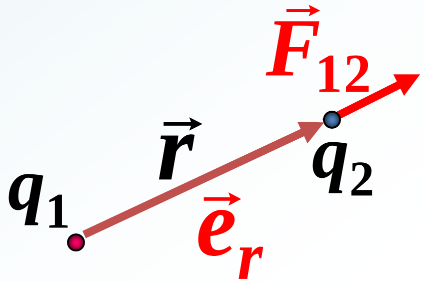


$$\vec{F} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r$$

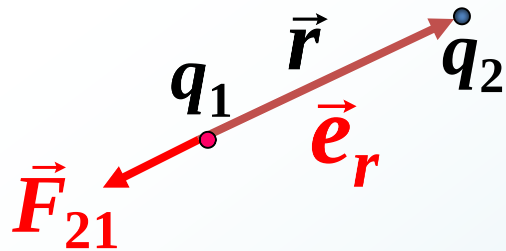
（注意系数）

电荷q_2受电荷q_1的力

$$\vec{F}_{12} = k\frac{q_1 q_2}{r^2}\vec{e}_r$$



电荷q_1受电荷q_2的力 $\vec{F}_{21} = -k\dfrac{q_1 q_2}{r^2}\vec{e}_r$



电力叠加原理　$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \cdots + \vec{F}_n$

场强叠加原理　$\vec{E}_P = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \cdots + \vec{E}_n$　$\vec{E} = \int \dfrac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r$

电势叠加原理　$V_P = V_1 + V_2 + \cdots + V_k$　$V_P = \int_q \dfrac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r}$

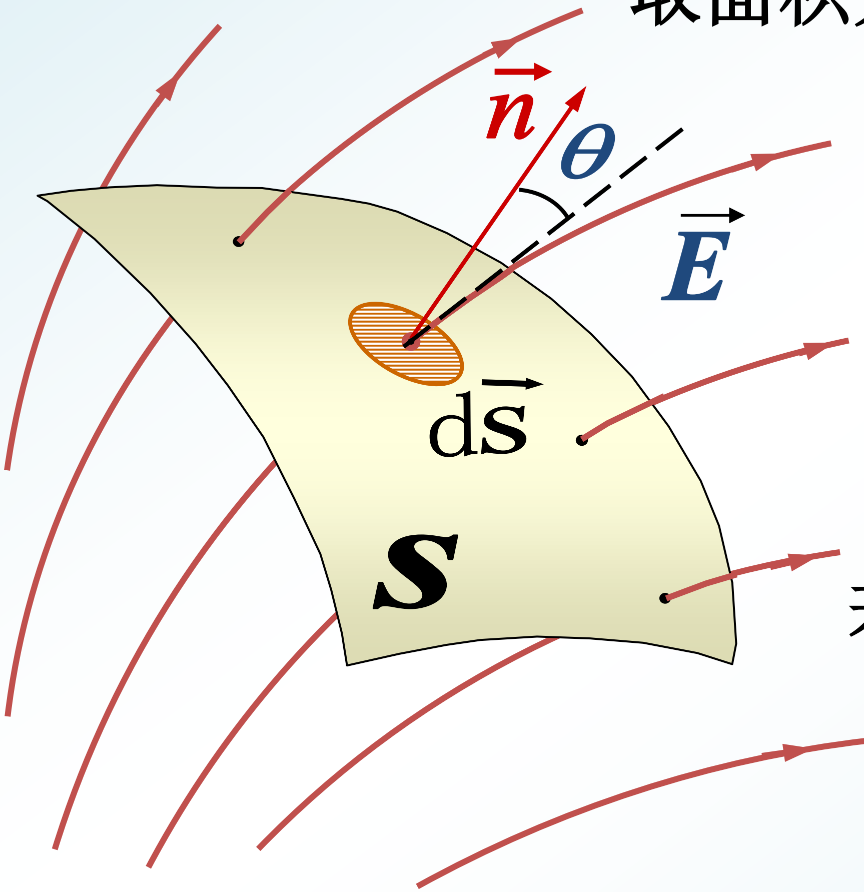
电（磁）通量

$$\Phi_E = ES\cos\theta = \vec{E}\cdot\vec{S}$$

曲面S上，各点 E 大小方向均不同（均匀场, 平面）

取面积元dS，其上的电通量

$$\mathrm{d}\Phi_E = \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$$



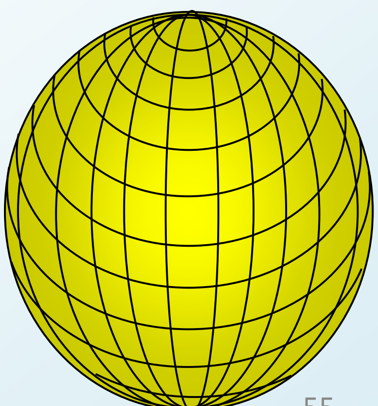
S 面上的总通量

可正可负

$$\Phi_E = \int \mathrm{d}\Phi_E = \int_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

若S为闭合曲面

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

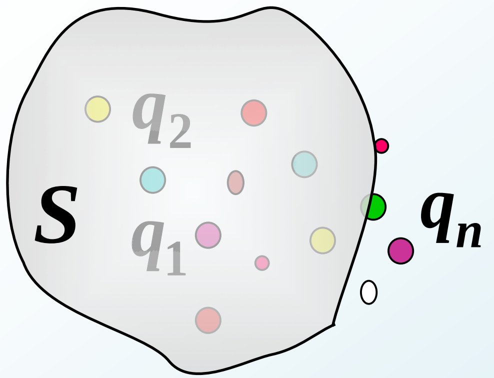


注意

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{S\text{内}} q_i$$

1 °Φ_E只决定于S面包围的电荷，S面外的电荷对 Φ_E无贡献。

2 °封闭面S 上的场强 $\vec{E}$ 是由S内的电荷产生，而与S外的电荷无关吗？



$\vec{E}$是由**全部电荷**共同产生的合场强

q_i 移动，Φ_E是否有变化？$\vec{E}$ 呢?

3 °若S内的电荷是连续分布

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_V \rho\, \mathrm{d}V$$

曲面S内带电体的体积

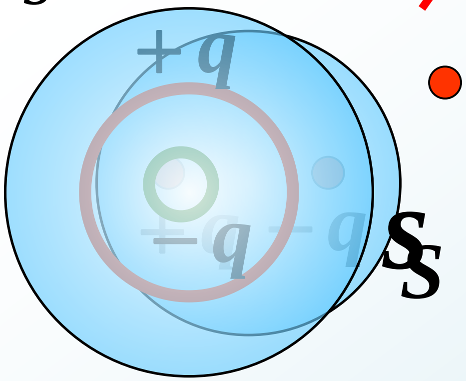
讨论

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{S内} q_i$$

下列说法是否正确：

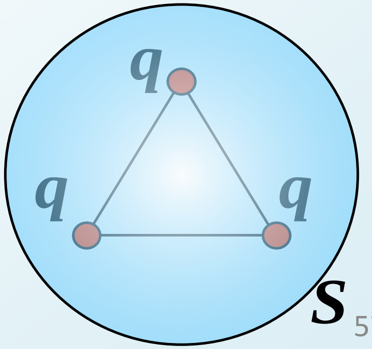
1 º 应用高斯定理的条件是电场必须具有对称性 ✗

2 º 静电场中任一闭合曲面S, 若有 $\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = 0$, 则$S$面上的$E$处处为零。（如图） ✗



3 º 若闭合曲面 S 上各点的场强为零时，则S面内必定未包围电荷。✗（如图）

4 º 三个相等的点电荷置于等边三角形心三个顶点上, 以三角形的中心为球作一球面S如图, 能否用高斯定理求S面上的场强。

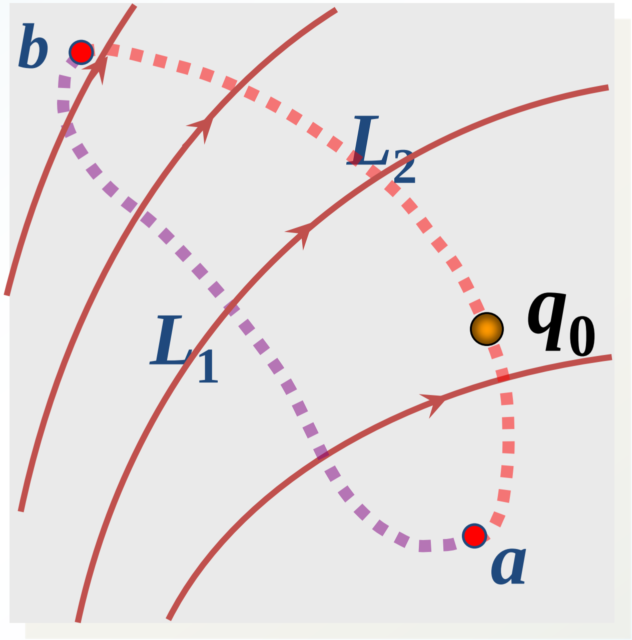


不行！ 但有 $\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \dfrac{3q}{\varepsilon_0}$ 成立

电势、电势能

$$\int_{a\,(L_1)}^{b}\vec{E}\cdot d\vec{l}=\int_{a\,(L_2)}^{b}\vec{E}\cdot d\vec{l}$$

存在与位置有关的标量函数



1. 电势差、电势

定义： a、b两点的电势分别为 V_a、V_b，则两点间的电势差为

$$\boxed{V_a - V_b = \int_a^b \vec{E}\cdot d\vec{l}}$$

即 a、b两点的电势差 = 将单位正电荷从$a\rightarrow b$电场力作的功

电场中任意点P的电势

$$V_P = \int_P^{V=0}\vec{E}\cdot d\vec{l}$$

单位：V或J/C

注

$$V_P=\int_P^{V=0}\vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

2º 由定义式 $V_a-V_b=\dfrac{A_{ab}}{q_0}$ 有 $A_{ab}=q_0(V_a-V_b)$

4º 电势是相对量，相对于 V=0 处而言。

原则上可选电场中任意一点的电势为零。

电势零点的选取

- 理论上
  - 电荷分布在有限空间，取无穷远点为 $V=0$
  - 电荷分布在无限空间，取有限远点为 $V=0$
- 一般工程上
  - 选大地或设备外壳为 $V=0$ 点

等势面

等势面与电场线的关系：

$$V_a - V_b = \int_a^b \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

（1）电场线与等势面处处正交

（2）电场线方向指向电势降低方向

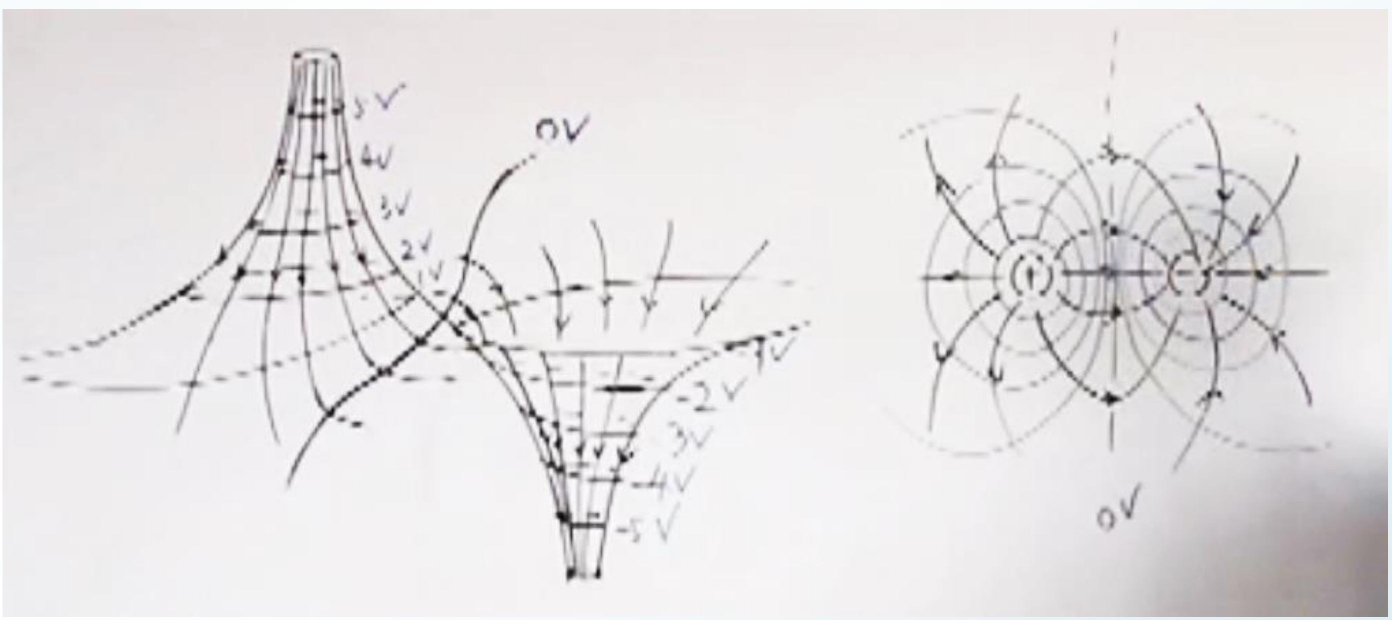
$$A_{ab} = q_0 \int_a^b q_0 \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$$A_{ab} = q_0 (V_a - V_b)$$

（3）若相邻等势面电势差相等

等势面密集处场强大

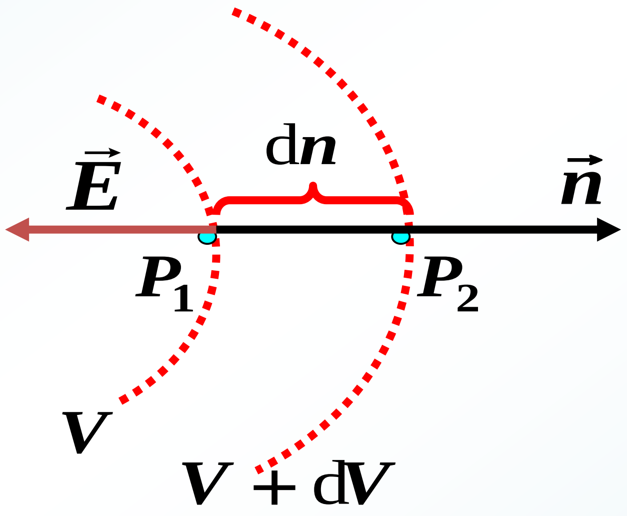
等势面稀疏处场强小

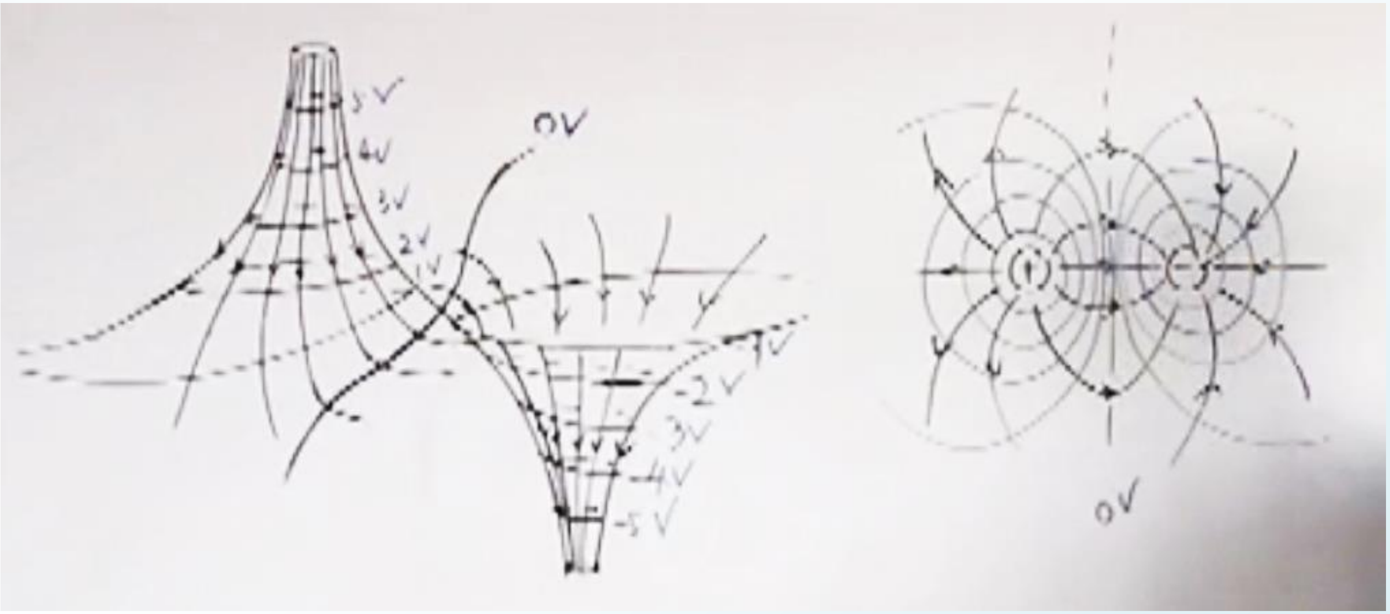


电场强度与电势的关系

积分关系：$V_a = \int_a^{V=0} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$

微分关系：$\vec{E} = -grad\ V$





求 $\vec{E}$

- 点电荷电场叠加 $\vec{E}=\int\frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r$
- 高斯定理求对称场 $\oint_S \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=\frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{S内} q_i$
- 电势梯度法 $\vec{E}=-(\frac{\partial V}{\partial x}\vec{i}+\frac{\partial V}{\partial y}\vec{j}+\frac{\partial V}{\partial z}\vec{k})$

求 V

- 电势定义法 $V_P=\int_P^{V=0}\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}$
- 电势叠加法 $V_P=\sum_i V_i=\sum_i\frac{q_i}{4\pi\varepsilon_0 r_i}=\int\frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r}$

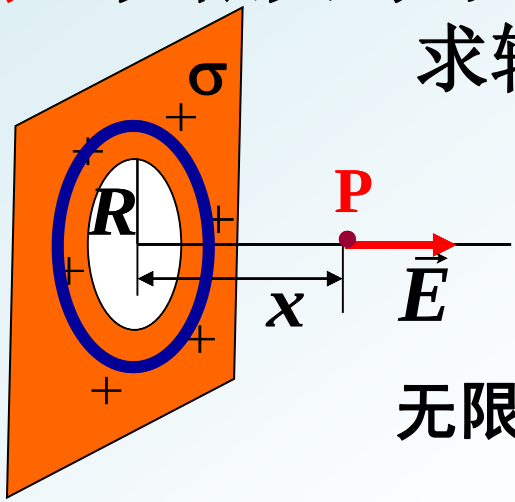
几种典型电荷的*E* 分布：

均匀带电球；　　带电细圆环轴线上；

无限长带电直线；　　无限大带电平面…

例9. 无限大均匀带电平面中间有一圆孔，

求轴上 $\vec{E}$ =?

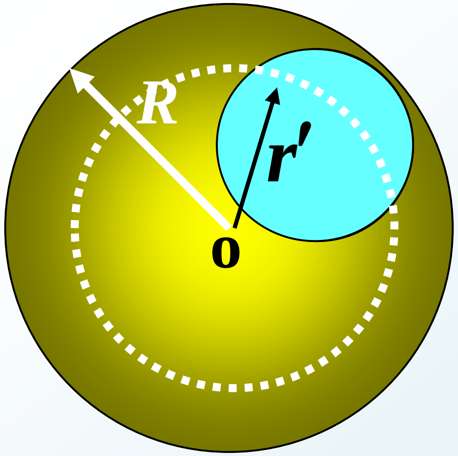


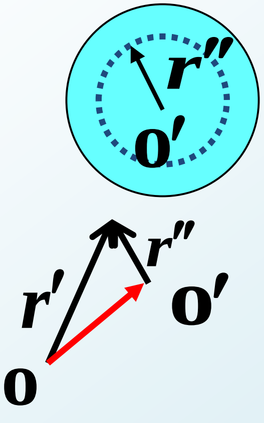
两种方法 $\begin{cases} \text{圆环} \int_R^{\infty} \\ \text{相减法} \end{cases}$

无限大带电平面–带电圆盘 $= \dfrac{\sigma x}{2\varepsilon_0\sqrt{x^2+R^2}}$

填补法 设想空腔内充有$+\rho$和$-\rho$的电荷

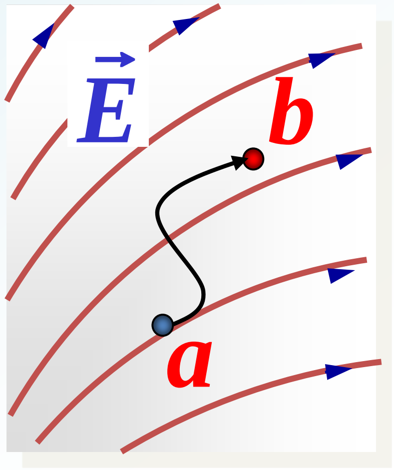
所有$+\rho$构成一完整的带电球





$\vec{r}' - \vec{r}'' = \overrightarrow{oo'}$

证明空腔内为均匀电场。



电场力作功 ＝ 静电势能的减少

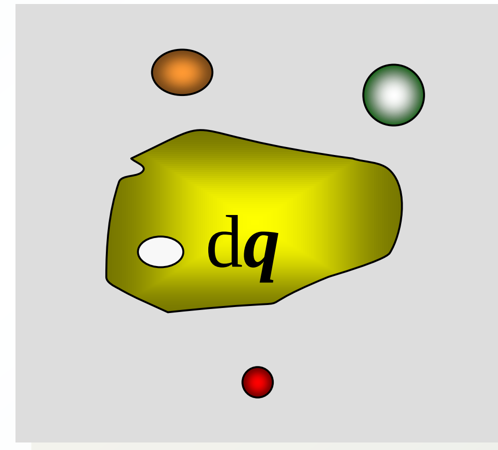
$$A_{ab}=\int_a^b q\vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=q(V_a-V_b)=\boxed{qV_a}-\boxed{qV_b}$$

***q*在电场中的静电势能** $\boxed{W=qV}$

电荷连续分布的带电体的静电能

其它电荷在q_i处产生的电势

$$W=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}q_iV_i$$



连续带电体的静电能

$$W=\frac{1}{2}\int_q V\mathrm{d}q$$

注

1° 式中dq为无穷小，V可以用包括dq的所有电荷在dq处电势的总和。

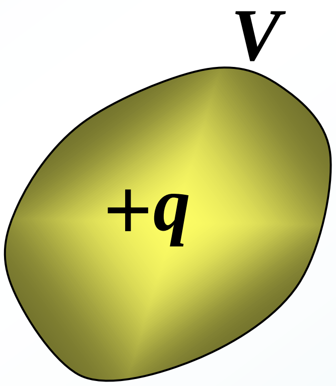
2°若系统只有一个带电体，上式给出的就是这个带电体的自能。

（1）孤立导体的电容

导体每升高单位电势，所需要的电量：

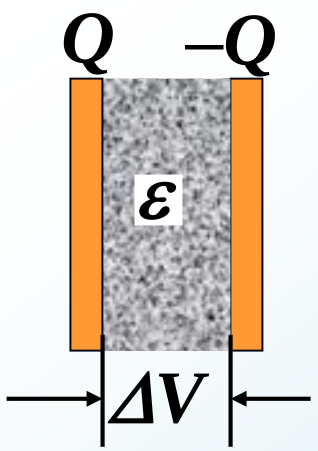
$C = \dfrac{q}{V}$ ——孤立导体的**电容**

单位：F(法拉)



与其是否带电无关！

（2）电容器的电容 $C = \dfrac{Q}{\Delta V}$



（3）电容器的储能

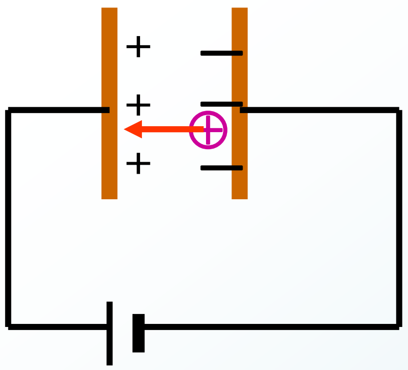
电源力所作的总功为 $A = \int \mathrm{d}A = \int_0 \dfrac{q}{C}\mathrm{d}q = \dfrac{Q^2}{2C}$

电容器储能=电源力所作的功 $W = A = \dfrac{Q^2}{2C}$

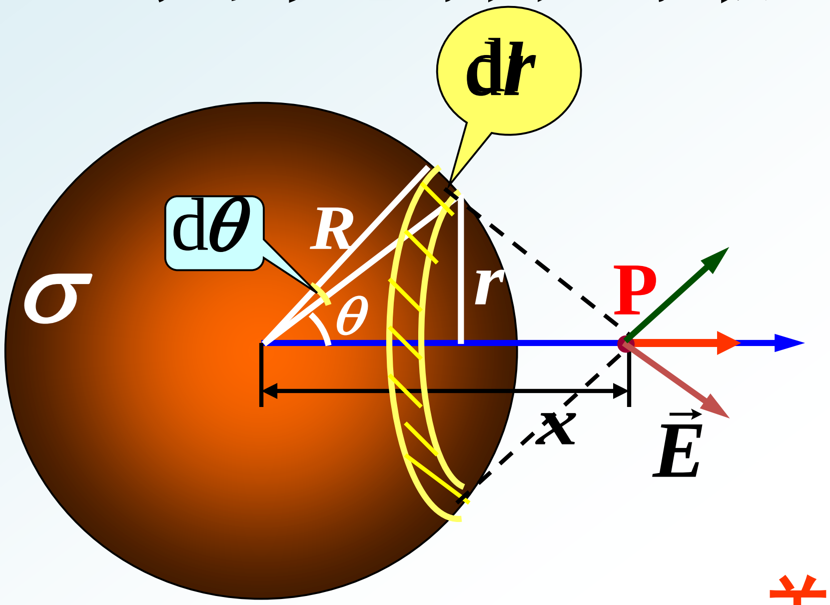
$$W_e = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}C\Delta V^2$$

$$w_e = \frac{W_e}{V_{体}} = \frac{1}{2}\varepsilon E^2 = \frac{1}{2}\vec{E}\cdot\vec{D}$$

$$W_e = \int_V w\mathrm{d}V = \int_V \frac{1}{2}\varepsilon E^2 \mathrm{d}V$$



例10. 均匀带电球面，求轴上 $\vec{E}$ = ？ (P201)



关键：圆环宽度 $\mathrm{d}l = R\,\mathrm{d}\theta$

圆环电量

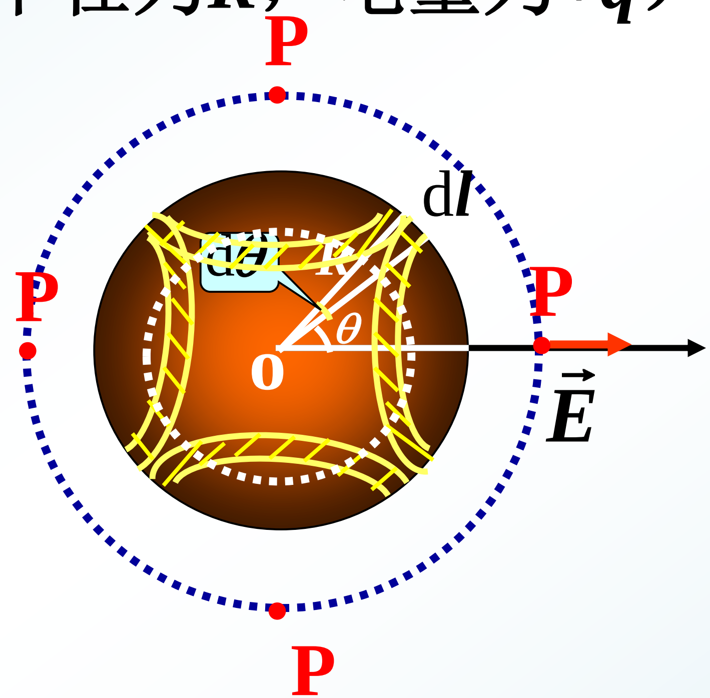
$$\mathrm{d}q = \sigma 2\pi r \mathrm{d}l$$

$$= \sigma 2\pi R\sin\theta R\mathrm{d}\theta$$

$$\vec{E} = \int \mathrm{d}\vec{E} = \frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0 x^2}\vec{e}_r = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 x^2}\vec{e}_r$$

例11. 求均匀带电球面的E（设半径为R，电量为$+q$）

解： 取r为半径的同心**球面S**



当 $r \geq R$

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = E \cdot 4\pi r^2$$

又 $$\Phi_E = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{S内} q_i = \frac{1}{\varepsilon_0} q$$

$$\therefore \quad \vec{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r$$

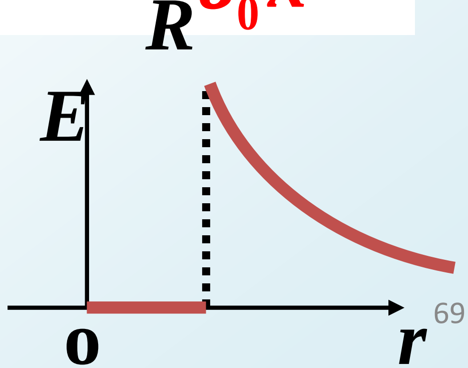
$$\mathrm{d}q = \sigma 2\pi R \sin\theta R \mathrm{d}\theta$$

若 $r \leq R$

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = E \cdot 4\pi r^2$$

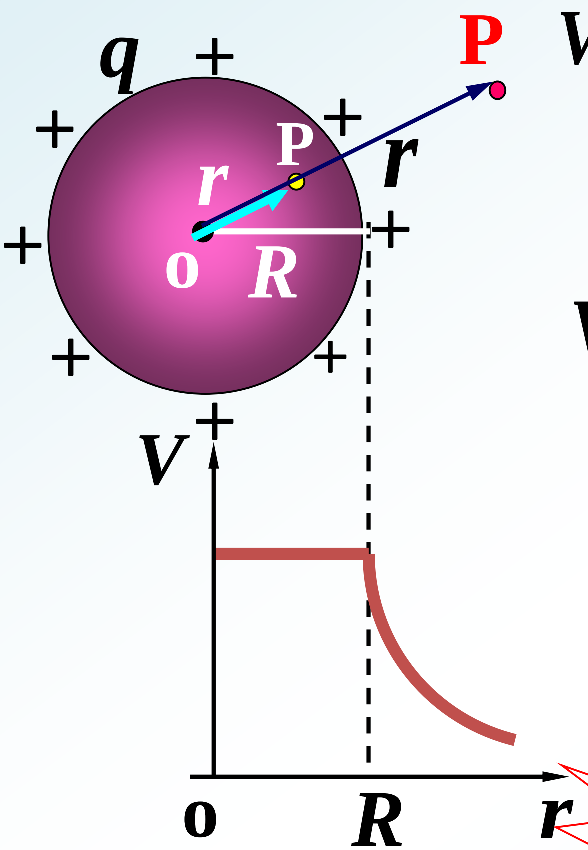
$$\vec{E} = \int \mathrm{d}\vec{E} = \frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0 x^2}\vec{e}_r$$

而 $$\Phi_E = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{S内} q_i = 0 \quad \therefore \ E = 0$$



例20. 计算均匀带电球面电场中任一点P的电势。

解: 用定义法, 选$V_\infty = 0$, $r \geq R$处



$$V_P = \int_P^\infty \vec{E}\cdot d\vec{r} = \int_{r_P}^\infty \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} dr = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

$r \leq R$处

$\cancel{=0}$?

$\boxed{0}$

$$V_P = \int_P^\infty \underbrace{\vec{E}}_{0}\cdot d\vec{r} = \int_r^R \vec{E}_1\cdot d\vec{r} + \int_R^\infty \vec{E}_2\cdot d\vec{r}$$

$$= \int_R^\infty \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} dr = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

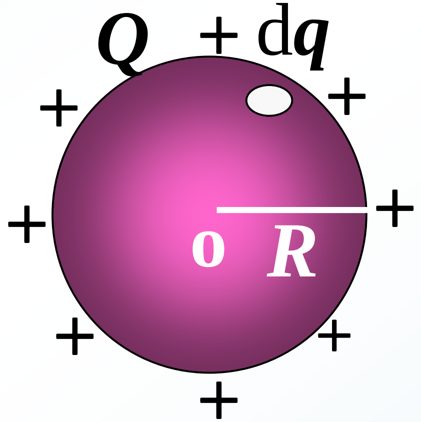
与点的位置无关
无场区是等势区

$r = R$ 处 $\quad V_R = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R}$

注意

$E = 0$ 的区域 “V”不见得为零

例28 求一带电导体球面的静电能，已知球面半径为R，总电量为Q。



解： 方法一，根据静电能的公式

$$W=\frac{1}{2}\int_q V\mathrm{d}q$$

$$=\frac{1}{2}\int_Q \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}\mathrm{d}q=\frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0 R}$$

方法二，该导体球的电容为 $C=\dfrac{q}{V}=\dfrac{Q}{\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}}=4\pi\varepsilon_0 R$

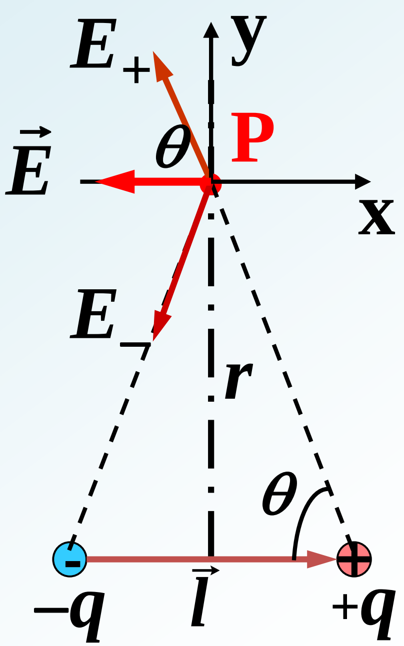
$$W=\frac{Q^2}{2C}=\frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0 R}$$

方法三，能量储存在电场中

$$W=\int_V \frac{1}{2}\varepsilon E^2\mathrm{d}V=\frac{1}{2}\varepsilon_0\int_R^\infty\left(\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\right)^2 4\pi r^2\mathrm{d}r=\frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0 R}$$

电偶极子

相隔一定距离的等量异号点电荷结构



从负电荷到正电荷的矢量线段

$$\vec{p}=q\vec{l}$$ ——**电偶极矩**

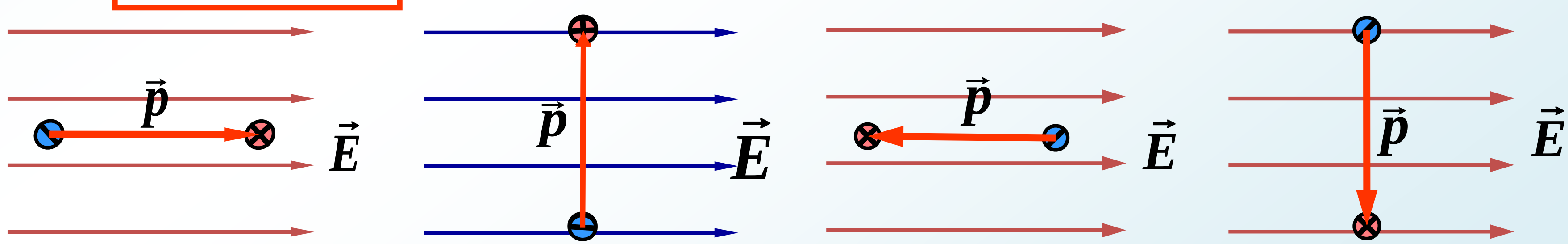
中垂线上 $\qquad \vec{E}=-\dfrac{\vec{p}}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$

$$r>>l$$

电偶极子连线方向上 $\qquad \vec{E}\approx\dfrac{2qrl\vec{e}_l}{4\pi\varepsilon_0 r^4}=\dfrac{\vec{p}}{2\pi\varepsilon_0 r^3}$

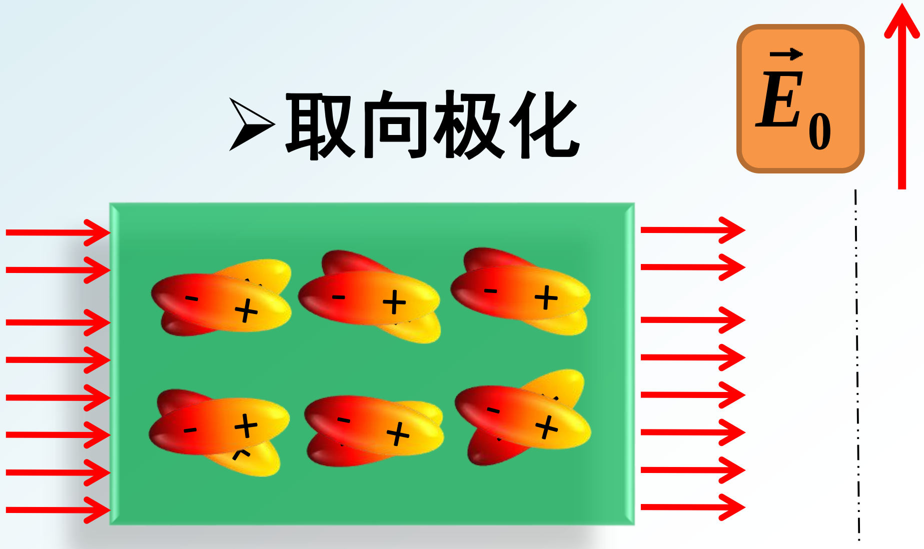
$$\boxed{\vec{M}=\vec{p}\times\vec{E}}$$

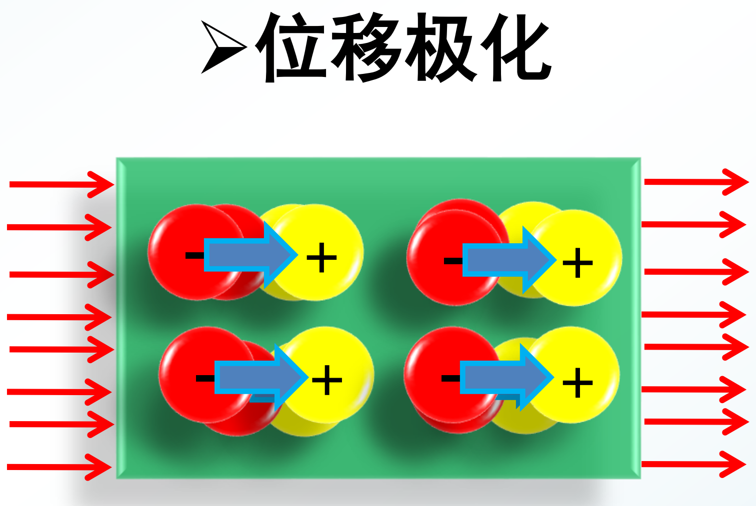
使电偶极子转向与外场平行的方向



$\vec{F}=0 \quad \vec{M}=0$ $\qquad\qquad$ $\vec{F}=0 \quad \vec{M}=0$

电介质的极化





	微观机制	宏观效果
有极分子	取向极化	面束缚电荷
无极分子	位移极化	面束缚电荷

$\vec{E}_0$

极化效应增强，束缚电荷增多

$$\vec{P} = \chi_e \varepsilon_0 \vec{E} \qquad \sigma' = \vec{P} \cdot \vec{n}$$

$$\sum_{S内} q_i' = -\oint_S \vec{P} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

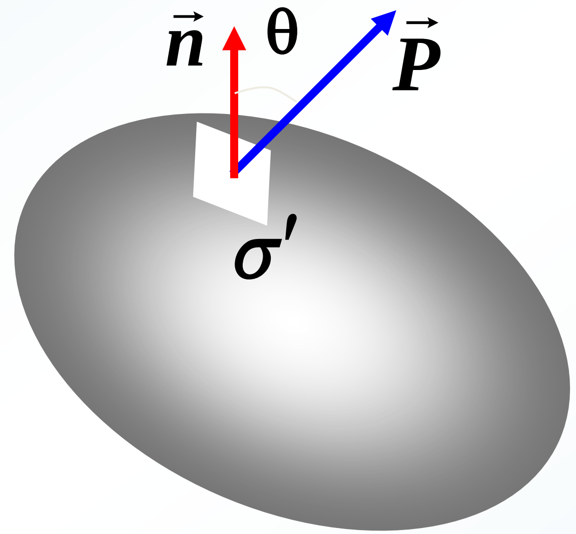
$$\oint_S (\varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \sum_{S内} q_i$$

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

$$\oint_S \vec{D} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \sum_{S内} q_i$$

$$\Rightarrow \vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \chi_e \varepsilon_0 \vec{E}$$

$$= \varepsilon_0 \vec{E}(1 + \chi_e) = \varepsilon_r \varepsilon_0 \vec{E} = \varepsilon \vec{E}$$



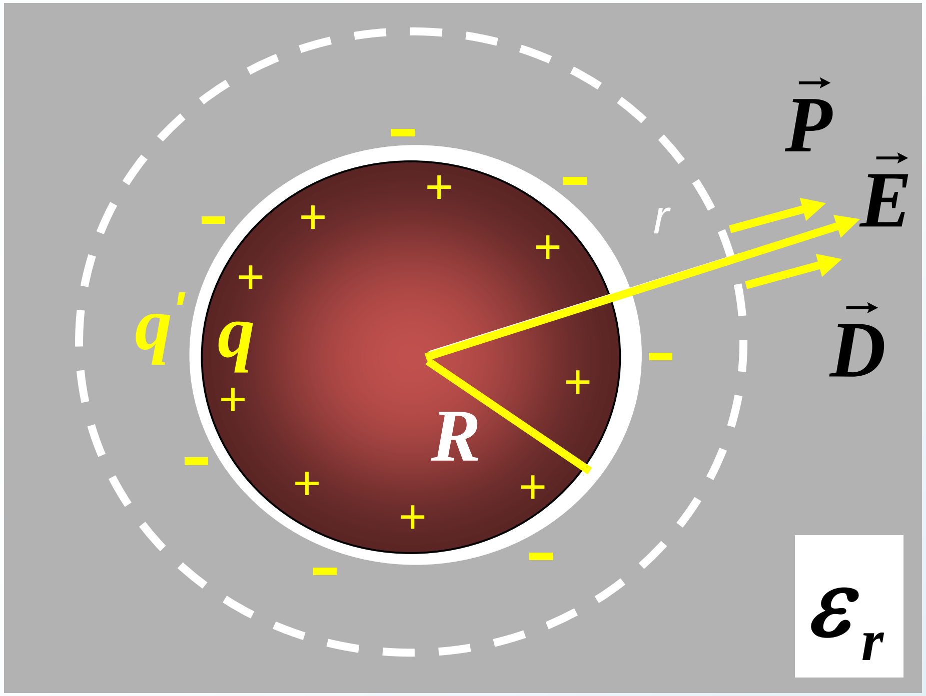
例. 一带正电的金属球浸在油中。求球外的电场分布和贴近金属球表面的油面上的束缚电荷。

解：根据 $\vec{D}$ 高斯定理

$$\vec{D}\cdot 4\pi r^2 = q$$

$$\vec{D} = \frac{q}{4\pi r^2}\vec{e}_r$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{D}}{\varepsilon_0\varepsilon_r} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r^2}\vec{e}_r$$



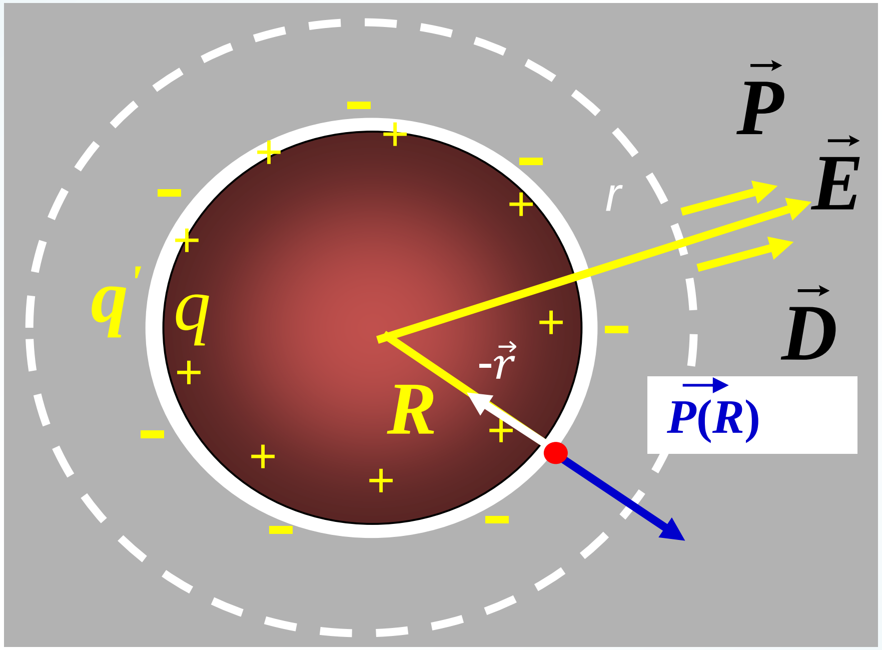
$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r^2} < \vec{E}_0 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

为什么？

$$\vec{P}=\varepsilon_0(\varepsilon_r-1)\vec{E}$$

$$=\varepsilon_0(\varepsilon_r-1)\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r^2}\vec{e}_r$$

$$=(1-\frac{1}{\varepsilon_r})\frac{q}{4\pi r^2}\vec{e}_r$$



球表面的油面上的束缚电荷：

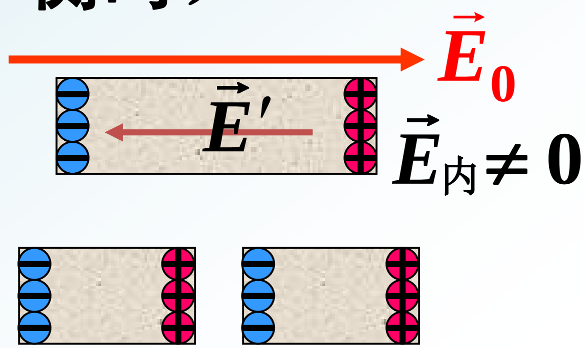
$$\sigma'=\vec{P}(R)\cdot(-\vec{e}_r)=-(1-\frac{1}{\varepsilon_r})\frac{q}{4\pi R^2}$$

$$q'=4\pi R^2\cdot\sigma'=-(1-\frac{1}{\varepsilon_r})q$$

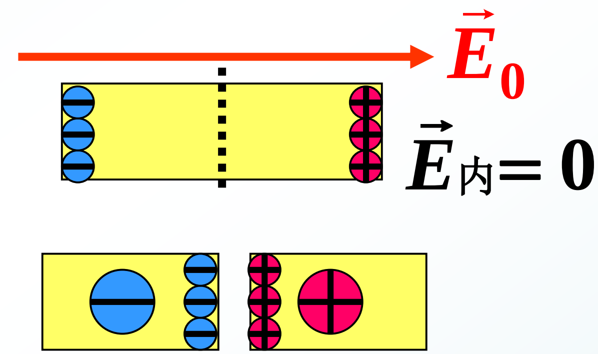
q'总与q反号，数值小于q。

➢电介质的极化与导体的静电感应有本质的区别（静电平衡时）

电介质

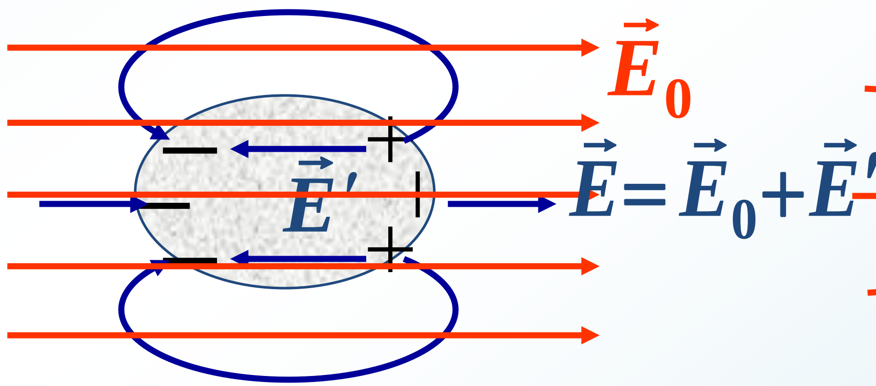


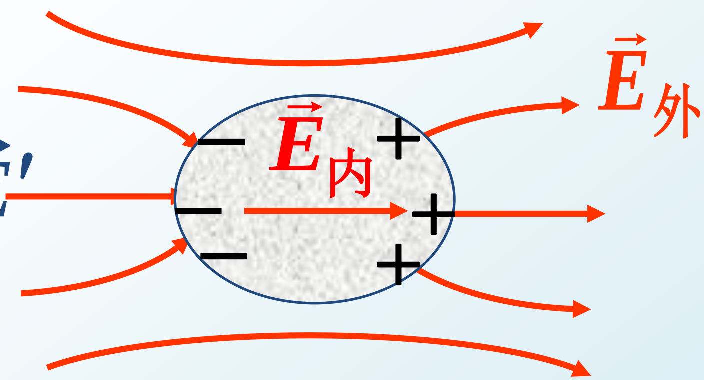
导体



撤去外电场后

极化产生的束缚电荷产生场 $\vec{E}'$ 影响原来的场

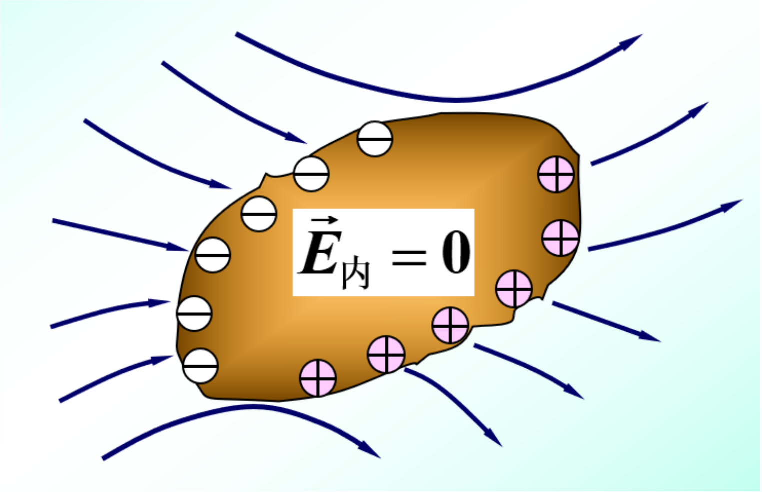




内部：削弱场 $\vec{E}_{内}<\vec{E}_0$

外部：改变场

静电场中的导体



导体的静电平衡

- ➢导体内部的电场处处为零
- ➢导体表面上的电场强度处处垂直于表面

推论

电荷分布

导体内部没有净电荷

电荷全分布在外表面

- ➢导体是等势体
- ➢导体表面是等势面

$$\boxed{E=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}}$$

$$\boxed{\sigma \propto \frac{1}{R}}$$

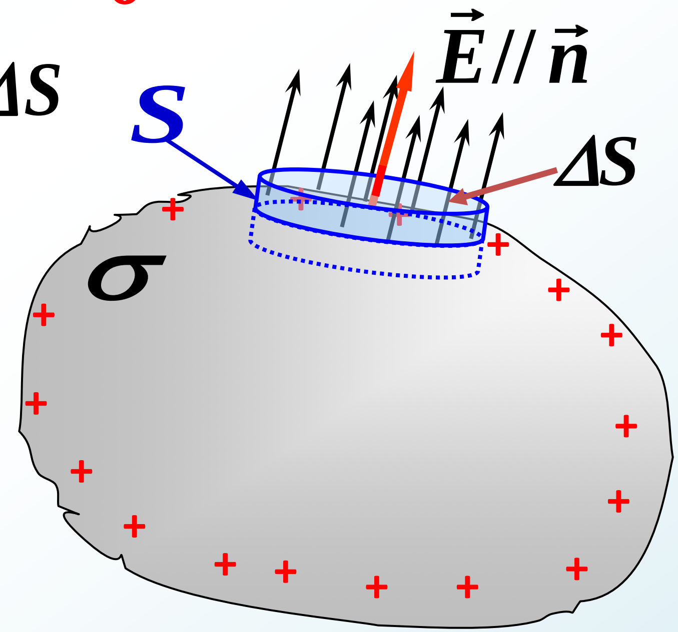
尖端放电

（2）表面上的面电荷密度σ 与该处的E成正比

证明：如图取高斯面S，根据高斯定理

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \int_{体内} \cancel{\vec{E}\cdot d\vec{S}}^{\,0} + \int_{外侧} \cancel{\vec{E}\cdot d\vec{S}}^{\,0} + \int_{外上} \vec{E}\cdot d\vec{S} = E\Delta S$$

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{S内} q_i = \frac{1}{\varepsilon_0}\sigma\Delta S$$



则有 $E\cancel{\Delta S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sigma\cancel{\Delta S}$

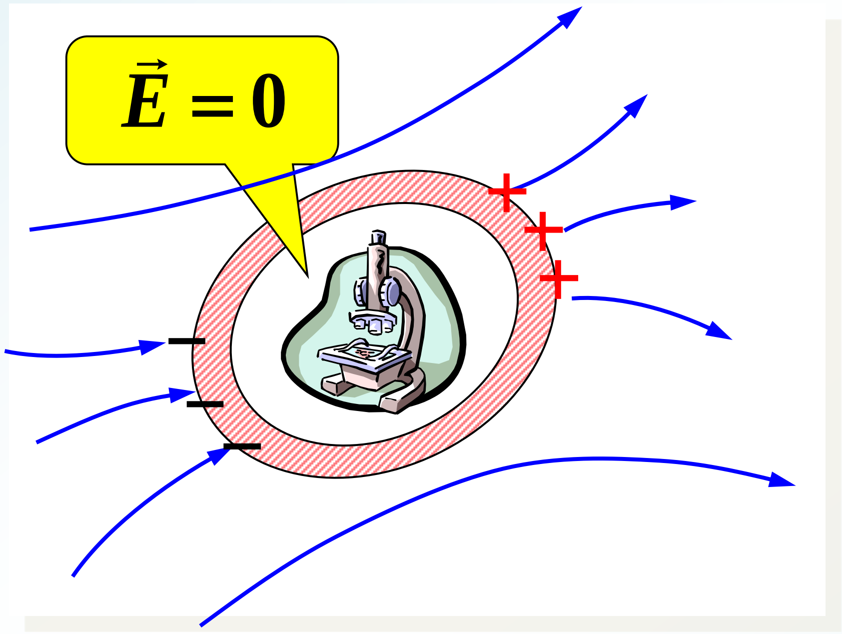
$$\boxed{E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}}$$ 即 $\sigma = \varepsilon_0 E$

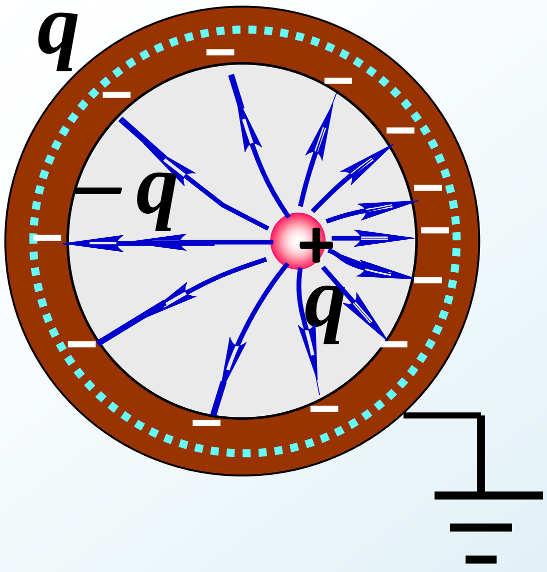
注

1°$\vec{E}$ 是导体表面电荷及外面电荷的合场强!

2°上式并没有给出σ的分布!

静电屏蔽

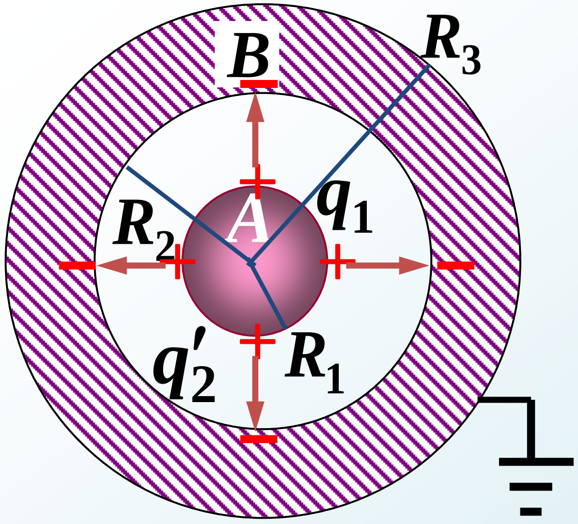




例22. 金属球 A 带电 $q_1=1\times10^{-9}$C, 外有一同心金属球壳 B 带电 $q_2=-3\times10^{-9}$C，并且 $R_1=2$cm，$R_2=5$cm，$R_3=10$cm。

求（1）若B 接地，V_A、V_B 各等于多少？

（2）若A 接地 (地在无限远), A、B球上电荷分布及电势？



解:（1）B接地 $V_B=0$ $E_{外}=0$

静电感应

$$q_2'=-q_1=-1\times10^{-9}\,\text{C}$$

$$q_{2外}=0$$

$$E_{AB}=\frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$V_A=\int_A^{V=0}\vec{E}\cdot d\vec{l}=\int_{R_1}^{R_2}\frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}dr=\frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)=270\text{V}$$

作业6-T17

（2）若*A* 接地, *A*、*B*球上电荷分布及电势？

解：（2）$V_A=0$ $E_{AB}\cancel{=}0$? $V_\infty=0$

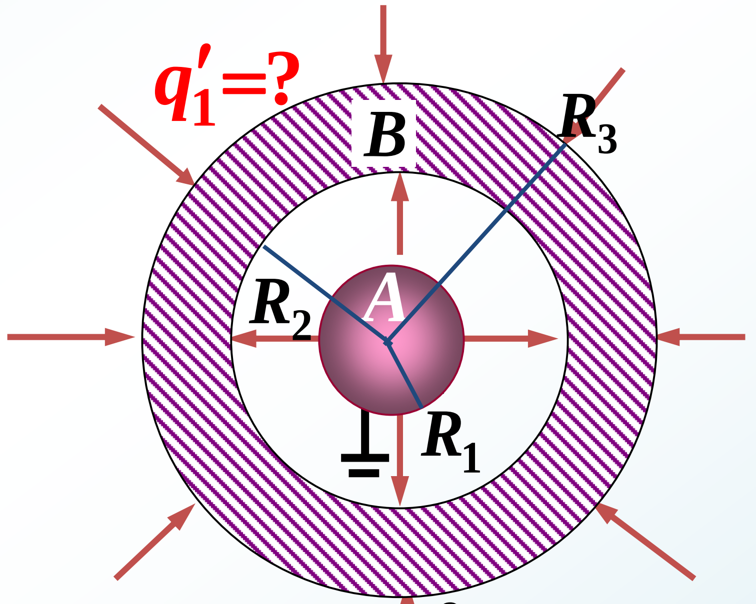
则有 $V_{BA}=V_{B\infty}$

$$\int_{R_2}^{R_1}\vec{E}_{AB}\cdot d\vec{r}=\int_{R_3}^{\infty}\vec{E}_{B\infty}\cdot d\vec{r}$$

$$\int_{R_2}^{R_1}\frac{q_1'}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cdot dr=\int_{R_3}^{\infty}\frac{q_1'+q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cdot dr$$

$$-\frac{q_1'}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)=\frac{q_1'+q_2}{4\pi\varepsilon_0 R_3}$$

$$q_1'=0.75\times10^{-9}\ \mathrm{C}$$



$q_1=1\times10^{-9}$C

$q_2=-3\times10^{-9}$C

球壳*B*内表面带电 $q_2'=-q_1'=-0.75\times10^{-9}\ \mathrm{C}$

球壳*B*外表面带电 $q_1'+q_2=-2.25\times10^{-9}\ \mathrm{C}$

$$V_B=\int_{R_3}^{\infty}E\cdot dr=\int_{R_3}^{\infty}\frac{q_1'+q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}dr=\frac{q_1'+q_2}{4\pi\varepsilon_0 R_3}=-202.5\mathrm{V}$$

第九章 稳恒磁场

磁场的计算

磁场

$\downarrow$ 毕萨定律

磁感应强度

$\downarrow$

磁感线

磁通量

高斯定理

环路定理

● 真空中的稳恒磁场

1. 基本概念

磁感应强度 $\vec{B}$

（1）定义 $\vec{B}$ $\begin{cases} 大小 \quad B = \dfrac{F_{Max}}{q_0 v} \\ 方向 \quad \vec{F}_{Max} \times \vec{v} \end{cases}$

（2）毕—萨定律 $\vec{B} = \int \dfrac{\mu_0}{4\pi} \dfrac{I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{e}_r}{r^2}$

2. 基本规律、基本性质

（1）高斯定理 $\oint_S \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0$ 无源场

（2）安培环路定理 $\oint_L \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 \sum_L I_i$ 有旋场

3. 基本方法

求 $\vec{B}$
- 毕—萨定律 $\vec{B}=\int \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{e}_r}{r^2}$
- 环路定理求对称场 $\oint_L \vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=\mu_0\sum_L I_i$

几种典型电流产生的磁场B 的分布

（1）无限长直线电流 $B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$（若是通电圆柱或圆柱面？）

（2）通电流细圆环轴线上 $B=\frac{\mu_0 IR^2}{2(R^2+x^2)^{\frac{3}{2}}}$
- 环心处 $B=\frac{\mu_0 I}{2R}$
- 弧心处 $B=\frac{\mu_0 IL}{4\pi R^2}$

（3）无限长均匀密绕直螺线管内 $B=\mu_0 nI$

单位长度上的匝数

（4）均匀密绕螺绕环内 $B=\frac{\mu_0 NI}{2\pi r}$


+50
+20
+10
+5
+100
加分喷雾


一目十行
老师惊呆
同学敬仰
一遍就会
科科满分
无师自通
学霸喷雾