

2024秋季 计算机卓越班-本硕博 算法设计考题 2025.1.9

一.简答题

1.简要说明符号 O 的含义

2.简要说明分治算法的核心思想

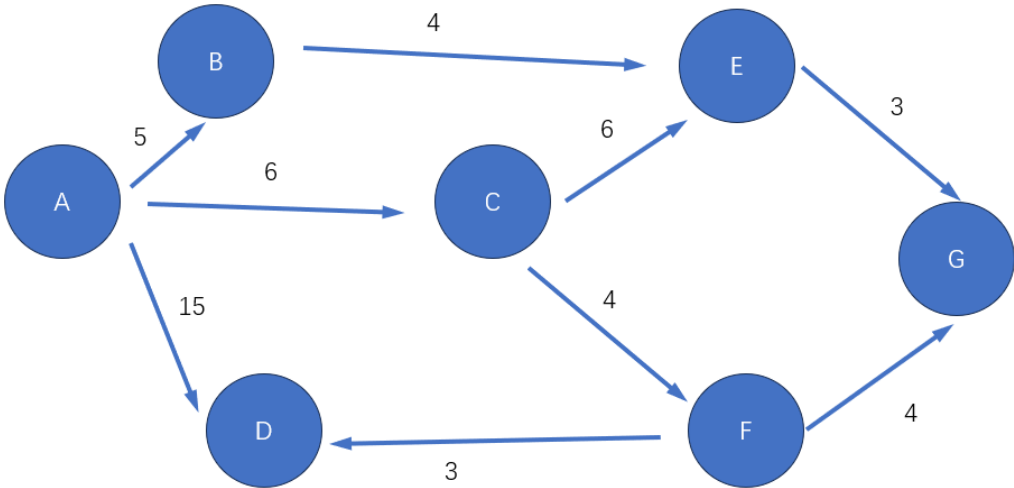
3.假设现在有 n 个学生要找工作，同时有 n 个工作岗位，每个学生对 n 个工作有一满意度表，同样的每一个工作对学生也有一个满意度表，每个工作只能有一个学生，每个学生只能做一份工作，设计一种语言，用自然语言描述，使得每一个工作得到的学生满意度是他们能够达到的最高的

二.计算题

1.计算 $T(n) = 3T(\frac{n}{9}) + \sqrt{n}$

2. $T(n) = T(\frac{n}{5}) + T(\frac{n}{6}) + T(\frac{n}{3}) + cn$

3.现在有一个 A, B, C, D, E, F, G 七个信号接收站，他们之间有一些有向边，边上的权值表示从一端传输信息到另外一端要花费的时间，现在有一个信号从 A 出发，求解信号被每一个接收站接收需要的最少时间。写出求解过程，并写出最后的接收时间



三.算法设计题

1.现在给定 n 个区间，第 i 个区间的左端点和右端点分别是 $[a_i, b_i]$ ，现在要求把这些区间分为若干个集合，要求这些集合内的区间两两不能重叠，使得这样的集合数量最少。设计一种算法，用自然语言描述算法的内容和时间复杂度；然后，证明算法的正确性

2. 现在有 n 个金币，其中有一个是假金币，已知假金币比真金币轻。现在有一个天平给你使用，没有砝码，你需要设计一种算法，使得我们可以检查出哪一枚金币

(1) 用自然语言描述算法内容

(2) 给出算法的伪代码，并且说明时间复杂度

3. 有一位很有名的按摩师，他会受到很多预约，每一个预约有一个价值 t_i ，但是按摩师的时间精力有限，他无法连续接下预约，请你设计一种动态规划算法，求得按摩师在一定预约量的情况下，可以获得的最大价值，要求如下：

(1) 说明算法符号代表的意义，给出状态转移方程，初始化方式和终止状态

(2) 用伪代码表示你的算法

(3) 给出算法的时间复杂度和空间复杂度

4. 现在有 n 个公司要参加年会，每一个公司有 c_i 个人，但是场地只有 m 张桌子，对应桌子可以容纳的人数为 r_i 人，为了让企业之间友好交流互鉴共，我们希望每一张桌子上面的人都来自不同的公司，请对此进行思考：

(1) 为了设计一种算法解决这个问题，对问题进行建模，要求给出建模内容的实际意义

(2) 根据你的建模，对实例进行求解：4个公司， $C = [3, 5, 4, 5]$ 和五张桌子 $R = [5, 2, 3, 6, 5]$ 。说明是否可以达到题目描述的目标，如果不行，说明理由；如果

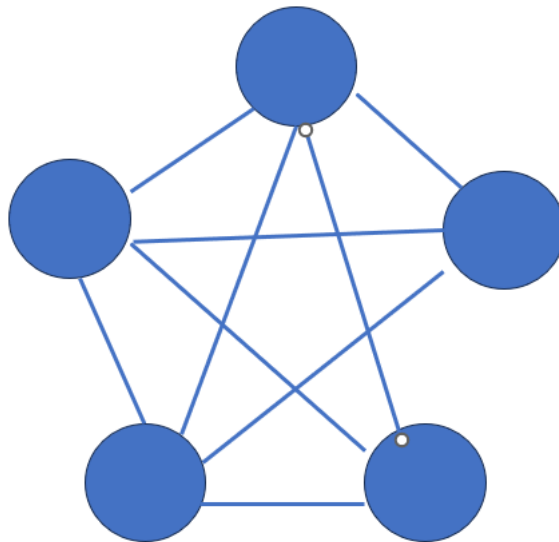
四. 证明题

在下面的两个问题中选一个进行回答

1. (这个题目题干太长了懒得看而且还是证明 NP 难问题，没有复习到) 证明着色问题是 NP 难问题（题干花了大量篇幅说明什么是着色问题，

2. 我们已经知道，一个无向图 (V, E) 中的大小为 K 的团是一个 NP 完全问题。一个团的定义是

，一个完全图，即图中每一个点都有一条边链接其他任何一条边。一个补团的定义是，一个团去掉一条边（如下图所示），证明：一个无向图 (V, E) 中存在大小为



上图为一个大小为5的补团