

离散数学一考试要求

没讲过的肯定不考, 讲过的基本上都是要考的 (课件)

题目类型

- 填空题20分左右;
- 解答题40分左右, 每题5到8分. 其中解答包括了一些计算, 判断说明理由之类的内容;
- 证明题 3×10 分(逻辑证明, 集合论与关系方面证明, 图论与树的证明);
- 综合建模应用题, 10分.

大概的内容分数分布比例

- 集合与函数 10分左右
- 关系 25分左右
- 图论与树 35分左右
- 命题逻辑部分 20分左右
- 谓词逻辑部分 10分左右

集合部分

- 集合包含、集合的相等判断验证和证明;
- 幂集、交并补、差集的计算;
- 集合分划;
- 可数基数的概念、可数集的判断.

函数部分

- 函数的基本概念;
- 函数像、原像;
- 函数的性质(单射/内射、满射、双射等)的判断与证明;
- 复合函数、逆函数/反函数的计算;
- 可逆函数问题;
- 函数应用.

关系部分

- 关系的基本概念, 逆关系、定义域、值域;
- 复合关系的计算;
- 等价关系的判断以及求相应的等价类; 关系性质的判断;
- 偏序关系的判断以及相应的Hasse图(次序图)、全序、极大元极小元;
- 关系矩阵及关系图的应用;
- 利用关系矩阵或关系图判断关系的性质等;
- 闭包的概念及其计算(如画图求传递闭包).

图论部分

- 图的基本理论: 度、握手定理及其应用、连通性、连通分支、割边割点等;
- 通路、开路、回路、简单路、路长等概念;
- 欧拉图的有关理论、应用以及证明;
- 哈密顿图、哈密顿通路、哈密顿回路的判断、哈密顿图判断的一些充分条件和必要条件;
- 二分图的判断、应用和有关证明;

图论部分(续)

- 平面图的判断, 是或不是, 说明理由。平面图判断, 欧拉公式计算. 平面图判断的一些必要条件的应用; n -色图、颜色数, 建模称颜色数问题等;
- 建立图模型来解决实际问题, 并且说明理由。
- 最短通路求解;
- 图的矩阵表示及其应用; 从图对应的邻接矩阵的特点计算和分析图的特征;
- 图同构判断.

树部分

- 树的基本理论、根树的有关概念;
- 树的几个等价的条件（定理）；
- 树的基本性质及有关证明；
- 生成树；最小生成树；
- 二叉树及其应用：前缀码与哈夫曼树.

命题逻辑部分

- 命题符号化问题;
- 命题公式的类型的判断;
- 求命题公式的析取或者合取范式;
- 形式证明;
- 命题推理, 附加前提的应用等;
- 根据已知构造满足一定真值组合条件的命题表达式;
- 真值表的应用.

谓词逻辑部分

- 谓词逻辑问题符号化问题；注意全总个体域中的特性谓词表述；存在量词和全称量词的正确应用；
- 一些基础谓词公式关系式(比如德摩根定律)的对错判断；
- 谓词逻辑推理证明的检错和纠错；
- 判断谓词公式的真值(给定具体谓词，个体域以及公式).

样题

时间150分钟，满分100分

样题

分 数	
评卷人	

一. 填空题(每小题 3 分, 共 18 分)

- (1) 命题公式 $(p \wedge (p \vee q)) \rightarrow q$ 是_____公式。(填永真、永假或可满足)
- (2) 谓词表达式 $\forall x \exists y (x+y = xy)$ (个体域为实数集)的真值是_____.
- (3) 集合关系式 $A-B=C$ 是 $A \subseteq B \cup C$ 的_____条件。
- (4) 全体整系数二次三元多项式构成的集合_____可数集。(填是或不是)
- (5) 无向图 G 有 n 个点 m 条边, 其中 $n > m$. 则 G 至少有_____个连通分支。
- (6) 一颗满二叉树有 6 个树叶, 则其它有_____个顶点。

样题

分 数	
评卷人	

二 . 逻辑与图论解答题 (共 27 分)

(7) 求命题公式 $(p \rightarrow q) \rightarrow r$ 的主合取范式。(5 分)

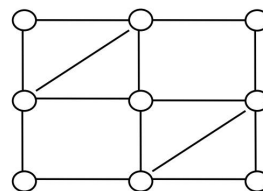
(8) 用谓词表达式将下列命题符号化：(5 分)

有人游览过中国每个省份的某些景点。

(9) 判断下式是否成立，并说明理由。(5 分)

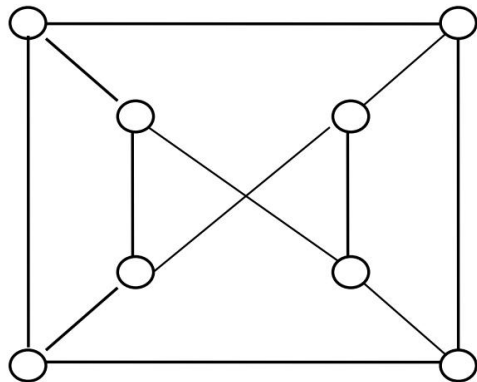
$$\forall x(P(x) \vee Q(x)) \Leftrightarrow \forall xP(x) \vee \forall xQ(x)$$

(10) 下图是否是欧拉图、哈密顿图，并说明理由。(6 分)



样题

(11) 判断下图是否为平面图，并说明理由。(6 分)。



样题

分 数	
评卷人	

三 . 集合函数关系求解题 (共 25 分)

(12) 学校每年都举行秋季田径运动会。用 A 表示 2019 年秋季所有华中科技大学的在校学生的集合, B 华中科技大学 2019 年秋季运动会的所有运动项目的集合, 每个人报名的项目不能多于 3 个. 已知 $|B| > 10$, 每个项目都有学生报名, 并且正常进行了比赛。定义一个从 A 到 B 的幂集 $P(B)$ 的对应关系 f , 将 A 中的每一个人对应到其所报名的项目的集合。(9 分)

(a) 那么 f 是否是 A 到 $P(B)$ 的一个函数? 为什么? 如果是函数, 那么 f 是不是单射, 是不是满射, 是不是双射? 为什么?

样题

(b) 对于 B 的任一个子集 C ，它在 f 下的原像 $f^{-1}(C)$ 是 _____； $f^{-1}(\phi) =$ _____.

(c) 假设 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ ，那么 $\{a_1\}, \{a_2\}, \dots, \{a_n\}$ 是否是 A 的一个分划？
_____ (是或者不是)； $f(a_1) \cup f(a_2) \cup \dots \cup f(a_n) =$ _____.

(13) T 是实数集 R 上的关系： aTb 当且仅当 $|a| \leq b$. (8 分)

请问， T 具有自反性、对称性、反对称性和传递性中哪些性质，并说明理由。

样题

(14) 下面 0-1 阵表示的集合 $A=\{a, b, c\}$ 上的二元关系： (8 分)

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

写出该二元关系； 判断它是否为偏序，是否为全序，并说明理由；如果是偏序，请画出相应的 Hasse 图。

样题

分 数	
评卷人	

四. 证明(每题 10 分, 共 30 分)

(15)形式证明: $P \rightarrow (Q \rightarrow R)$ 是前提 $\neg R \rightarrow (\neg P \vee S)$, $Q \rightarrow \neg S$ 的结论。

样题

(16) M 是全体二阶实对称方阵构成的集合, R 是其上的关系:

ARB 当且仅当存在实可逆矩阵 P 使 $P^TAP=B$. (其中 P^T 为 P 的转置)

(a) 证明: R 是 M 上的等价关系;

(b) 写出 $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ 所在的等价类;

(c) 写出 R 的全部等价类。

(17) 简单图 G 的结点数 $n \geq 5$, 证明: G 或其补图 \bar{G} 中必包含有简单回路。