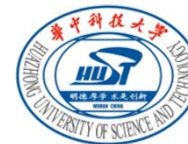


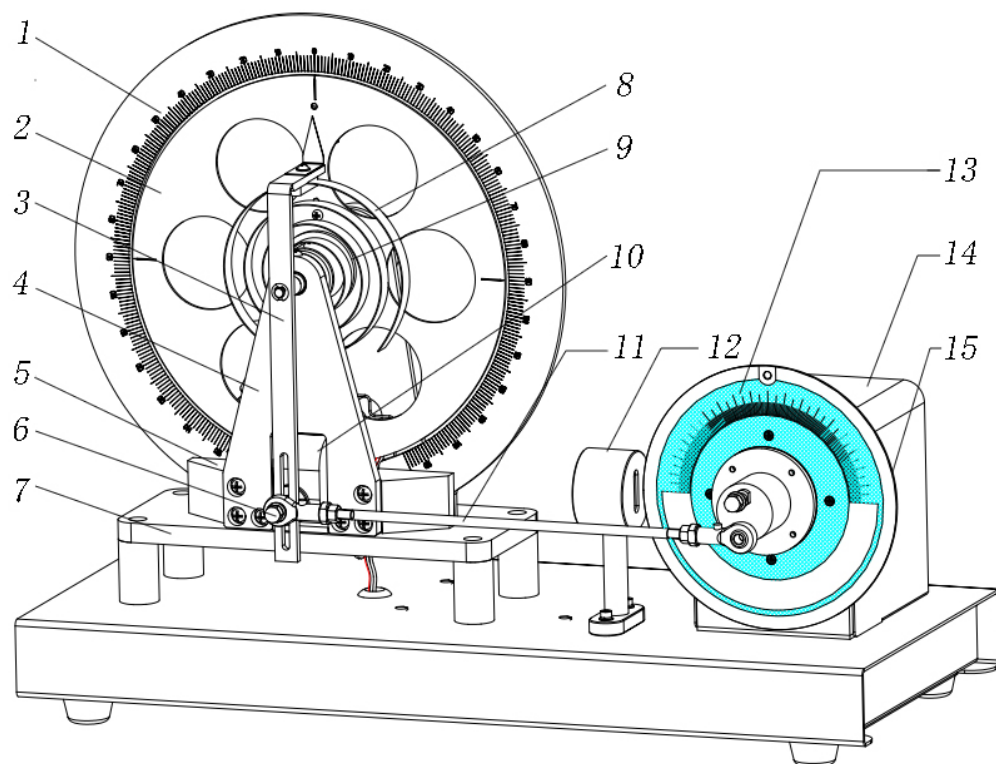
波尔共振与混沌摆



实验目的

1. 研究实验系统的自由振动——测量自由振动周期。
2. 研究实验系统的阻尼振动，测量系统阻尼系数。
3. 研究实验系统的受迫振动，观测共振现象，测量受迫振动的幅频特性和相频特性曲线。
4. 观察、研究受迫振动中的“拍”现象及混沌摆对初始条件的敏感性。

波尔摆



- 2.铜质圆盘(摆轮)
- 3.摇杆
- 5.电磁铁固定装置
- 8.涡卷弹簧
- 10.阻尼线圈
- 11.传动连杆
- 14.电机
- 15.有机玻璃转盘(驱动轮)

纯铜圆盘和涡卷弹簧组成扭摆；
电机通过连杆提供驱动力矩，电机频率连续可调；
阻尼线圈提供阻尼力矩，线圈电流连续可调。

扭摆的运动方程

$$J \frac{d^2 \theta}{dt^2} = -k\theta - b \frac{d\theta}{dt} + M_0 \cos \omega t$$

J 为摆轮的转动惯量，

$-k\theta$ 为弹性力矩， k 为弹性力矩系数，

b 为电磁阻尼力矩系数，

M_0 为驱动力矩的幅值， ω 为驱动力矩的圆频率。

令 $\omega_0^2 = k/J$ 、 $2\beta = b/J$ 、 $m = M_0/J$ ，方程改写为：

$$\frac{d^2 \theta}{dt^2} + 2\beta \frac{d\theta}{dt} + \omega_0^2 \theta = m \cos \omega t$$

自由振动——无阻力矩、驱动力矩的理想情况

$$\theta = \theta_0 \cos(\omega_0 t + \alpha) \quad \omega_0 \text{ 为系统的固有圆频率}$$

阻尼振动——无驱动力矩

当 ω_0 为远大于 β 时

$$\theta = \theta_1 e^{-\beta t} \cos(\omega_1 t + \alpha) \quad \omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$$

受迫振动

$$\theta = \theta_1 e^{-\beta t} \cos(\omega_1 t + \alpha) + \theta_2 \cos(\omega t + \varphi)$$

随 t 衰减

稳态 $\theta = \theta_2 \cos(\omega t + \varphi)$

ω 驱动力矩的圆频率

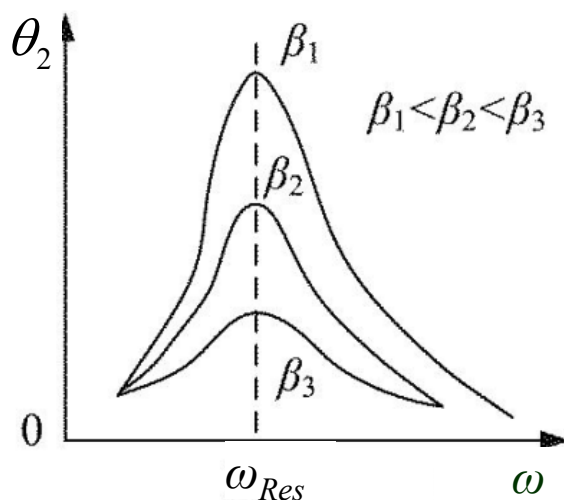
实验原理

幅频特性、相频特性曲线

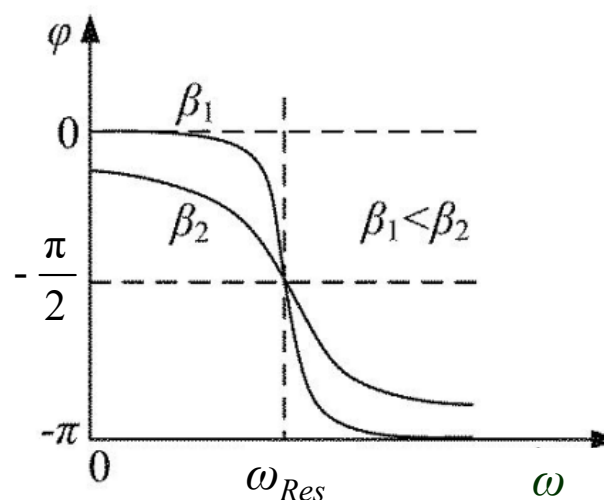
稳态解 $\theta = \theta_2 \cos(\omega t + \varphi)$

$$\theta_2 = \frac{m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}} \quad \varphi = \arctan \frac{-2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}$$

振幅 θ_2 、相位差 φ 随驱动力矩圆频率 ω 的变化



幅频特性曲线



相频特性曲线

ω_{Res} 系统共振圆频率

共振

$$\text{由 } \theta_2 = \frac{m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}} \quad \varphi = \arctan \frac{-2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}$$

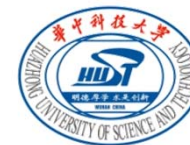
当驱动圆频率 $\omega = \omega_{\text{Res}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$ 时

$$\text{振幅} \quad \theta_2 = \theta_{\text{Res}} = \frac{m}{2\beta\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} \quad \text{为极大值}$$

$$\text{相位差} \quad \varphi = \varphi_{\text{Res}} = \arctan \frac{-\sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}}{\beta} \rightarrow -\frac{\pi}{2}$$

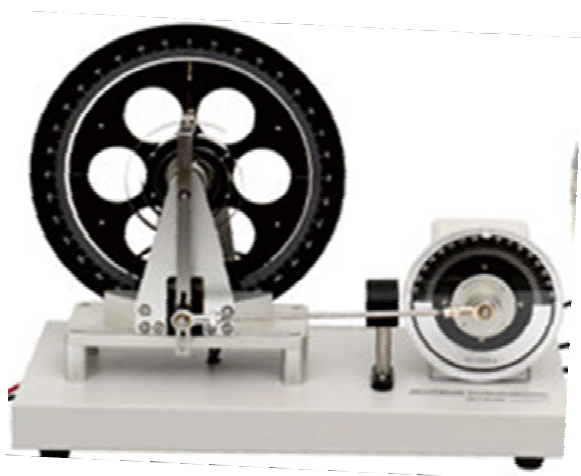
阻尼系数 β 越小, ω_{Res} 越接近固有圆频率 ω_0 , θ_{Res} 越大,
 φ_{Res} 越接近 -90°

实验仪器

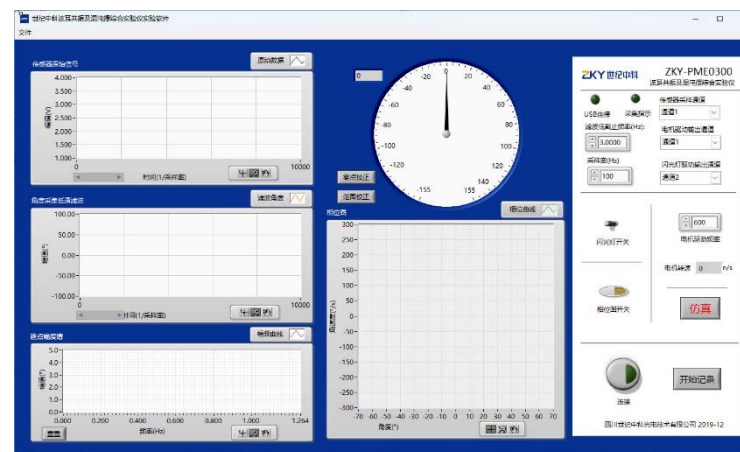


华中科技大学
Huazhong University of Science and Technology

ZKY-PME0300波尔共振及混沌摆综合实验仪，包括：



波尔振动装置



采集软件及计算机

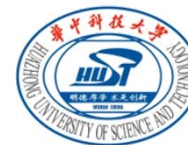


实验电源

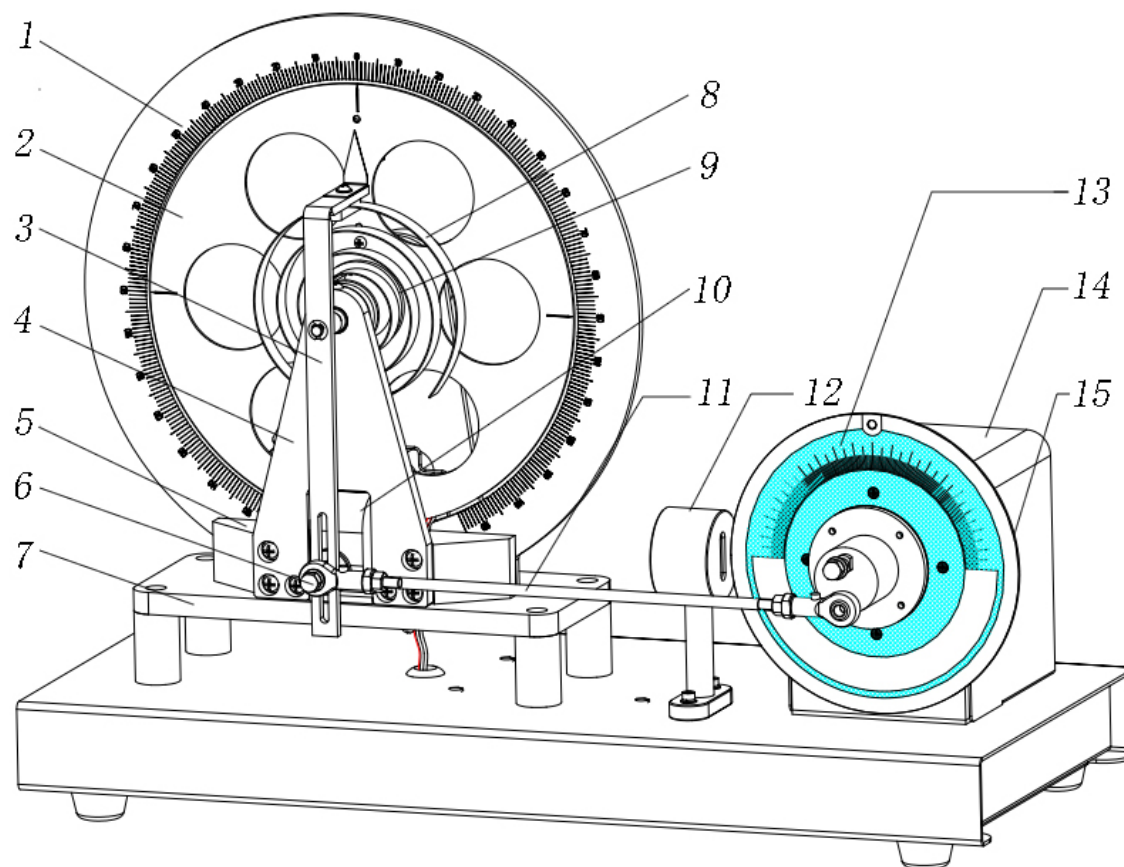


数据采集器

波尔振动装置



华中科技大学
Huazhong University of Science and Technology



1.辅助刻度盘；2.铜质摆轮；3.摇杆；4.支承架；5.电磁铁固定装置；6.摇杆调节螺丝；7.底座；8.涡卷弹簧；9.角度传感器；10.阻尼线圈；11.传动连杆；12.闪光灯；13.角度盘；14.电机；15.有机玻璃转盘（驱动轮）。

实验仪器

摆角的测量



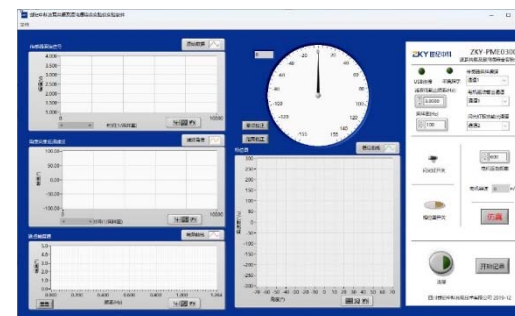
角度传感器

将摆角转换为电压



数据采集器

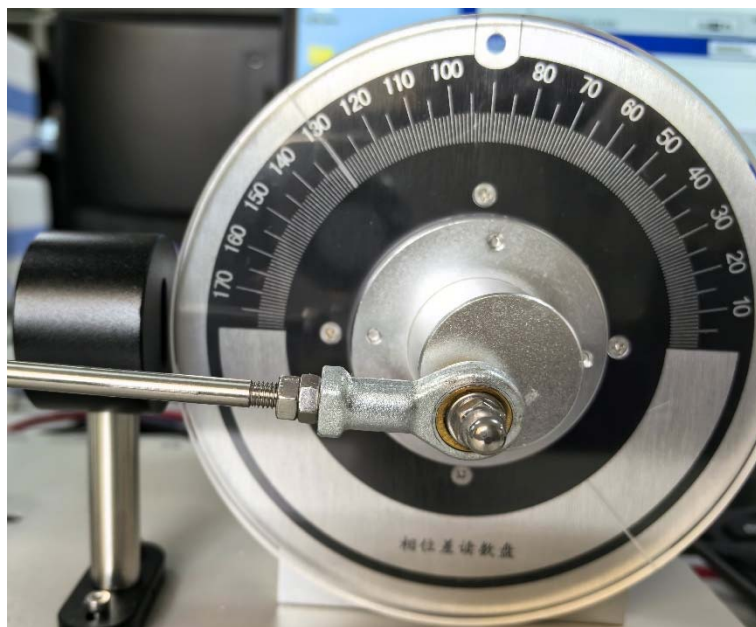
- 1) 测量电压，转换为数字信号；
- 2) 控制电机转速；
- 3) 控制LED亮灭。



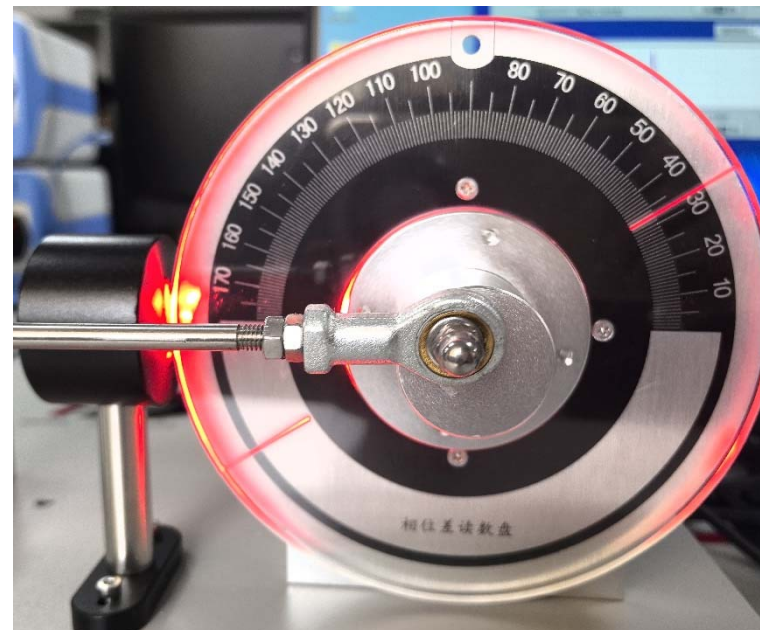
采集软件及计算机

控制数据采集器，
读取、处理数据

相位差的测量



闪光灯未亮时



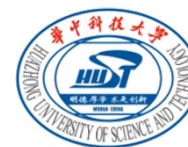
闪光灯亮时

每当摆轮转至 0° 时，闪光灯亮，将随电机同步转动的刻线照成红色，红色刻线所指角度取负值即为相位差。

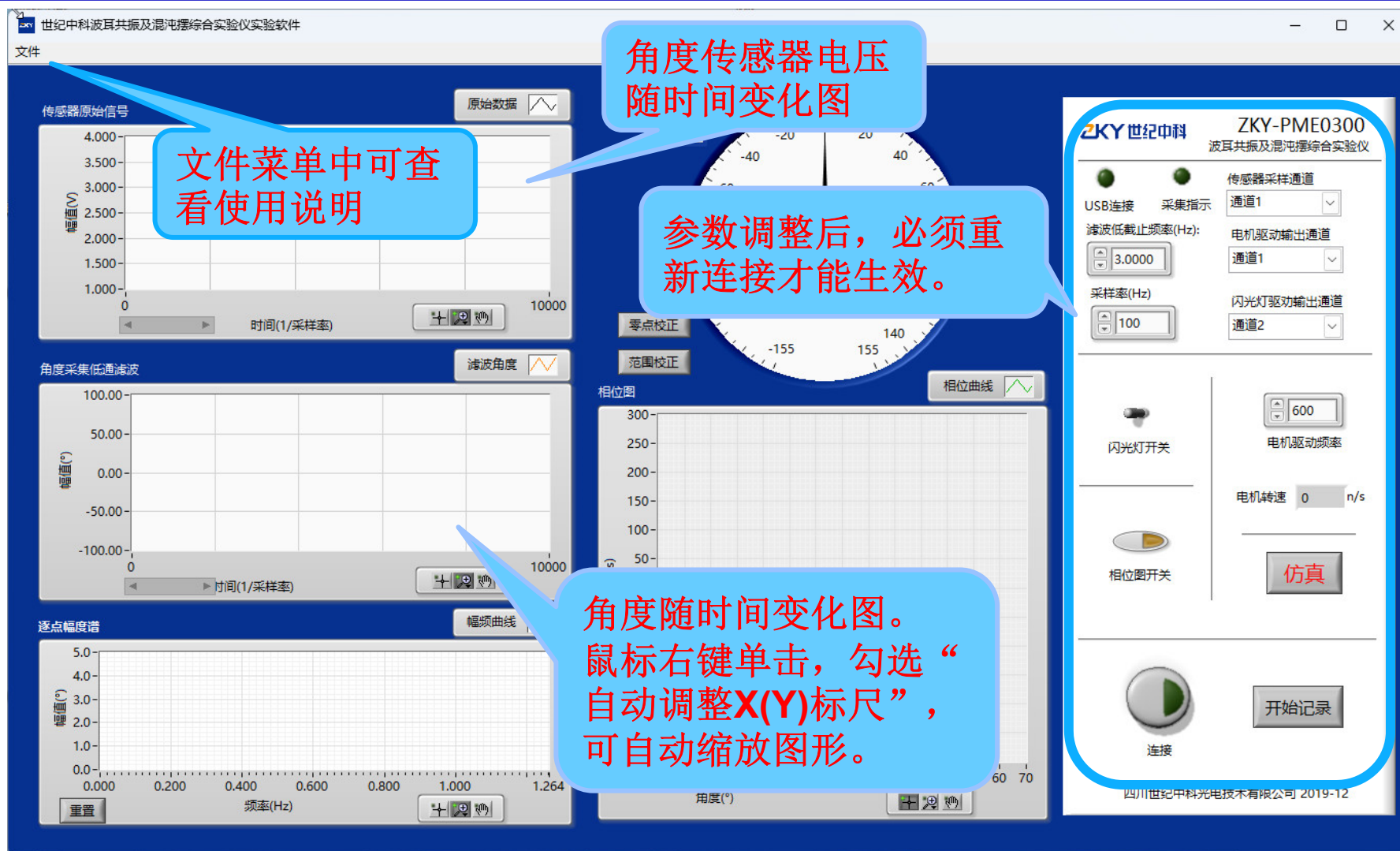
一、实验准备（熟悉仪器操作）

- 1) 打开数据采集器背后的电源开关，轻按计算机显示屏右下角背面的电源开关，启动计算机。单击桌面上的快捷方式“波耳共振及混沌摆综合实验仪”图标，启动专用软件。
- 2) 打开共振仪底座右侧的电机开关，单击软件界面上的“连接”按钮，电机应开始转动，并带动铜轮开始做扭摆运动，软件界面上左侧的两个波形图开始绘制，表明仪器工作正常。
- 3) 单击“开始记录”按钮，过几秒后再次单击此按钮，系统会记录两次单击之间测量到的数据。单击菜单：文件->导出，选择一个文件夹后，系统会保存3个数据文件到磁盘。**注意，每次导出的文件名是固定的，为防止覆盖前次的文件，可预先建好多个文件夹或保存后手动改文件名。**
导出的3个文件均为CSV格式的文件，可以用记事本或EXCEL软件打开查看。

实验内容

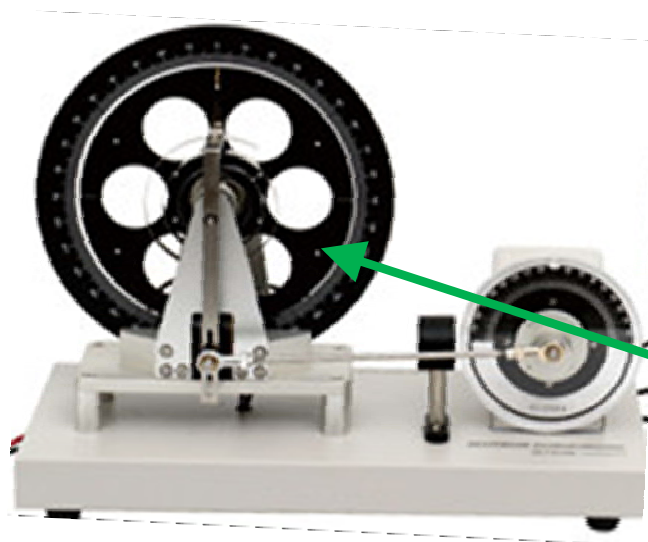


华中科技大学
Huazhong University of Science and Technology



二、传感器角度校正

1. 在软件界面上“连接”按钮灯亮的状态下进行校正



2. 关闭电机开关，保持摆轮静止，手动调节驱动轮，使其刻线指零，此时摆轮指针也应当基本指零。然后点击“零点校正”按钮。

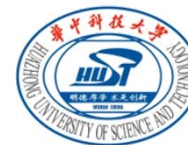
3. 手动使摆轮转动90度（正反均可），点击“范围校正”，完成校正。

注意，软件重启后校正数据会清除，需要重新校正。

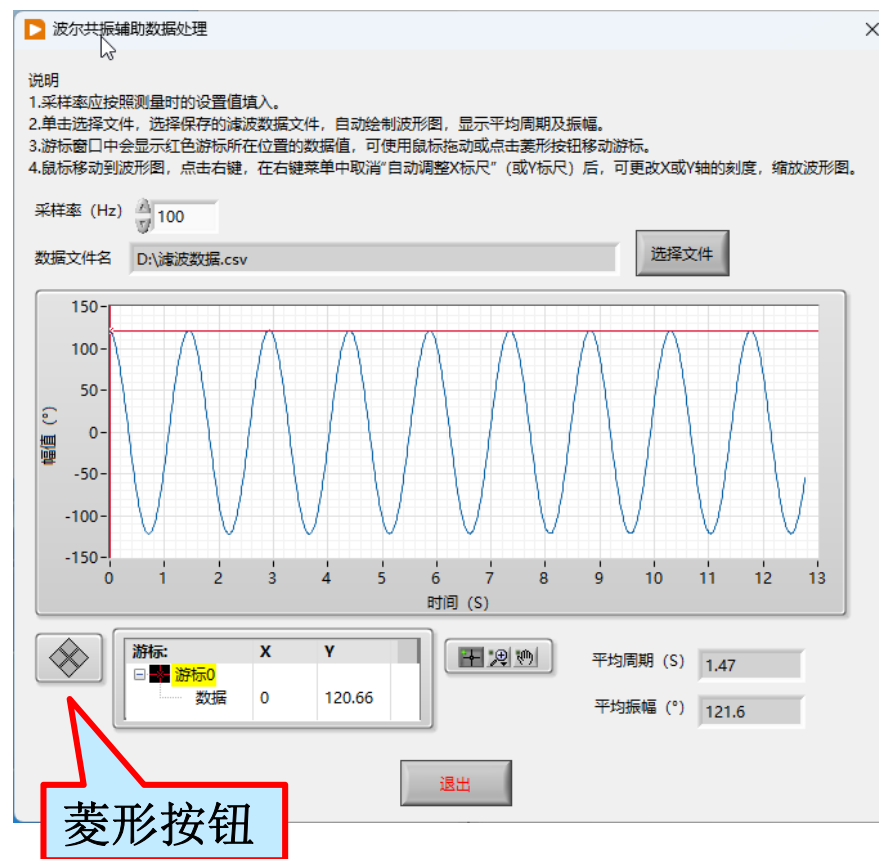
三、自由振动——测量摆轮自由振动周期 T

- 1) 电机开关关闭、阻尼电流为零，采样率100Hz或更高
- 2) 将驱动轮位置调为 0° ，软件界面上单击“连接”。将摆轮拨至 145° 左右再释放。可观察到振幅在缓慢衰减。
- 3) 等到摆轮的振幅在 120° 左右时，单击“开始记录”按钮，20秒左右后，停止记录，在菜单栏中选择导出数据，保存数据文件。

实验内容

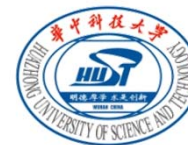


4) 使用辅助数据处理该软件读入保存的滤波数据文件，获取振幅、周期等参数。参照表1记录摆轮的振幅、周期。
也可自行选择其他方式完成对数据文件的处理



5) 同样方法测量摆轮振幅在 100° 、 80° 左右时的自由振动周期。

实验内容



華中科技大學
Huazhong University of Science and Technology

参考数据表

表 1 摆轮振幅与自由振荡周期的对应关系

振幅 θ ($^{\circ}$)	周期 T (s)	振幅 θ ($^{\circ}$)	周期 T (s)	振幅 θ ($^{\circ}$)	周期 T (s)

四、测定阻尼系数 β 与电流的关系

1) 电机开关关闭，采样率100Hz。

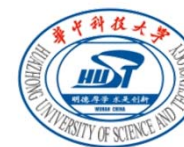
实验电源设置为：恒流、30V/1000mA。调节阻尼电流为300mA。

2) 参照内容三的方法获取角度-时间数据。由于施加了阻尼，摆动过程中，摆轮的振幅是在快速衰减的。

3) 使用辅助软件或其他方法，读取连续10个周期的振幅及平均周期值。

4) 调节阻尼电流为600mA，重复以上测量。

实验内容



参考数据表

表 2 阻尼系数 β 与电流的关系

阻尼电流_____mA

序号	振幅 θ_n (°)	序号	振幅 θ_n (°)	$\ln(\theta_i/\theta_{i+5})$
1		6		
2		7		
3		8		
4		9		
5		10		
$\ln(\theta_i/\theta_{i+5})$ 平均值				
周期平均值 \bar{T} (s)				

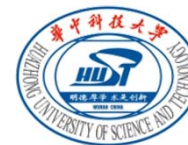
五、测定受迫振动的幅频特性和相频特性曲线

- 1) 采样率100Hz，阻尼电流600mA。
- 2) 根据内容四测量得到的600mA阻尼电流时的振动周期数据，计算出与这个周期相符的电机驱动信号频率。按计算结果设置软件界面上的电机驱动频率，即使得驱动力矩频率与系统共振频率接近。

电机转动频率与驱动信号频率关系

$$f_{\text{电机转动}} = 3.125 \times 10^{-4} f_{\text{驱动信号}}$$

- 3) 手动调节电机角度盘到0°位置，单击“连接”按钮，然后打开电机开关。可观察到摆轮在电机驱动下开始摆动。



实验内容

4) 等待摆动稳定，振幅基本不变后，单击“开始记录”按钮，开始记录摆角数据。

打开闪光灯开关，在驱动轮盘上读取角度，取负值即为相位差。如果每次闪光时，刻线角度有细微差别，可取其中间值作为相位差读数。

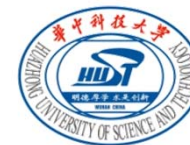
5) 从导出的数据中读取振幅、周期，参照表3记录数据。

6) 改变电机驱动信号频率，然后重复以上测量。

注意：

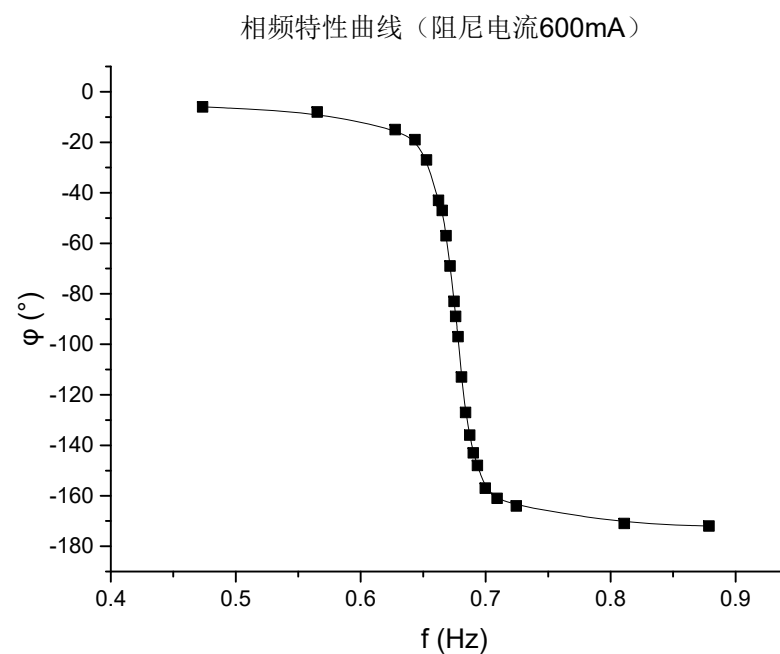
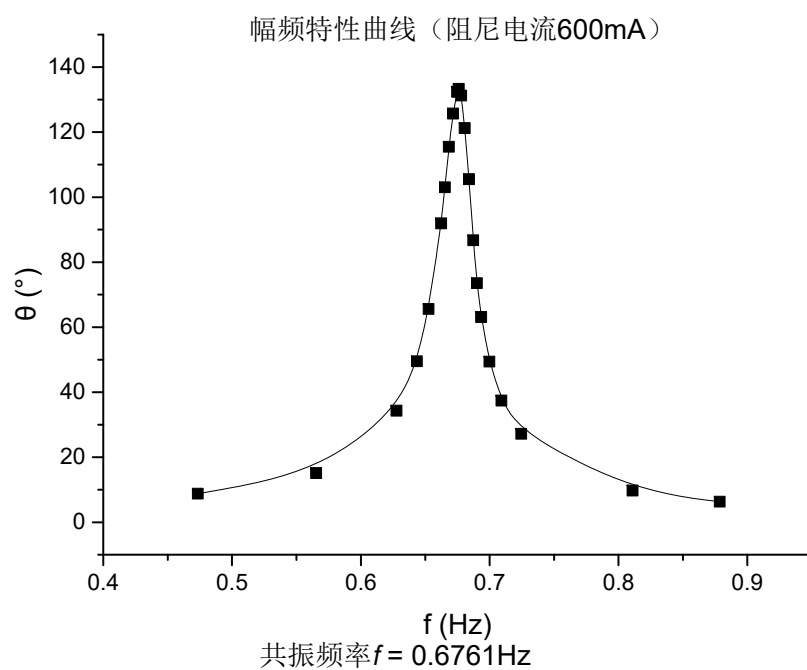
选取测量点时，首先应找到共振频率，以其为中心点，在其左右两侧各取7点以上。在共振频率附近，频率间隔选取要密集一点。

实验内容

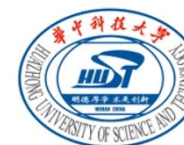


华中科技大学
Huazhong University of Science and Technology

作图参考



实验内容



参考数据表

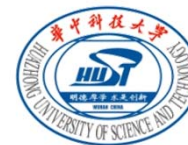
表3 幅频特性和相频特性测量数据记录表

阻尼电流_____mA

次数	电机驱动频率 (Hz)	摆轮周期 T (S)	摆轮频率 f (Hz)	振幅 $\alpha(^{\circ})$	相位差 $\varphi(^{\circ})$
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					
11					
12					
13					
14					
15					

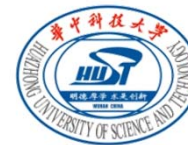
1. 求出摆轮在不同振幅时的自由振动周期，分析周期与振幅的关系。
2. 计算不同阻尼电流条件下的阻尼系数，分析阻尼电流与阻尼系数、振动周期的关系。
3. 绘出受迫振动的幅频特性和相频特性曲线，分析实验结果。

注意事项



华中科技大学
Huazhong University of Science and Technology

1. 为保证使用安全，三芯电源线须可靠接地。
2. 注意用电安全。
3. 当采集器和计算机断开通信时，采集器会保存断开前的状态。因此在不关闭采集器电源的情况下关闭软件时需要确认闪光灯开关处于关闭状态。关闭采集器电源，采集器状态将会重置。



- 实验结束，关上仪器电源，整理好所用仪器。
- 值日的同学做好卫生。