

实验七 用 MATLAB 设计 FIR 数字滤波器

一、实验目的

- 1、加深对窗函数法设计 FIR 数字滤波器的基本原理的理解。
- 2、学习用 Matlab 语言的窗函数法编写设计 FIR 数字滤波器的程序。
- 3、了解 Matlab 语言有关窗函数法设计 FIR 数字滤波器的常用函数用法。
- 4、掌握 FIR 滤波器的快速卷积实现原理。
- 5、不同滤波器的设计方法具有不同的优缺点，因此要全面、客观看待可能面对或出现的问题。

二、实验原理

2.1 用窗函数法设计 FIR 数字滤波器

FIR 数字滤波器的系统函数为

$$H(z) = \sum_{n=0}^{N-1} h(n)z^{-n}$$

这个公式也可以看成是离散 LSI 系统的系统函数

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{b(z)}{a(z)} = \frac{\sum_{m=0}^M b_m z^{-m}}{1 + \sum_{k=1}^N a_k z^{-k}} = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \cdots + b_m z^{-m}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \cdots + a_k z^{-k}}$$

分母 a_0 为 1，其余 a_k 全都为 0 时的一个特例。由于极点全部集中在零点，稳定和线性相位特性是 FIR 滤波器的突出优点，因此在实际中广泛使用。

FIR 滤波器的设计任务是选择有限长度的 $h(n)$ ，使传输函数 $H(e^{j\omega})$ 满足技术要求。主要设计方法有窗函数法、频率采样法和切比雪夫等波纹逼近法等。本实验主要介绍窗函数法。

用窗函数法设计 FIR 数字滤波器的基本步骤如下：

- (1) 根据过渡带和阻带衰减指标选择窗函数的类型，估算滤波器的阶数 N 。
- (2) 由数字滤波器的理想频率响应 $H(e^{j\omega})$ 求出其单位冲激响应 $h_d(n)$ 。

可用自定义函数 `ideal_lp` 实现理想数字低通滤波器频率响应的求解。

程序清单如下：

```
function hd=ideal_lp(wc,N) %点 0 到 N-1 之间的理想脉冲响应
%wc=截止频率（弧度）
%N=理想滤波器的长度
tao=(N-1)/2;
n=[0:(N-1)];
m=n-tao+eps;    %加一个小数以避免 0 作除数
hd=sin(wc*m)./(pi*m);
```

其它选频滤波器可以由低通频响特性合成。如一个通带在 $\omega_{c1} \sim \omega_{c2}$ 之间的带通滤波器在给定 N 值的条件下，可以用下列程序实现：

```
Hd=ideal_lp(wc2,N)-ideal_lp(wc1,N)
```

（3）计算数字滤波器的单位冲激响应 $h(n)=w(n)hd(n)$ 。

（4）检查设计的滤波器是否满足技术指标。

如果设计的滤波器不满足技术指标，则需要重新选择或调整窗函数的类型，估算滤波器的阶数 N 。再重复前面的四个步骤，直到满足指标。

常用的窗函数有矩形窗、三角形窗、汉宁窗、哈明窗、切比雪夫窗、布莱克曼窗、凯塞窗等，Matlab 均有相应的函数可以调用。另外，MATLAB 信号处理工具箱还提供了 `fir1` 函数，可以用于窗函数法设计 FIR 滤波器。

由于第一类线性相位滤波器（类型 I）能进行低通、高通、带通、带阻滤波器的设计，因此，本实验所有滤波器均采用第一类线性相位滤波器。

2.2 各种窗函数特性的比较

例 2-1 在同一图形坐标上显示矩形窗、三角形窗、汉宁窗、哈明窗、布莱克曼窗、凯塞窗的特性曲线。

程序清单如下：

```

N=64;beta=7.865;n=1:N;
wbo=boxcar(N);
wtr=triang(N);
whn=hanning(N);
whm=hamming(N);
wbl=blackman(N);
wka=kaiser(N,beta);
plot(n,wbo,'-',n,wtr,'*',n,whn,'+',n,whm,'.',n,wbl,'o',n,wka,'d');
axis([0,N,0,1.1]);
legend('矩形','三角形','汉宁','哈明','布莱克曼','凯塞')

```

程序运行结果如图 2-1 所示。

为了便于滤波器设计，表 2-1 给出了六种窗函数的特性参数。

表 2-1 六种窗函数的特性参数表

窗函数	旁瓣峰值/dB	近似过渡带宽	精确过渡带宽	阻带最小衰减/dB
矩形窗	-13	$4\pi/N$	$1.8\pi/N$	21
三角形窗	-25	$8\pi/N$	$6.1\pi/N$	25
汉宁窗	-31	$8\pi/N$	$6.2\pi/N$	44
哈明窗	-41	$8\pi/N$	$6.6\pi/N$	53
布莱克曼窗	-57	$12\pi/N$	$11\pi/N$	74
凯塞窗	-57		$10\pi/N$	80

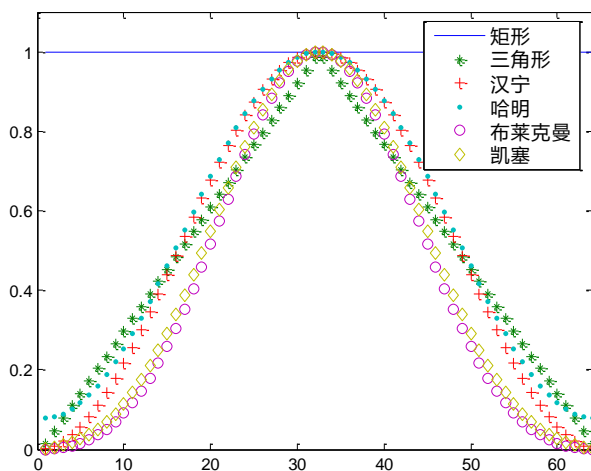


图 2-1

2.3 用窗函数法设计 FIR 数字低通滤波器

例 2-2 选择合适的窗函数设计一个 FIR 数字低通滤波器，要求：通带截止频率为 $\omega_p=0.3\pi$ ， $R_p=0.05\text{dB}$ ；阻带截止频率为 $\omega_s=0.45\pi$ ， $A_s=50\text{dB}$ 。描绘该滤波器的脉冲响应、窗函数及滤波器的幅频响应曲线和相频响应曲线。

分析：根据设计指标要求，并查表 2-1，选择哈密窗。程序清单如下：

```
wp=0.3*pi;ws=0.45*pi;deltaw=ws-wp;N0=ceil(6.6*pi/deltaw);
N=N0+mod(N0+1,2) %为实现 FIR 类型 1 偶对称滤波器，应确保 N 为奇数
windows=(hamming(N))';wc=(ws+wp)/2;
hd=ideal_lp(wc,N);b=hd.*windows;
[H,w]=freqz(b,1,1000,'whole');
H=(H(1:501))';w=(w(1:501))';
mag=abs(H);
db=20*log10((mag+eps)/max(mag));
pha=angle(H);
n=0:N-1;dw=2*pi/1000;
Rp=-(min(db(1:wp/dw+1))) %检验通带波动
As=-round(max(db(ws/dw+1:501))) %检验最小阻带衰减
subplot(2,2,1);stem(n,b);axis([0,N,1.1*min(b),1.1*max(b)]);title('实际脉冲响应');
xlabel('n');ylabel('h(n)');subplot(2,2,2);stem(n,windows);
axis([0,N,0,1.1]);title('窗函数特性');xlabel('n');ylabel('wd(n)');
subplot(2,2,3);plot(w/pi,db);axis([0,1,-80,10]);title('幅度频率响应');
xlabel('频率 (单位: \pi)');ylabel('H(e^{j\omega})');
set(gca,'XTickMode','manual','XTick',[0,wp/pi,ws/pi,1]);
set(gca,'YTickMode','manual','YTick',[-50,-20,-3,0]);grid
subplot(2,2,4);plot(w/pi,pha);axis([0,1,-4,4]);title('相位频率响应');
xlabel('频率 (单位: \pi)');ylabel('\phi(\omega)');
set(gca,'XTickMode','manual','XTick',[0,wp/pi,ws/pi,1]);
set(gca,'YTickMode','manual','YTick',[-3.1416,0,3.1416,4]);grid
```

程序运行结果如下：

```
Nd =    45
Rp =    0.0428
As =    50
```

特性曲线如图 2-2 所示。

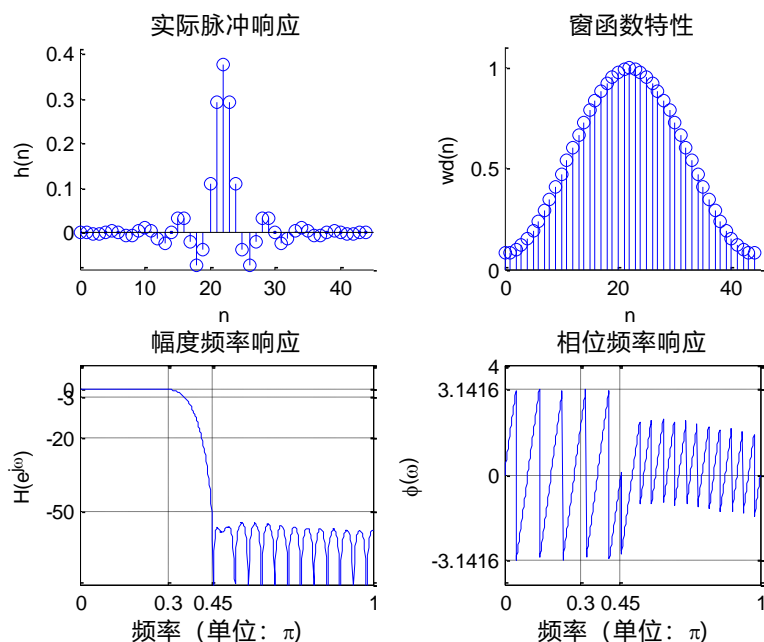


图 2-2

例 2-3 用 Matlab 信号处理工具箱的 `fir1` 函数设计一个 FIR 数字低通滤波器，要求：通带截止频率为 $\omega_p=0.3\pi$ ， $R_p=0.05\text{dB}$ ；阻带截止频率为 $\omega_s=0.45\pi$ ， $A_s=50\text{dB}$ 。

程序清单如下：

```
wp=0.3*pi;ws=0.45*pi;
deltaw=ws-wp;
N0=ceil(6.6*pi/deltaw);
N=N0+mod(N0+1,2) %为实现 FIR 类型 1 偶对称滤波器，应确保 N 为奇数
windows=hamming(N);%使用哈明窗，此句可省略
wc=(ws+wp)/2/pi;%截止频率取归一化通阻带频率的平均值
b=fir1(N-1,wc,windows);%用 fir1 函数求系统函数系数，windows 可省略
[H,w]=freqz(b,1,1000,'whole');
H=(H(1:501))';w=(w(1:501))';
mag=abs(H);
db=20*log10((mag+eps)/max(mag));
pha=angle(H);
n=0:N-1;dw=2*pi/1000;
Rp=-(min(db(1:wp/dw+1))) %检验通带波动
As=-round(max(db(ws/dw+1:501))) %检验最小阻带衰减
其余部分与例 2-2 完全相同。
```

2.4 信号的整数倍零值内插

内插可以提高信号的取样率，整数倍零值内插是在 $x(n)$ 相邻两个样点之间等间隔内插 $I-1$ 个 0 值点， I 是大于 1 的整数，称为内插因子。整数倍内插的频域解释见教材第 8 章的 8.3 节。由于内插后信号频谱发生变化，需采用一个镜像低通滤波器对内插后的信号滤波。

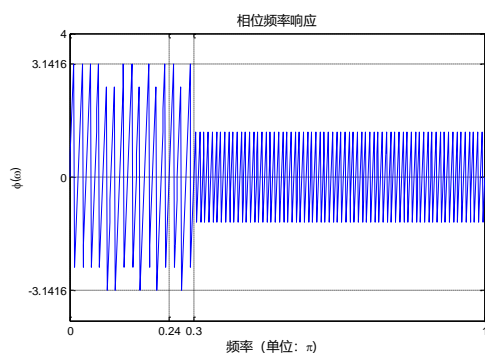
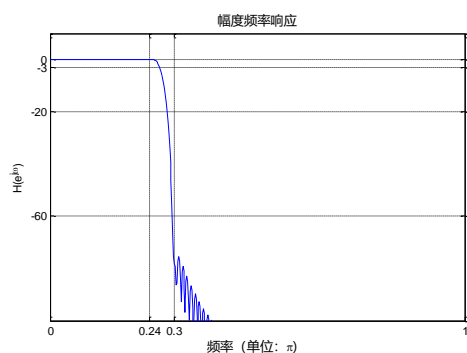
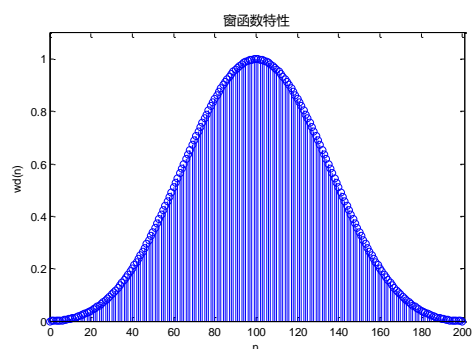
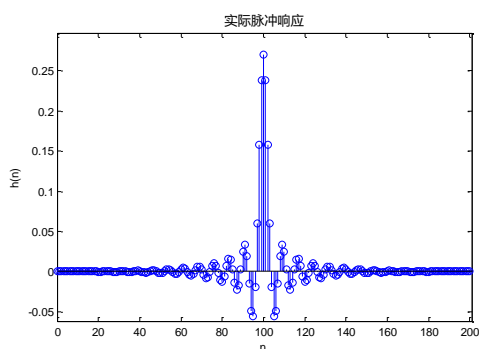
镜像滤波器的系统函数为：

$$H(e^{j\omega}) = \begin{cases} 1 & |\omega| < \frac{\pi}{I} \\ 0 & \frac{\pi}{I} \leq |\omega| \leq \pi \end{cases}$$

三、实验内容

1、阅读并输入实验原理中介绍的例题程序，观察输出的数据和图形，结合基本原理理解每一条语句的含义。

2、选择合适的窗函数设计 FIR 数字低通滤波器，要求： $\omega_p=0.24\pi$ ， $R_p=0.1\text{dB}$ ； $\omega_s=0.3\pi$ ， $A_s=60\text{dB}$ 。描绘该滤波器的脉冲响应、窗函数及滤波器的幅频响应曲线和相频响应曲线。

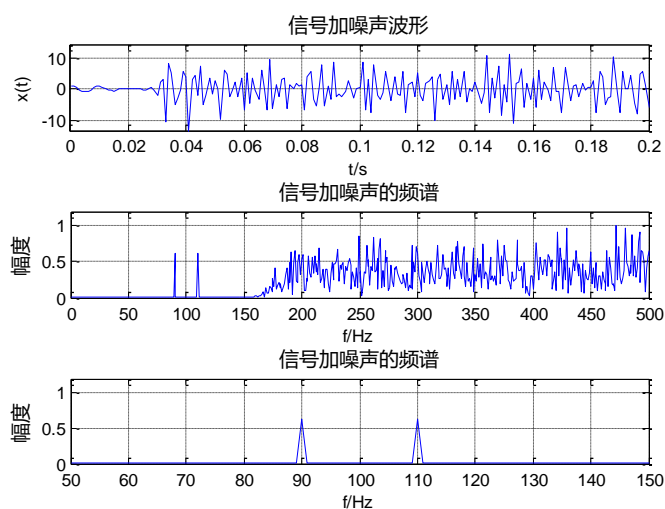


3、调用信号产生函数 `xtg` 产生具有加性噪声的信号 $x(t)$ ，并显示信号及其频谱。

程序清单如下：

```
[xt,t]=xtg(1000);
```

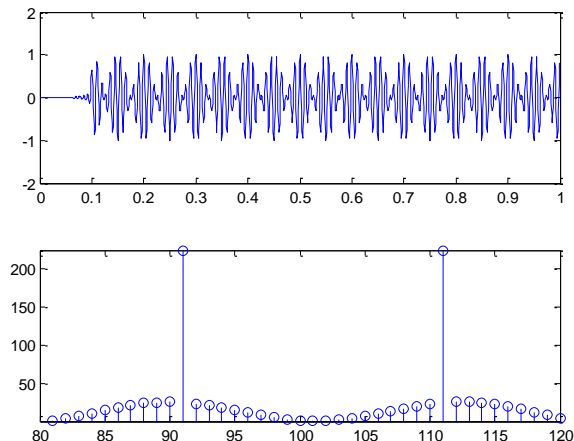
程序运行结果如下：



4、采用实验内容步骤 2 中设计的 FIR 数字低通滤波器，调用 Matlab 快速卷积函数 `fftfilt` 实现对 $x(t)$ 的滤波，从高频噪声中提取 $x(t)$ 中的单频调幅信号。绘图显示滤波器的频率响应特性曲线、滤波器输出信号的幅频特性图和时域波形图。

部分代码如下：

```
yt=fftfilt(b,xt);           %b 为 FIR 数字滤波器的单位脉冲响应 h(n)
Hyk=abs(fft(yt));
figure;
subplot(2,1,1);
plot(t,yt);
subplot(2,1,2);
stem(Hyk);
axis([80,120,min(Hyk),max(Hyk)]);
```



5、**选做题**，读取音频信号 `motherland.wav`，得到 `xn`；（1）对 `xn` 进行 $I=2$ 的整数倍 0 值内插，得到音频信号 `yn1`；（2）设计一个镜像低通滤波器（可在实验内容 2 的代码上进行修改）；（3）对 `yn1` 进行滤波，得到音频信号 `yn2`。

① 音频播放：依次播放原音频信号 `xn`、`yn1` 和 `yn2`，体验整数倍 0 值内插后的音质。

参考代码：

```
[xn,fs]=audioread('motherland.wav');% 读取音频信号
sound(xn,fs);           % 播放音频信号，
pause(length(xn)/fs);   % 暂停执行程序 length(xn)/fs 秒，确保音频播放完。
```

```
I=2      % 实现I=2的整数倍0值内插
for i=1:length(xn);
    yn1(I*i-1)=xn(i);
    yn1(I*i)= 0;
end
sound(yn1,I*fs);       %采样频率变大了，为 I*fs
```

② 取原音频某段信号，如 $n=8000 \sim 8199$ 。画出该段信号模拟域幅度谱（横坐标为 f Hz）；画出该段信号 $I=2$ 内插后的模拟域幅度谱；画出该段信号内插后再经过镜像滤波后的模拟域幅度谱。

参考代码：

```
Xn=1/fs*fft(xn(8000:8199),N);      % 从xn中取200点做谱分析，N可取2048
```



```

plot((0:N/2-1)*fs/N,abs(Xn(1:N/2)));% 模拟域幅度谱
Yn1=1/(I*fs)*fft(yn1(16000:16399),N); % 内插后，200点长变成了400点长
plot((0:N/2-1)*I*fs/N,abs(Yn1(1:N/2)));
yn2=filter(b,1,yn1); % 对yn1进行滤波，b为所设计的镜像滤波器
Yn2=1/(I*fs)*fft(yn2(16000:16399),N); % 内插后，200点长变成了400点长
plot((0:N/2-1)*I*fs/N,abs(Yn2(1:N/2)));

```

四、思考题

根据下面指标要求设计四种不同类型的 FIR 线性相位数字滤波器，要求画出 $h(n)$ ，幅频特性曲线、幅频衰减特性曲线，相频特性曲线，标注相关信息，包括横坐标，纵坐标的单位，曲线名称。

- (1) 设计数字低通滤波器，指标为：通带截止频率 $\omega_p = 0.2\pi$ ，阻带截止频率 $\omega_s = 0.3\pi$ ，通带衰减 $\alpha_p = 1dB$ ，阻带衰减 $\alpha_s = 24dB$ 。
- (2) 设计数字高通滤波器，指标为：阻带截止频率 $\omega_s = 0.4\pi$ ，通带截止频率 $\omega_p = 0.6\pi$ ，通带衰减 $\alpha_p = 0.2dB$ ，阻带衰减 $\alpha_s = 43dB$ 。
- (3) 设计数字带通滤波器，指标为：通带范围 $0.2\pi \leq \omega \leq 0.6\pi$ ，阻带范围 $0 \leq \omega \leq 0.15\pi$ 和 $0.65\pi \leq \omega \leq \pi$ ，通带衰减 $\alpha_p = 1dB$ ，阻带衰减 $\alpha_s = 50dB$ 。
- (4) 设计数字带阻滤波器，指标为：阻带范围 $0.2\pi \leq \omega \leq 0.6\pi$ ，通带范围 $0 \leq \omega \leq 0.15\pi$ 和 $0.65\pi \leq \omega \leq \pi$ ，通带衰减 $\alpha_p = 1dB$ ，阻带衰减 $\alpha_s = 45dB$ 。