

实验六 用 MATLAB 设计 IIR 数字滤波器

一、实验目的

- 1、加深对 IIR 数字滤波器设计方法和设计步骤的理解；
- 2、掌握用模拟滤波器原型设计 IIR 数字滤波器的方法；
- 3、能编写 MATLAB 函数，掌握设计 IIR 数字滤波器的函数调用方法；
- 4、根据不同的应用场景，确定不同的设计指标，设计出具有不同功能和性能的滤波器。不同滤波器的设计方法具有不同的优缺点，因此要全面、客观看待可能面对或出现的问题。

二、实验原理

2.1 脉冲响应不变法的基本知识

脉冲响应不变法又称冲激响应不变法，是将系统从 s 平面映射到 z 平面的一种变换方法，使数字滤波器的单位脉冲响应 $h(n)$ 模仿模拟滤波器的冲激响应 $h_a(n)$ 。其变换关系式为 $z=e^{sT}$

由于 e^{sT} 是一个周期函数，因而 s 平面虚轴上每一段 $2\pi/T$ 的线段都映射到 z 平面单位圆上一周。由于重叠映射，因而冲激响应不变法是一种多值映射关系。数字滤波器的频率响应是原模拟滤波器的频率响应的周期延拓（如图 2-1）所示。只有当模拟滤波器的频率响应是有限带宽，且频带宽度 $|\Omega| \leq (\pi/T) = \Omega_s/2$ ，才能避免数字滤波器的频率响应发生混叠现象。因此，脉冲响应不变法只适用于限带的模拟滤波器，对于高频区幅频特性不等于零的高通和带阻滤波器不适用。

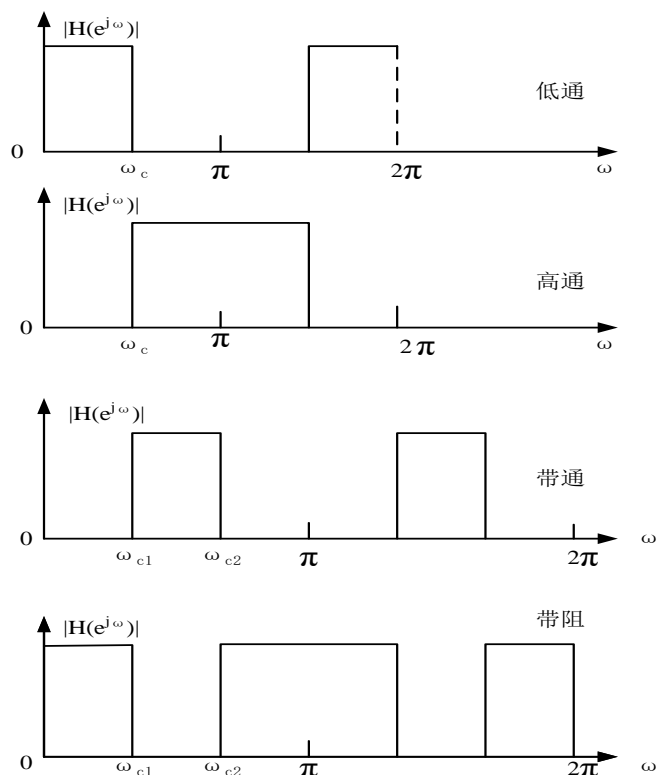


图 2-1

用脉冲响应不变法设计 IIR 数字滤波器的步骤如下：

- ① 输入给定的数字滤波器的设计指标；
- ② 根据公式 $\Omega=\omega/T$ 将数字滤波器设计指标转换为模拟滤波器设计指标；
- ③ 确定模拟滤波器的最小阶数和截止频率；
- ④ 计算模拟低通原型滤波器的系统传递函数；
- ⑤ 利用模拟域频率变换法求解实际模拟滤波器的系统传递函数；
- ⑥ 用脉冲响应不变法将模拟滤波器转换为数字滤波器。

2.2 用脉冲响应不变法设计 IIR 数字低通滤波器

例 2-1 采用脉冲响应不变法设计一个巴特沃斯数字低通滤波器，要求：
 $\omega_p=0.25\pi$ ， $R_p=1\text{dB}$ ； $\omega_s=0.4\pi$ ， $A_s=15\text{dB}$ ，滤波器采样频率 $F_s=2000\text{Hz}$ 。

程序清单如下：

```

wp=0.25*pi; %滤波器的通带截止频率
ws=0.4*pi; %滤波器的阻带截止频率
Rp=1;As=15; %滤波器的通阻带衰减指标
ripple=10^(-Rp/20); %滤波器的通带衰减对应的幅度值
Attn=10^(-As/20); %滤波器的阻带衰减对应的幅度值
%转换为模拟滤波器的技术指标

Fs=2000;T=1/Fs;Omgp=wp*Fs;Omgs=ws*Fs; %模拟原型滤波器计算
[n,Omgc]=buttord(Omgp,Omgs,Rp,As,'s') %计算阶数 n 和截止频率
[z0,p0,k0]=buttap(n); %设计归一化的巴特沃思模逆滤波器原型
ba1=k0*real(poly(z0)); %求原型滤波器的系数 b
aa1=real(poly(p0)); %求原型滤波器的系数 a
[ba,aa]=lp2lp(ba1,aa1,Omgc); %变换为模拟低通滤波器
%用脉冲响应不变法计算数字滤波器系数
[bd,ad]=impinvar(ba,aa,Fs)
[H,w]=freqz(bd,ad); %求数字系统的频率特性
dbH=20*log10((abs(H)+eps)/max(abs(H)));
subplot(2,2,1);plot(w/pi,abs(H));
ylabel('|H|');title('幅度响应');axis([0,1,0,1.1]);
set(gca,'XTickMode','manual','XTick',[0,0.25,0.4,1]);
set(gca,'YTickMode','manual','YTick',[0,Attn,ripple,1]);grid
subplot(2,2,2);plot(w/pi,angle(H)/pi);
ylabel('\phi');title('相位响应');axis([0,1,-1,1]);
set(gca,'XTickMode','manual','XTick',[0,0.25,0.4,1]);
set(gca,'YTickMode','manual','YTick',[-1,0,1]);grid
subplot(2,2,3);plot(w/pi,dbH);title('幅度响应(dB)');
ylabel('dB');xlabel('频率(\pi)');axis([0,1,-40,5]);
set(gca,'XTickMode','manual','XTick',[0,0.25,0.4,1]);
set(gca,'YTickMode','manual','YTick',[-50,-15,-1,0]);grid
subplot(2,2,4);zplane(bd,ad);axis([-1.1,1.1,-1.1,1.1]);title('零极点图');
程序运行结果如下：
n = 6
Omgc = 1.8897e+003
bd = -0.0000 0.0031 0.0419 0.0569 0.0125 0.0003
ad = 1.0000 -2.5418 3.1813 -2.3124 1.0072 -0.2457 0.0260
频率特性如图 2-2 所示：

```

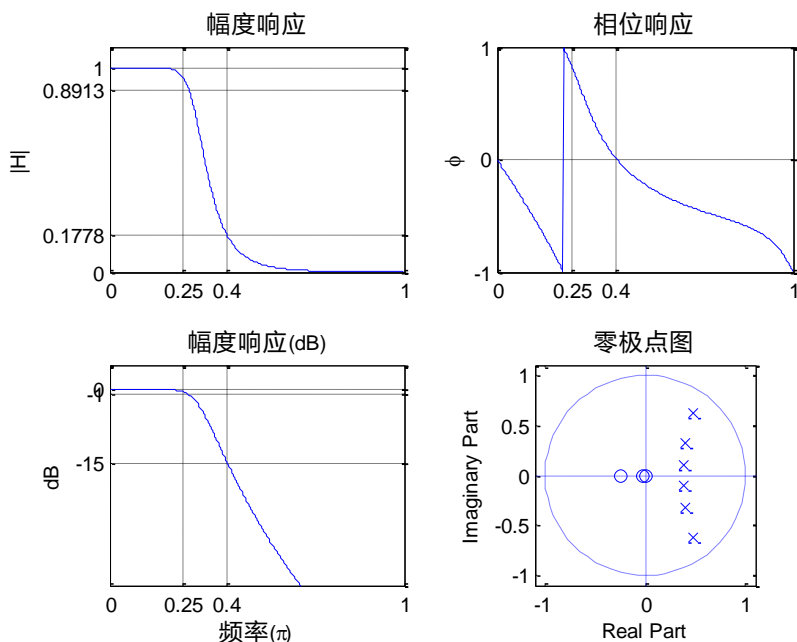


图 2-2

由频率特性曲线可知，该设计结果在通带的截止频率满足 $R_p \leq 1\text{dB}$ ，在阻带的截止频率满足 $A_s \geq 15\text{dB}$ ，且系统的极点全部在单位圆内，是一个稳定系统。这个巴特沃斯数字低通滤波器的传递函数为：

$$H(z) = \frac{0.031z^{-1} + 0.0419z^{-2} + 0.0569z^{-3} + 0.0125z^{-4} + 0.0003z^{-5}}{1 - 2.5418z^{-1} + 3.1813z^{-2} - 2.3124z^{-3} + 1.0072z^{-4} - 0.2457z^{-5} + 0.025z^{-6}} \quad (\text{直接型})$$

2.3 双线性变换法的基本知识

双线性变换法是将整个 s 平面映射到 z 平面，其映射关系为

$$s = \frac{2}{T} \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} \quad \text{或} \quad z = \frac{1+sT/2}{1-sT/2}$$

双线性变换法克服了脉冲响应不变法从 s 平面到 z 平面的多值映射的缺点，消除了频谱混叠现象。但其在变换过程中产生了非线性畸变，在设计 IIR 数字滤波器的过程中需要进行一定的修正。

用双线性变换法设计 IIR 数字滤波器的步骤如下：

- ① 输入给定的数字滤波器的设计指标；
- ② 根据公式 $\Omega = (2/T)\tan(\omega/2)$ 进行预修正，将数字滤波器设计指标转换为模

拟滤波器设计指标;

- ③ 确定模拟滤波器的最小阶数和截止频率;
- ④ 计算模拟低通原型滤波器的系统传递函数;
- ⑤ 利用模拟域频率变换法求解实际模拟滤波器的系统传递函数;
- ⑥ 用双线性变换法将模拟滤波器转换为数字滤波器。

2.4 用双线性变换法设计 IIR 数字低通滤波器

例 2-2 设计一个巴特沃斯数字低通滤波器, 要求: $\omega_p=0.25\pi$, $R_p=1\text{dB}$; $\omega_s=0.4\pi$, $A_s=15\text{dB}$, 滤波器采样频率 $F_s=100\text{Hz}$ 。

程序清单如下:

```
wp=0.25*pi; %滤波器的通带截止频率
ws=0.4*pi; %滤波器的阻带截止频率
Rp=1;As=15; %滤波器的通阻带衰减指标
ripple=10^(-Rp/20); %滤波器的通带衰减对应的幅度值
Attn=10^(-As/20); %滤波器的阻带衰减对应的幅度值
%转换为模拟滤波器的技术指标

Fs=100;T=1/Fs;
Omgp=(2/T)*tan(wp/2); %原型通带频率的预修正
OmgS=(2/T)*tan(ws/2); %原型阻带频率的预修正
%模拟原型滤波器计算
[n,Omgc]=buttord(Omgp,OmgS,Rp,As,'s') %计算阶数 n 和截止频率
[z0,p0,k0]=buttap(n); %设计归一化的巴特沃思模拟滤波器原型
ba1=k0*real(poly(z0)); %求原型滤波器的系数 b
aa1=real(poly(p0)); %求原型滤波器的系数 a
[ba,aa]=lp2lp(ba1,aa1,Omgc); %变换为模拟低通滤波器
%也可将以上 4 行替换为[bb,aa]=butter(n,Omgc,'s');直接求模拟滤波器系数
%用双线性变换法计算数字滤波器系数
[bd,ad]=bilinear(ba,aa,Fs) %求数字系统的频率特性

[H,w]=freqz(bd,ad);
dbH=20*log10((abs(H)+eps)/max(abs(H)));
subplot(2,2,1);plot(w/pi,abs(H));
ylabel('|H|');title('幅度响应');axis([0,1,0,1.1]);
set(gca,'XTickMode','manual','XTick',[0,0.25,0.4,1]);
set(gca,'YTickMode','manual','YTick',[0,Attn,ripple,1]);grid
subplot(2,2,2);plot(w/pi,angle(H)/pi);
ylabel('\phi');title('相位响应');axis([0,1,-1,1]);
```

```

set(gca,'XTickMode','manual','XTick',[0,0.25,0.4,1]);
set(gca,'YTickMode','manual','YTick',[-1,0,1]);grid
subplot(2,2,3);plot(w/pi,dbH);title('幅度响应(dB)');
ylabel('dB');xlabel('频率(\pi)');axis([0,1,-40,5]);
set(gca,'XTickMode','manual','XTick',[0,0.25,0.4,1]);
set(gca,'YTickMode','manual','YTick',[-50,-15,-1,0]);grid
subplot(2,2,4);zplane(bd,ad);
axis([-1.1,1.1,-1.1,1.1]);title('零极点图');

```

程序运行结果如下：

$n = 5$

$\text{Omgc} = 103.2016$

$\text{bd} = 0.0072 \quad 0.0362 \quad 0.0725 \quad 0.0725 \quad 0.0362 \quad 0.0072$

$\text{ad} = 1.0000 \quad -1.9434 \quad 1.9680 \quad -1.0702 \quad 0.3166 \quad -0.0392$

频率特性如图 2-3 所示：

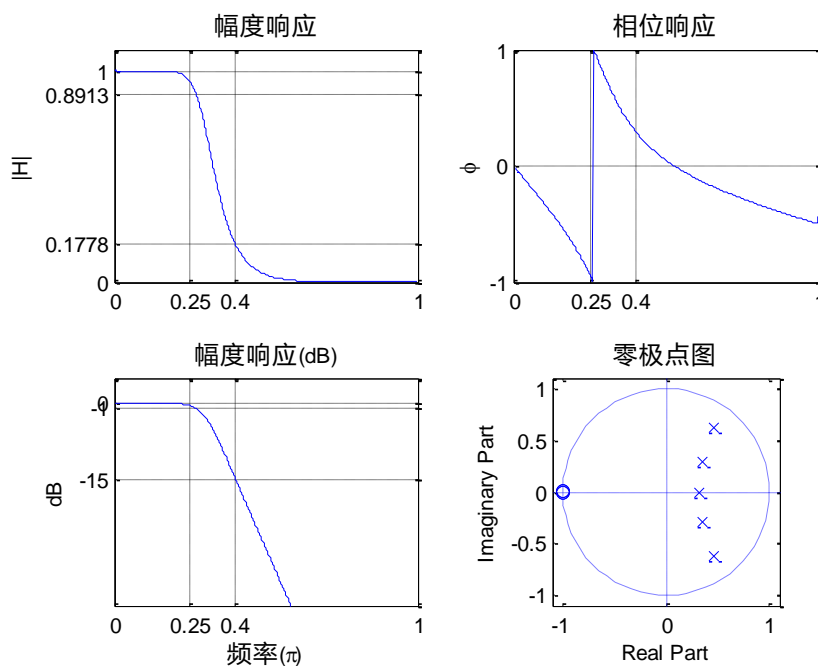


图 2-3

由频率特性曲线可知，该设计结果再通阻带截止频率处能满足 $R_p \leq 1\text{dB}$ 、 $A_s \geq 15\text{dB}$ 的设计指标要求，系统的极点全部在单位圆内，是一个稳定系统。由 $n=5$ 可知，该滤波器是一个 5 阶系统，原型 $H_a(s)$ 在 $s=-\infty$ 处有 5 个零点，映射到 $z=-1$ 处。该滤波器的传递函数为

$$H(z) = \frac{0.0072 + 0.0362z^{-1} + 0.0725z^{-2} + 0.0725z^{-3} + 0.0362z^{-4} + 0.0072z^{-5}}{1 - 1.9434z^{-1} + 1.9680z^{-2} - 1.0702z^{-3} + 0.3166z^{-4} - 0.0392z^{-5}} \quad (\text{直接型})$$

2.5 编写滤波器仿真程序

编写滤波器仿真程序，计算 $H(z)$ 对心电图信号采样序列 $x(n)$ 的响应序列 $y(n)$ 。人体心电图信号在测量过程中往往受到工业高频干扰，所以必须经过低通滤波处理后，才能作为判断心脏功能的有用信息。下面给出一个实际心电图信号采样序列样式本 $x(n)$ ，其中存在高频干扰。以 $x(n)$ 作为输入序列，滤除其中的干扰成分。

```
xn=[-4,-2,0,-4,-6,-4,-2,-4,-6,-6,-4,-4,-6,-6,-2,6,12,8,...
0,-16,-38,-60,-84,-90,-66,-32,-4,-2,-4,8,12,12,10,6,6,6,...
4,0,0,0,0,-2,-4,0,0,0,-2,-2,0,0,-2,-2,-2,-2,0];
```

可调用 MATLAB `filter()` 函数对实际心电图信号滤波，下面的 M 文件举例说明如何 `filter()` 函数，设计出一个二阶滤波器 $H(z) = \frac{0.09036(1+2z^{-1}+z^{-2})}{1-1.2686z^{-1}+0.7051z^{-2}}$ 后，对实际心电图信号滤波。程序清单如下：

```
xn=[-4,-2,0,-4,-6,-4,-2,-4,-6,-6,-4,-4,-6,-6,-2,6,12,8,...
0,-16,-38,-60,-84,-90,-66,-32,-4,-2,-4,8,12,12,10,6,6,6,...
4,0,0,0,0,-2,-4,0,0,0,-2,-2,0,0,-2,-2,-2,-2,0];
B=[0.09036 0.09036*2 0.09036];
A=[1,-1.2686,0.7051];
yn=filter(B,A,xn);
figure;
subplot(2,1,1);
stem(0:length(xn)-1,xn,'.'); title('滤波前');
subplot(2,1,2);
stem(0:length(yn)-1,yn,'.'); title('滤波后');
```

注意：...符号将一条语句拆分在不同行，如果语句在同一行则不要。

程序运行结果如下：

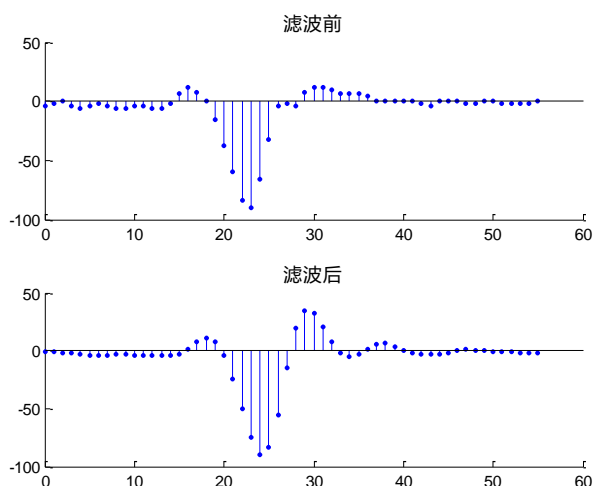


图 2-4

2.6 信号的整数倍抽取

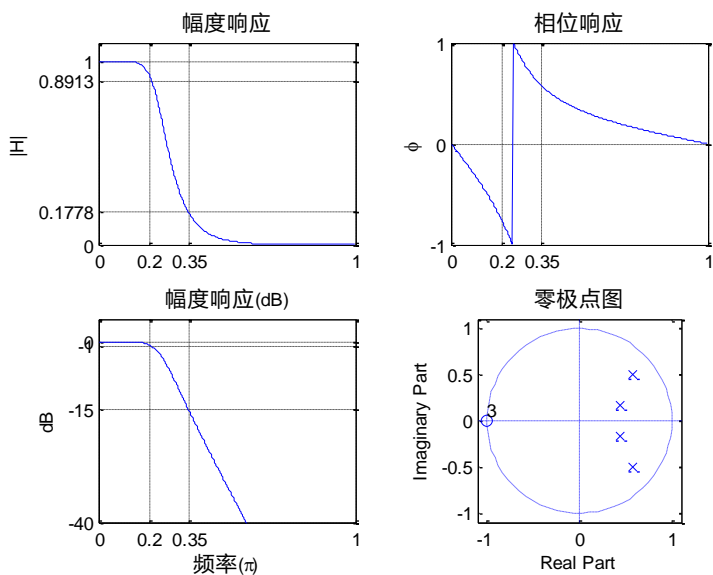
设 $x(n)$ 是连续信号 $x_a(t)$ 的采样序列，其采样频率为 $f_1=1/T_1(\text{Hz})$ ， T_1 是采样间隔。如果将其采样频率降低到原来的 $1/D$ (D 为大于 1 的整数，称为抽取因子)，最简单的方法是对 $x(n)$ 每 $D-1$ 个点抽取 1 点，组成一个新的序列 $y(n)$ 。由于 $y(n)$ 的采样间隔 $T_2=DT_1$ ，除非抽取后仍能满足采样定理，否则会引起频谱混叠现象。信号抽取前后的频谱关系见教材第 8 章的 8.2 节。为了避免抽取后的频率混叠，在抽取前先采用一个抗混叠低通滤波器对信号滤波，把信号的频带限制在某个频率以下。

抗混叠滤波器的系统函数为：

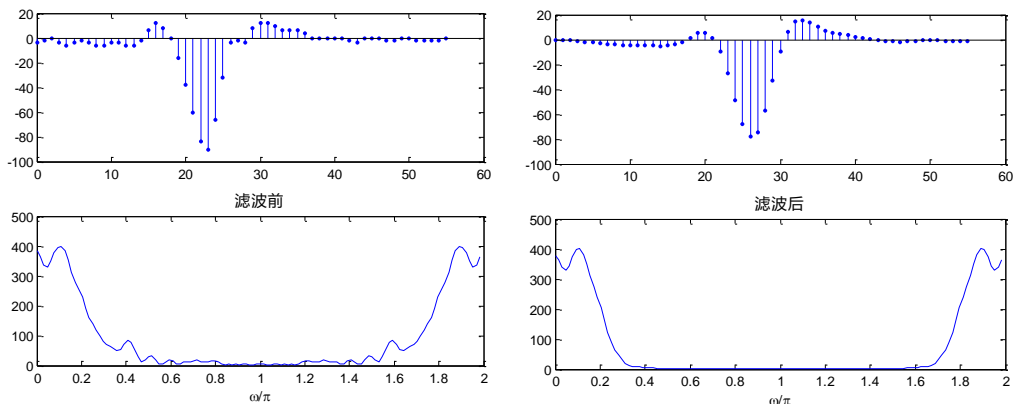
$$H(e^{j\omega}) = \begin{cases} 1 & |\omega| < \frac{\pi}{D} \\ 0 & \frac{\pi}{D} \leq |\omega| \leq \pi \end{cases}$$

三、实验内容

1、用双线性变换法设计的巴特沃斯数字低通滤波器，要求： $\omega_p=0.2\pi$ ， $R_p=1\text{dB}$ ；
阻带： $\omega_s=0.35\pi$ ， $A_s=15\text{dB}$ ，滤波器采样频率 $F_s=10\text{Hz}$ 。



2、用 1 设计的数字滤波器对实际心电图信号采样序列(实验原理中已给出)进行滤波处理，分别绘制出滤波前后的心电图波形图和其幅频特性曲线，观察总结滤波作用与效果。



3、设计一个抗混叠低通滤波器（可在实验内容 1 的代码上进行修改，截止频率的指标见 2.6 节，衰减指标与实验内容 1 一样）。（1）读取音频信号 motherland.wav，得到 x_n ；（2）对 x_n 进行 $D=2$ 的整数倍抽取，得到整数倍抽取后的音频信号 y_{n1} ；（3）对 x_n 先进行抗混叠滤波，再进行 $D=2$ 的整数倍抽取，得到音频信号 y_{n2} 。

（1）音频播放：依次原始声音 x_n 、没有经抗混叠滤波进行整数倍抽取的音频 y_{n1} 、经过抗混叠滤波进行整数倍抽取的音频 y_{n2} ，体验音频有频域混叠时的

音质。

参考代码：

```
[xn,fs]=audioread('motherland.wav');% 读取音频信号
sound(xn,fs);
pause(length(xn)/fs);% 播放音频信号，暂停执行程序 length(xn)/fs 秒
yn1=xn(1:D:length(xn)); % 每个 D-1 个点抽取 1 点，这里 D=2
sound(yn1,fs/D); % 采用频谱降低到 fs/D
```

(2) 取原音频某段信号，如 $n=8000\sim 8199$ 。画出该段信号模拟域幅度谱（横坐标为 f Hz）；画出该段信号 $D=2$ 抽取后的模拟域幅度谱；画出该段信号先经过抗混叠滤波再进行 $D=2$ 抽取的模拟域幅度谱。

参考代码：

```
Xn=1/fs*fft(xn(8000:8199),N); % 从xn中取200点，N可取2018
plot((0:N/2-1)*fs/N,abs(Xn(1:N/2))); % 模拟域幅度谱
Yn1=D/fs*fft(yn1(8000:8099),N); % 2点取1点后，200点长变成了100点长
plot((0:N/2-1)*fs/(N*D),abs(Yn1(1:N/2))); % 模拟域幅度谱
```

四、思考题

按照如下指标要求设计四种选频数字滤波器，要求画出滤波器的幅频特性、相频特性和幅度衰减曲线，标注相关信息，如横坐标，纵坐标的单位，曲线名称等。（设计方法自己查阅资料完成）

- (1) 设计数字低通滤波器，指标为：通带截止频率 $\omega_p = 0.2\pi$ ，阻带截止频率 $\omega_s = 0.3\pi$ ，通带衰减 $\alpha_p = 1dB$ ，阻带衰减 $\alpha_s = 20dB$ 。
- (2) 设计数字高通滤波器，指标为：阻带截止频率 $\omega_s = 0.4\pi$ ，通带截止频率 $\omega_p = 0.6\pi$ ，通带衰减 $\alpha_p = 2dB$ ，阻带衰减 $\alpha_s = 30dB$ 。
- (3) 设计数字带通滤波器，指标为：通带范围 $0.2\pi \leq \omega \leq 0.6\pi$ ，阻带范围 $0 \leq \omega \leq 0.15\pi$ 和 $0.65\pi \leq \omega \leq \pi$ ，通带衰减 $\alpha_p = 1dB$ ，阻带衰减 $\alpha_s = 45dB$ 。
- (4) 设计数字带阻滤波器，指标为：阻带范围 $0.2\pi \leq \omega \leq 0.6\pi$ ，通带范围 $0 \leq \omega \leq 0.15\pi$ 和 $0.65\pi \leq \omega \leq \pi$ ，通带衰减 $\alpha_p = 1dB$ ，阻带衰减 $\alpha_s = 45dB$ 。