

## 实验四 用 FFT 进行谱分析

### 一、实验目的

1. 加深对 FFT 算法原理的理解（因为 FFT 只是 DFT 的一种快速算法，所以 FFT 的运算结果必然满足 DFT 的基本性质）。
2. 熟悉 FFT 子程序的应用。
3. 用 FFT 对连续信号和时域离散信号（如语音和图像信号）进行谱分析的实现方法，能理解可能出现的分析误差，能分析误差的原因，以便在实际应用中能正确使用 FFT。
4. 对同一信号，可分别在时域和频域中进行表示或描述，以便从不同域，也就是不同的角度对信号进行特性分析，或进行有效处理，因此要建立从多种角度看待问题的哲学思想和科学思维。

### 二、实验仪器

微型计算机

### 三、实验步骤

1. 复习 DFT 的定义、性质和用 DFT 作谱分析的有关内容。
2. 复习 FFT 算法原理与编程思想，并对照 DIT-FFT 运算流图和程序框图，读懂本实验提供的 FFT 子程序。
3. 编制信号产生子程序，产生以下典型信号供谱分析用：

$$x_1(n) = R_4(n) \quad (3-1)$$

$$x_2(n) = \begin{cases} n+1, & 0 \leq n \leq 3 \\ 8-n, & 4 \leq n \leq 7 \\ 0, & \text{其他 } n \end{cases} \quad (3-2)$$

$$x_3(n) = \begin{cases} 4-n, & 0 \leq n \leq 3 \\ n-3, & 4 \leq n \leq 7 \\ 0, & \text{其他 } n \end{cases} \quad (3-3)$$

$$x_4(n) = \cos\left(\frac{\pi}{4}n\right) \quad (3-4)$$

$$x_5(n) = \sin\left(\frac{\pi}{8}n\right) \quad (3-5)$$

$$x_6(t) = \cos(8\pi t) + \cos(16\pi t) + \cos(20\pi t) \quad (3-6)$$

应当注意，如果给出的是连续信号  $x_a(t)$ ，则首先要根据其最高频率确定采样速率  $f_s$  以及由频率分辨率选择采样点数  $N$ ，然后对其进行软件采样（即计算  $x(n) = x_a(nT), (0 \leq n \leq N-1)$ ），产生对应序列  $x(n)$ 。对信号  $x_a(t)$ ，频率分辨率的选择要以能分辨开其中的三个频率对应的谱线为准则。对周期序列，最好截取周期的整数倍进行谱分析，否则有可能产生较大的分析误差。请实验者根据 DFT 的隐含周期性思考这个问题。

4. 编写 M 文件。

### 三、函数介绍

**Matlab 中常用的快速傅里叶变换函数**

#### 1、**Y=fft(x,N)**

采用 FFT 算法计算序列向量  $x$  的  $N$  点 DFT，这里假设  $x$  的长度为  $R$ 。

(1) 当省略  $N$  时，fft 函数计算  $x$  的  $R$  点的 DFT， $Y$  的长度也为  $R$ ；

(2) 若  $R > N$ ，截取  $x$  的前  $N$  点计算 DFT， $Y$  的长度为  $N$ ；

(3) 若  $R < N$ ，对  $x$  先补零扩展为  $N$  点长序列，再求  $N$  点 DFT， $Y$  的长度为  $N$ 。

#### 2、**x=ifft(Y,N)**

采用 FFT 算法计算序列向量  $Y$  的  $N$  点 IDFT。

#### 3、**Y=fft2(x,M,N)** % 二维快速离散傅里叶变换

(1) 当省略  $M$  和  $N$  时，计算  $x$  二维离散傅里叶变换， $Y$  的长度与  $x$  相同；

(2) 对  $x$  进行截断或补零扩展，以便在计算变换之前  $x$  形成  $m \times n$  矩阵，

计算得到的  $Y$  是  $m \times n$  矩阵。

#### 4、**Y=fftshift(X)** % 将零频率的分量移到频谱的中心

### 四、实验内容

【实例 4-1】对  $x_3$  做 8 点 FFT，绘制出离散幅度谱。

Matlab 参考代码如下：

$N=8$ ;

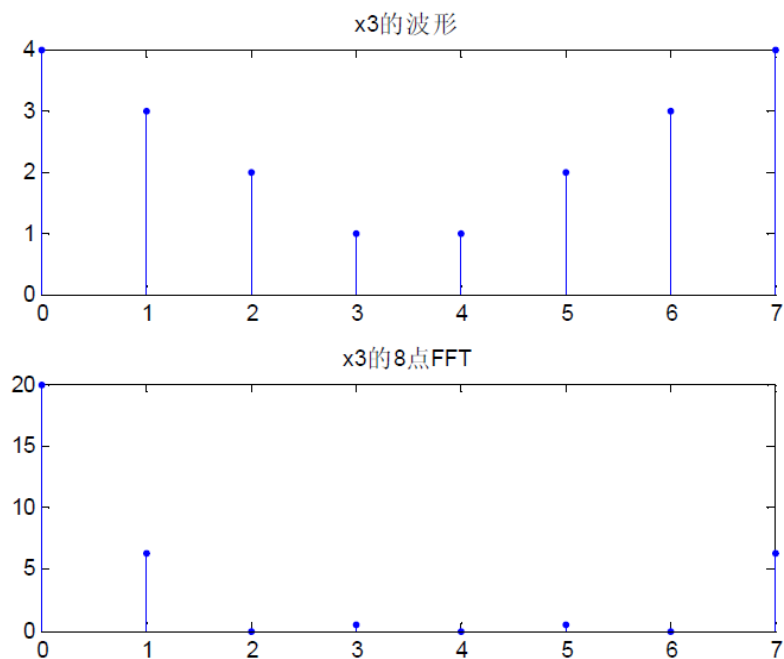
$x=[4:-1:1 \ 1:4]$ ;

```
xk=fft(x,N);
```

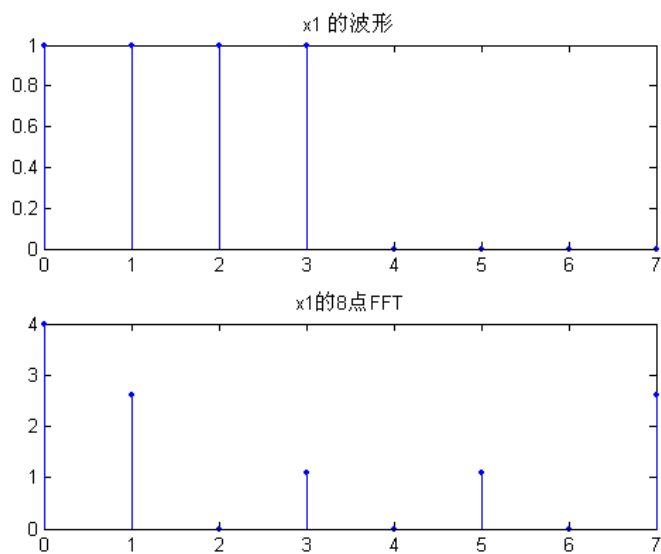
```
figure;
```

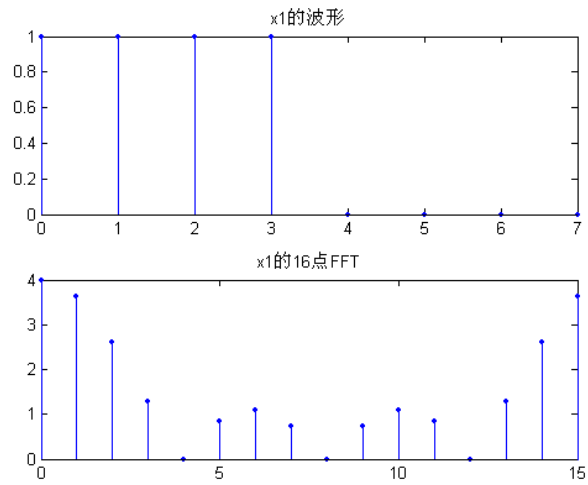
```
subplot(211); stem(0:length(x)-1,x,'.'); title('x3 的波形');
```

```
subplot(212); stem(0:N-1,abs(xk),'.''); title('x3 的 8 点离散幅度谱');
```

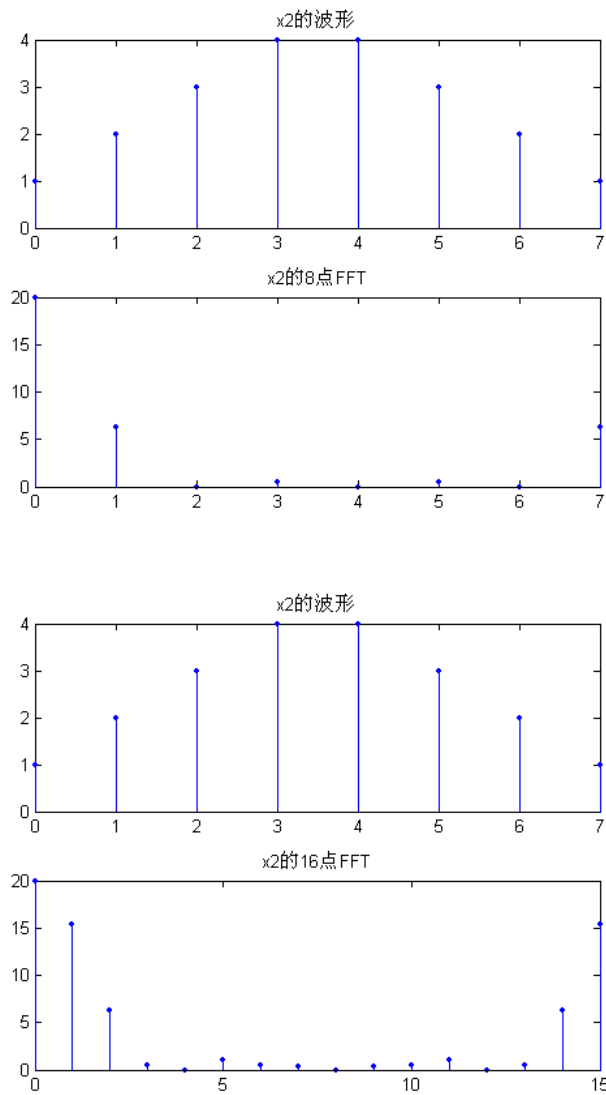


1. 编写 Matlab M 文件对信号  $x_1(n)$  做 8 点和 16 点的 FFT，**保存如下两幅实验结果图形。**



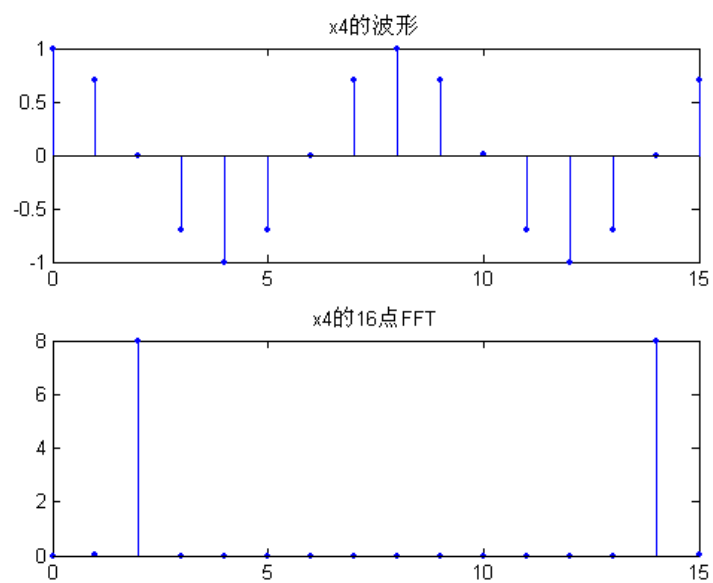
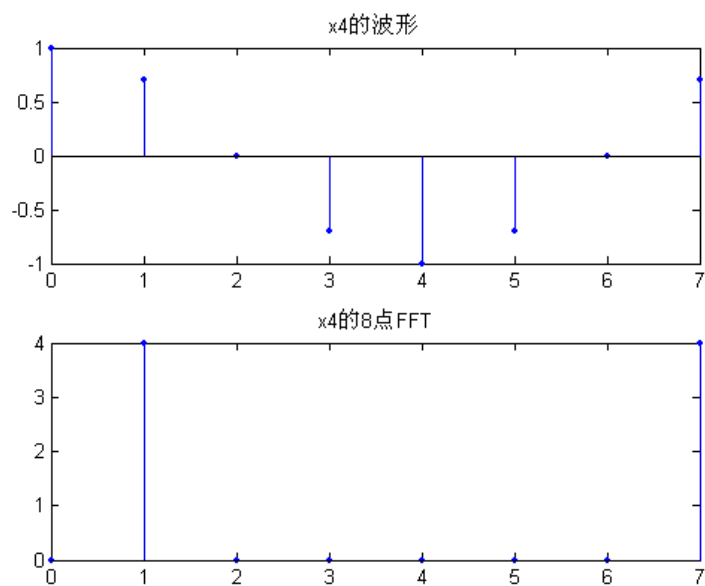


2、编写 Matlab M 文件对信号  $x_2(n)$  做 8 点和 16 点的 FFT，**保存如下两幅实验结果图形。**



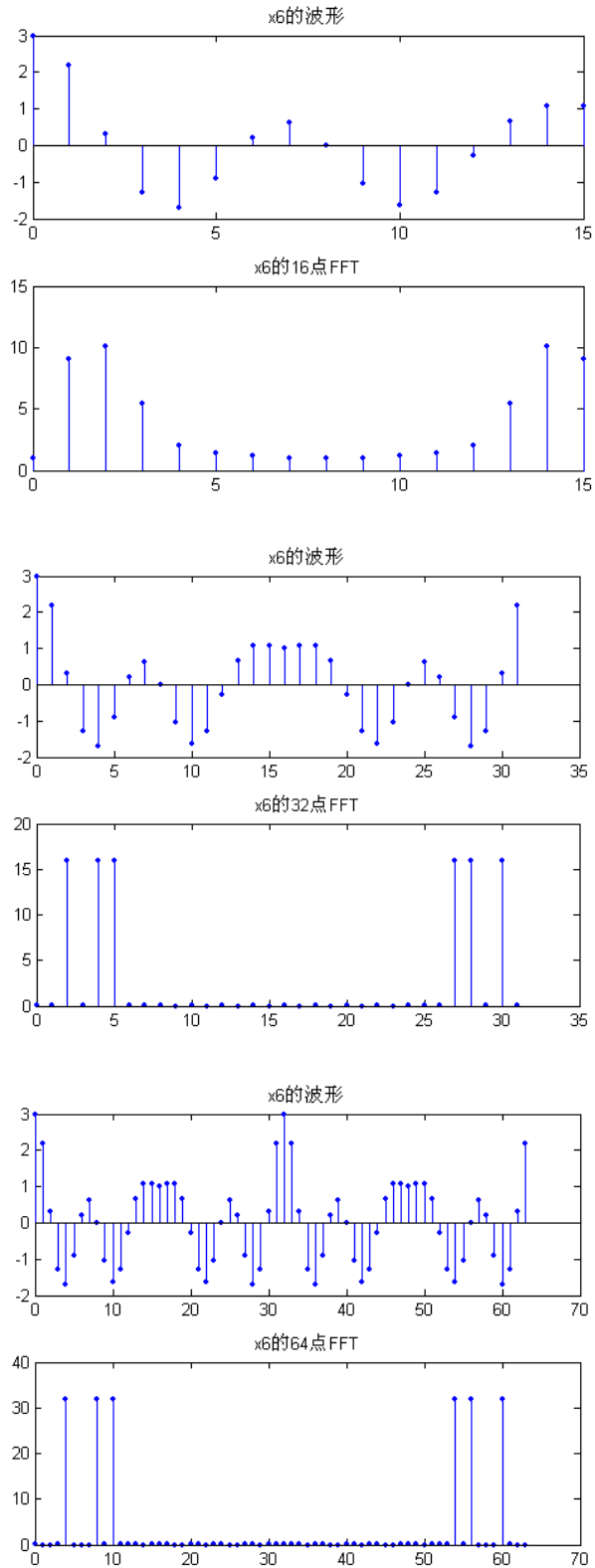
3、编写 Matlab M 文件对信号  $x_4(n)$  做 8 点和 16 点的 FFT，**保存如下两幅实验结**

**果图形。**



4、编写 Matlab M 文件对信号  $x_6(t)$  以  $f_s=64$  (Hz) 采样后做  $N=16, 32, 64$  点的

FFT，**保存如下三幅实验结果图形。**



5、编写 Matlab M 文件，读取 motherland.wav 音频数据，分析第 8000 至 8199 共 200 个采样点的频谱（提示这里的频谱指的是信号的傅里叶变换）。实现方法为：对这 200 个点数据做  $N=512$  的 DFT（采用 FFT 实现）。要求：画出其在  $[0, 2\pi)$

的连续幅度谱和相位谱图。（请保存好代码，实验五要用）

6、编写 Matlab 程序，分析 lena 图像的二维频谱，调用 fft2 和 fftshift 函数实现。

要求：显示时域原图、二维幅度谱图。

```
A = imread('lena.bmp');    % 读原图
figure(1);
imshow(A);
title('原图')
fftI = fft2(A);            % 二维离散傅里叶变换
A1 = abs(fftI);            % 取模值
% 把幅度限定在[0,255]
B1=(A1-min(min(A1)))/(max(max(A1))-min(min(A1)))*255;
figure(2)
imshow(B1); title('二维幅度谱图');
B= fftshift(B1);
figure(3)
imshow(B); title('移到中心位置的二维频谱图');
```

## 五、思考题

1. 在  $N=8$  和  $N=16$  两种情况下， $x_2(n)$  和  $x_3(n)$  的幅频特性会相同吗？为什么？

2. 如果周期信号的周期预先不知道，如何用 FFT 进行分析？

3. 已知序列  $x=[1,1,2,2,3,3,2,2,1,1]$ 。

（1）对  $x$  进行 2 选 1 的抽取，得到序列  $x_1=[1,2,3,2,1]$ ；

（2）对  $x$  在两个序列值之间插入一个 0 值点进行内插，得到序列  $x_2=[1,0,1,0,2,0,2,0,3,0,3,0,2,0,2,0,1,0,1]$ 。

（3）使用函数 fft 分别画出  $x$ 、 $x_1$  和  $x_2$  在  $[0, 2\pi)$  的连续幅度谱图（提示是序列 FT）；

（4）分别写出  $x_1$ 、 $x_2$  与  $x$  频谱关系的数学表达式。根据（3）显示出的幅度频谱图，解释  $x_1$ 、 $x_2$  与  $x$  幅度频谱变化的原因。