

2011 高教社杯全国大学生数学建模竞赛

承 诺 书

我们仔细阅读了中国大学生数学建模竞赛的竞赛规则.

我们完全明白, 在竞赛开始后参赛队员不能以任何方式(包括电话、电子邮件、网上咨询等)与队外的任何人(包括指导教师)研究、讨论与赛题有关的问题。

我们知道, 抄袭别人的成果是违反竞赛规则的, 如果引用别人的成果或其他公开的资料(包括网上查到的资料), 必须按照规定的参考文献的表述方式在正文引用处和参考文献中明确列出。

我们郑重承诺, 严格遵守竞赛规则, 以保证竞赛的公正、公平性。如有违反竞赛规则的行为, 我们将受到严肃处理。

我们参赛选择的题号是(从 A/B/C/D 中选择一项填写): A

我们的参赛报名号为(如果赛区设置报名号的话): 20110131

所属学校(请填写完整的全名): 中国科学技术大学

参赛队员(打印并签名): 1. 刘连盟

2. 汪玉鹤

3. 夏超

指导教师或指导教师组负责人(打印并签名):

日期: 2011 年 9 月 12 日

赛区评阅编号(由赛区组委会评阅前进行编号):

2011 高教社杯全国大学生数学建模竞赛

编 号 专 用 页

赛区评阅编号（由赛区组委会评阅前进行编号）：

赛区评阅记录（可供赛区评阅时使用）：

评 阅 人										
评 分										
备 注										

全国统一编号（由赛区组委会送交全国前编号）：

全国评阅编号（由全国组委会评阅前进行编号）：

某城区表层土壤重金属污染的分析模型

摘要：首先，通过对城区采样点的坐标记录和多种化学元素浓度的数据进行初步的 3D 绘图分析，了解城区地形特征和重金属元素大致的分布状况。其次，有统计方法对数据进行多方面处理，用污染程度的两个指标评估了各个城区的污染状况，用因子分析法对元素进行了归类处理，并说明了污染的原因。结合图与数据分析得到污染传播的特征，加上对污染源的估计，设计完成了扩散模型。通过模型测试结果与重金属含量分布图的比较，得到污染源的位置以及污染程度和扩散时间。最后，把研究城区地质演变模式作为终极目标，提出了该方面建模的憧憬。

关键词：重金属污染、空间分布、污染原因、污染源、传播模型、地质环境演变

1. 问题描述:

随着城市经济的快速发展和城市人口的不断增加,人类活动对城市环境质量的影响日显突出。对城市土壤地质环境异常的查证,以及如何应用查证获得的海量数据资料开展城市环境质量评价,研究人类活动影响下城市地质环境的演变模式,日益成为人们关注的焦点。

按照功能划分,城区一般可分为生活区、工业区、山区、主干道路区及公园绿地区等,分别记为 1 类区、2 类区、……、5 类区,不同的区域环境受人类活动影响的程度不同。

现对某城市城区土壤地质环境进行调查。为此,将所考察的城区划分为间距 1 公里左右的网格子区域,按照每平方公里 1 个采样点对表层土(0~10 厘米深度)进行取样、编号,并用 GPS 记录采样点的位置。应用专门仪器测试分析,获得了每个样本所含的多种化学元素的浓度数据。另一方面,按照 2 公里的间距在那些远离人群及工业活动的自然区取样,将其作为该城区表层土壤中元素的背景值。

附件 1 列出了采样点的位置、海拔高度及其所属功能区等信息,附件 2 列出了 8 种主要重金属元素在采样点处的浓度,附件 3 列出了 8 种主要重金属元素的背景值。

现要求你们通过数学建模来完成以下任务:

- (1) 给出 8 种主要重金属元素在该城区的空间分布,并分析该城区内不同区域重金属的污染程度。
- (2) 通过数据分析,说明重金属污染的主要原因。
- (3) 分析重金属污染物的传播特征,由此建立模型,确定污染源的位置。
- (4) 分析你所建立模型的优缺点,为更好地研究城市地质环境的演变模式,还应收集什么信息?有了这些信息,如何建立模型解决问题?

2. 问题分析:

问题描述只是一个取样的基本介绍,解决问题的关键在于对附件中的数据进行处理与分析:

(1) 通过所提供的采样点的位置数据,通过绘制 3D 图和等高图,可以大致了解所研究区域的地形特征。常识告诉我们:城市的建设会部分依赖于地形因素,所以应该把地形特征与功能区内人类的活动结合起来分析。

(2) 通过 8 种主要重金属元素在采样点处的浓度数据,一方面将数据放入地形图中,了解每种重金属的直观的分布情况;另一方面可以从数据本身用一些统计的方法挖掘出信息:包括污染程度、相互的分布依赖性、因子分析法找主要影响因子等。从上述两个方面的分析去寻找重金属污染物的传播特征,作为建模的根据。

问题 (1)、(2) 见部分 3: 数据初步处理

问题 (3) 见部分 4: 模型设计与建立

问题 (4) 见部分 5: 结论结果分析和部分 6: 建模进一步设想

3. 数据初步处理:

绘图与分析工具: Mathematica、R 软件

利用数据: 附件 1、附件 2、附件 3

(1) 城区地形及功能区分布

图 1: 各功能区采样点在城区等高图中的分布

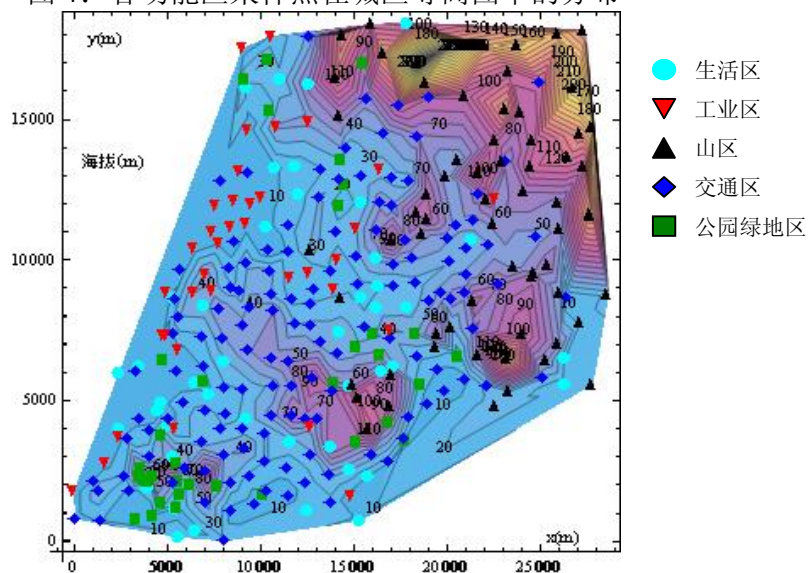
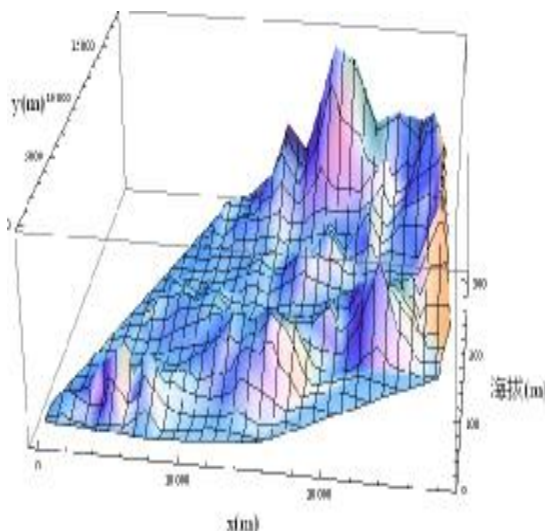


图 2: 城区 3D 地形图



关于地形的说明:

图 1 是城区的等高线分布图, 图 2 是 3D 地形图, 由图 1 和图 2 可以看出: ①城区东北部海拔高度相对较高, 是山区主要分布的地区; ②中西部地区较为平坦, 适宜进行各种房屋和交通设施的建设, 因此是交通区和生活区的主要位置,

城区交通主线连接西部与中部地区, 所以中西部是城区的主要人口聚集区; ③西部边界处的海拔是城区最低的, 且工业区主要分布在此处的城市边缘地区。从地理角度来看, 城区西侧边缘应该有河流流过, 这是因为由海拔图可以看出西部地势相对较低; 而且可能有发源于山区的河流汇入主干河道, 因为中部到山区有狭长的谷地。这也可以解释为什么大部分的工业区都在城区边缘左侧呈带状分布, 因为大部分的工业企业都需要大量的水资源, 所以工业企业大多都会依河建厂; ④在城区的土地分布中, 公园绿地区占的比例并不是很大, 它们主要分布在生活区附近的低山丘陵处。

(2) 8 种重金属元素在城区的空间分布

由附件 1 和附件 2 中的数据作图可得 8 种重金属元素在城区的空间分布图如图 3

所示（其中浓度梯度图中各图标意义为：

- 生活区
- 工业区
- 山区
- 交通区
- 公园绿地区

）：

图 3：八种重金属含量在城区的空间分布图

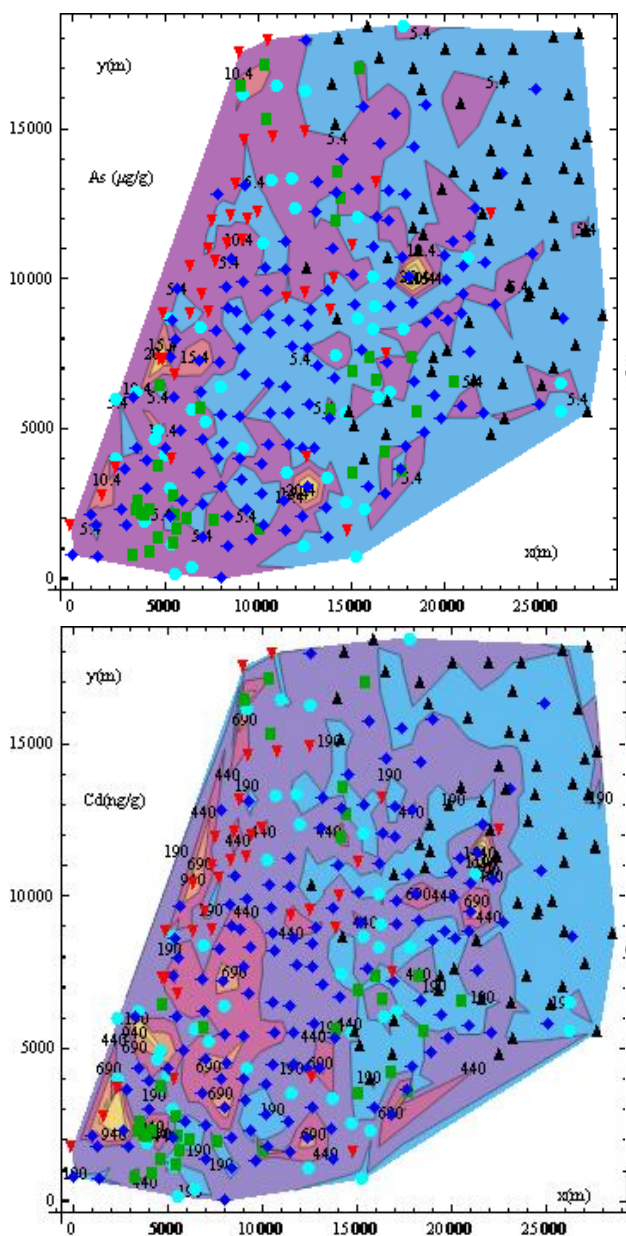


图 3a1、3a2：As 在城区的空间分布图

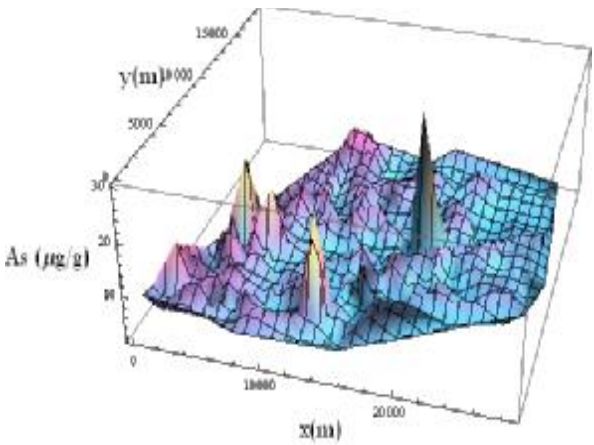
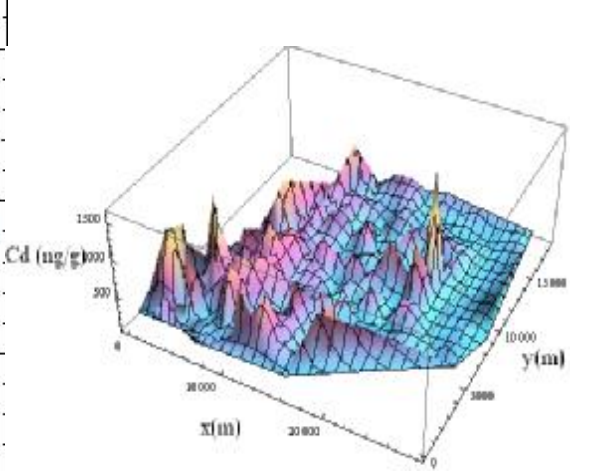


图 3b1、3b2：Cd 在城区的空间分布图



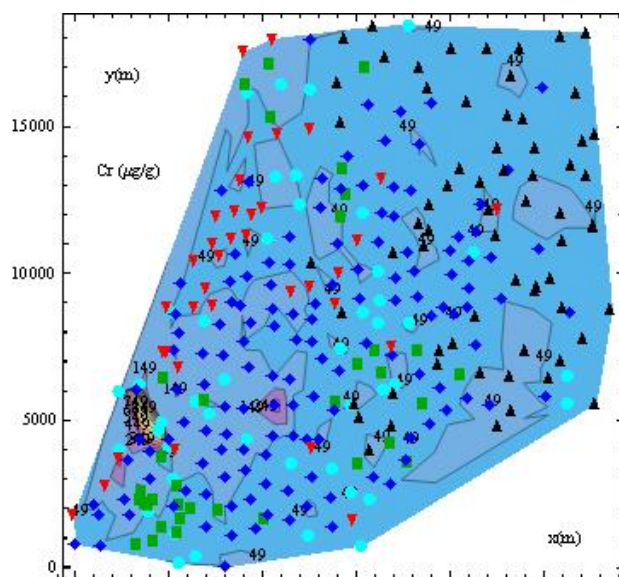


图 3c1、3c2: Cr 在城区的空间分布

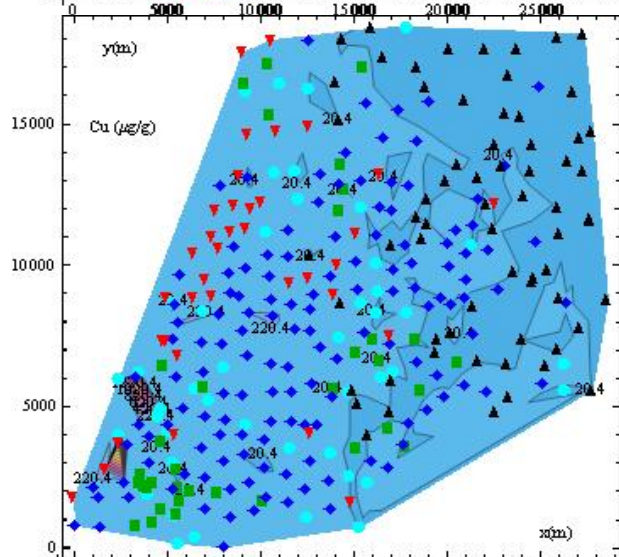
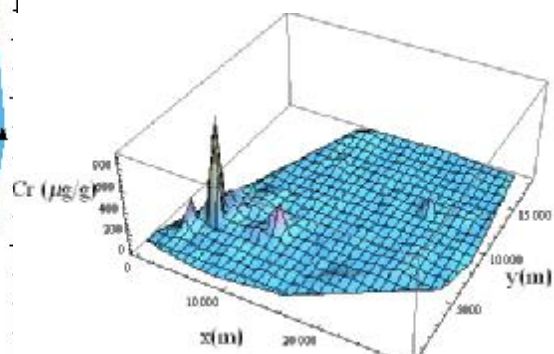


图 3d1、3d2: Cu 在城区的空间分布

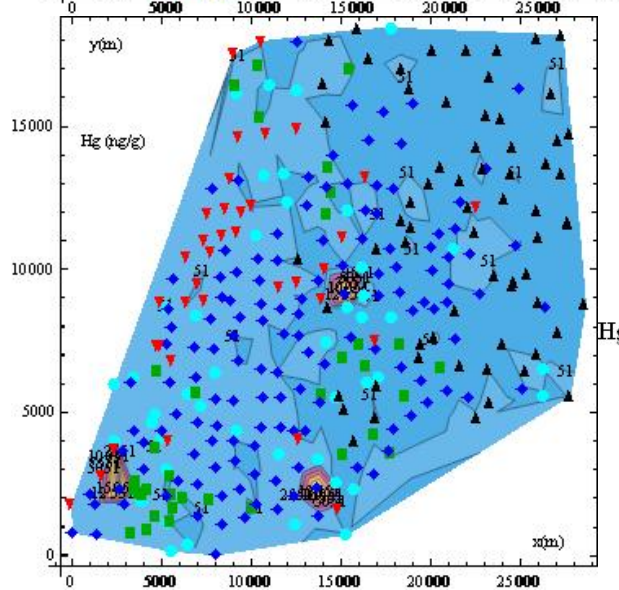
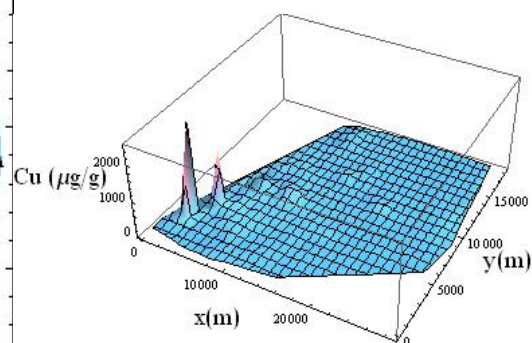
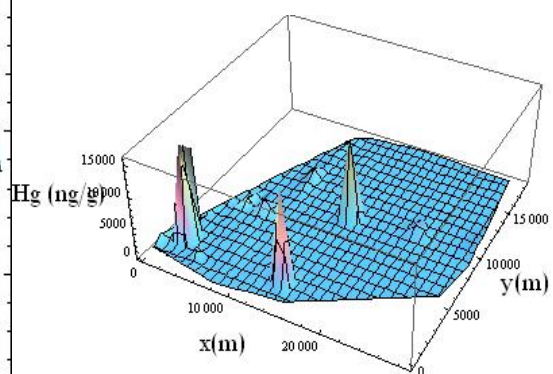


图 3e1、3e2: Hg 在城区的空间分布图



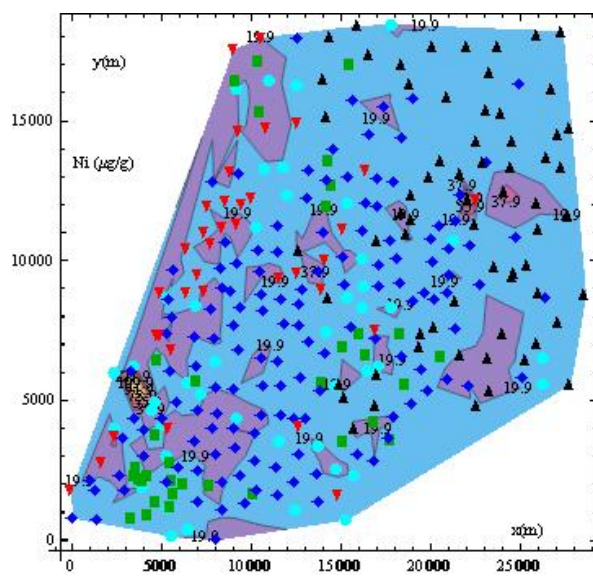


图 3f1、3f2: Ni 在城区的空间分布

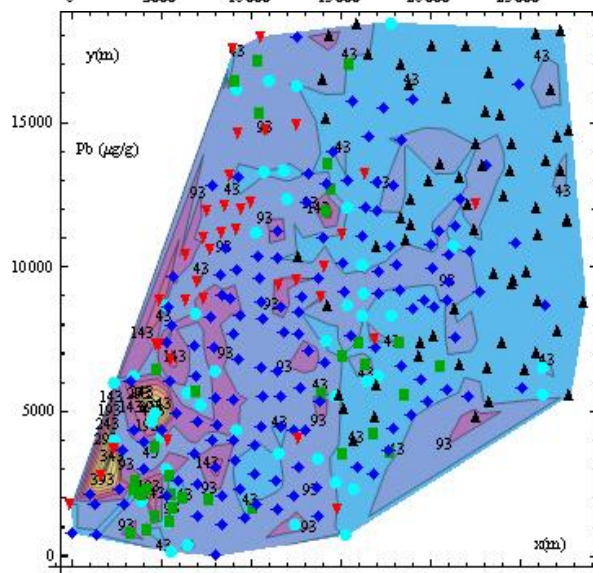
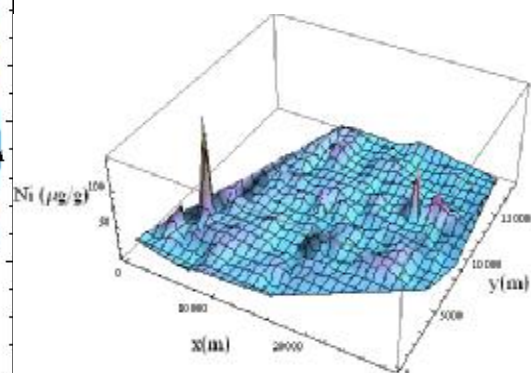


图 3g1、3g2: Pb 在城区的空间分布图

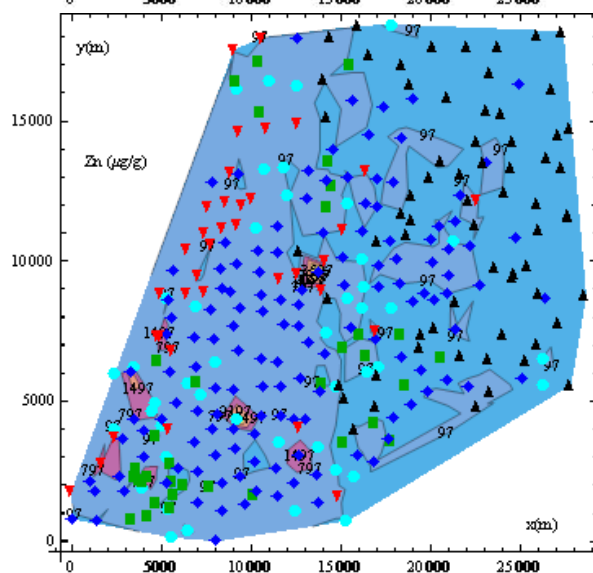
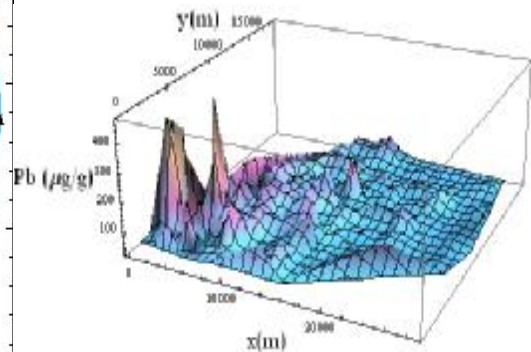
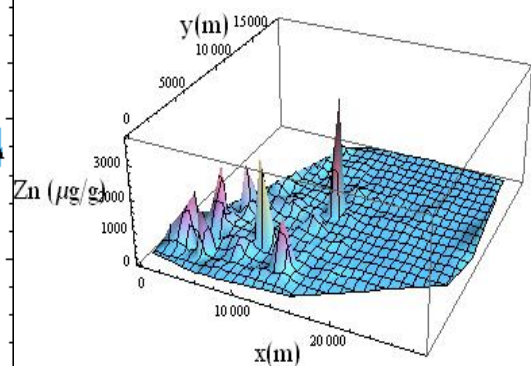


图 3h1、3h2: Zn 在城区的空间分布



由图 3 可以看出：8 种重金属元素在城区的空间分布并不是完全相同，它们各自有自己的分布特点，如 Cu 只在城区左下的边缘处含量较高，而在其它各处含量都相对不高。但从总体来看，各种重金属元素都在城区左侧呈带状分布，但各自的带状分布的长度不完全相同，所以此处的污染程度最高；除了城区左侧带状分布的污染区域之外，对大多数金属元素来说，还存在着一些独立分布的污染区域，在这些区域中，中心区污染最为严重，向四周污染程度迅速递减；对于 Pb、Zn，在途中交通区还存在着相对较为平均的污染。

(3) 城区内不同区域的重金属污染程度

表 1：不同功能区封重金属含量特征

类型	项目	As (μg/g)	Cd (ng/g)	Cr (μg/g)	Cu (μg/g)	Hg (ng/g)	Ni (μg/g)	Pb (μg/g)	Zn (μg/g)
生活区 n=44	平均值	6.27	290	69.02	49.4	93.04	18.34	69.11	237.01
	最小值	2.34	86.8	18.46	9.73	12	8.89	24.43	43.37
	最大值	11.45	1044.5	744.46	248.85	550	32.8	472.48	2893.47
	标准差	2.15	183.68	107.89	47.16	102.9	5.66	72.33	444.63
工业区 n=36	平均值	7.25	393.1	53.41	127.54	642.36	19.81	93.04	277.93
	最小值	1.61	114.5	15.4	12.7	11.79	4.27	31.24	56.33
	最大值	21.87	1092.9	285.58	2528.48	13500	41.7	434.8	1626.02
	标准差	4.24	237.57	44	414.94	2244.07	8.37	85.37	350.83
山区 n=66	平均值	4.04	152.32	38.96	17.32	40.96	15.45	36.56	73.29
	最小值	1.77	40	16.2	2.29	9.64	5.51	19.68	32.86
	最大值	10.99	407.6	173.34	69.06	206.79	74.03	113.84	229.8
	标准差	1.8	78.38	24.59	10.73	27.85	10.42	17.73	30.94
交通区 n=138	平均值	5.71	360	58.05	62.21	446.82	17.62	63.53	242.85
	最小值	1.6	50.1	15.32	12.34	8.57	6.19	22.01	40.92
	最大值	30.13	1619.8	920.84	1364.85	16000	142.5	181.48	3760.82
	标准差	3.23	243.39	81.6	120	2180.27	11.79	32.52	384.78
公园绿地区 n=35	平均值	6.26	280.5	43.64	30.19	115	15.29	60.71	154.24
	最小值	2.77	97.2	16.31	9.04	10	7.6	26.89	37.14
	最大值	11.68	1024.9	96.28	143.31	1339.3	29.1	227.4	1389.39
	标准差	2.02	235.84	14.84	22.68	224.27	4.97	45.84	230.92
全部地区 n=319	平均值	5.67	302.4	53.51	55.02	299.71	17.26	61.74	201.2
	标准差	3.3	224.98	70	162.91	1629.54	9.94	50.05	339.23

表 2：8 种重金属元素的背景值

元素	As (μg/g)	Cd (ng/g)	Cr (μg/g)	Cu (μg/g)	Hg (ng/g)	Ni (μg/g)	Pb (μg/g)	Zn (μg/g)
平均值	3.6	130	31	13.2	35	12.3	31	69
标准偏差	0.9	30	9	3.6	8	3.8	6	14
范围	1.8~5.4	70~190	13~49	6.0~20.4	19~51	4.7~19.9	19~43	41~97

根据表 1 中 8 种重金属元素的平均含量及标准差等信息，并对比表 2 中 8 种重金属元素的背景值可以看出 5 个区域的污染状况分别有以下特点：

- ①生活区：Cu，Hg，Zn 污染比较严重，Cd 和 Zn 的标准差很大，说明这两种元素在生活区中分布很不均匀；
- ②工业区：是污染最严重的地区。除了 Cr 元素以外，其它重金属元素平均含量都是城区最高的，尤其是 Cu，Hg，Zn，不仅含量高，且标准差大分布不均匀；
- ③山区：是土壤污染最少的功能区。无论是平均值还是标准差，都很小，说明山区重金属分布状况均匀而含量小，即山区污染程度相对较轻；
- ④交通区：是仅次于工业区的污染严重区域。Cd，Cu，Hg，Zn 污染比较严重，且 Hg 的分布表现地极其不均匀；
- ⑤公园绿地区：Cu、Cd、Zn 污染略严重且分布不均匀，但由于绿地周围都是重污染区，这可以说明绿地对降低重金属污染起着一定程度的作用。

表 3：重金属元素污染指数

		As (μg/g)	Cd (ng/g)	Cr (μg/g)	Cu (μg/g)	Hg (ng/g)	Ni (μg/g)	Pb (μg/g)	Zn (μg/g)
生活区	平均值	6.27	290	69.02	49.4	93.04	18.34	69.11	237.01
	污染指数	1.74	2.23	2.23	3.74	2.66	1.49	2.23	3.43
	综合污染指数	3.74							
工业区	平均值	7.25	393.1	53.41	127.54	642.36	19.81	93.04	277.93
	污染指数	2.01	3.02	1.72	9.66	18.35	1.61	3	4.02
	综合污染指数	14.07							
山区	平均值	4.04	152.32	38.96	17.32	40.96	15.45	36.56	73.29
	污染指数	1.12	1.17	1.25	1.31	1.17	1.25	1.17	1.06
	综合污染指数	1.25							
交通区	平均值	5.71	360	58.05	62.21	446.82	17.62	63.53	242.85
	污染指数	1.58	2.76	1.87	4.7	12.77	1.43	2.04	3.52
	综合污染指数	9.75							
公园绿地区	平均值	6.26	280.5	43.64	30.19	115	15.29	60.71	154.24
	污染指数	1.74	2.16	1.41	2.29	3.28	1.24	1.96	2.23
	综合污染指数	2.23							
全部地区	平均值	5.67	302.4	53.51	55.02	299.71	17.26	61.74	201.2
	污染指数	1.57	2.33	1.73	4.17	8.56	1.4	1.99	2.92
	综合污染指数	2.91							

（注：表 2 中重金属污染指数的计算参考文献[1]项因子污染指数法和内梅罗综合污染指数法。）

表 3 中的污染指数计算公式为：

$$P_i = C_i / C_0$$

式中：P_i—土壤中 i 污染物的污染指数；

C_i—土壤中 i 污染物实测含量；

C₀—污染物的评价标准量值（此处使用的是背景值的平均值）。

而综合污染指数采用内梅罗综合污染指数，其计算公式为：

$$P = \left\{ \frac{1}{2} \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (P_i)^2 + (P_{i_{\max}})^2 \right] \right\}^{\frac{1}{2}}$$

式中：P为土壤污染内梅罗综合指数；

P_i为土壤中i污染物的污染指数；

n为土壤中参与评价的污染物种类数；

P_{i_{max}}为土壤中各污染物污染指数最大值。

基于内梅罗土壤综合污染指数的土壤分级标准为：

0-1：无污染

1-2：轻度污染

2-3：中度污染

3 以上：严重污染

则根据此标准和表3中的数据可知：

- ① 整个城区的污染情况为：中度污染；
- ② 生活区属于中度污染；
- ③ 工业区属于严重污染；
- ④ 山区属于轻度污染；
- ⑤ 交通区属于严重污染；
- ⑥ 公园绿地属于中度污染。

表 4：重金属风险指数

	As (ug/g)	Cd (ug/g)	Cr (ug/g)	Cu (ug/g)	Hg (ug/g)	Ni (ug/g)	Pb (ug/g)	Zn (ug/g)	风险指数	风险等级
生活区	0.12	0.52	0.41	1.42	0.82	0	0.62	1.44	3.88	低
工业区	0.34	1.97	0.03	5.25	11.6	9	1.16	1.35	11.07	高
山区	0	0	0	0	0	0	0	0	0	低
交通区	0.02	0.89	0.13	2.95	7.76	0	0.47	1.5	12.91	高
公园绿地区	0.12	0.49	0	0.49	1.3	9	0.4	0.59	3.33	中
全部地区	0.07	0.64	0.02	1.7	4.89	0	0.4	1.07	4.74	中

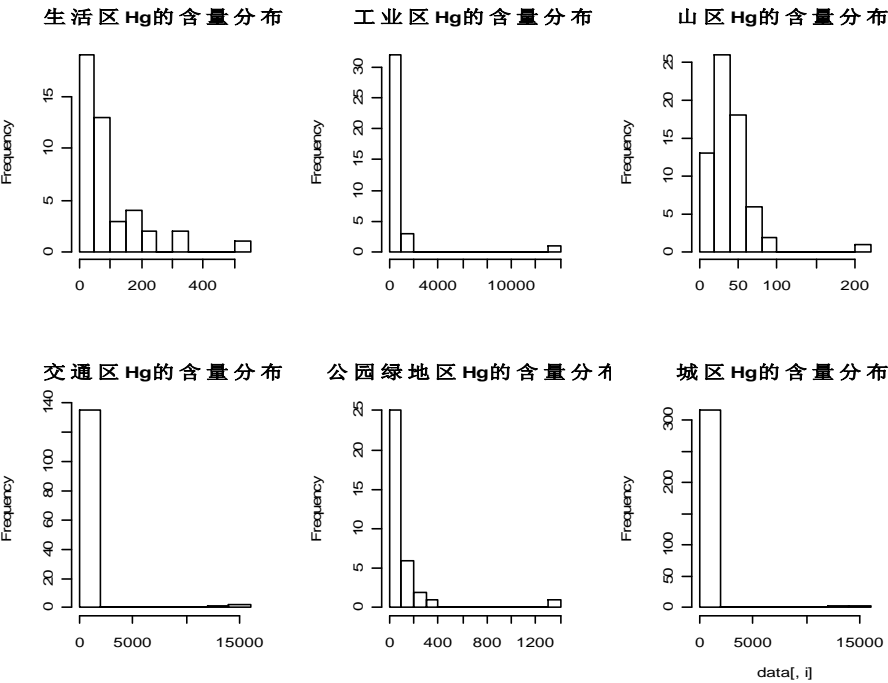
(注：表 4 中重金属风险指数的计算参考文献[2]中的环境风险表征方法。)
风险指数是与背景上界值比较的结果，由以下的风险分级标准可以看出：
整个城区的风险等级为极环境风险，土壤重金属污染情况不容乐观，需采取措施。
其中生活区、工业区、交通区都是极高环境风险区域。山区环境情况最好，公园绿地次之。

- 风险分级标准：
- 0-1：低环境风险
 - 1-3：中环境风险
 - 3-5：高环境风险
 - 5 以上：极高环境风险

(4) 重金属污染的主要原因

图 4：重金属元素在各个区域上的频数分布直方图

(注：这里只以 Hg 为例，其他图见附录 1)



可以看出每种重金属元素都有几个样本值明显离群，高出其周围采集点的样本值。从常识上说，如果题目提供的数据是真实可靠的，这些点就可能代表重金属的富集地区。这种异常高的值主要来自于交通区、工业区，这说明这两个区域内有元素的富集污染源头，应该引起关注。

表 5：从重金属元素含量中提取的因子负荷

元素	因子1	因子2	因子3	因子4
As	0.136	0.191	0	0.502
Cd	0.215	0.614	0.14	0.235
Cr	0.801	0.251	0	0
Cu	0.529	0.42	0.319	0
Hg	0	0.176	0.98	0
Ni	0.828	0.104	0	0.361
Pb	0.174	0.919	0.124	0.176
Zn	0.368	0.41		0.246
累积负荷	0.23	0.44	0.58	0.65

因子 1：Cr-Cu-Ni

因子 2：Cd-Pb

因子 3：Hg

因子 4：As

某些重金属元素的分布具有一定的相关性，如因子 1（Cr-Cu-Ni）和因子 2（Cd-Pb），但有些重金属元素则表现为独立性，如 Hg 和 As。所在在分析重金属污染的原因时可以从上述四个因子分别阐述：

① 从数据及分布图发现，Cr-Cu-Ni 的分布是西多东少，每种元素在交通区上分布都比较均匀。22 号样本点中 Cr-Cu-Ni 这三种重金属元素的含量都是极值，且比周边样本高出很多，可见这是一个重要的污染源。该地点位于交通区西部，是工业带的下游段，且附近有生活区围着。又因为工业区里这三种元素的平均值很高，且生活区的 Cr 含量突出，所以判断因子 1 污染的主要原因是工业污水的排放和生活垃圾的堆积。

② 首先可以看出在西部工业带上，Cd 和 Pb 这两种元素呈现高含量的带状分布，最西边的两个工业区样本点处，两种元素都出现了高含量的富集现象，可能跟这附近工厂产生的相应废物有关，也许这片的工厂从事与 Cd-Pb 有关的生产。其次，交通区内 Cd-Pb 含量也较高，因为 Pb 跟汽车的尾气联系紧密，Cd 与电镀和燃料有联系。所以 Cd 和 Pb 的污染主要来自于工厂废物，而 Pb 污染还有一个中要的原因是交通区的汽车尾气。

③ Hg 在城区的分布，有三个明显的极大值，一个分布在工业带的下游，另两个人分布其在山脚的两个工业区的周围。由于 Hg 主要是工业用途，所以认为这三个大污染源跟工业排污直接相关。西部工业带和交通区的西部 Hg 的含量明显比其他地区高，考虑到 Hg 的渗透性，认为 Hg 是从工业区向中部传播。

④ As 在中部地区的山周围有极大值分布，估计是由于使用含砷的农药导致的，因为在这附近的区域还有一处 Cd 的含量很高，而使用某些肥料会造成一定程度的 Cd 污染。其它 As 含量较高的区域主要分布主要在工业区周围，应该是由工业垃圾造成的。

⑤ Zn 是一种比较活泼的元素，除了在工业区其污染程度很显著（电镀、木材防腐都要用到 Zn）以外，几乎在整个中部的交通区和生活区含量都很高，这可能是由于在交通区中汽车轮胎的磨损会造成一定量的 Zn 沉降到道路两侧。所以 Zn 污染的主要原因是工业废物及汽车轮胎磨损。

4. 模型设计与建立:

建模工具: VC++, Origin 绘图软件

(1) 重金属污染物的传播特征

根据相关资料的介绍了解到重金属的主要来源与可能的传播方式: 土壤中重金属的来源是多途径的: 首先是成土母质本身含有重金属, 且含量差异很大。此外, 人类工农业生产活动是重要影响因素, 其传播与分布有如下特点:

- ① 工业生产、汽车尾气排放及汽车轮胎磨损产生的大量含金属重金属的气体和粉尘主要分布在工矿的周围和公路的两侧;
- ② 大气中的大多数重金属是经自然沉降和雨淋沉降进入土壤的;
- ③ 污水中的重金属除了被悬浮物带走外, 会因为吸附沉淀作用而富集于排污口附近底泥中, 在随河流传播过程中, 重金属元素会逐渐沉积在河流两岸, 形成带状分布的污染区;
- ④ 由堆积的废弃物造成的重金属污染, 一般是以废弃堆为中心向四周扩散, 并且污染程度递减。

由 3 (1) 中重金属元素在该城区的空间分布图可以看出污染最严重的区域是城区西侧, 且在此处污染区域呈带状分布。且由 3(1) 中的分析可知城区西侧边缘处应有一条河流通过。综合考虑污染的分布及可能的河流的流向, 我们有理由确信城区的重金属污染主要是由于大量的含超标重金属元素的工业废水排入了河流中, 然后重金属元素通过河流向地势更低的下游传播, 在此过程中在河岸两侧沉积, 形成了图示的带状分布。

此外, 除了城区左侧污染呈带状分布的污染最严重区域之外, 我们在重金属元素的空间分布图上还可以看出在城区的其它地方还零星的分布着一些孤立的污染十分严重的区域。在这些区域中, 重金属污染的程度在中心区域的一点最高, 远离中心时, 污染程度迅速递减, 所以在三维分布图上就形成了一个孤立的尖峰。显然这些区域的重金属污染的传播不是由河流造成的, 因为如果污染通过河流来传播的话, 污染区域就会呈带状分布; 而且我们还可以发现这些岛状的污染区域一般不临近河流, 这也排除了污染物通过河流传播的可能性。但如果假设这些区域的重金属污染是由于大气沉降或者是废弃物的填埋、堆积所导致的, 就可以解释重金属污染物在这些区域的分布特征。例如, 如果一家工厂将含有超标重金属污染物的废气排放到大气中, 由于重力的作用, 这些废气中的颗粒物就会沉降到工厂的四周, 这样就会形成以工厂为中心, 向四周递减的污染物空间分布模式; 同理如果是垃圾不合理堆放, 当有降水的时候, 垃圾中的重金属元素就有一部分会随着雨水向垃圾堆四周扩散, 这也会形成上述的重金属元素的分布模式。

而对于 Pb 来说, 由于导致铅污染的主要原因除了工厂三废之外还有一个很重要的部分就是汽车尾气。一般汽车尾气中由于使用含铅汽油都含有一定程度的 Pb, 所以汽车在行驶过程中排放出的尾气中的 Pb 就会沉降到道路两侧。所以一般在交通区中, Pb 的在土壤中的含量分布都是以道路为中心向两侧递减, 这在 Pb 的空间分布图中也表现地十分明显。由于 Zn 也可以来自汽车轮胎的磨损, 所以 Zn 在交通区的污染较严重且分布较均匀。

综上所述, 在此城区之中, 对大部分重金属元素来说, 重金属污染物主要通过河流进行传播, 只在一些零星的区域才通过大气进行传播。但对于 Pb 来说, 由于有汽车尾气的影响, 河流传播和大气沉降都是含 Pb 污染物传播的主要途径。

(2) 重金属污染与海拔高度的关系

表 6: 海拔与重金属含量的相关程度

	As	Cd	Cr	Cu	Hg	Ni	Pb	Zn
海拔 (1)	-0.29	-0.25	-0.15	-0.13	-0.08	-0.16	-0.23	-0.18
海拔 (2)	-0.33	-0.25	-0.2	-0.29	-0.18	-0.18	-0.23	-0.18

注: 数据 (1) 用的是附件中的全部数据; 数据 (2) 有的是删除掉在某个采样点上异常高分布的样本。

初步结论: 重金属的分布跟海拔有较强的相关程度, 结合图 1 地形分布和图 3 各功能区的污染程度来看, 西部的污染相对东部来说严重些, 尤其西南部污染最为严重, 其地势底且西边有明显的工业区带状分布, 说明该城区因自然沉降和排污富集的现象很严重。而河流都是携带者污染物由海拔低的地方流向海拔高的地方, 且自然沉降时, 海拔越低越易于受到影响, 因此将海拔因素作为建模的核心。其次, 在一些地区也出现了高海拔但是某种重金属富集的现象, 可以作为对模型的进一步补充。

(3) 重金属污染物传播模型的建立 (源程序代码略)

I. 模型假设:

污染源的假设: 工厂排污口及排气口、生活区废弃物的堆积等点状污染源作为主要污染源对待, 暂不考虑道路等带状污染源;

传播假设: 传播依据于地形特征, 以海拔高度作为参量来决定污染物的传播方向;

II. 模型方法:

根据关于污染源的基本知识 (如由中心向四周迅速递减的污染区域, 一般污染源在中心点附近; 通过河流传播的污染物, 污染源一般在污染开始的地方……) 来指定污染源的位置, 然后用蒙特卡洛模拟的方法来模拟污染物的传播途径, 用模拟得到的结果来检验对污染源位置的假定, 即如果模拟得到的结果与实际重金属元素的实际分布情况相近, 则说明找到了污染源的位置;

III. 模型实现:

首先, 我们利用附件中关于随机选取的采样点的海拔高度的数据, 通过插值的方法得到将城区变为一 34×34 的网格后格点处的海拔高度数据, 并以此作为程序的基本输入;

然后利用插值得到的数据, 利用 C++ 编程得到金属污染物传播模型的测试程序, 其界面如下图 6 所示。

IV. 程序界面及操作介绍

①左侧菜单上的源点个数指的是所需要的污染源的个数, 可以在图 6 所示的网格上点击格点位置来添加源点;

②标准污染度、行走步长及渗透力等效高度对应于每个污染源都需确定一组值, 右键单击网格上的每一个源点就会弹出如图 6 中所示的对话框, 可以在其中设置该源点的这三个参数的值。

其中标准污染度指的是在程序运行过程中从该源点所放出的所有的代表污染物的点的量, 但是源点每次只放出 (标准污染度/行走步长) 数目的污染点, 每批点扩散完成后才会放出另一批;

行走步长是第一批放出的点所扩散的步数, 接下来各批放出的点由于时间延后, 就假定其扩散步长依次递减 1;

渗透力等效高度 H 是我们另外引入的一个参数, H 代表污染物所具有的传播

能力的大小，是一个常量，它用来修正高度差以决定污染物的传播方向。对于一个污染物点来说，它向其前后左右每一点扩散的概率由其所在位置与目的位置之间的高度差 Δh （如果目标点海拔更高则为负）与 H 的和 H_x 所决定，如果某个方向的 $H_x < 0$ ，则向此方向扩散的概率就是 0。其它情况由四个方向 H_x 的比值决定该污染点扩散的方向；

③设置好参数之后，点击测试即可出现图 7 所示的结果窗口，其中所选污染点仍显示在网格上，红色柱状图就代表测试所得到的污染物的分布图。此时点击切换视图就可以在图 6 和图 7 所示的窗口之间进行切换。

图 6：重金属污染扩散模型测试程序界面

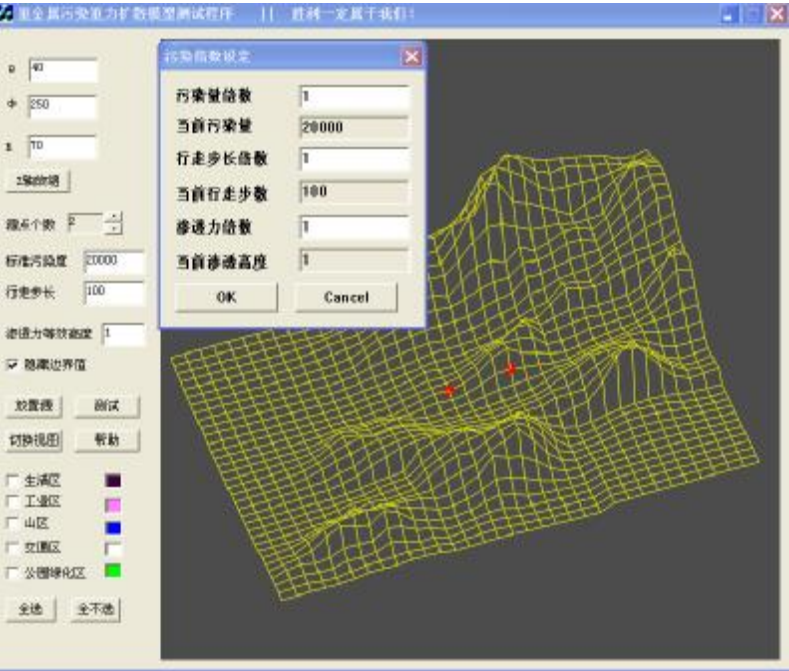
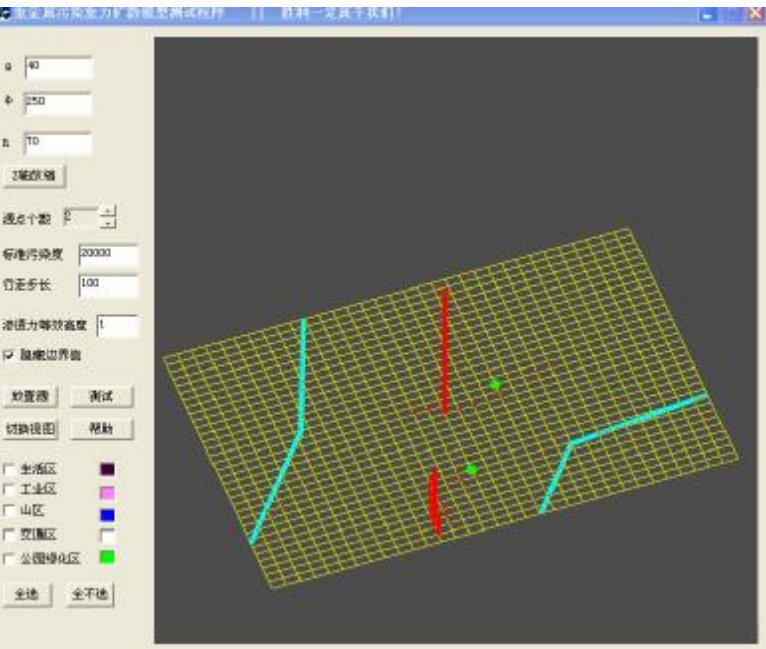


图 7：重金属污染物扩散模型测试结果界面



(4) 污染源位置

利用上面根据模型得到的应用程序，对八种重金属元素分别进行了测试，得到的比较符合实际情况的 Hg 污染源分布、测试结果、污染源坐标如下图 8 和表 7 所示（这里以 Hg 为例，其它元素的测试结果见附录）

图 8 Hg 测试污染源分布及测试结果

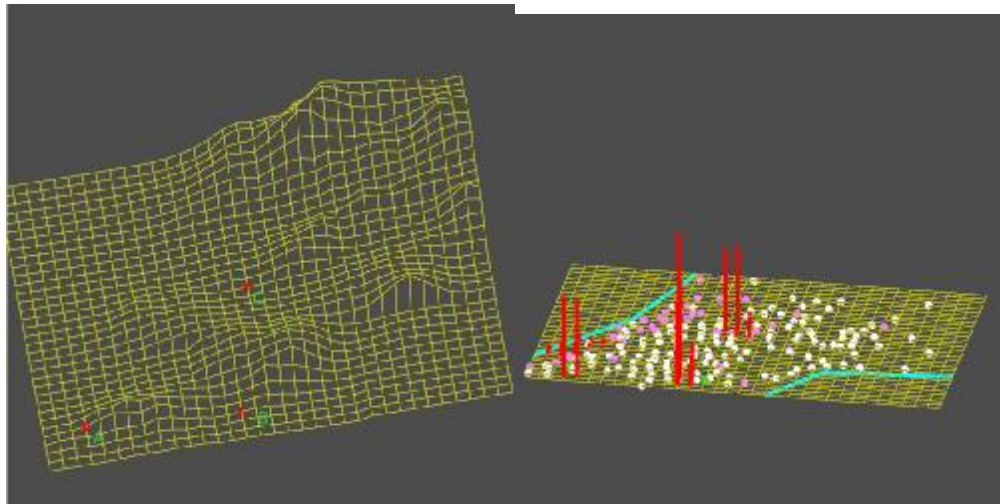


表 7 Hg 污染源测试数据

Hg(20000, 100, 2)			
标识	A	B	C
污染量	1	1.5	0.8
步长	1	1	0.1
渗透高度	1	1	1
坐标 x	2605	12155	13891
坐标 y	2236	1677	9505

将测试得到的污染物分布与图 3e2 中的实际的 Hg 的空间分布进行对比可以看出二者近似相同，这说明采用的污染物传播模型在一定程度上是合理的，可以近似满足要求，故测试得到的污染源的位置应和实际很接近。

5. 模型分析：

(1) 优点

通过上面的测试结果我们可以看出我们所建立的模型在一定的近似程度下可以较好地描述城市的重金属污染状况，并且可以通过对比实际情况和模拟结果来找出污染源的位置。而且这种模型很简单，简化了复杂的扩散过程，只保留最主要的影响因素。

(2) 缺点

显而易见，由于这个模型十分简单，简化了很多实际因素诸如风、降水和水流速度等因素对重金属污染物传播的影响，这样就难免会导致模拟得到的结果于实际情况有一定的偏差。此外由于大气沉降导致的污染与海拔高度关系相对较小，故模拟结果不是太好；而且模型很难分析诸如交通区这种污染源并非是一个点的情况。由于测试中需改变的参数很多，故不易很快得到理想的结果。

6. 建模进一步设想[3(1-2)]:

(1) 应收集的信息

I. 为了完善我们的模型还需要的信息

- ①城市的水资源及河流、湖泊等的信息;
- ②城市的气候信息, 包括降水及风力等因素;
- ③城市的土壤类型及分布。

II. 为了建立地质环境演变模型需要的信息

- ①历史上城市的气候信息;
- ②历史上城市的河流、湖泊等的变迁及其径流强度等资料;
- ③历史上城市土地的类型、分布即利用。

(2) 建模方案

为了更好的研究城市地质环境的演变模式, 我们首先要充分了解目前城市的地质状况, 则我们首先可以利用(1) - I 中收集的气候及河流等的信息, 对城市的污染物累积与传播的模型进行改进: 有了有关河流及风力的信息, 就可以分别对污染物沿河流的传播和通过大气沉积进行传播两种方式进行更精确的描绘。

在此基础上我们要将我们想了解的时间段分成几小段, 然后利用(1) - II 中的城市的历史信息和了解得到的城市目前的地质信息, 通过模拟得到一小段时间之前的地质环境信息, 然后这样逐段恢复过去就可以得到城市地质环境的演变模式

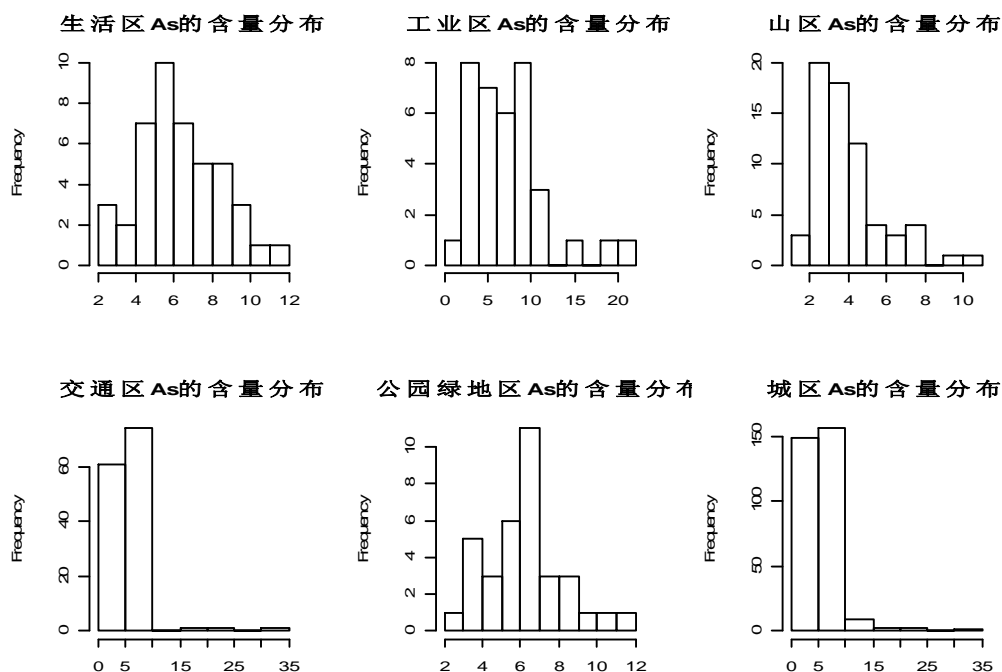
7. 参考文献:

- [1] 刑润华, 何永宁, 土壤污染评价中几种不同评论标准的比较, 安徽地质, 18(1): 42—46, 2008。
- [2] 王学松, 秦勇, 徐州城市表层土壤中重金属环境风险测度与源解析, 地球化学, 35(1): 88—94, 2006。
- [3] 张宗祜等, 中国北方晚更新世以来地质环境演化与未来生存环境变化趋势预测, 北京: 地质出版社, 1999。

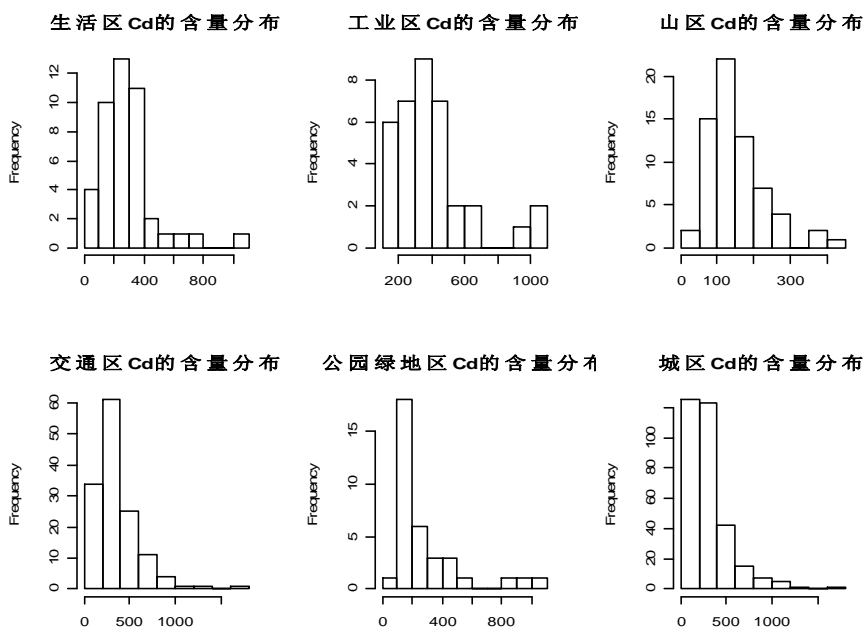
8. 附录:

附录一: 重金属元素在各个区域上的频数分布直方图

As

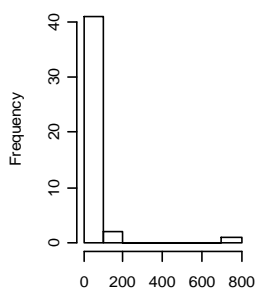


Cd

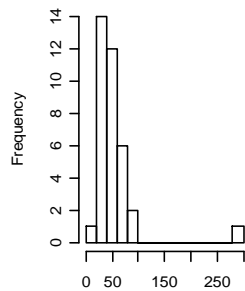


Cr

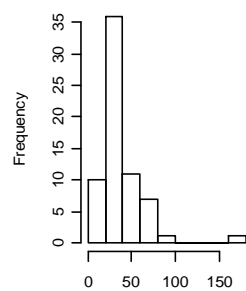
生活区Cr的含量分布



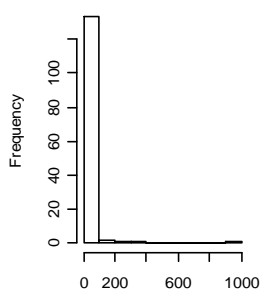
工业区Cr的含量分布



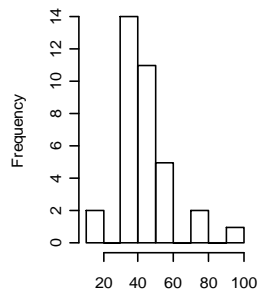
山区Cr的含量分布



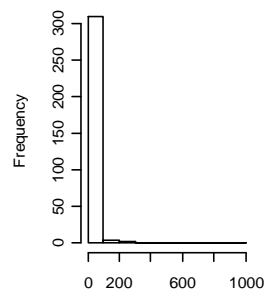
交通区Cr的含量分布



公园绿地区Cr的含量分布

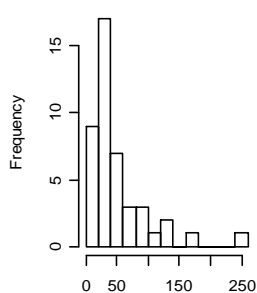


城区Cr的含量分布

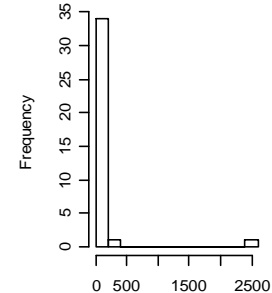


Cu

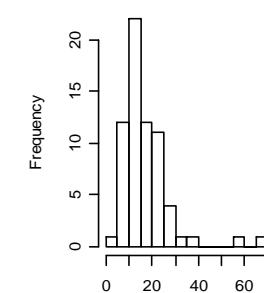
生活区Cu的含量分布



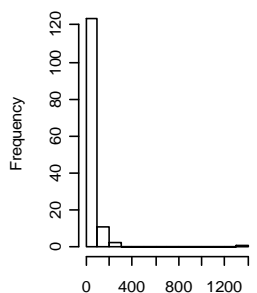
工业区Cu的含量分布



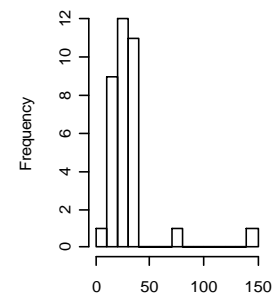
山区Cu的含量分布



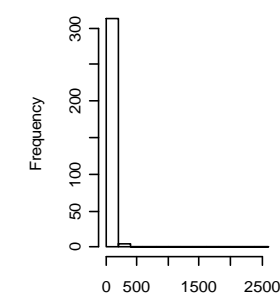
交通区Cu的含量分布



公园绿地区Cu的含量分布

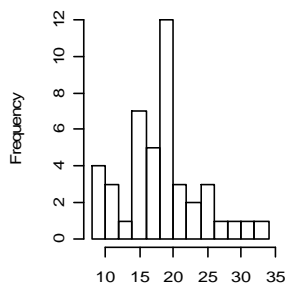


城区Cu的含量分布

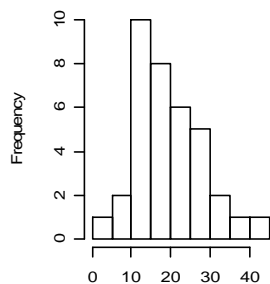


Ni

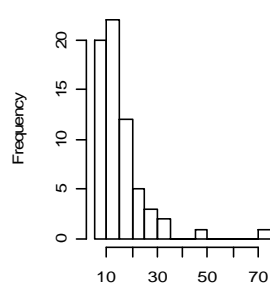
生活区Ni的含量分布



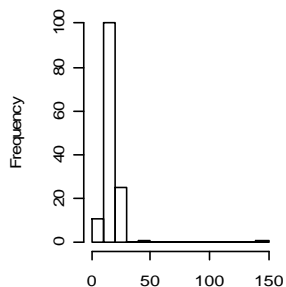
工业区Ni的含量分布



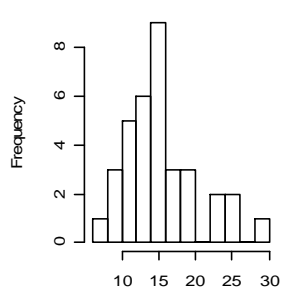
山区Ni的含量分布



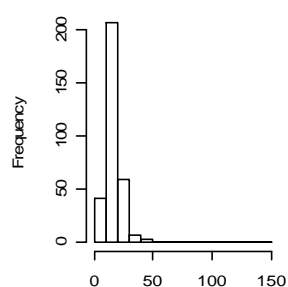
交通区Ni的含量分布



公园绿地区Ni的含量分布

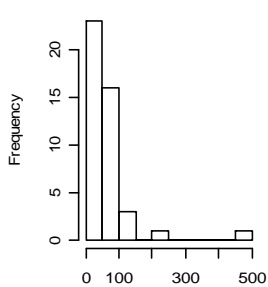


城区Ni的含量分布

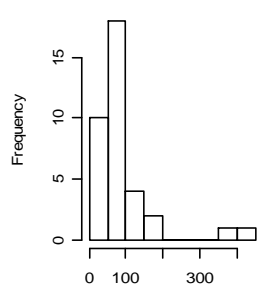


Pb

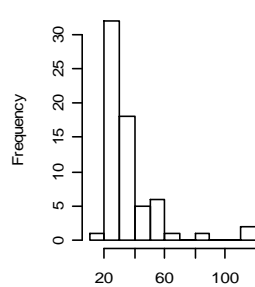
生活区Pb的含量分布



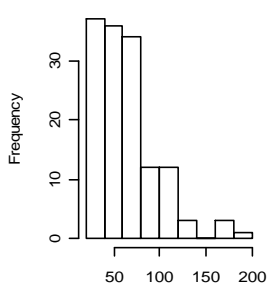
工业区Pb的含量分布



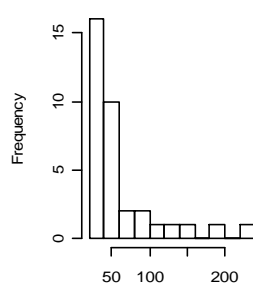
山区Pb的含量分布



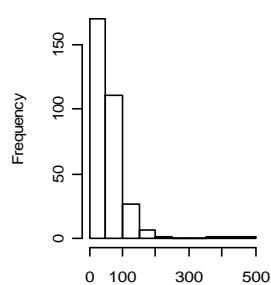
交通区Pb的含量分布



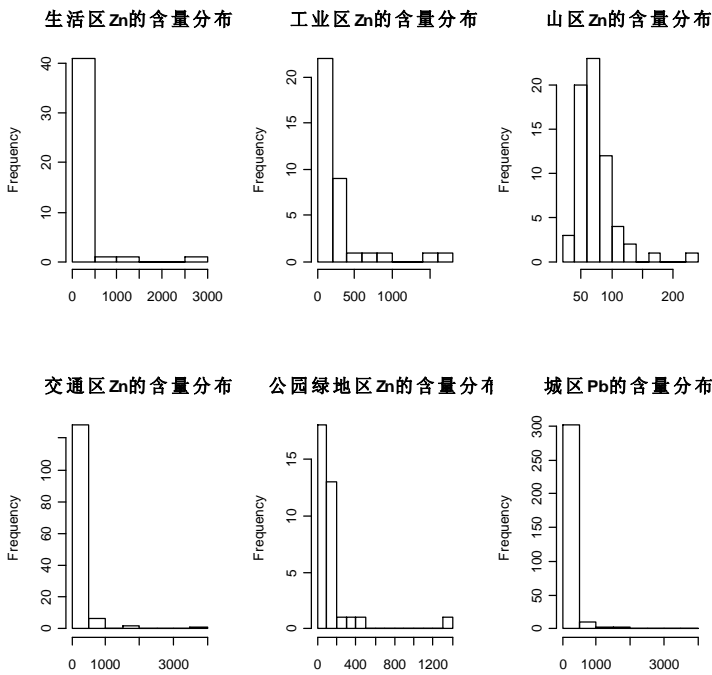
公园绿地区Pb的含量分布



城区Pb的含量分布

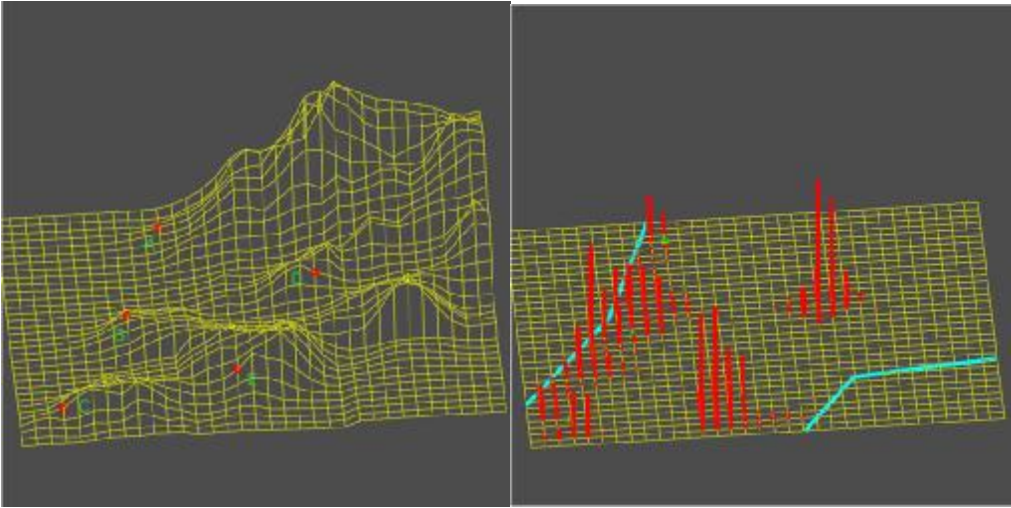


Zn



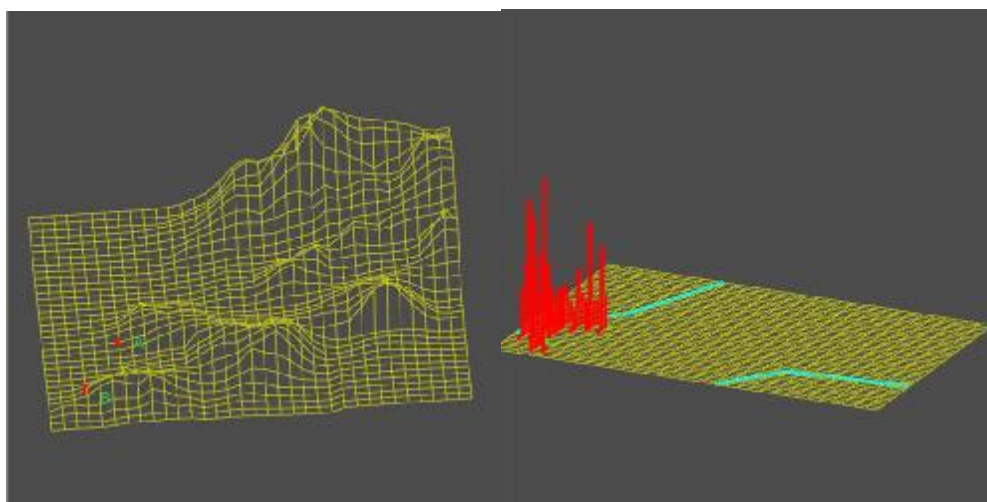
附录二：测试得到的各重金属元素污染源分布、测试结果及污染源坐标

As



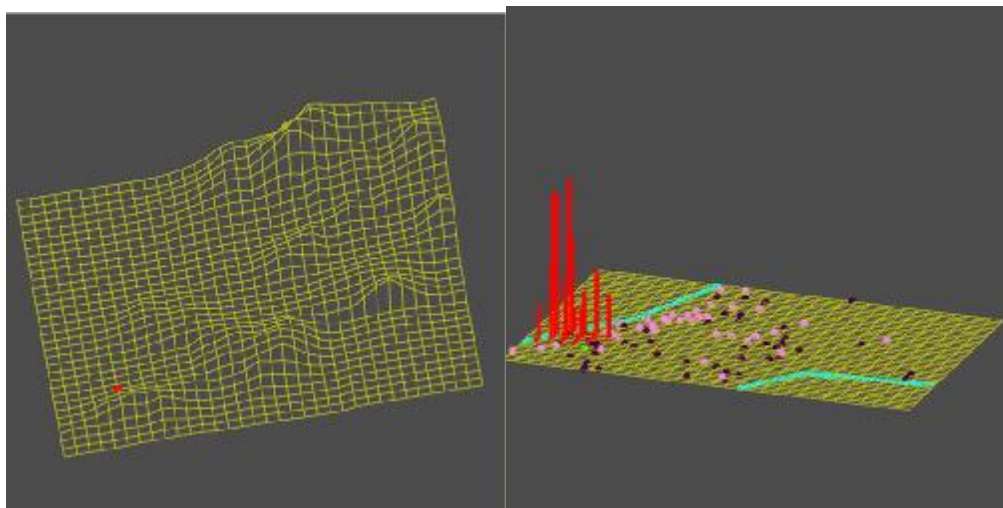
As(20000,10,4)					
标识	A	B	C	D	E
污染量	0.2	2	0.5	1	1.5
步长	1	2	1	0.3	1
渗透高度	1	1	1	5	1
坐标 x	9550	6945	2605	18232	13023
坐标 y	16773	8945	2236	10623	3355

Cu



Cu(20000,10,2)		
标识	A	B
污染量	1	2
步长	1	1
渗透高度	1	1
坐标 x	5209	2605
坐标 y	7268	2795

Cr

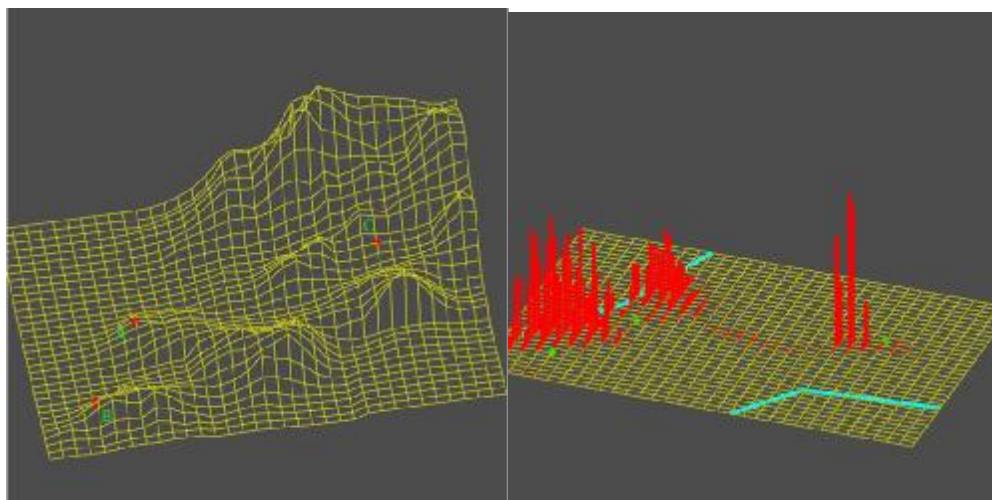


Cr(20000, 100, 1.2)

X=4341

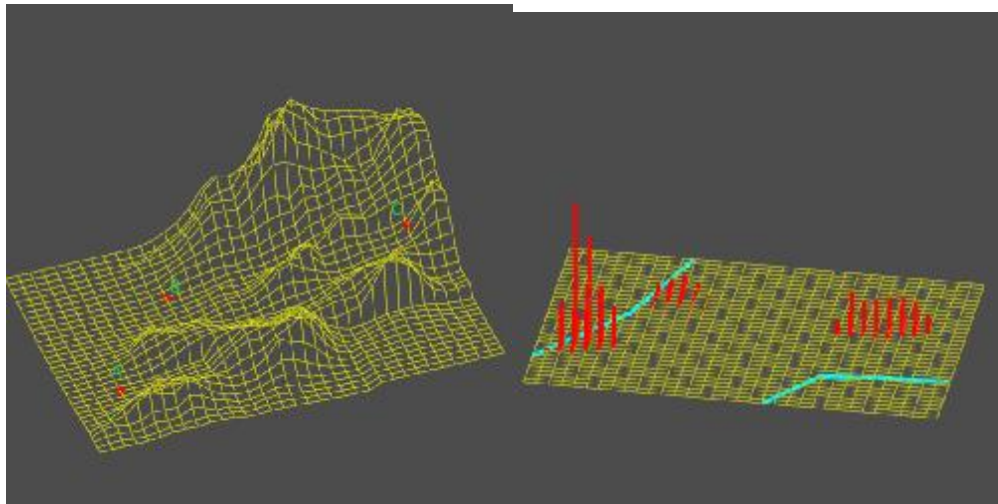
Y=3914

Cd



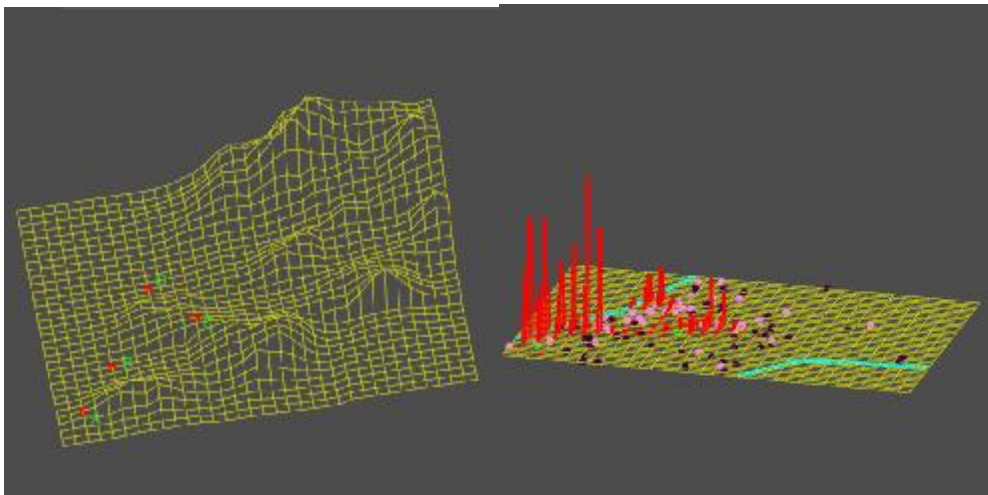
Cd(20000, 100, 1)			
标识	A	B	C
污染量	1	2	1
步长	1	1	1
渗透高度	6	3	1
坐标 x	6945	3473	22573
坐标 y	8945	2795	11741

Ni



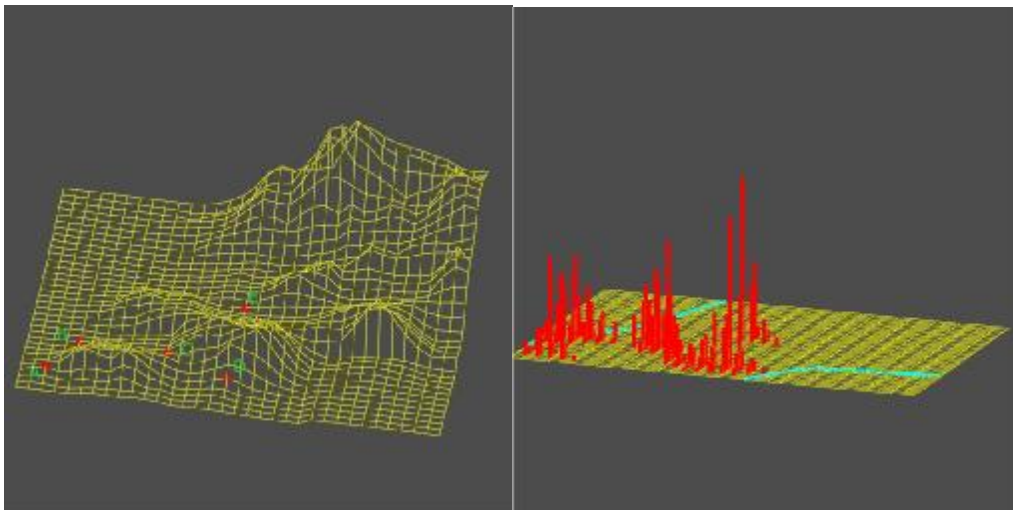
Ni (20000, 100, 2)			
标识	A	B	C
污染量	1	0.2	0.5
步长	0.05	0.1	0.1
渗透高度	1	2	1
坐标 x	3473	9550	25177
坐标 y	5591	13418	11741

Pb



Pb(20000, 100, 2)				
标识	A	B	C	D
污染量	1	1	0.5	0.3
步长	0.1	0.1	0.1	1
渗透高度	1	1	1	1
坐标 x	1736	4341	10418	7814
坐标 y	2236	5591	7268	11182

Zn



Zn(20000, 100, 2)					
标识	A	B	C	D	E
污染量	0.8	1	1.5	1	1
步长	0.3	0.1	0.05	0.05	1
渗透高度	2	1	1	3	1.5
坐标 x	1736	3473	9550	13891	13891
坐标 y	1677	5032	3914	2236	10064