計画数学特論

平成29年度前期 (4/20)

演習1.2.3

問題 (II) に対し、よりよい（最小値により近い）下界を求める問題を作成せよ。（問題 (I) に対して行った方法と同様にして）

$$
\text{(II)}\quad
\begin{array}{lrcrcrcl}
\text{Minimize} & 10y_1 & + & 24y_2 & + & 21y_3 & & \\
\text{subject to} & & & & & & & \\
& y_1 & + & 2y_2 & + & y_3 & \geq & 3 \quad (1) \\
& y_1 & + & 3y_2 & + & 3y_3 & \geq & 5 \quad (2) \\
& \multicolumn{7}{l}{y_1,\ y_2,\ y_3 \geq 0}
\end{array}
$$

演習1.2.3 解答例

非負変数 x_1, x_2 を導入し、$(1) \times x_1 + (2) \times x_2$ を求めると

$$
(y_1 + 2y_2 + y_3)x_1 + (y_1 + 3y_2 + 3y_3)x_2 \ \geq\ 3x_1 + 5x_2
$$

$$
(x_1 + x_2)y_1 + (2x_1 + 3x_2)y_2 + (x_1 + 3x_2)y_3 \ \geq\ 3x_1 + 5x_2
$$

左辺の係数が目的関数の係数を超えないとき $3x_1 + 5x_2$ が下界を与える。従って、よりよい下界を求める問題は、問題 (I) となる。

$$
\left(
\begin{array}{lrcrcl}
\text{Maximize} & 3x_1 & + & 5x_2 & & \\
\text{subject to} & & & & & \\
& x_1 & + & x_2 & \leq & 10 \\
& 2x_1 & + & 3x_2 & \leq & 24 \\
& x_1 & + & 3x_2 & \leq & 21 \\
& \multicolumn{5}{l}{x_1, x_2 \geq 0}
\end{array}
\right)
$$

$$
\begin{aligned}
u^2(3) &= \max_{x=0,1,2,3} \{r_2(x) + u^1(10 - x)\} \\
&= (r_2(0) + u^1(3)) \vee (r_2(1) + u^1(2)) \vee (r_2(2) + u^1(1)) \vee (r_2(3) + u^1(0)) \\
&= (0 + 0.65) \vee (0.25 + 0.45) \vee (0.41 + 0.28) \vee (0.55 + 0) \\
&= 0.65 \vee 0.70 \vee 0.69 \vee 0.55 \ =\ 0.70, \quad \pi_2(3) = 1
\end{aligned}
$$