電機システム制御特論

レポート課題2

九州工業大学　工学府

機械知能工学専攻　知能制御工学コース

所属： 西田研究室

学籍番号： 17344219

提出者氏名： 二宮　悠二

平成29年 5月 16日

目 次

1　課題内容

DC モータの速度制御システムを構築し，そのモデルを用いた 4 象限運転のデモンストレーションを行う．なお各パラメータについては **Tab.**1 に示す．

Tab. 1: DC モータの各パラメータ

定数名 [単位]	記号	値
定格出力 [kW]	P	150
定格電圧 [V]	V	450
電機子抵抗 [Ω]	R_a	0.15
電機子インダクタンス [H]	L_a	0.003
慣性モーメント [kgm^2]	J	10
誘導電圧定数 [V・s/rad]	K_E	8.50
基底速度 [rpm]	ω_b	500

2　DC モータのモデル化

まず，DC モータ単体でのブロック線図を **Fig.**1 に示す．ここで，K_T はトルク定数でその値は誘導電圧定数に等しい．また，T_L は外乱として作用する負荷トルクである．この図から印加電圧 v と出力 w_m の関係を求める．それぞれのラプラス変換を $V(s)$，$\Omega_m(s)$ とすると，

$$\Omega_m(s) = \frac{1}{Js}\left[\frac{K_T}{R_a + L_a s}\left\{V(s) - K_E\Omega_m(s)\right\} - T_L\right] \tag{2.1}$$

と表される．これを式変形すると，

$$\begin{aligned}
\left(Js + \frac{K_T K_E}{R_a + L_a}\right)\Omega_m(s) &= \frac{K_T}{R_a + L_a s}V(s) - T_L \\
\Omega_m(s) &= \frac{R_a + L_a s}{Js(R_a + L_a s) + K_T K_E}\left(\frac{K_T}{R_a + L_a s}V(s) - T_L\right) \\
&= \frac{K_T}{JL_a s^2 + JR_a s + K_T K_E}V(s) - \frac{R_a + L_a s}{JL_a s^2 + JR_a s + K_T K_E}T_L \\
&= \frac{\dfrac{1}{K_E}}{\dfrac{JL_a}{K_T K_E}s^2 + \dfrac{JR_a}{K_T K_E}s + 1}V(s) - \frac{\dfrac{R_a + L_a s}{K_T K_E}}{\dfrac{JL_a}{K_T K_E}s^2 + \dfrac{JR_a}{K_T K_E}s + 1}T_L
\end{aligned}$$

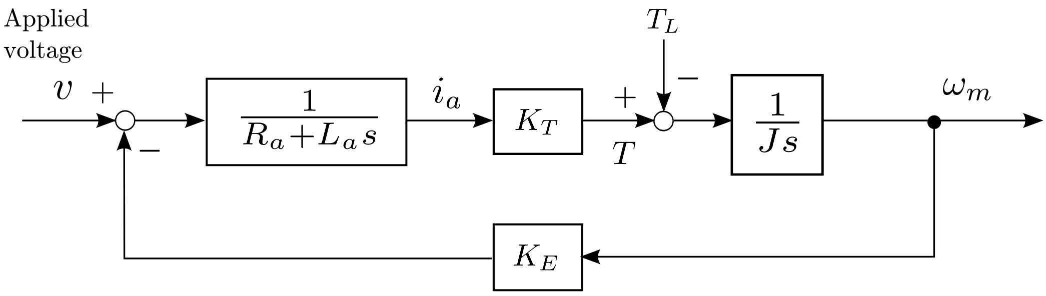

Fig. 1 DC モータのブロック線図

となる．負荷トルクのない場合の印加電圧から出力への伝達関数 $G(s)$ は

$$G(s) = \frac{\Omega(s)}{V(s)} = \frac{\dfrac{1}{K_E}}{\dfrac{JL_a}{K_T K_E}s^2 + \dfrac{JR_a}{K_T K_E}s + 1} \tag{2.2}$$

となる．ここで

$$\begin{cases} T = \dfrac{JL_a}{K_T K_E} \\ k = \dfrac{1}{K_E} \\ \omega_n = \sqrt{\dfrac{k}{T}} \\ \zeta = \dfrac{1}{2\sqrt{kT}} \end{cases} \tag{2.3}$$

とおくと

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \tag{2.4}$$

を得る．

3　LQI 速度制御系の設計

目標速度 ω_m^* を入力するコントローラを用いて，レギュレータと積分器の組み合わせによりサーボ系を構成する．この制御法を LQI (Linear Quadratic Integral) 制御と呼ぶ．このブロック線図を **Fig.**2 に示す．モータの状態方程式は

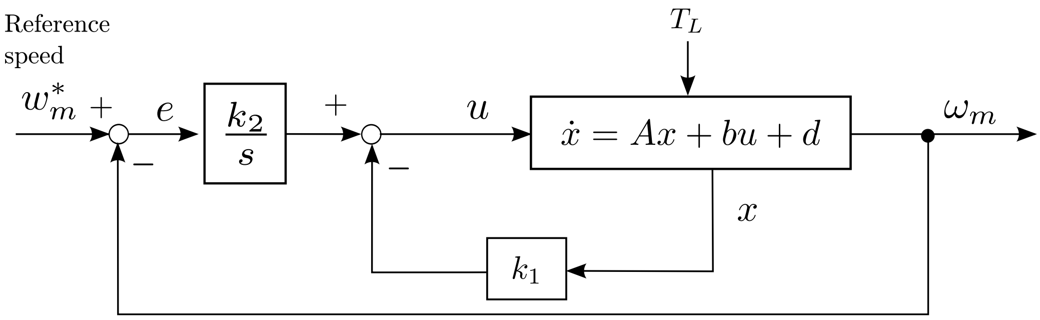

Fig. 2 LQI 制御系

$$\frac{dx}{dt} = \begin{bmatrix} -\frac{R_a}{L_a} & -\frac{K_E}{L_a} \\ \frac{K_T}{J} & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_a} \\ 0 \end{bmatrix} u = Ax + bu \tag{3.1}$$

ただし，$x = (i_a \quad \omega_m)^T$ で与えられ，係数行列 A, b は，

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{R_a}{L_a} & -\frac{K_E}{L_a} \\ \frac{K_T}{J} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{0.15}{0.003} & -\frac{8.50}{0.003} \\ \frac{8.50}{10} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -50 & -2833 \\ 0.85 & 0 \end{bmatrix}$$
$$b = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_a} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 333 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{3.2}$$

となる．また，出力方程式は

$$y = cx, \quad c = (0 \quad 1) \tag{3.3}$$

である．そこで，拡大系の状態方程式は，

$$\delta\dot{x}_e = A_e \delta x_e + b_e w \tag{3.4}$$

となり，係数行列は，

$$A_e = \begin{bmatrix} A & b \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -50 & -2833 & 333 \\ 0.85 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad b_e = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \tag{3.5}$$

と求められ，評価関数は以下のようになる．

$$J_e = \int_0^\infty (\delta x_e^T Q_e \delta x_e + r_e w^2) dt \tag{3.6}$$

ただし，

$$Q_e = c_e^T c_e = (c \quad 0)^T (c \quad 0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{3.7}$$

そこで，任意の重み r_e に対して LQ 問題を計算する．$r_e = 0.001$ としたとき，次のリッカチ方程式

$$A_e P_e + P_e A_e + Q_e - P_e b_e b_e^T P_e / r_e \tag{3.8}$$

を満たす正定対称解

$$P_e = \begin{bmatrix} 0 & 0.0002 & 0 \\ 0.0002 & 0.0204 & 0.0001 \\ 0 & 0.0001 & 0.0037 \end{bmatrix} \tag{3.9}$$

を用いて，フィードバックゲイン k_e は

$$k_e = [0.0206 \quad 0.1265 \quad 3.7022] \tag{3.10}$$

と求まる．ここで，

$$Z = \begin{bmatrix} A & b \\ c & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -50 & -2833 & 333 \\ 0.85 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \tag{3.11}$$

であるから，重みに対するサーボ系のゲインとして

$$[k_1 \quad k_2] = k_e Z^{-1} = [0.0111 \quad 0.6782 \quad 31.6230] \tag{3.12}$$

を得る．同様に $r_e = 0.01,\ 0.1,\ 1$ のときについて計算すると，次のようになる．

$$
\begin{aligned}
[k_1 \ \ k_2] &= k_e Z^{-1} = [0.0035 \ \ 0.2100 \ \ 10.0001] \quad (r_e = 0.01) &(3.13)\\
[k_1 \ \ k_2] &= k_e Z^{-1} = [0.0011 \ \ 0.0659 \ \ 3.1619] \quad (r_e = 0.1) &(3.14)\\
[k_1 \ \ k_2] &= k_e Z^{-1} = [0.0004 \ \ 0.0208 \ \ 0.9996] \quad (r_e = 1) &(3.15)
\end{aligned}
$$

4　4象限運転シミュレーション

前節で得たモデルを用いて MATLAB 上でシミュレーションを行ない，その結果を出力した．本課題では重みがそれぞれ $r_e = 0.001,\ 0.01,\ 0.1,\ 1$ のときのシミュレーション結果を **Fig.**3〜6 に示す．目標速度は運転の開始時より 20[s] 間隔で変化させ，運転開始時が DC モータの基底速度である 500[rpm]，そこから 0[rpm]，-500[rpm]，0[rpm] と変動させた．重みを大きくすると速度，およびトルクの出力応答が遅くなる．これにより，速度の応答も遅くなるため $r_e = 1$ では十分な目標速度を得られていないことが分かる．

各区間でのトルクと速度の関係を見ていくことにする．0〜20[s] の区間では，正の値のトルクが印加されることで，モータが回転し速度が向上する．したがって前進加速を行なっている．20〜40[s] の区間では，前進加速を行なっているところに負の値のトルクが印加されることで，速度が低下する．したがってこの区間では前進減速を行なっている．40〜60[s] の区間では，減速しているモータに対し再び負の値のトルクが印加されることで，速度が負の方向へ変化し，後進加速となる．60〜80[s] の区間では，ここに正の値のトルクが印加されることにより負の方向の速度が減少し，後進減速となる．

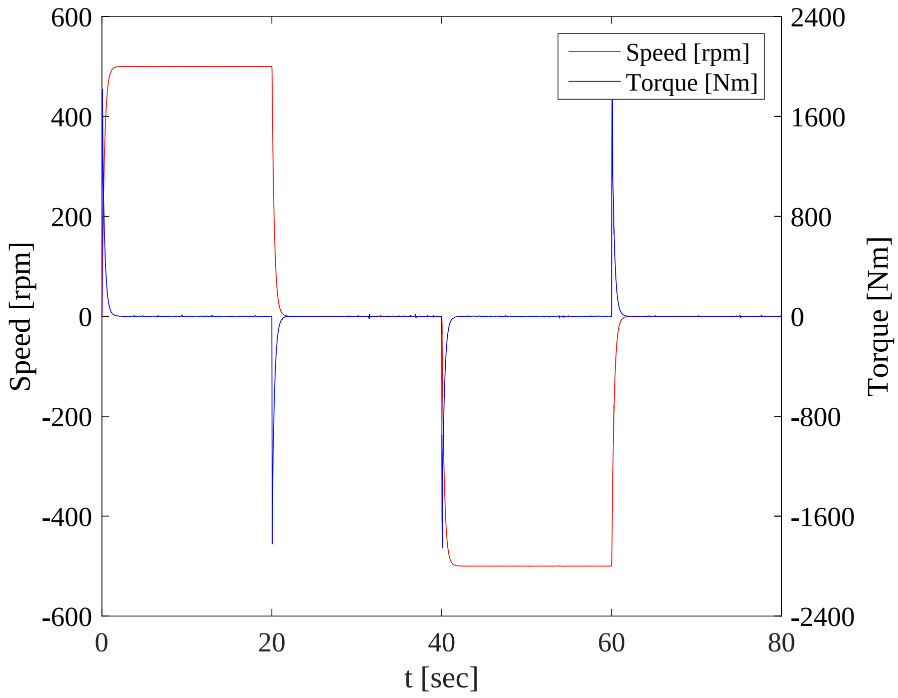

Fig. 3 シミュレーション結果 ($r_e = 0.001$)

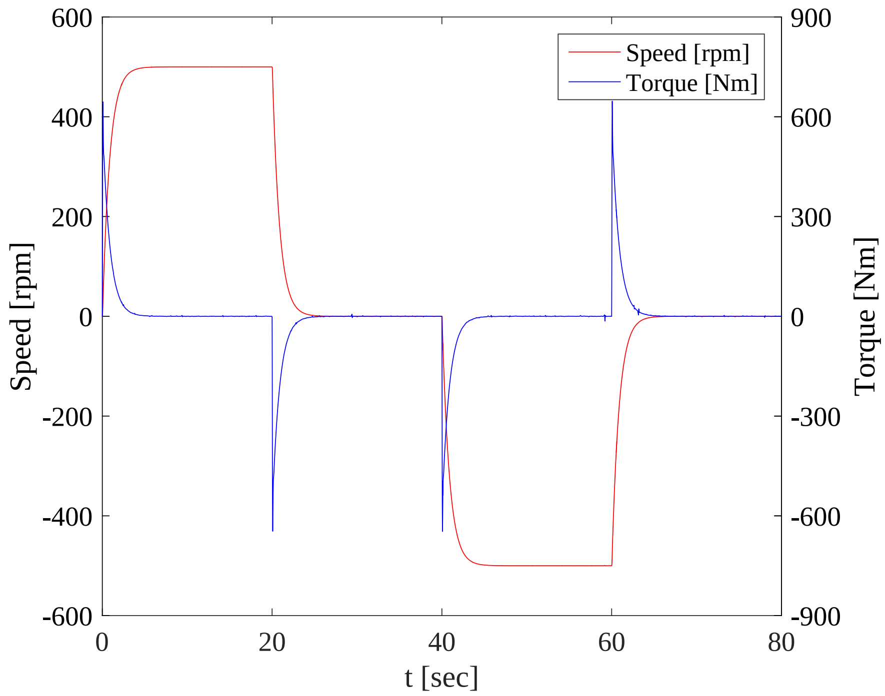

Fig. 4 シミュレーション結果 ($r_e = 0.01$)

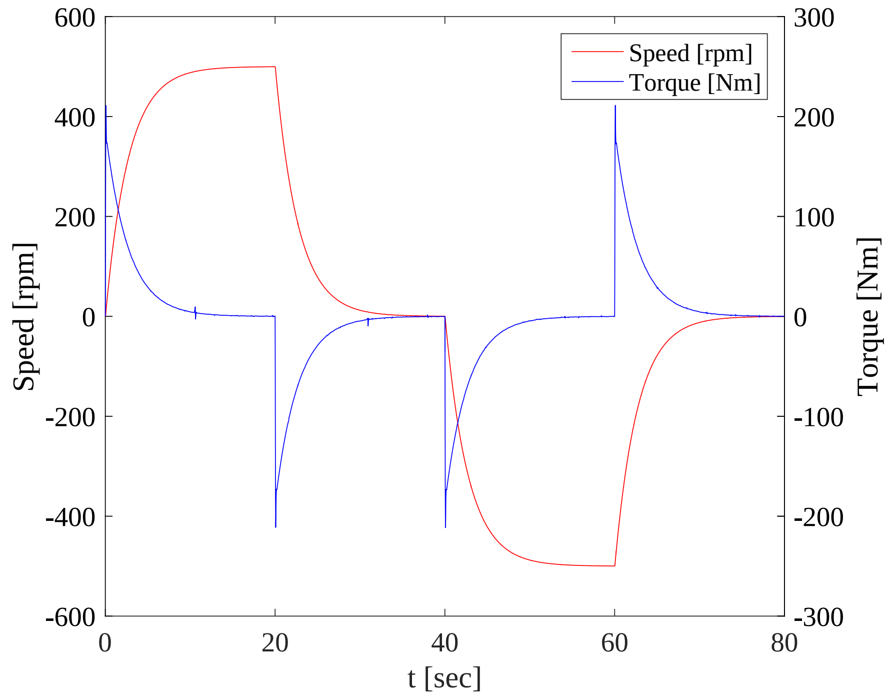

Fig. 5 シミュレーション結果 ($r_e = 0.1$)

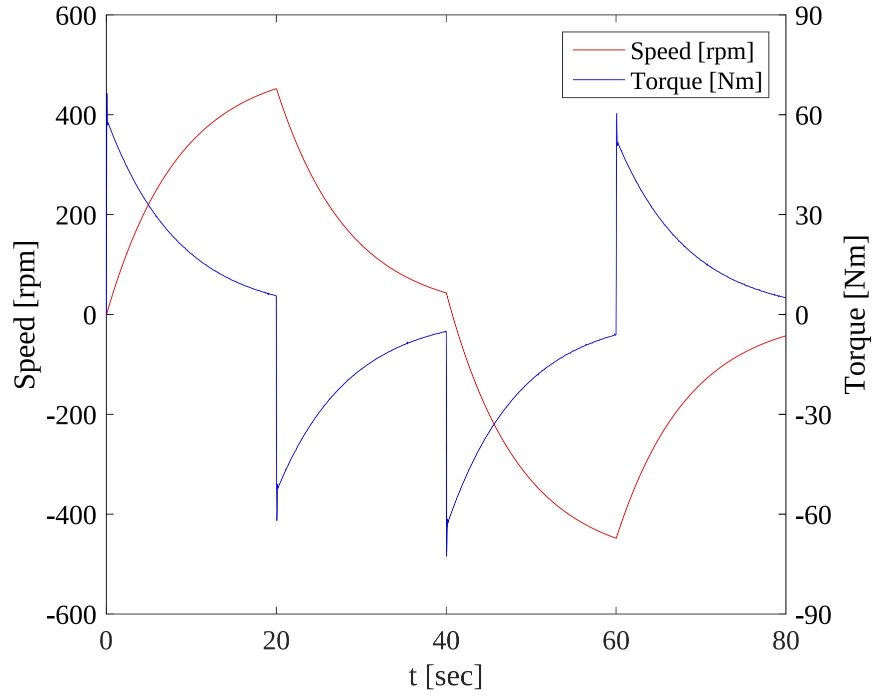

Fig. 6 シミュレーション結果 ($r_e = 1$)

参考文献

[1] T.Sakamoto，”Lecture Note of Advanced Electrical Drive Control System ”，2017.

[2] 坂本 哲三，”電気機器の電気力学と制御 ”，森北出版，pp.161-191，2007.