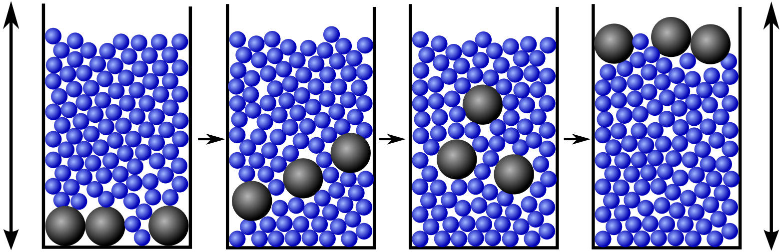
Ségrégation dans les écoulements granulaires à surface libre.

Nicolas Macé
Responsable de stage : Nico Gray

Stage du 22 avril au 22 juillet 2013 au

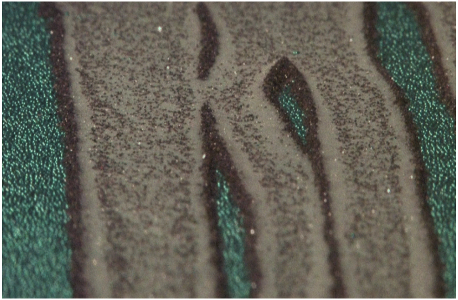
Centre de dynamique non linéaire
Université de Manchester

- nature dissipative des interactions : freinage ou blocage
- interaction par chocs et friction uniquement : $d \gtrsim 100\ \mu\mathrm{m}$

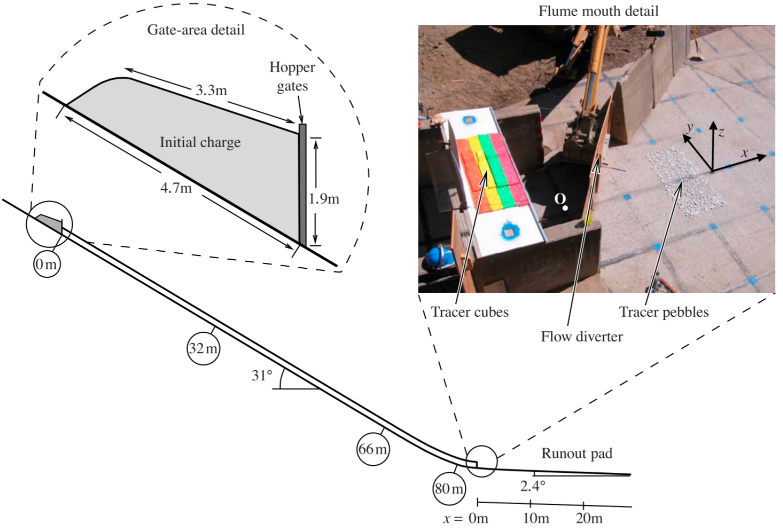


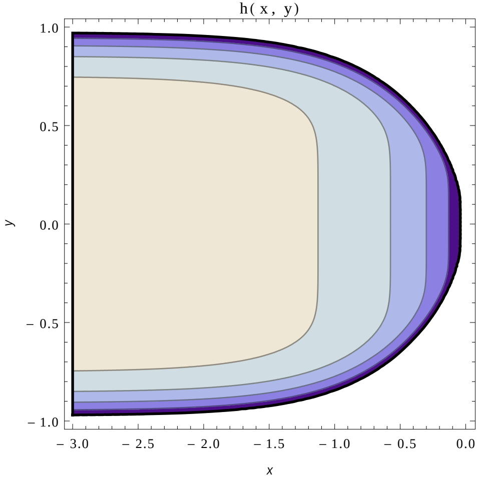
$$\frac{\partial}{\partial t}\phi + \nabla \cdot (\mathbf{u}\phi) - q\frac{\partial}{\partial z}\phi(1-\phi) = 0$$

Fraction volumique $\phi = \dfrac{d\tau^s}{d\tau^l + d\tau^s}$



couplage ségrégation et convection : canalisation de l'écoulement
$\rightarrow$ analyse du phénomène *pendant* l'écoulement

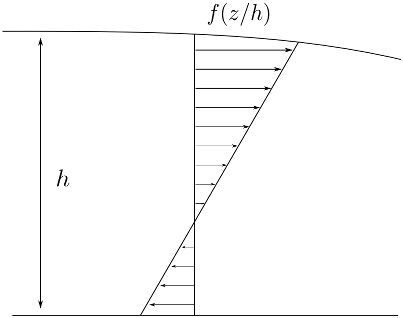

Gate-area detail
Hopper gates
3.3m
Initial charge
4.7m
1.9m
0 m
32 m
31°
66 m
80 m
Flume mouth detail
y
z
x
Tracer cubes
Flow diverter
Tracer pebbles
Runout pad
2.4°
x = 0m
10m
20m



$$h\bar{u}_i(x,y) = \int_0^h u_i(x,y,z)dz$$

$$\frac{\partial}{\partial x}h\bar{u} + \frac{\partial}{\partial y}h\bar{v} = 0$$

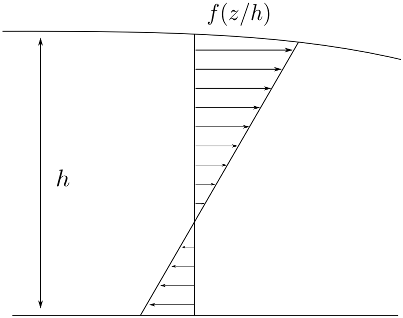
$$\frac{\partial z}{\partial x_i} = \epsilon_{ij}h\bar{u}_j$$



$$h\bar{u}_i(x,y) = \int_0^h u_i(x,y,z)dz$$

$$\frac{\partial}{\partial x}h\bar{u} + \frac{\partial}{\partial y}h\bar{v} = 0$$

$$\frac{\partial z}{\partial x_i} = \epsilon_{ij}h\bar{u}_j$$



$$\begin{pmatrix} u(x,y,z) \\ v(x,y,z) \end{pmatrix} = f\left(\frac{z}{h}\right) \begin{pmatrix} \bar{u}(x,y) \\ \bar{v}(x,y) \end{pmatrix}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\phi + \nabla \cdot (\mathbf{u}\phi) - q\frac{\partial}{\partial z}\phi(1-\phi) = 0$$

Équation simplifiée :

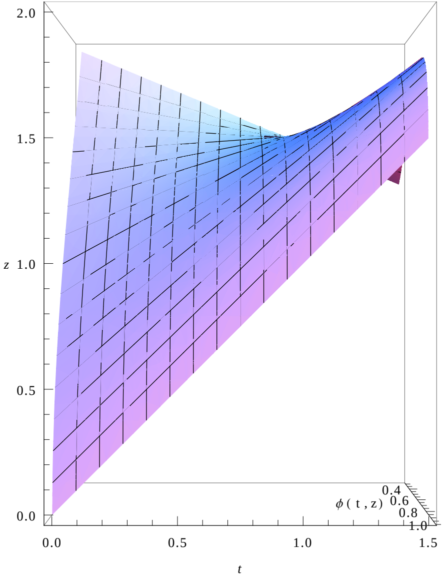
$$\frac{\partial}{\partial t}\phi - q(1-2\phi)\frac{\partial}{\partial z}\phi = 0$$

équation aux dérivées partielles → difficile à résoudre

$$\frac{d\Phi}{dt}(t, z(t)) = \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{dz}{dt}\frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0$$

$$\frac{dz}{dt}(t) = -q\left(1 - 2\Phi_0\right)$$

équation aux dérivées totales → simple à résoudre



$$\frac{dz}{dt}(t) = -q\,(1 - 2\Phi_0)$$

$$\phi(0, z) = (1 - \cos z/z_0)/2$$

- les caractéristiques paramétrisent la solution
- multivaluation $\rightarrow$ onde de choc

$$\frac{\partial}{\partial t}\phi(t,z)+\frac{\partial}{\partial z}f(\phi(t,z))=0 \qquad \phi_j^{n+1}=\phi_j^n-\frac{\Delta t}{\Delta x}\left(F_{j+1/2}^n-F_{j-1/2}^n\right)$$

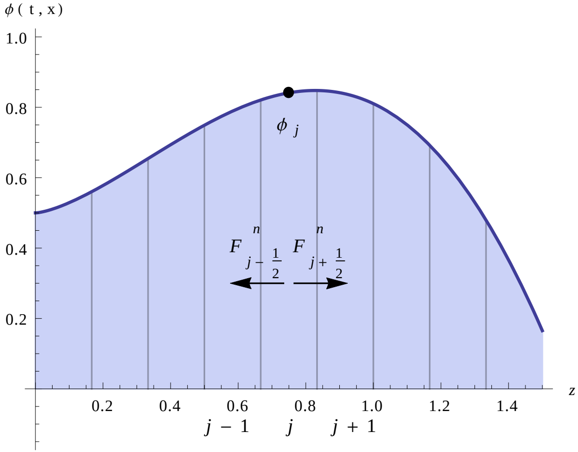
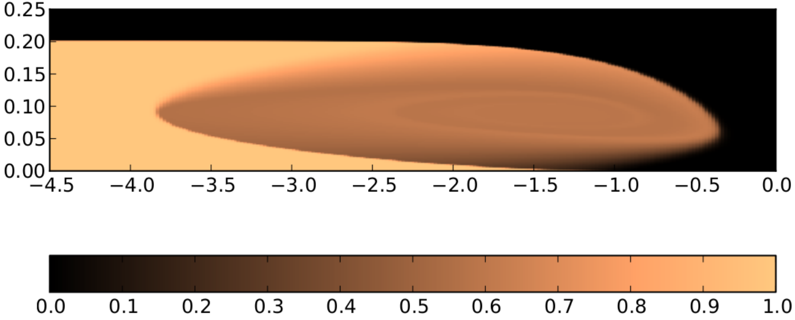


schéma numérique de Kurganov et Tadmor

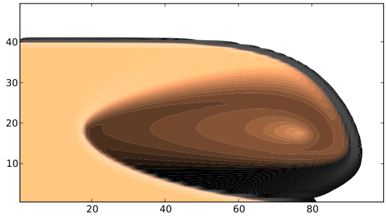
$$F^n_{j+1/2} = \frac{1}{2}\left(f(\phi^n_{j+1/2}) + f(\phi^n_{(j+1)-1/2})\right)$$
$$-\frac{1}{2}|\bar{u}^n_{j+1/2}|\left(\phi^n_{(j+1)-1/2} - \phi^n_{j+1/2}\right)$$

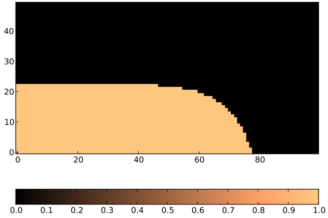
- conservatif
- précis à l'ordre 2 $\rightarrow$ faible viscosité numérique
- non oscillant
- généralisable en dimension quelconque

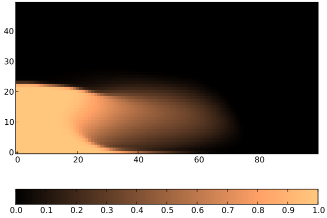


- structure bien connue : chocs et ondes de raréfaction
- nouveauté : 2D compressibilité $\longrightarrow$ structure en spirale

Écoulement complet







- modélisation d'un phénomène mal compris : la ségrégation
- relations entre physique, mathématiques et analyse numérique
- un domaine de la physique nouveau et en plein essor