２.【研究計画】※適宜概念図を用いるなどして、わかりやすく記入してください。なお、本項目は１頁に収めてください。様式の変更・追加は不可。

(1) 研究の位置づけ

特別研究員として取り組む研究の位置づけについて、当該分野の状況や課題等の背景、並びに本研究計画の着想に至った経緯も含めて記入してください。

2-1. 当該分野の状況や課題等の背景

申請者の専門分野は代数幾何学である．代数幾何学は代数多様体やその一般化であるスキームを研究する分野である．その中でも，申請者は「**K3 曲面上の層のモジュライ空間**」の研究を行ってきた．K3 曲面とは単連結で零点のない正則 2 形式を持つ曲面であり，層のモジュライ空間とは各点が一定の不変量や性質を持つ層を表す点となる空間を指す．K3 曲面の層のモジュライ空間にはとりわけ特徴的なふるまい見せる現象として**シンプレクティック性**と **Brill-Noether 理論**がある．申請者はこれらに関する先行結果を導来代数幾何学やスタックと呼ばれる概念により拡張する観点から以下の研究を計画した．

研究(A) K3 曲面の層のモジュライ空間のシンプレクティック性

代数多様体の分類理論において，特定の性質を持つ代数多様体の存在の検証は非常に重要となるが，層のモジュライ空間はその様な例の構成に有用である．特に次の事実が知られる．①K3 曲面の層のモジュライ空間は正則シンプレクティック多様体となる([Mu84])．②しかし，この例と Abel 曲面の上の層のモジュライ空間と O′ Grady 氏による例を除き，既約な正則シンプレクティック多様体の例は現在知られてない．

また近年，シンプレクティック多様体の構成に関し，導来代数幾何学と呼ばれる分野が注目を集めている．**導来代数幾何学**とは，これまでの代数幾何学の大幅な一般化であり，構造層が可換環の層ではなく次数つき微分代数(differential graded algebra)の層になっている．これを考える恩恵としてスキーム上だけではなく，その一般化であるスタック(2-2(A)参照)上でもシンプレクティック幾何学を展開出来る．Toën 氏などはこの導来代数幾何学の理論を用いて Calabi-Yau 多様体上の連接層(一般に完全複体)の導来スタック(スタックの導来代数幾何における拡張された概念)のシンプレクティック性を示した([PTVV13])．

研究(B) K3 曲面の層のモジュライ空間の Brill-Noether(BN)理論

BN 理論とは層のモジュライ空間で点として表される層の線型独立な大域切断の数により定まる軌跡(**BN 軌跡**)を調べる理論である．[Yo99]は BN 軌跡を用いて，K3 曲面の層のモジュライ空間と点の Hilbert スキームが変形同値であることを示した．この結果は上記の事実②の根拠の１つとなる．一方で，**K3 曲面上の曲線の層のモジュライ空間の BN 軌跡**は調査の難しい多様体の研究で大きな足掛りとなる．詳しくは，曲線 C が K3 曲面 S の閉部分多様体ならば，幾つかの条件の下では S が C 上の層のモジュライ空間の BN 軌跡を用いて復元できることが知られている ([Mu96]等)．そしてこの結果から K3 曲面とその上の曲線の対のモジュライ空間と曲線のモジュライ空間という一見異なる 2 つの対象の間に双有理射が構成することができる．さらに偏極 K3 曲面のモジュライ空間の単有理性も示すことができる．

2-2. 本計画の着想に至った経緯

研究(A)　申請者は本計画により新たなシンプレクティック幾何学的対象の構成への取り組みができると考える．モジュライ空間をスキームとして構成するには，安定性の概念が必要となる．この概念を用いてモジュライ空間がスキームとして実現されるが，点として表される層は(半)安定な層に限られる．上記の先行結果は[PTVV13]を除き，全て(半)安定層のモジュライ空間に関するものである．ここで，(半)安定層だけでない全ての層を点として表すモジュライ空間は**スタック**というスキームの一般化した概念により実現できる．そして，この概念を用いて(半)安定でない層のモジュライ空間も研究できるため，導来代数幾何学の理論と組み合わせ，(半)安定でない層のモジュライ空間のシンプレクティック幾何学的性質を調査可能と考えた．

(半)安定でない層のモジュライ空間の導来代数幾何学における対応物は **Harder-Narasimhan(HN)フィルトレーションの導来スタック**という対象により構成される．ここで HN フィルトレーションとは，任意の torsion free 層に関して半安定層を用いて一意的に定まるフィルトレーションである．申請者は最近の研究で HN フィルトレーションの導来スタックが**導来商スタック**という対象であることを解明した．これにより[Yeu18]等の導来商スタック特有の結果を使用でき，シンプレクティック幾何的な性質の検証に有効と考えた．

研究(B)　これまでに，申請者は K3 曲面上の torsion free 層のモジュライスタックの既約分解とその応用として点の Hilbert スキームの BN 軌跡の既約成分の明示的な記述に関する結果(**現在投稿中[Mi20]**)を得た．この結果は(半)安定層だけでなく(半)安定でない層も含めたモジュライ空間の既約成分を分類した．応用に関する結果は，BN 軌跡の既約成分を torsion free 層のモジュライスタックの特別な既約成分と対応づけるアイデアにより得られる．上記の先行結果([Mu96]等)では(半)安定層のみで記述できる BN 軌跡を扱っているが，一般の BN 軌跡においてはそれだけでは記述に不十分である．それ故，(半)安定でない層も用い成果を得た[Mi20]のアイデアが K3 曲面上の曲線の半安定層のモジュライ空間の BN 軌跡の研究にも有効と考えた．

【研究計画】（続き）※適宜概念図を用いるなどして、わかりやすく記入してください。なお、各事項の字数制限はありませんが、全体で２頁に収めてください。様式の変更・追加は不可。

(2) 研究目的・内容等

① 特別研究員として取り組む研究計画における研究目的、研究方法、研究内容について記入してください。
② どのような計画で、何を、どこまで明らかにしようとするのか、具体的に記入してください。
③ 研究の特色・独創的な点（先行研究等との比較、本研究の完成時に予想されるインパクト、将来の見通し等）にも触れて記入してください。
④ 研究計画が所属研究室としての研究活動の一部と位置づけられる場合は申請者が担当する部分を明らかにしてください。
⑤ 研究計画の期間中に受入研究機関と異なる研究機関（外国の研究機関等を含む。）において研究に従事することも計画している場合は、具体的に記入してください。

2-3. 研究目的

本研究の目的は以下の 2 つである．

研究(A) 新たなシンプレクティック幾何的対象の構成．特に K3 曲面上の **Harder-Narasimhan(HN)フィルトレーション**の導来スタックのシンプレクティック幾何的性質を明らかにする．

研究(B) K3 曲面上の曲線の層のモジュライ空間の **Brill-Noether(BN)軌跡**の明示的な記述を得る．

2-4. 研究方法，研究内容

研究（A）について

HN フィルトレーションの導来スタックのシンプレクティック幾何的性質として以下の 2 つを検証する．

(1)シンプレクティック性

Cotangent complex と呼ばれる cotangent sheaf の一般化に相当する層の複体が，非退化な閉 2 形式(**シンプレクティック形式**という)を持つことを示せば良い．これに関しては，調べたい導来スタックが導来商スタックと呼ばれる特別なクラスとなることが申請者により明らかである．これは導来スキーム X の代数群 G による商として書けることを意味し，この場合 cotangent complex が導来スキーム X の cotangent complex の G-不変部分として書けることが知られる([To14])．これをもとに，シンプレクティック性の検証の前段階として導来スタックの微分形式の性質を調べる．そして，[Yeu18],[Yeu21]により導来商スタックならば，上記のシンプレクティック性と同値で，検証により適した定義が存在するため，この定義を用いる．具体的には，<u>[Yeu18]では代数の表現の導来スタックのシンプレクティック性がこの定義とトレース写像を用いて示されており，この手法を HN フィルトレーションの導来スタックに応用して，シンプレクティック性を証明する</u>．

(2)ラグランジュ射の構成可能性

導来スタック間の射 $f: X \to Y$ が**ラグランジュ射**であるとは，Yがシンプレクティックで，Y上のシンプレクティック形式の f による引き戻しが 0 になり，さらにX とY の cotangent complex がある種の関係性を満たすことである．特に 2 つのラグランジュ射 $f_1: X_1 \to Y$ と $f_2: X_2 \to Y$ が存在すれば，f_1 と f_2のファイバー積はシンプレクティックスタックとなるため([PTVV13])，<u>ラグランジュ射の存在は新たなシンプレクティックスタックを導く</u>．HN フィルトレーションは半安定層を用いて構成されるため，HN フィルトレーションの導来スタックからシンプレクティックスタックへの射が自然に複数構成でき，これらがラグランジュ射か検証する．構成される射の中でも，<u>特にターゲットが最大となるような射がラグランジュ射になると申請者は期待しており，この射のラグランジュ性を証明する</u>．証明には[Cal15]，[HP18]で見られるラグランジュ射の検証に関する具体的な計算が見られ，有用だと考える．

研究（B）について

本研究では，まず「K3 曲面上の曲線の半安定層のモジュライ空間の BN 軌跡の既約成分」と「K3 曲面上の torsion free 層のモジュライスタックの特定の既約成分」との間に全単射な対応の構成を目指す．先行研究[ABS14]，[Fey19]では，ある種の K3 曲面上の半安定層のモジュライ空間から K3 曲面上の曲線の半安定層のモジュライ空間の BN 軌跡への射を層の引き戻しにより構成し，それの同型を示している．一般にこのような射が構成できた場合も全射でないことが障碍である．<u>そこで，[Mi20]のアイデアを用いて半安定でない層の引き戻しも考慮に入れ全射を構成する</u>．正確には K3 曲面上の torsion free 層の部分スタックから K3 曲面上の曲線の半安定層の BN 軌跡への射を層の引き戻しにより構成し，全射となることを示す．<u>申請者は，構成した射を用いて BN 軌跡が対応する既約成分に属する Lazarsfeld-向井束という特別なベクトル束で記述できると期待している</u>．また，これらの研究の応用として曲線Cに関し，C を持つ K3 曲面 S の復元問題の解決にも着手する．これについては[ABS14]や[Fey19]の手法が適用可能か検証する．

2-5. どのような計画で，何を，どこまで明らかにするか

研究（A）について

HN-フィルトレーションの導来スタック上にシンプレクティック形式またはラグランジュ射の構成を行い，

構成ができるとは限らない場合は構成可能となる条件を明らかにする．
詳しくは，以下(1)シンプレクティック性と(2)ラグランジュ射の構成可能性の研究を並行して進める：

⓪　2-4(A)の導来スキーム X と代数群 G を決定し，それまでの研究結果をまとめる．**(2021 年 7 月まで)**

(1)-①　HN フィルトレーションの導来スタックの微分形式の性質を明らかにする．**(採用前)**

(1)-②　(1)-①の結果と[Yeu18]，[Yeu21]をもとに，HN フィルトレーションの導来スタックにシンプレクティック性を証明する．**(採用前から 1 年目)**

(2)-①　2-4(B)の射などによってシンプレクティックな導来スタック上のシンプレクティック形式の HN フィルトレーションの導来スタックへの引き戻しを計算する．**(採用前)**

(2)-②　(2)-①において引き戻しが 0 になる射がラグランジュ性を証明する．**(採用前から 1 年目)**

特に，申請者の最近の研究により上記 2-4(A)の導来スキーム X と代数群 G の具体的な記述も明らかにしつつあり，(1)-①については⓪が完成後にはすぐにでも研究を開始する予定である．

研究(B)について

BN 軌跡と torsion free 層のモジュライスタックの特定の条件を満たす既約成分との間に全単射な対応を構成する．そしてこれを用いて BN 軌跡の明示的な記述を与える．また，K3 曲面復元問題を解決する．解決できるとは限らない場合は，復元されるべき K3 曲面の性質の絞り込みを行う．
詳しくは以下の順序で研究を進める：

① [ABS14]，[Fey19]の手法を用い，K3 曲面上の層の曲線への制限を計算し，曲線上での半安定性を調べる．

② [Mi20]の手法と①の結果を用いて，K3 曲面上の torsion free 層の部分スタックから K3 曲面上の曲線の半安定層のモジュライ空間の BN 軌跡への射または有理射の構成を行う．

③ ②で構成された射または有理射の単射性と全射性または稠密性を証明する．

④ ③の結果を用い，K3 曲面上の曲線の BN 軌跡の構造の明示的記述を Lazarsfeld-向井束により与える．

⑤ ④の結果を用い，曲線を持つ K3 曲面復元問題に応用できるか検証する．

①，②，③は 1 年目後半～2 年目前半に行い，④，⑤は 2 年目前半から 2 年目後半に行う予定である．

2-6. 研究の特色・独創的な点，先行研究等との比較

研究(A)　本研究は(半)安定でない層のモジュライ空間(HN フィルトレーションの導来スタック)を取り上げ，新たなシンプレクティック幾何学的対象を調査する試みになる．さらにフィルトレーション付きの対象の導来モジュライ空間に関しても，これまでの研究ではシンプレクティック幾何学的対象の調査がなされていない．この点で本研究は挑戦的だが，申請者は HN フィルトレーションの導来スタックが導来商スタックであることを示しており，その利点を根拠とする有用なアプローチと言える．

研究(B)　従来の手法では限られた種類の BN 軌跡しか明示的な記述が得られていない．本研究は(半)安定でない層も考慮に入れることで，より広い BN 軌跡の記述が可能になる点で類を見ない．また本研究は(半)安定でない層を考慮に入れる有用性を示す．詳しくは(半)安定でない層も考えることで層のモジュライ空間のベッチ数の計算に成功した[Yo95]と同じ構図を，本研究は K3 曲面上の層のモジュライ空間の分野で実現する．

2-7. 本研究完成時に予想されるインパクト，将来の見通し

研究(A)　導来代数幾何学の理論は，物理学における量子化を代数幾何学の分野で行う試みとなっており，量子化の新たな枠組みを与える．さらにこれまでに知られる Kontsevich 氏による Poisson 多様体の変形量子化や量子群などの異なる分野に属する量子的な数学的対象を統一的に扱う場となり得る．またこの分野は場の量子論の研究のために構築された面を持ち，本研究の成果は直接物理学の研究に利益をもたらし得る．

研究(B)　本研究で扱う K3 曲面上の曲線の BN 軌跡は Fano 多様体になり得るため([向井 97])，本研究は直接 Fano 多様体の研究に移行できることが期待される．また，BN 軌跡の研究は 2 次元 Mckay 対応の記述や箙多様体の研究にも応用されており，本研究完成時には特異点論や表現論の分野への貢献が期待される．

2-8. 所属研究室の研究との関連　指導教員の梠教授の研究と申請者の研究は独立している．

参考文献

[ABS14] E. Arbarello, A. Bruno and E. Sernesi. Mukai 's program for curves on a K3 surface. Algebr. Geom., 1 (2014), no.5, 532–557.
[Cal15] D. Calaque. Lagrangian structures on mapping stacks and semi-classical TFTs. Contemp. Math, 643 (2015), 1–23.
[Fey19] S. Feyzbakhsh. Mukai's program (reconstructing a K3 surface from a curve) via wall-crossing. J. Reine Angew. Math., 765 (2020), 101–137.
[HP18] Z. Hua and A. Polishchuk. Shifted poisson structures and moduli spaces of complexes. Adv. Math., 338 (2018), 991–1037.
[Mi20] Y. Mizuno. Classifying the irreducible components of moduli stacks of torsion free sheaves on K3 surfaces and an application to Brill-Noether theory, arxiv:2011.07521. (査読付き論文誌投稿中)
[Mu84] S. Mukai. Symplectic structure of the moduli space of sheaves on an abelian or K3 surface. Invent. Math., 77 (1984), no.1, 101–116.
[Mu96] S. Mukai. Curves and K3 surfaces of genus eleven. Moduli of vector bundles, Lecture Notes in Pure and Appl. Math., 179 (1996), 487–505.
[PTVV13] T. Pantev, B. Toën, M. Vaquie and G. Vezzosi. Shifted symplectic structures. Publ. Math. Inst. Hautes Études Sci., 117 (2013), no.1, 271–328.
[To14] B. Toën. Derived algebraic geometry. EMS Surv. Math. Sci., 1 (2014), no.2, 153–240.
[Yeu18] W.K Yeung. Pre-Calabi-Yau structures and moduli of representations. arXiv:1802.05398.
[Yeu21] W.K Yeung. Shifted symplectic and poisson structures on global quotients, arXiv:2103.09491.
[Yo95] K. Yoshioka. The Betti numbers of the moduli space of stable sheaves of rank 2 on a ruled surface. Math. Ann., 302 (1995), no.3, 519-540.
[Yo99] K. Yoshioka. Some examples of Mukai's reflections on K3 surfaces. J. Reine Angew. Math., 515 (1999), 97–123.
[向井 97]向井茂. Brill-Noether 理論の非可換化と 3 次元 Fano 多様体. 数学, 第 49 巻(1997), 第 1 号, 1-24.

３．人権の保護及び法令等の遵守への対応 ※本項目は１頁に収めてください。様式の変更・追加は不可。

本欄には、「２.研究計画」を遂行するにあたって、相手方の同意・協力を必要とする研究、個人情報の取り扱いの配慮を必要とする研究、生命倫理・安全対策に対する取組を必要とする研究など法令等に基づく手続が必要な研究が含まれている場合に、どのような対策と措置を講じるのか記入してください。例えば、個人情報を伴うアンケート調査・インタビュー調査、国内外の文化遺産の調査等、提供を受けた試料の使用、侵襲性を伴う研究、ヒト遺伝子解析研究、遺伝子組換え実験、動物実験など、研究機関内外の情報委員会や倫理委員会等における承認手続が必要となる調査・研究・実験などが対象となりますので手続の状況も具体的に記入してください。

なお、該当しない場合には、その旨記入してください。

申請者の研究では,相手方の同意・協力を必要とする研究，個人情報の取り扱いの配慮を必要とする研究，生命倫理・安全対策に対する取り組みを必要とする研究等の法令等に基づく手続きが必要な研究は含まれていない.

４．【研究遂行力の自己分析】※各事項の字数制限はありませんが、全体で２頁に収めてください。様式の変更・追加は不可。
　本申請書記載の研究計画を含め、当該分野における(1)「研究に関する自身の強み」及び(2)「今後研究者として更なる発展のため必要と考えている要素」のそれぞれについて、これまで携わった研究活動における経験などを踏まえ、具体的に記入してください。

(1) 研究に関する自身の強み

- **研究における主体性**

申請者は修士課程以来，代数多様体の層のモジュライ空間に関する研究を行ってきたが，この研究テーマは申請者が自分で見つけ出したものであり，研究は常に申請者が主体的に進めている．特に 2-1(A)で述べ，現在特に注目し研究をしている**導来代数幾何学**の分野はまだ歴史も比較的短いことと研究に参入するために必要となる予備知識が多いことから，国内でも扱っている研究者は比較的少ない．このような分野に注目し，研究を行っていることは主体的に研究を行っていることの１つの証であると，申請者は考えている．また，実際に得られた結果は研究集会で積極的に発表し，多くの専門家から意見を貰うべく尽力してきた．特に昨年から現在にかけてはコロナウイルスの影響で研究集会は例年に比べ減少傾向にあったが，申請者は発表できる機会にできる限り参加した(成果３，４，５)．さらに成果 1(下記参照)は昨年，学術雑誌「Journal of Geometry and Physics」に投稿し，その結果リバイスの判定を受けた．修正した論文を再度送り，現在査読中である．

- **知識の幅・深さ，技量**

代数多様体上の層のモジュライ空間の研究は，導来圏の対象のモジュライの研究や箙の表現のモジュライの研究，またスタックの研究などさまざまな分野と強い繋がりを持っており，これらを研究に活かす場合には，もちろんそれらに習熟している必要がある．申請者がこれまで行っていたモジュライスタックと Brill-Noether(BN)軌跡の研究(成果 1)には**スタック**への習熟が不可欠である．さらに，スタックの概念は非常に難解であるが，この概念を身につけ結果に繋げたことは申請者の技量の証であると考えている．また現在完成しつつある Harder-Narasimhan(HN)フィルトレーションの導来スタックの構成の研究では，構成において箙の表現のモジュライへの埋め込みという手法を用いており，これは**箙の表現のモジュライ空間**に関しても習熟している事を示している(その他 6)．

さらに，申請者が利用しようとしている導来代数幾何学の分野は，ホモトピー代数幾何とも言われる事があり，その名の通り**ホモトピー理論**を最大限に用いられている分野でもある．申請者はこの分野に早くから目をつけ研究と並行してこれらの知識を身につけることに努めてきた．

- **発想力・問題解決力**

申請者が行ってきた K3 曲面の点の Hilbert スキームの BN 軌跡の研究(成果 1)において，torsion free 層のモジュライスタックの既約分解を応用するという方法は，(半)安定な層だけでなく，(半)安定でない層にも着目した方法であり，この方法は Walter 氏による線織曲面の場合における結果を除き，あまり用いられていない方法である．このような方法を用いて実際に結果を得る事ができたのは，申請者の問題解決力の証である．加えて，曲面が異なることから Walter 氏の証明と比べ，申請者の証明は非常に複雑なものとなっており，いくつかの申請者のオリジナルのアプローチが鍵になっている．そして，このオリジナルのアプローチを考えついたことは申請者の発想力の賜物と考える．さらに，現在進行中の HN フィルトレーションの導来スタックの構成に関する研究は，これまで何度か述べている導来代数幾何学の分野に関するものである．この分野は誕生からの年月が短い．一方，日々研究成果が怒涛の勢いで蓄えられているが，知識の整理されている文献はそれに比べ少ない．しかしながら，申請者は自らそれらの膨大な文献を整理し，必要な先行研究を現在の研究に生かし，かつ成果に結びつけていることは申請者の問題解決力の表れであると考えている(その他 6)．

- **粘り強さ・執着力**

申請者は，自身の粘り強さや執着力に関しては，特に自信を持っている．幼少期から持ち合わせているものであり，自身の興味の引くものに関してはとことん考えていたように思う．特に小，中学生の頃から平面幾何の問題に関しては分からない問題は何日も考えていた．また，高校生の時もどうしても理解できない概念があり，何ヶ月か考えており，途中挫けそうになることもあったが，どうにか最終的には理解できた．このような経験は現在の申請者の実力の土台になっているように感じる．また，このような粘り強く執着する性格は現在でも変わっておらず，自身の研究活動に生かされているように思う．

- **知的好奇心の旺盛さ，知識を得ることへの貪欲さ**

申請者は，新しい知識を得ることに貪欲であり，常に得た知識を自分の研究に生かしたいと考えている．そのため，様々な分野に触れる事ができる機会を大事にしている．代数・幾何・解析さらに物理学という枠に囚われず知識を身につけ，研究活動に生かしていきたいと日頃から考えている．

（研究遂行力の自己分析の続き）

成果 — 学術論文（査読付き論文誌投稿中）

1. ○Yuki Mizuno, Classifying the irreducible components of moduli stacks of torsion free sheaves on K3 surfaces and an application to Brill-Noether theory ,arxiv:2011.07521, 2020年.
　本論文では，ピカール数が1のK3曲面上の階数が2のtorsion free層のモジュライスタックの既約分解を具体的に記述し,その応用としてK3曲面の点のHilbertスキームのBN軌跡を明示的に記述した．特にBN軌跡の明示的記述は一般に難しく，注目に値すると考える．この結果を用いることにより，K3曲面上の点のHilbertスキームのBN軌跡の既約成分を具体的に書き下す事ができる．そして，BN軌跡の空か否かはもちろんのこと，既約成分の個数や既約成分それぞれの次元まで具体的に計算する事が可能となる.

成果 — 国内学会･シンポジウム等における発表(全て査読なし)

2. ○水野 雄貴 “代数的スタックの次元について-層やベクトル束のモジュライを動機として-”第二回宇都宮大学代数幾何研究集会，宇都宮大学，2019 年 9 月 (口頭発表).
3. ○水野 雄貴 Classifying the irreducible components of moduli stacks of torsion-free sheaves on K3 surfaces and an application to Brill-Noether theory，城崎代数幾何学ｼﾝﾎﾟｼﾞｳﾑ 2020，Zoom開催，2020年 10月 (口頭発表).
4. ○水野 雄貴 Classifying the irreducible components of moduli stacks of torsion-free sheaves on K3 surfaces and an application to Brill-Noether theory 第四回数理新人セミナー， Zoom開催，2021年2月 (口頭発表).
5. ○水野 雄貴 Classifying the irreducible components of moduli stacks of torsion-free sheaves on K3 surfaces and an application to Brill-Noether theory 2021年度日本数学会年会， Zoom開催，2021年3月 (口頭発表).

その他

6. ○Yuki Mizuno, Construction of derived moduli stacks of Harder-Narasimhan filtration, in preparation.
　この論文では，HNフィルトレーションの導来スタックの明示的な構成を行う．また，tangent complexと呼ばれるtangent bundleの一般化である対象についての性質も明らかにしている．これらの結果は，2-4の研究(A)の内容の進める上で不可欠な内容になっている．この論文に関しては，早急に完成させたいと考えている.

(2) 今後研究者として更なる発展のため必要と考えている要素

- **国内・海外の様々な研究者とコミュニケーションを取る能力**

研究集会の参加などを通じて様々な研究者とコミュニケーションを取る機会を得つつあるが，申請者にはさらに活発にコミュニケーションを取れるようになることが必要になると感じている．また，申請者が研究を志す分野は日々の進歩が目覚ましい．このため，最新の研究に関する豊富な意見交換ができるようになることが申請者の今後の研究の発展には必要であると感じている.

- **研究結果を正確にかつわかりやすく表現する能力**

申請者が研究している分野は，研究するために必要だとされる知識が多岐に渡り，その量が特に多いと感じている．このため，研究集会などではより研究結果をわかりやすく伝えることが難しくなると感じている．しかし，研究結果に関し，他の研究者から適切な評価をもらうためには，正しくそれでいてわかりやすく伝える技術が不可欠であると感じている．また，申請者にはその力が必要であり，さらにこの能力を向上させる事ができるように一層励んでいきたいと考えている.

- **物理学を始めとする，他分野の知識と申請者の研究とのつながりに関する知識**

申請者は研究を進めていく中で，物理学をモチベーションとする概念や問題に多く対面している．特に，**量子力学や弦理論**は特に強い繋がりを申請者の研究対象ともつ．その中で，それらの分野に対する申請者の見識を広げていきたい．これらの分野に対するさらなる理解は研究内容をさらに豊富なものにすると感じている．例えば，申請者の結果の物理学的な解釈などができるようになるのではないかと考えている．そして，代数幾何学と物理学の橋渡しを行う事ができる研究者となることに繋がると考えている．また，研究の方向性に関してもさらに良い問題設定を提供するように感じている．加えて，申請者は主に代数的手法を用いて層のモジュライ空間の研究を進めているが，使われている用語等は異なるが，微分幾何学的立場からも研究が進められている．さまざまな手法に精通していることは申請者の発想や思考を柔軟にすると感じているため，**微分幾何学的な手法**にも精通すべきだと感じており，研鑽を積んでいる.

５．【目指す研究者像等】 ※各事項の字数制限はありませんが、全体で１頁に収めてください。様式の変更・追加は不可

日本学術振興会特別研究員制度は、我が国の学術研究の将来を担う創造性に富んだ研究者の養成・確保に資することを目的としています。この目的に鑑み、(1)「目指す研究者像」、(2)「目指す研究者像に向けて特別研究員の採用期間中に行う研究活動の位置づけ」を記入してください。

(1) 目指す研究者像 ※目指す研究者像に向けて身に付けるべき資質も含め記入してください.

申請者は小学生の頃より科学雑誌などを頻繁に読み，数学や物理学などの過去の発見にとても興奮し，これらの分野に憧れを抱いていた．特に「まだ自分の知らないこれらの分野の真理を知らずに死ぬのはとても惜しい」と感じたことはとてもよく覚えている．また，天才たちの数々の逸話は申請者の胸を躍らせた．その中でもファインマンはとりわけ印象的であった．経路積分により独自の量子力学の理論を生み出した天才的頭脳と，一方で打楽器のボンゴを好みユーモア溢れる人柄には憧れを抱いた．これらの意識はその後も持ち続けたが，高校入学後は微分積分を始めとしたより豊かな数学に触れ，この学問により心を惹かれた．大学入学後は遥かに難解だが exciting な数学を学び，さらに数学に没頭し，大学院では数学の研究を自ら経験し，真理に迫っていることを肌で感じた．そして数学の探求を続けていきたいと強く感じ，研究者を志した．

申請者は代数多様体上の層のモジュライ空間について研究している．代数幾何学におけるモジュライ問題は層だけでなく，曲線など様々な幾何学的対象を扱いその歴史は長い．そして現在も盛んに研究されており，日々その研究の豊富さに圧倒されながらも食らい付いている．申請者はこの様な研究生活の中で，幼い頃に読んだ偉大な科学者たちの偉業の数々を思い出す．彼らには遠く及ばないが，彼らと同じ研究という営みを行なっていることは間違いないと感じ，自分もこの**長い研究の歴史の発展に寄与できるような研究者**になることを目指すようになった．その実現のために，具体的には以下の様な研究者像を目指している．

- **分野の垣根にとらわれない研究者**

申請者は現在，研究を進めるにつれてこの層のモジュライ空間の分野は実際に物理学とも密接につながっていることを実感している．特に弦理論などと密接な繋がりを持つことは思いも寄らないことであった．数学科進学以来，数学と関わることがもちろん最も多くなったが，幼い頃からの物理学への興味も継続していたので，物理学にも関わる機会でき，とても幸運に感じた．また，大学入学後は数学の全ての分野を極めようと意気込んでいたが，その量の膨大さにいつしかその決意は忘れてしまっていた．ところが，層のモジュライ空間を研究すると微分幾何学や位相幾何学とも出会うことがしばしばあり，このような機会を逃さず，知見を広めたいと日々奮闘している．申請者はこのような体験を大事にし，分野の壁を超えた研究者になりたいと考えている．そしてこのためには「**代数幾何学に留まらない様々な分野に関する素養**」や「**他の研究者と有益なコミュニケーションを取る力**」をより一層高めていきたい．

- **数学の知識と楽しさを伝えていくことのできる研究者**

有名な科学者の生い立ちを見ていると，周りにその分野の面白さを伝え，その人の知的好奇心を育んだ人物が存在することが多い．ファインマンの場合も，彼の父親が様々な科学の知識を魅力的に伝えていったことが，彼の成長に大きな影響を及ぼした．申請者も学術的な発展に尽くすだけでなく，多くの人に数学の知識を伝え，数学の面白さを広めていくことのできる研究者になりたいと考える．このためには，「**数学の内容を分かりやすく魅力的に伝える能力**」が必要だと感じている．また，申請者は誕生してから現在に至るまで多くの人に支えられてきた．その中でも両親や祖父母には数学を学ぶ機会を与えてもらい，存分に数学の学習，研究を行わせてもらっている．この恩返しとしてもこの様な研究者になりたいと感じている．

- **数学を学ぶ人の成長を支援することのできる研究者**

現在の研究活動においては指導教員である楫元教授を始め，永井保成教授また代数幾何系研究室の先輩方には，数学的な内容で日々多くのことを学ばせていただいているが，それ以外のことでも助けてもらっている．申請者も他の多くの数学を学ぶ人間の成長を支援できるような研究者になりたい．

(2) 上記の「目指す研究者像」に向けて，特別研究員の採用期間中に行う研究活動の位置づけ

特別研究員の採用期間中の研究活動では，「目指す研究者像」に向けて上で述べた資質を向上させる．多くの研究者から興味を持たれるような研究を行い，それを伝えられる研究者を目指す．具体的には，論文を毎年，査読付き欧文学術雑誌に出版する．国内・国外ともに多くの研究集会で積極的に発表していく．

また，他分野に関する素養を高めるために様々な分野に関する研究集会に参加し，見聞を広めていく．そして，微分幾何学や物理学で発見された新しい結果を代数幾何学の分野に持ち込み，代数幾何的手法で研究し，結果の比較を行うことやその逆のことができれば多いに有益であると考える．また，他分野の素養を深める中で，アウトリーチ活動にも積極的に参加する予定である．これらの活動を含む，特別研究員としての研究活動は申請者の研究者として学術的，社会的貢献度を高め，自身の研究者としての価値と実力を向上させ，研究者として活躍していくために非常に重要な役割を果たす期間になると位置付けている．