

平成 30 年度 卒業論文  
空洞量子電磁力学実験のための  
マイクロ波空洞共振器の設計

小松 優基

2019 年 2 月 19 日

# 目次

第 1 章	序論	4
1.1	研究背景	4
1.1.1	量子コンピューターの課題	4
1.1.2	ジョセフソン接合	4
1.1.3	固有ジョセフソン接合	4
1.2	予備知識	5
1.2.1	マイクロ波空洞共振器	5
1.2.2	空洞量子電磁力学実験	6
第 2 章	研究目的	7
2.1	昨年度の研究結果	7
2.2	昨年度の課題	7
2.2.1	共振周波数の調整方法	7
2.2.2	外界との結合方法	7
2.2.3	試料の設置位置が不明瞭	8
2.3	本研究の目的	8
第 3 章	シミュレーション	9
3.1	電磁界シミュレータ	9
3.1.1	固有値解析	9
3.1.2	過渡解析 (トランジェント解析)	9
3.1.3	有限積分法	9
3.2	シミュレーションの設定	10
第 4 章	結果と考察	11
4.1	誘電体挿入による影響	11
4.1.1	結果	12
4.1.2	考察	12
4.2	設計したモデル	13
4.2.1	詳細設計	13
4.2.2	基本性質	14
4.2.3	誘電体挿入時の共振周波数変化	15
4.2.4	考察	15

第 5 章	結論と今後の展望	17
5.1	結論 . . . . .	17
5.2	今後の展望 . . . . .	17
5.2.1	励振部分の調整 . . . . .	17
5.2.2	誘電体の挿入方法の検証 . . . . .	17
5.2.3	実際に試作する . . . . .	17
第 6 章	謝辞	18
参考文献		19

# 論文概要

提出日 2019 年 2 月 20 日

専攻 物理・数理学科

指導教員 北野 晴久教授

学籍番号 15115062

氏名 小松 優基

論文題目 空洞量子電磁力学実験のためのマイクロ波空洞共振器の設計

## 論文要旨

量子コンピューターに使われる量子ビットの有力候補の一つに「超伝導回路」によるものがある。超伝導回路ではジョセフソン接合を用いて量子もつれ状態を実現しているが、情報の保存時間であるコヒーレンス時間が現在数十マイクロ秒程度であり、0.1K 以下の極低温下でしか動作しないなどの課題も多い。北野研究室では、2015 年度の結果から、固有ジョセフソン接合 (IJJ) 素子の高次スイッチ現象において、41.5GHz のマイクロ波照射下でスイッチング電流分布の二重ピーク構造が観測され、離散化したエネルギー準位の形成が示唆された。前述の課題解決に向けて高温超伝導体の IJJ を用いた超伝導量子ビットの実現を目指し、本研究では、40 GHz における、空洞量子電磁力学実験 (cavity QED) を行うためのマイクロ波空洞共振器の設計を電磁界解析シュミレータ (MW-Studio, CST 社) を用いて行った。本研究では、同軸ケーブルとの結合を考慮し 37.51GHz で共振周波数を変化させる機能を持った共振器の設計ができた。今後の課題として、より高い Q 値になるように、電磁場の結合方法を探していくことが必要となる。また、シミュレーションのみでは微小な試料を入れた際の応答までは計算できないため、実際に今回試したモデルを元に空洞共振器を試作し、共振器自体の特性を調査する必要がある。

# 第 1 章

## 序論

### 1.1 研究背景

#### 1.1.1 量子コンピューターの課題

近年、量子コンピューターが話題に上がることが多くなってきた。量子コンピューターは超並列計算機とも呼ばれ、因数分解、最適化計算に優れるため、同時に話題になっている AI（ディープラーニング）やビッグデータなどとの相性が良いことがその一因であることが考えられる。既に商用化された量子コンピュータもあるが、まだまだ課題は多い。量子コンピューターの動作原理である量子ビットには量子性を保ち制御できる仕組みが必要だが、現在それができる仕組みは多くなく、実用化に至るには様々な制約がある。その中で、最も有力だと言われているものが「超伝導回路」による量子ビットである。超伝導回路ではジョセフソン接合を用いて量子もつれ状態を実現しているが、情報の保存時間であるコヒーレンス時間が現在数十マイクロ秒程度であり、極低温下でしか動作しないなどの課題も多い。北野研究室では、その課題解決に向けて高温超伝導体の固有ジョセフソン接合 (IJJ: Intrinsic Josephson Junction) を用いた超伝導量子ビットの実現を目指している。

#### 1.1.2 ジョセフソン接合

二つの超伝導体が弱く結合した接合をジョセフソン接合と呼ぶ。超伝導状態では、2つの電子が引力相互作用によりクーパー対を形成し、そのクーパー対の状態が巨視的な数重ね合わさり、一つの状態で記述することができるようになる。この状態を記述する関数を、巨視的波動関数と呼ぶ。ジョセフソン接合では2つの（巨視的波動関数の位相が）異なった超伝導体間に薄い絶縁体を挟むなどして弱く結合することにより、その2つの接合にトンネル電流が流れるという現象が見られる。

以下に模式図を示す。2つの超伝導体の位相差を  $\Delta\theta$  とすると、そこに流れる超伝導電流は以下のように記述できる。

$$I = I_c \sin \Delta\theta$$

#### 1.1.3 固有ジョセフソン接合

超伝導体となる物質の中には、その物質の内部に絶縁体と超伝導が非常に薄い層状に重なっている構造をもつものが存在する。そのような物質はその層間にジョセフソン接合があると視做することができる。これを固有ジョセフソン接合と呼ぶ。

以下にその例として、Bi2212 の構造を示す。[1]

北野研究室では、前述したような固有接合の研究を行っており、一例として、本研究室の修士課程を卒業された高橋優作氏の研究 [2] では、Bi2212 という超伝導体の固有ジョセフソン接合素子にマイクロ波を照射した際にスイッチング確率の 2 重ピーク構造が観測された。このことからこの素子には離散化準位の形成があることが示された。このほかにも、北野研の過去の研究では 40GHz 程度の周波数のマイクロ波で、同様の離散化順位の形成が観測された。

しかしこの固有ジョセフソン接合素子は、人口的に作成したジョセフソン素子とは異なり、実際に作成するまでどの程度のマイクロ波を照射すると離散化順位が形成されるのかがわからない。素子の作成方法を工夫して、エネルギー順位を調整することは大変困難であるため、素子作成後にどの程度のエネルギー準位を有しているか調べるための方法が必要である。今回は空洞共振器を用いてその準位を調べることを目指す。

## 1.2 予備知識

### 1.2.1 マイクロ波空洞共振器

マイクロ波とは周波数が数 GHz から数十 GHz ほどの領域にある電磁波で、波長が電波より短く、遠赤外線より長い領域にある電磁波である。

一般に、高周波電流の流れている導体の周囲には電流を囲む円周方向に磁界  $H$ 、あるいは磁束密度  $B = \mu H$  ( $\mu$  は媒質の透磁率) の磁束が生じる。これは電磁気学におけるアンペールの法則として知られている現象である。この磁束は、電流の周波数によって変化するため、ファラデーの電磁誘導則より、磁束に垂直な方向に電界  $E$ 、あるいは電束密度  $D = \epsilon E$  (ここで  $\epsilon$  は媒質の誘電率) で与えられる時間的に変化する電束が生じる。このような電束の変化はそこに電流が流れていると同等に考えてよいため、再び新たな磁界が発生する。このようにして、伝搬していく波を電磁波と呼んでいる。電磁波は真空中でも伝搬する。

ある形状の管の中に音波を伝播させると特定の周波数で大きな音になる現象は共振現象と呼ばれ、管楽器など身近なところにも応用されている馴染みの深い現象であるが、マイクロ波でも同様な現象が起こる。

一般に金完全導体で閉じられた中空の箱にマイクロ波を照射すると、電磁場エネルギーが箱の中に蓄えられ、特定の周波数で電磁界振幅が増大する共振現象が起きる。この中空の箱のことを空洞共振器と呼び、共振したときの周波数を共振周波数と呼ぶ。一般に空洞共振器の共振周波数は、マクスウェル方程式の固有値解として与えられ、空洞の形や大きさに依存して複数の固有値を持つことが知られている。

前述したように、自由空間での電磁波は進行方向に対して、垂直な向きに電磁界が発生するため、TEM モード (TEM: *Transverse Electro - Magnetic Wave*, TEM 波とも) と呼ばれている。

一方で空洞共振器では、内部構造と周波数により、特定の方向に定在波ができるようなモードを持つ。簡単のため、導波管 (完全導体の中空の筒) でのモードを考える。導体壁で囲まれた導波管の中を電磁波が伝搬していく時には、導体面における境界条件 (電解は導体面に垂直、磁界は平行) を満たすためには、TEM 波では不可能である。進行方向を  $z$  とすると、電解の進行方向成分はゼロ ( $E_z = 0$ ) であるが、 $H_z$  は存在する電磁場モードのことを TE 波 (*Tranceverse Electric Wave*)、逆に磁界の進行方向成分はゼロ ( $H_z = 0$ ) であるが、 $E_z$  は存在する電磁場モードのことを TM 波 (*Tranceverse Magnetic Wave*) と呼び、前述の境界条件を満たして  $z$  方向に進行することができる。

空洞共振器では導波管とは異なり、進行方向という概念は存在しない。そのため今回は 3 辺のうち  $y < x < z$  となるように長さを設定し、 $z$  を進行方向成分とみてモードの同定を行った。

また、その共振周波数（方形の場合）の決め方は以下の式で決まる。 $a, b, l$  は各辺長、 $m, n, p$  は各方向成分の腹の数を示した。方形空洞共振器の場合  $TE, TM$  モードは一般に縮退している。

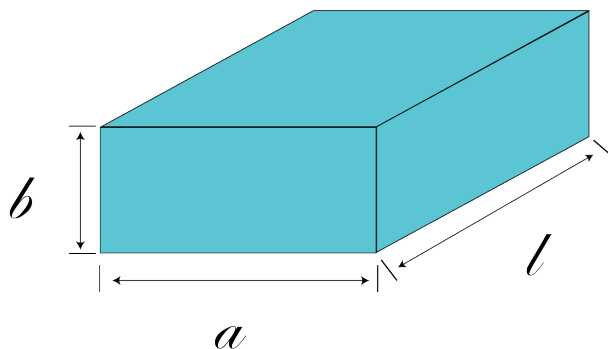


Fig. 1.1 方形空洞共振器

$$\frac{1}{\lambda} = \left(\frac{m}{2a}\right)^2 + \left(\frac{n}{2b}\right)^2 + \left(\frac{p}{2l}\right)^2$$

### 1.2.2 空洞量子電磁力学実験

共振器内に単一原子を置き、内部の原子と電場の間の電気双極子結合を利用して、単一量子システムを制御する物理を C-QED(*cavity - QuantumElectroDynamics*) と呼ぶ。

今回は光子→マイクロ波（共振器内の 1 モード）、原子→人口原子（ジョセフソン素子）に置き換えて特性を調べる実験を行う。超伝導回路を用いた c-QED 実験はその性質から、circuit-QED とも呼ばれる。

## 第 2 章

# 研究目的

前述の通り、IJJ 素子の特性を調べるため、40GHz 以上で共振周波数の調整が可能な空洞共振器の設計が目的である。過去の研究成果を元に詳しい目標を整理する。

### 2.1 昨年度の研究結果

昨年度は、空洞共振器の大きさと誘電体を挿入した際の共振周波数を調べていた。[6] その結果誘電体を挿入することで、共振周波数を下げられることがわかった。

### 2.2 昨年度の課題

昨年度の研究により、誘電体を挿入した際に共振周波数が下がることが観測されたが、以下の理由により実用的な（実現可能な）モデルとは言えなかった。

#### 2.2.1 共振周波数の調整方法

昨年度使用していた誘電体の誘電率は 100 程度であり、マイクロメータを使用して共振周波数を調整したとしても、細く共振周波数を変化させられる仕様ではなかった。

また、シミュレーションを実施したパターンが方形、円筒形の共振器の場合、誘電体が方形、円筒形の場合程度で検証したパターン数が少なく、具体的にどのようにして、精度よく共振周波数を調整するのかが不明瞭であった。

#### 2.2.2 外界との結合方法

空洞共振器は単体で共振現象を起こすものではなく、必ず外部からマイクロ波を入射し、外界からの入力電磁場と共振させたいモードの電磁場を結合する必要がある。今回は、外界と共振器の電磁場を結合させるために、同軸ケーブルを使用する。昨年度作成していたモデルでは、一辺の長さが 1mm 程度であり、直径が 2mm 程度の同軸ケーブルでは接続することができなかった。



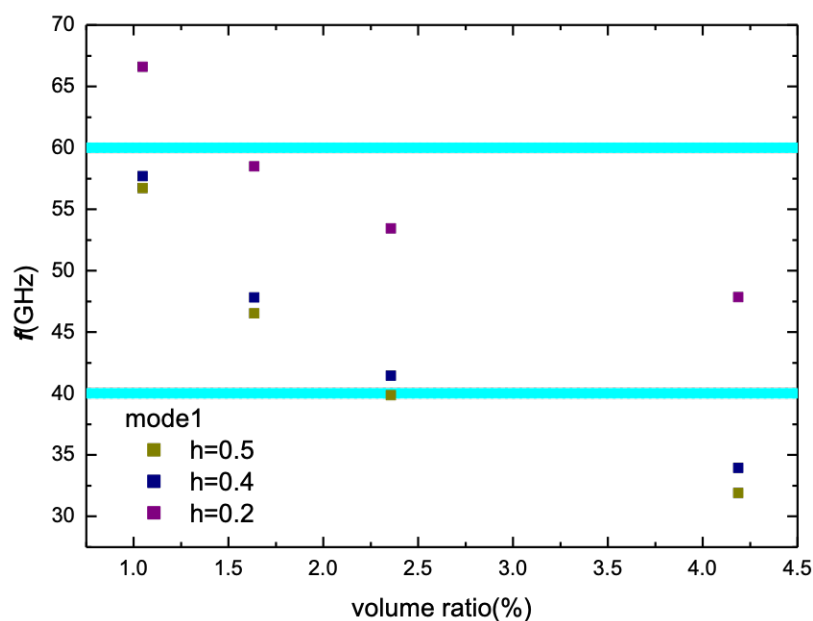


Fig. 2.1 昨年度の誘電体挿入時の共振周波数変化

### 2.2.3 試料の設置位置が不明瞭

資料の設置一は内部電場の分布から決定するが、昨年度の結果では、誘電体挿入時内部の電磁場がどのような分布になるのかが明らかになっていなかったため、試料の設置位置も決定できなかった。

## 2.3 本研究の目的

昨年度の研究結果を受けて、改めて整理すると、

- 誘電体による共振周波数の変化の傾向を明らかにする
- 同軸ケーブルとの接続を想定したモデル
- 誘電体挿入時の電場変化を考慮して試料設置位置を決定する

以上3点を満たした、共振周波数 40GHz 以上で調整可能な、実用的な空洞共振器の設計を行うことが本研究の目標である。

## 第 3 章

# シミュレーション

### 3.1 電磁界シュミレータ

今回電磁界解析シュミレーターを用いて空洞共振器の設計を行った。使用したシュミレーターは MW-Studio(CST 社)[7] であり、このシュミレーターの解析モードは以下の 2 つである。[8]

#### 3.1.1 固有値解析

固有値解析モードでは、共振器の構造や材質から、共振器内の電磁場分布を Maxwell 方程式の固有値解析から求めるモードである。様々な共振周波数に対応する電磁場の空間分布を把握する事ができる。今回は、共振器の構造とから、共振モードとその電磁場分布、共振周波数を知るために使用する。

#### 3.1.2 過渡解析（トランジェント解析）

過渡解析（トランジェント解析とも）モードでは、共振器内にマイクロ波パルスを入力し、その応答をフーリエ変換して周波数特性を解析するモードである。透過特性の解析には、マイクロ波を入射するためのポートと透過波を取り出すポートを設定する必要がある。トランジェント解析モードは、共振器と外部との伝送路の結合条件を解析するために用いる。

#### 3.1.3 有限積分法

また今回のシュミレーター MW-Studio は FIT（有限積分法）を用いている。[9]FIT は普遍的な空間分散スキームを擁する数値解析手法であり、T.Weiland により初めて提唱されたものである。FIT は他の多くの数値解析手法のような微分形式ではなく、積分形式のマクスウェル方程式を離散化して計算を行う。

$$2x_1 + x_2 = 5 \quad (3.1)$$

$$2x_2 = 2 \quad (3.2)$$

これらの方程式を解く際には、最初に解析対象を包含する有限の計算領域を定義する必要がある。次にこの良識を適切なメッシュシステムによって多くの小さなグリットセルに分割する。

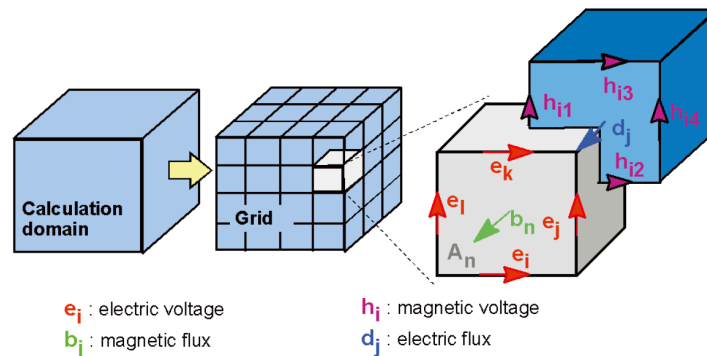


Fig. 3.1 メッシュへの分割

このグリットセルごとに個別のマクスウェル方程式がたつ。つまり、このメッシュの数が計算精度に大きく関わり、メッシュ数をあげればあげるほど精度は高くなるが、計算時間も長くなっていく。

過去の結果から、メッシュ数を細かくしても微細加工をした超伝導素子を置いた時の応答を調べることはできず、実際に製作した場合にシュミレーターと全く同じ条件で行うことはできないため、誤差があることは承知した上で、シュミレーションを行った。また、メッシュ数が 2000 程度の場合、共振周波数の計算値とのズレは 1 GHz 以下であった。

## 3.2 シュミレーションの設定

シュミレーターの基本設定以下に記す

- メッシュ数 20000 前後
- 空洞を構成する素材は完全導体
- 周波数範囲 30 80GHz
- Accuracy は-40dB

Accuracy というのは、解析空間内の電磁界エネルギーの総量が設定した値まで減衰したら計算を終了する設定である。解析周波数範囲によりシミュレーションする周波数の刻みが変わり、解析周波数範囲が大きいほど刻みも大きくなり、解析周波数範囲が小さいと刻みも小さくなる。

## 第 4 章

# 結果と考察

共振周波数を変化させるためには、共振器の大きさを変化させる方法と、と内部に誘電体あるいは導体を挿入する方法がある。共振器自体の大きさを変化させて共振周波数を調整する方法では、全ての辺の長さの比を一定にしなければ、内部の電磁場分布が大きく変化してしまい、大きさの変化とともに試料設置位置も変動させる必要が出てくるが試料設置位置を動かすことは現実的ではない。また、全ての方向で大きさの比を保ちながら共振器の大きさを変化させるためにはかなり高度なギミックが必要となり、これも現実的ではない。そのため今回は内部に誘電体を挿入することによって、共振周波数を現象させるという方法で実現を目指す。

### 4.1 誘電体挿入による影響

まず、誘電体挿入による影響を調べるための検証を行った。

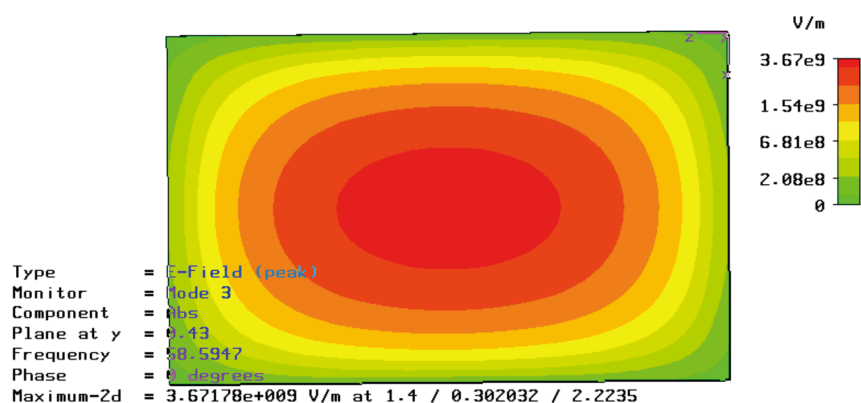


Fig. 4.1 TE101 の電場分布

上図のように基本モード  $TE_{101}$  を持つ空洞共振器を用いて、誘電率 9 の誘電体 (サファイア) を下図のように

1. 共振器よりも小さいサイズで位置のみを変化させたモデル

## 2. 共振器と同じサイズで徐々に挿入していくモデル

の2つの場合で検証を行った。

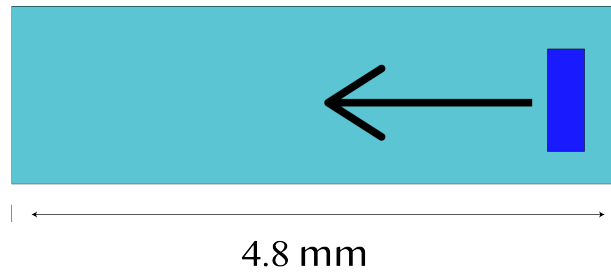


Fig. 4.2 位置のみを変化させたモデル

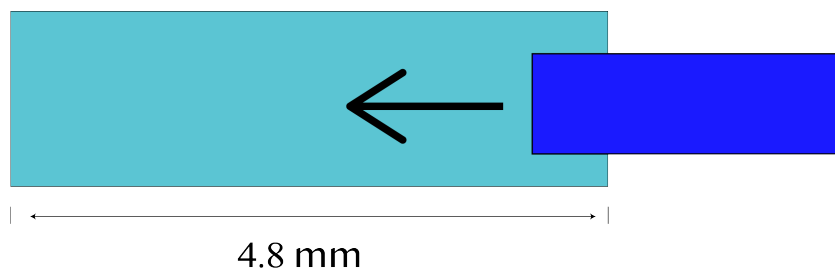


Fig. 4.3 誘電体を挿入していったモデル

### 4.1.1 結果

結果を以下のグラフに示す。この結果から、電場振幅の大きい場所に誘電体をおいた方が振幅が小さい場所におくよりも大きく共振周波数が変化すること。また、誘電体の位置だけを変化させる場合と挿入する場合では、変化の最大値は挿入していったモデルの方が大きいということがわかった。

### 4.1.2 考察

これらの結果を受けて、共振周波数を大きく変化させるためには、共振器内部の「電場振幅の大きい場所」に誘電体を「挿入」すると良さそうである。

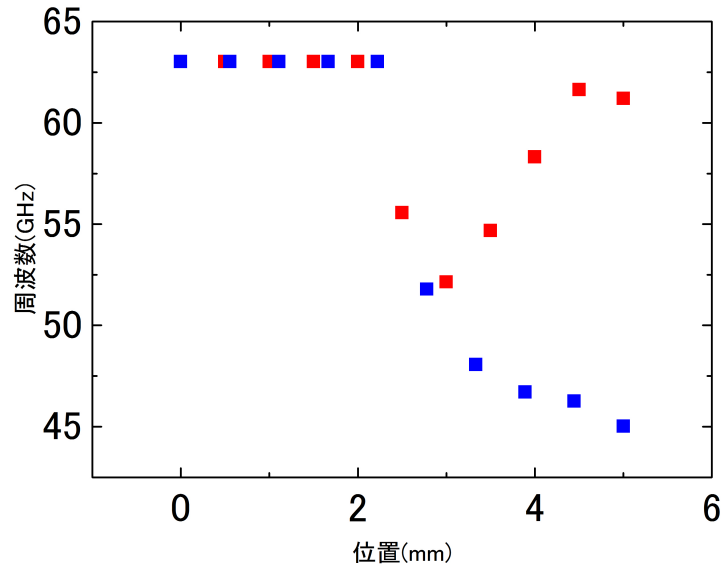


Fig. 4.4 誘電体による共振周波数の変化の検証

## 4.2 設計したモデル

この結果を受けて今回は下図 (図 4.5) の基本モード  $TE_{101}$ ,  $f=61\text{GHz}$  (固有値解析) となるような直方型空洞共振器を設計した。

### 4.2.1 詳細設計

具体的には、独立した3つの方向を  $x, y, z$  方向と呼ぶとする。以下で使う長さの単位が  $\text{mm}$  である場合には省略して表記する。基本となる空洞の大きさは  $(x, y, z) = (2.8, 1.5, 4.8)$  である。共振器の底中央に大きさ  $(x, y, z) = (2.8, 0.5, 1.5)$  の基盤を設置した。(図 4.7) また、上部中央に共振周波数を調整するための誘電体として大きさ  $(x, y, z) = (2.8, 0.5, 1.5)$  で挿入した。挿入する誘電体は比誘電率 9 を持つサファイアを想定した。誘電体、基盤として用いるサファイアは、北野研究室でよく使用されるサファイア基盤の厚さが  $5\text{mm}$  であるためそこから切り出しやすいように今回使用する厚みも  $5\text{mm}$  とした。試料の位置は図 4.5 を参照。また基盤と周波数調整誘電体の大きさが同じなのは試料設置位置にかかる電場を最大にするためである。また過去に行われた cavity-QED 実験 [10] を参考にして、外界との結合のため共振器上部に高さ  $1\text{mm}$  励振部を設置した。外部との結合に用いる同軸ケーブルのサイズは外部導体の外径  $\phi = 2.197\text{mm}$ 、内部誘電体層 (テフロン) の外径  $\phi = 1.676\text{mm}$ 、中心導体の外径  $\phi = 0.511\text{mm}$  とした。また、空洞共振器の壁には完全導体 (PEC) を使用し、内部は真空とした。

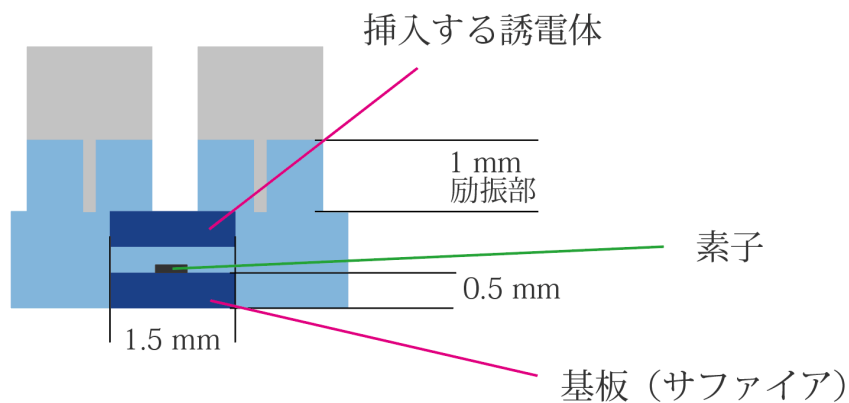


Fig. 4.5 設計したモデルの断面からの図

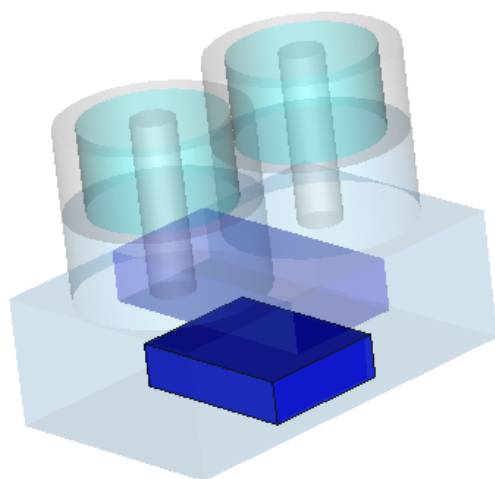


Fig. 4.6 設計したモデルの立体図

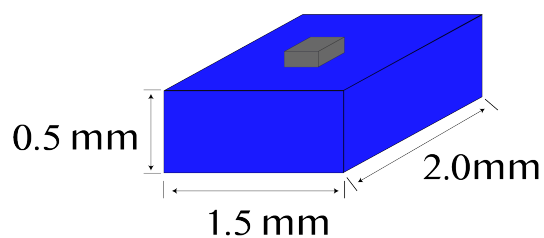


Fig. 4.7 基盤に試料を乗せた図

実際に実験を行う際には、図 4.7 にあるように、共振器の底に設置した誘電体の上には超伝導体の試料を載せる。

#### 4.2.2 基本性質

この共振器の基本的な性質を示す。以下それぞれ、左に固有値解析の結果、右に過渡解析の結果を示す。過渡解析の結果は  $S$  パラメータを表示している。シミュレーションでは入力ポートと出力ポートを設定しており、 $S_{11}$  は入力電力に対する反射電力比を示し、 $S_{21}$  は入力電力に対する透過電力比を示す。その 2 つの値が大きく逆向きに変動している場所で共振していると言える。

誘電体なし基盤なし

まず誘電体も基盤も全く設置していない場合の解析結果は以下のようにになっている。過渡解析の結果、狙ったモード（TE<sub>101</sub>）での共振も観測された。前述の調整誘電体の場所はこの結果を受けて、決定している。

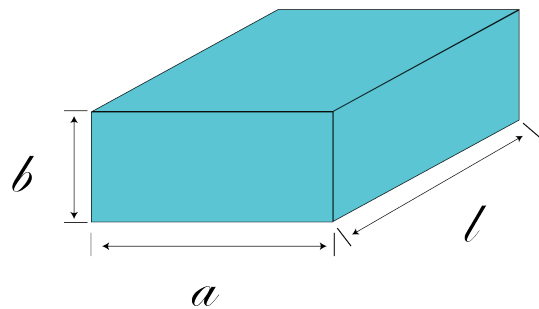


Fig. 4.8 一つめの図

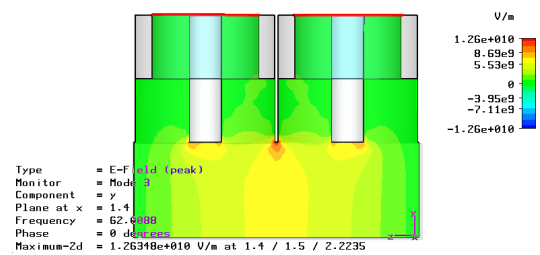


Fig. 4.9 二つめの図

誘電体なし基盤あり

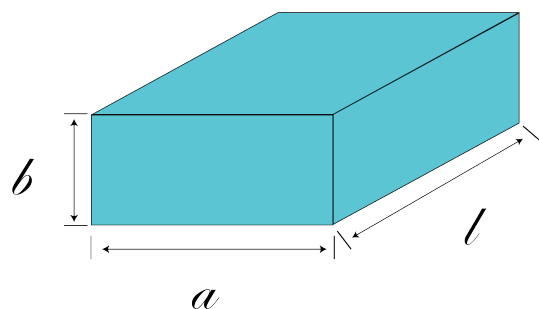


Fig. 4.10 一つめの図

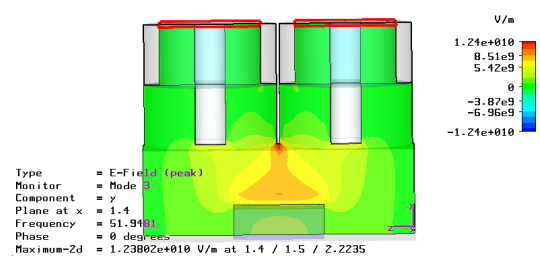


Fig. 4.11 二つめの図

誘電体あり基盤あり

#### 4.2.3 誘電体挿入時の共振周波数変化

#### 4.2.4 考察



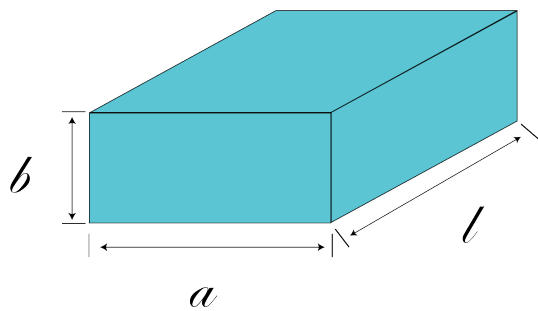


Fig. 4.12 一つめの図

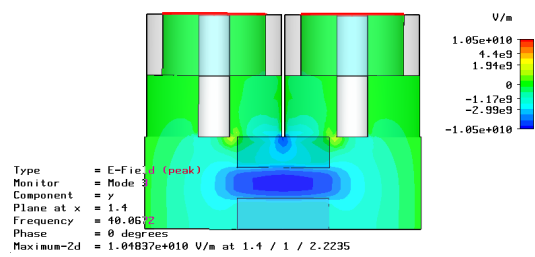


Fig. 4.13 二つめの図

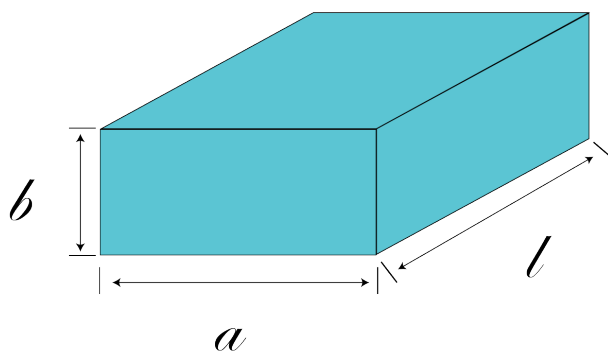


Fig. 4.14 方形空洞共振器

## 第 5 章

# 結論と今後の展望

### 5.1 結論

### 5.2 今後の展望

#### 5.2.1 励振部分の調整

励振部分の調整を行い、より高い  $Q$  値が得られるようにモデルを考える。今回作成したモデルの励振部に関しては、大きさを変えての検証は行わなかった。ここは外界（同軸ケーブル）の電磁場と共振器内部の電磁場の結合度に大きく関わる場所であり、共振器の性能を決める  $Q$  値に大きく影響すると考えられる。共振する系には、その持続特性を表す量として、 $Q$  値と呼ばれる値が存在する。一般に  $Q$  値とは、共振器に蓄えられる全エネルギーと損失エネルギーの比に比例する。今回の c-QED の実験では、 $Q$  値が高いほど 1 モード光子の存在時間が長くなるため、高い  $Q$  値を持った共振器を設計することは重要である。そのため、どの程度の大きさが最適なのかを別途調べる必要がある。

#### 5.2.2 誘電体の挿入方法の検証

今回作成したモデルでは約 15GHz 程度しか調節できる幅がない。今までの結果からこの幅でも十分ではあると考えられるが、調整可能領域は広い方が応用範囲が広がるため、誘電体を 2 つに分割して挿入した場合や、結合方法を変えて共振器自体の大きさを変えることなどをして、範囲を広げられないか検証する。

#### 5.2.3 実際に試作する

前述の通り、シュミレーターによる計算では必ず誤差が出てくる。そのため、実際にこのモデルを試作し共振器自体の特性を調べる必要がある。

## 第 6 章

### 謝辞

本研究を行うにあたり、北野先生をはじめとする北野研究室のみなさまには、多大なるお力添えをいただきました。この場を借りて御礼申し上げます。

## 参考文献

- [1] R. Kleiner et al. PRL 68, 2394 (1992); PRB 49, 1327 (1994).
- [2] 高橋優作 青山学院大学大学院理工学研究科修士論文 (2015 年度).
- [3] 竹腰秀浦 青山学院大学大学院理工学研究科修士論文 (2010 年度).
- [4] 山口彩未 青山学院大学大学院理工学研究科修士論文 (2016 年度).
- [5] マイクロ波工学-基礎と応用-, 岡田史明, 学献社 (1993).
- [6] 渡邊栄匠 青山学院大学理工学部物理・数理学科卒業論文 (2017 年度).
- [7] 株式会社 AET 製品ページ,  
[https://www.aetjapan.com/software/CST\\_Overview.php?Module=tools](https://www.aetjapan.com/software/CST_Overview.php?Module=tools).
- [8] MW-Studio 2006 ユーザーズマニュアル
- [9] MW-Studio 上級マニュアル
- [10] Chad Rigetti et al., Phys. Rev. B 86, 100506(R) (2012).