

授業ノート

インテリジェントロボットモーション

(軌道計画)

Intelligent robot motion

(Trajectory plan)

2023 年 7 月 21 日 提出

千葉工業大学 先進工学研究科 未来ロボティクス専攻

23S1022 高橋祐樹



# 目次

第 1 章	序論	1
1.1	はじめに . . . . .	1
第 2 章	軌道計画	2
2.1	パスの記述と計画における一般的な考慮事項 . . . . .	2
2.2	関節空間スキーム . . . . .	2
2.2.1	直方体多項式 . . . . .	3
第 3 章	例題	5
3.1	EX.1 . . . . .	5

# 目次

2.1	.....	3
3.1	.....	6

# 第 1 章

## 序論

### 1.1 はじめに

軌道計画とは，制御対象となるシステムやロボットの動きを指定した軌道（経路）に沿って制御するための計画を立てるプロセスである．特に，バンバン制御ではオンオフの制御信号を使用して制御を行う．バンバン制御における軌道計画では，目標軌道に沿ってシステムが移動するように制御信号を生成します．制御対象が目標軌道よりも高い位置にある場合はオフ状態（制御信号がゼロ）であり，制御対象が目標軌道よりも低い位置にある場合はオン状態（最大の制御信号）となる．つまり，バンバン制御はシステムの状態が目標値を超えたり下回ったりするたびに，制御入力が急激に変化することになる．

次に多次元空間でのマニピュレータの軌道計画について考える．ここでの軌道とは，各自由度に対して位置，速度，及び加速度の時間履歴を指している．

## 第 2 章

# 軌道計画

### 2.1 パスの記述と計画における一般的な考慮事項

マニピュレータの動きはツールフレーム  $\{T\}$  がステーションフレーム  $\{S\}$  に対してどのように動くか考える。基本的な問題はマニピュレータを初期位置から最終位置まで移動させることである。つまり、ツールフレーム  $\{T\}$  を現在の値から望ましい最終値まで移動させたい。一般的に、この動きにはツールがステーションに対して姿勢と位置の両方が変化することが含まれる。

動きを詳細に指定するためには、望ましい経由点（初期位置と最終位置の間の中間点）を指定することがある。これらの経由点は、ツールがステーションに対して位置と姿勢を指定するフレームであり、初期点と最終点と共にパスポイントと呼ばれる。スムーズな動きを実現するためには、関節空間での連続性が必要であり、時間的属性も指定される場合がある。ガタガタした動きは機構の摩耗を増加させ、振動を引き起こすため、経由点間の経路には制約が必要である。

### 2.2 関節空間スキーム

ここでは、パスの生成方法を考えるが、パスの形状（空間及び時間）は関節角度の関数として記述される。通常、各パスポイントはツールフレーム  $\{T\}$  がステーションフレーム  $\{S\}$  に

対して望ましい位置と姿勢で指定され、逆運動学を使用して関節角度が計算される。各関節には関係なく、滑らかな関数が見つかり、経由点での望ましい位置と姿勢が実現される。関節空間スキームは通常計算が容易であり、特異点の問題が少ないことが特徴である。

### 2.2.1 直方体多項式

ツールを初期位置から目標位置に一定の時間で移動させる問題を考える。各関節には、 $t_0$  の値が関節の初期位置であり、 $t_f$  での値がその関節の望ましい目標位置である関数が必要である。Fig. 2.1 に示されているように、関節の値を補間するために使用できる滑らかな関数  $\theta(t)$  は多くある。スムーズな動きを行うためには、 $\theta(t)$  に対して少なくとも4つの制約がある。関数に対する2つの制約は初期値と最終値の選択から来る。

$$\theta(0) = \theta_0$$

$$\theta(t_f) = \theta_f \quad (1)$$

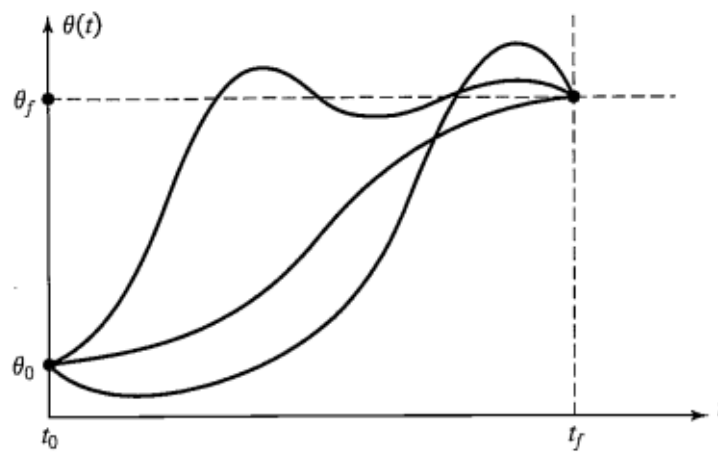


Fig. 2.1

さらに2つの制約は、この関数が速度で連続であることであり、これは初期速度と最終速度がゼロであることを意味する。

$$\dot{\theta}(0) = 0$$

$$\dot{\theta}(t_f) = 0 \quad (2)$$

これら4つの制約は、少なくとも3時の多項式で満たすことができる。(3時多項式は4つの係数を持つため、式(1)と(2)で与えられる4つの制約を満たすようにできる。)これらの制約によって特定の3次多項式が一意に決定される。3次多項式は次のようになる。

$$\theta(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 \quad (3)$$

従ってこのパスに沿った関節の速度と加速度は明確に決まる

$$\begin{aligned} \dot{\theta}(t) &= a_1 + 2a_2 t + 3a_3 t^2 \\ \ddot{\theta}(t) &= 2a_2 + 6a_3 t \end{aligned} \quad (4)$$

式(3)と(4)を4つの制約と組み合わせることで、4つの未知数に対する4つの方程式が得られる。

$$\begin{aligned} \theta_0 &= a_0 \\ \theta_f &= a_0 + a_1 t_f + a_2 t_f^2 + a_3 t_f^3 \\ 0 &= a_1 \\ 0 &= a_1 + 2a_2 t_f + 3a_3 t_f^2 \end{aligned} \quad (5)$$

これらの方程式を解くと以下の結果が得られる。

$$\begin{aligned} a_0 &= \theta_0 \\ a_1 &= 0 \\ a_2 &= \frac{3}{t_f^2}(\theta_f - \theta_0) \end{aligned} \quad (6)$$

式(6)を使用することで、任意の初期関節角度位置と望ましい最終位置を接続するための3次多項式を計算できる。この解は、関節が速度ゼロで始まり、速度ゼロで終わる場合のケースに対してのものである。



## 第 3 章

# 例題

### 3.1 EX.1

ロータリージョイントを持つ単リンクロボットは, 初期位置である  $\theta = 15$  度で静止している. このロボットを滑らかに動かし, 3 秒で目標位置である  $\theta = 75$  度に移動させたい. この動作を実現し, マニピュータを目標位置で停止させるための 3 次関数の係数を求める. そして, 時間の関数としてジョイントの位置, 速度, および加速度をプロットする.

式 (6) に代入すると, 次のようになる.

$$\begin{aligned} a_0 &= 15.0 \\ a_1 &= 0.0 \\ a_2 &= 20.0 \\ a_3 &= -4.44 \end{aligned} \tag{7}$$

式 (3) と (4) を用いて, 次のように得られる.

$$\begin{aligned} \theta(t) &= 15.0 + 20.0t^2 - 4.44t^3 \\ \dot{\theta}(t) &= 40.0t - 13.33t^2 \\ \ddot{\theta}(t) &= 40.0 - 26.66t \end{aligned} \tag{8}$$

Fig. 3.1 は, この動作を 40 Hz でサンプリングした際の位置, 速度, および加速度関数を示している. 任意の 3 次関数の速度プロファイルが放物線であり, 加速度プロファイルが直線であることを注意したい.

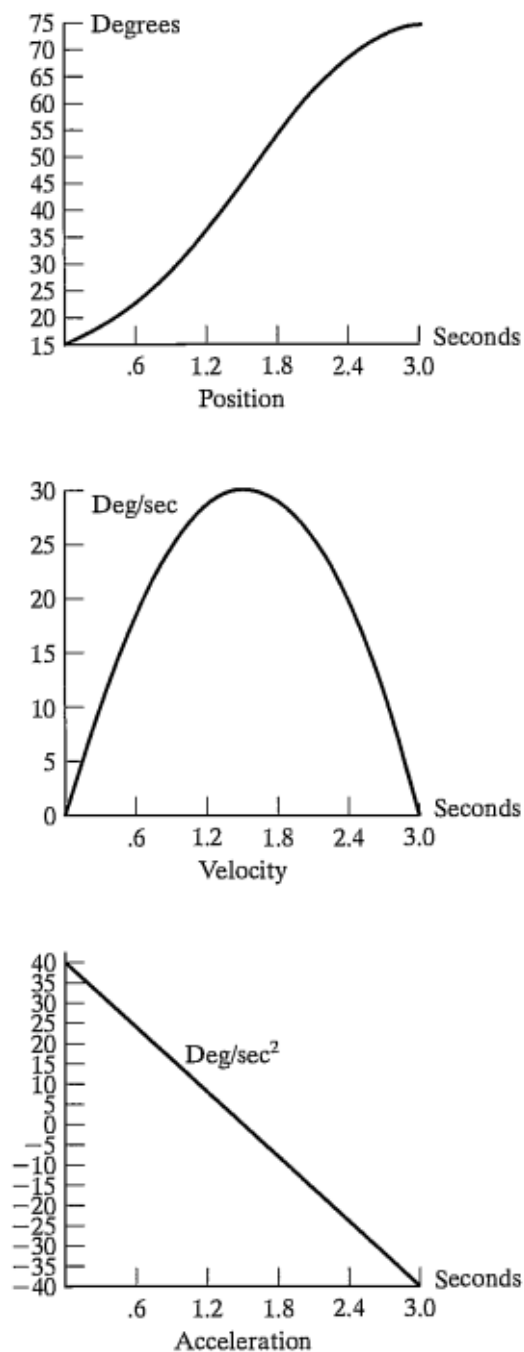


Fig. 3.1