振り子の運動

2511198 肥田幸久 共同実験者 森嶋和志

2025年5月29日作成

1 実験の目的

本実験では、棒振り子の角度のデータから、角度の時間変化の様子、振子 の周期や摩擦の大きさ等を求め、運動を解析する。

2 実験の原理

図1のような、金属棒の端点を支点とした棒振り子を考える.

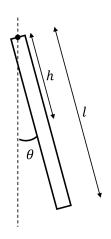


図 1: 某振り子の運動

この棒振り子の長さを l, 重さを m, 振れ角を $\theta(t)$, 支点から棒の重心 (G) までの長さを h=l/2 とすると, 運動方程式は次式で表される.

$$I\frac{d^2\theta}{dt^2} = -mghsin\theta \tag{1}$$

ここで、I は棒の慣性モーメントであり、棒の端点を回転軸とする際のI は、

$$I = \frac{ml^2}{3} \tag{2}$$

で表され,式(1)に代入すると,

$$\frac{ml^2}{3}\frac{d^2\theta}{dt^2} = -mghsin\theta \tag{3}$$

となる. また, 摩擦も考慮し粘性摩擦係数をbとすると, 運動方程式は,

$$\frac{ml^2}{3}\frac{d^2\theta}{dt^2} = -mghsin\theta - b\frac{d\theta}{dt} \eqno(4)$$

となり、整理すると、

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{3b}{ml^2}\frac{d\theta}{dt} + \frac{3g}{2l}sin\theta = 0$$
 (5)

と表される.

3 実験方法

金属棒の端を角度検出センサに取り付け、棒が振動した際の時間とともに変化する角度に対応したデータ(電圧値)をマイコンで読み取る.マイコン内に保存されたデータをパソコンに保存し測定データとする.

電圧はセンサの抵抗値が 0Ω のとき 0V, $10k\Omega$ のとき電源電圧である 3V となり, それぞれ角度が 0° と 360° に対応している. この電圧値は 10bit AD 変換後の値として記録されるため, マイコンに記録された角度データの値を s とすれば,

$$\theta = 360^{\circ} \times \frac{s}{2^{10} - 1} \tag{6}$$

により角度を求めることができる.

4 実験結果

5 考察