

重力加速度の測定

2511198 肥田幸久

2025 年 5 月 4 日

1 実験の目的

本実験では, ボルダの振り子を用いて精密に測定した振り子の周期から, 電気通信大学における重力加速度の値を 4 桁の精度で測定する.

2 実験の原理

2.1 重力加速度

地球を球形と仮定し, 質量を M , 半径を R , 万有引力定数を G とすると, 地球上の質量 m の物体に働く重力の大きさ mg は

$$mg = GMm/R^2 \quad (1)$$

と表され, 重力加速度 g は

$$g = GM/R^2 \quad (2)$$

と表される. また, この式に

- $G = 6.674 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$
- $M = 5.972 \times 10^{24} \text{ kg}$,
- $R = 6.378 \times 10^6 \text{ m}$,

を代入して計算すると

$$g = 9.798 \text{ m/s}^2 \quad (3)$$

を得る. したがって重力加速度のおおよその大きさは $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ である.

2.2 振り子の周期と重力加速度

単振り子の振動の周期は重力加速度と関係している。振り子の長さを h とすると、その周期 T は

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{h}{g}} \quad (4)$$

で表される。この式は、振り子のおもりと振動の振幅が小さい場合の近似式であるが、この式を使えば振り子の周期 T を測ることで重力加速度 g は

$$g = \frac{4\pi^2 h}{T^2} \quad (5)$$

と求めることができる。

しかし、この式で重力加速度の値を 4 桁の精度で求めることは難しい。仮に振り子の長さを $h = 1\text{ m}$ とすると、周期は約 2 秒となる。式 (5) 中の h を 4 桁の精度で求めるためには、振り子の長さを不確かさ 1 mm 以内で測る必要があるが、これは容易である。それに対して、式 (5) 中の T^2 を 4 桁の精度で求めるためには、30 周期をストップウォッチで測る場合には時間測定の不確かさを 0.06 秒以内、60 周期の場合にも 0.12 秒以内にする必要があるが、これは容易ではない。

この例からわかるように、 g を精密に測るためには周期をもっと精度よく測定する必要がある、

2.3 より精密な周期測定

約 2 秒の周期で振動する振り子に、 $T_0 = 2\text{ s}$ 毎に光パルスを照射すると、暗い視野の中で振り子の吊り線が 2 秒毎に白く輝いて見える。もし振り子の周期 T が $T_0 = 2\text{ s}$ とわずかに異なっている場合、2 秒毎に光パルスに照らされる金属線の位置は少しずつずれていく。そしてこの白く輝く金属線の動きは、周期の長い単振動である。この長い周期 τ から、振り子の周期 T は次の式から求めることができる。

$$\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} = \frac{\pm 1}{\tau} \quad (6)$$

$$T = T_0 \pm \frac{T_0^2}{\tau \mp T_0} \quad (7)$$

複号は振り子の周期 T が T_0 よりも長いときは上を、短いときは下をとる。今回の実験では T が T_0 より長いので以下の式になる

$$T = T_0 + \frac{T_0^2}{\tau - T_0} \quad (8)$$

2.4 より精密な重力加速度の計算

前述したとおり, 式 (4) は次の仮定のもとに導かれたものである.

- おもりの大きさが無視できる
- 振動の振幅が十分に小さい

ここではおもりの大きさの影響と, 振り子の振幅の影響を考慮する.

おもりを半径 r の球体とし, 振り子の最大振れ角を θ とすると, 次の式でより近似した周期を表せる.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{h}{g} \left(1 + \frac{2r^2}{5h^2}\right) \left(1 + \frac{\theta^2}{16}\right)} \quad (9)$$

これより g は

$$g = \frac{4\pi^2 h}{T^2} \left(1 + \frac{2r^2}{5h^2}\right) \left(1 + \frac{\theta^2}{8} + \frac{\theta^4}{256}\right) \quad (10)$$

と求めることができる.

3 実験方法

この実験では以下のような装置を用いて測定を行った. 直径 d の鋼球を太さ 0.2 mm のピアノ線で吊るし, ピアノ線の上部をナイフエッジの付いた金具に固定する. ナイフエッジを水平な金属板の上に乗せて鋼球を振動させる. この装置は, ボルダの振り子と呼ばれている.

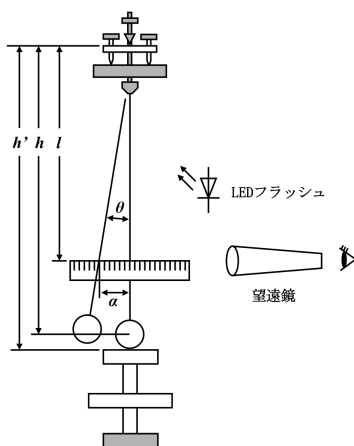


図 1: 振り子の実験装置

正確に 2 秒ごとに発光する LED フラッシュランプの光パルス（時間間隔の不確かさは $1\mu\text{s}$ 以内, 発光時間は約 $10\mu\text{s}$ ）で振り子を照射する. 光パルスに照らされて光るピアノ線を望遠鏡で観察し, 白く光るピアノ線が左右に往復する周期 τ を測定する.

4 実験結果

今回の実験では, 振り子の長さを 4 通り変えて実験を行った. 以下に, 今回の実験を通して変化しない初期値 (表 1), それぞれの測定ごとに変化する初期値 (表 2), および光るピアノ線の周期の測定結果 (表 3) を示す.

表 1: 実験の初期値

	d/mm	l/mm
	25.5	886.5
	25.4	880.5
	25.5	881.5
平均	25.5	882.8

表 2: 測定ごとの初期値

	h/mm	α/mm
h_1	1043.1	α_1 2.05
h_2	1037.1	α_2 13.3
h_3	1026.7	α_3 19.4
h_4	1016.5	α_4 18.0

表 3: 光るピアノ線の周期の測定結果

	周期 τ/s			
回数	h_1, α_1	h_2, α_2	h_3, α_3	h_4, α_4
1	84.02	92.60	122.20	244.17
2	83.86	91.80	124.01	241.98
3	84.32	92.81	121.96	243.89
平均	84.07	92.40	122.72	243.35

表 3 の平均値より, 式 (8) を用いて振り子の周期 T を求め, 次にここで求めた周期 T より, 式 (10) を用いて重力加速度 g を求める. これらの計算結果とその平均値, すなわち実験結果を以下の表 4 に示す.

表 4: ボルダの振り子による重力加速度の測定結果

	周期 τ/s	重力加速度 g/ms^{-2}
1	2.0487	9.8116
2	2.0442	9.7983
3	2.0331	9.8067
4	2.0166	9.8694
平均		9.8215

よって本実験では, ボルダの振り子を用いて, 電気通信大学における重力加速度の値を 9.8215 g/ms^{-2} と測定した.

5 考察