

放射線の計測

2511198 肥田幸久
共同実験者

2025 年 10 月 23 日作成

1 実験の目的

GM 計数管を用いて, 放射性原子の放射性崩壊の法則と物質による放射線の吸収について調べる.

2 実験の原理

2.1 放射性原子の崩壊

原子核は陽子と中性子から構成されているが, 原子核の質量は, 陽子と中性子の質量の和よりも小さく, この質量の差を質量欠損という. これは, 原子核を構成する陽子と中性子が結合しているためであり, 質量欠損 Δm に相当するエネルギー Δmc^2 を結合エネルギーという.

ある原子核が安定でない場合, その原子核は放射性崩壊を起こし, より安定な原子核に変化する. このとき, α 線, β 線, γ 線などの放射線が放出される. この現象が放射性原子の崩壊である.

2.2 放射性崩壊の計数値の分布

放射性原子の崩壊は, ある一定の確率で起こる現象であり, 個々の原子については, いつ崩壊するかを予測することはできない. 放射性原子が崩壊する確率は, その原子核の種類に依存する.

ある核種 A が時刻 t において N 個あるとする. 微小時間 dt の間に崩壊を起こして他の核種 B に変化する数を dN とすると, 単位時間あたりの崩壊数 dN/dt は N に比例し, 比例定数 (崩壊定数) を λ とすると, 次のように表される.

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N \quad (1)$$

時刻 $t = 0$ における核種 A の数を \mathcal{N}_0 とすると、時刻 t における核種 A の数は平均的に次のようになる。

$$\mathcal{N}(t) = \mathcal{N}_0 e^{-\lambda t} \quad (2)$$

また、この数が半分になる時間を半減期 τ といい、次の関係が成り立つ。

$$\tau = (\log_e 2)/\lambda = 0.693/\lambda \quad (3)$$

次に、 λt が 1 に比べて十分小さいとき、 $e^{-\lambda t}$ はテイラー展開により、

$$e^{-\lambda t} \cong 1 - \lambda t \quad (4)$$

と近似できる。したがって、時刻 t における核種 A の数は次のように表される。

$$\mathcal{N}(t) = \mathcal{N}_0 - \mathcal{N}_0 \lambda t \quad (5)$$

この式から、放射性崩壊の数を時間 t にわたって観測して得られる計数値 N の平均値 \bar{N} は

$$\bar{N} = \mathcal{N}_0 \lambda t \quad (6)$$

と期待できる。

そしてその計数値 N の確率 $P(N)$ は、次のポアソン分布に従う。

$$P(N) = \frac{(\bar{N})^N}{N!} e^{-\bar{N}}, \quad \sum_{N=0}^{\infty} P(N) = 1 \quad (7)$$

また、平均値 \bar{N} が大きくなると、ポアソン分布は次のガウス分布 (正規分布) に近づく。

$$G(N) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\bar{N}}} \exp \left\{ -\frac{(N - \bar{N})^2}{2\bar{N}} \right\} \quad (8)$$

2.3 β 線の吸収

β 線が物質中を通過するとき、物質中の原子と相互作用してエネルギーを失い、次第に減衰していく。このとき β 線の電子 \mathcal{N} 個が物質を通過する間に吸収されて減衰する割合は、その物質の厚さ dx に比例し、比例定数 (線吸収係数) を μ とすると、次のように表される。

$$\frac{d\mathcal{N}}{dx} = -\mu\mathcal{N} \quad (9)$$

物質に入射前における電子の数を \mathcal{N}_0 とすると、物質の厚さ x を通過した後に残っている電子の数は次のようになる。

$$\mathcal{N}(x) = \mathcal{N}_0 e^{-\mu x} \quad (10)$$

また、物質を通過して出てくる電子数は一般に、物質層の厚さ x の代わりに単位面積あたりの質量 ρ_s ($\rho_s = \rho x$, ただし ρ は密度) を、線吸収係数 μ の代わりに質量吸収係数 μ_m ($\mu_m = \mu/\rho$) を用いて次のように表される。

$$\mathcal{N}(x) = \mathcal{N}_0 e^{-\mu_m \rho_s} \quad (11)$$

3 実験方法

本実験では、図 1 のような装置を用いて、放射線の計測を行った。印加電圧は 500 V に設定し、GM 計数管の下段に β 線源 ($^{137}_{55}\text{Cs}$) を、上段に吸収板を挟んで計測した。

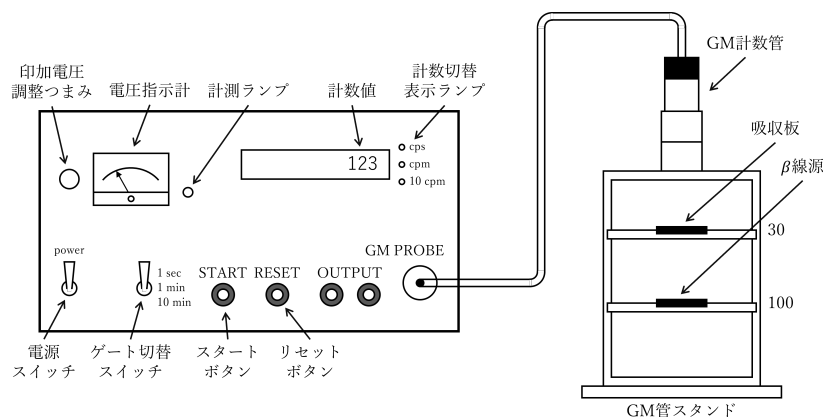


図 1: 放射線の計測の実験装置

3.1 自然計数の測定

β 線源を実験台に持ってこない状態で、計数時間を 60 s として、自然計数を 20 回測定した。

3.2 β 線の計数値の分布の観測

β 線源のみを GM 計数管の下段に入れ、計数時間を 1 s として、 β 線の計数値を測定した。この測定を β 線源を入れる位置を変えてそれぞれ 300 回以上測定を行った。

3.3 β 線の吸収の測定

本実験で使用する β 線源は γ 線も放出するため、初めに、厚さ約 1 mm の Al 板で遮蔽することで、 γ 線のみを計測した。

次に、 β 線の吸収を調べるため、Cu および Ti の薄板をそれぞれ 0 枚から 6 枚まで 1 枚ずつ増やすことで、吸収板の厚さを変化させ測定した。

4 実験結果

4.1 自然計数の測定

自然計数の測定結果を表 1 に, 計数値の分布を表 2 と図 2 (後掲) に示す.

表 1: 自然計数の測定

回数	計数値 \mathcal{N}
1	15
2	16
3	14
4	16
5	16
6	14
7	11
8	12
9	13
10	17
11	16
12	19
13	16
14	21
15	7
16	19
17	23
18	16
19	16
20	14

表 2: 計数値 \mathcal{N} と出現回数 n

計数値 \mathcal{N}	出現回数 n
7	1
8	0
9	0
10	0
11	1
12	1
13	1
14	3
15	1
16	6
17	1
18	0
19	3
20	0
21	1
22	0
23	1

これより自然計数の平均値 N_0 は 15.65 と求まった.

4.2 β 線の計数値の分布の観測

ポアソン分布 $P(N)$ は式 (7) を用いて, また平均値 \bar{N} と標準偏差 σ は次の式を用いて求める.

$$\bar{N} = \frac{\sum n_N N}{\sum n_N} \quad (12)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum n_N (N - \bar{N})^2}{(\sum n_N) - 1}} \quad (13)$$

4.2.1 計測回数 100 回, 線源の位置 100 mm の場合

以下の表 3 および図 3 (後掲) に, 計測回数 100 回, 計数時間 1 s, 線源の位置 100 mm の場合の計数値の分布の実験結果を示す.

表 3: 計数値の分布の実験データ
測定回数 100 回, 計数時間 1 s, 線源の位置 100 mm

計数値 N	出現回数 n_N	出現確率 $n_N / \sum n_N$	N と n_N の積 $n_N N$	2 乗偏差と n_N の積 $n_N (N - \bar{N})^2$	ポアソン分布 $P(N)$
0	2	0.02	0	22.0448	0.03615283
1	8	0.08	8	43.0592	0.12002740
2	29	0.29	58	50.5296	0.19924549
3	20	0.20	60	2.0480	0.22049834
4	23	0.23	92	10.6352	0.18301362
5	6	0.06	30	16.9344	0.12152104
6	6	0.06	36	43.0944	0.06724164
7	2	0.02	14	27.0848	0.03189175
8	2	0.02	16	43.8048	0.01323508
9	2	0.02	18	64.5248	0.00488227
合計	100	1	332	323.76	

4.2.2 計測回数 300 回, 線源の位置 100 mm の場合

以下の表 4 および図 4（後掲）に, 計測回数 300 回, 計数時間 1 s, 線源の位置 100 mm の場合の計数値の分布の実験結果を示す。

表 4: 計数値の分布の実験データ
測定回数 300 回, 計数時間 1 s, 線源の位置 100 mm

計数値 N	出現回数 n_N	出現確率 $n_N / \sum n_N$	N と n_N の積 $n_N N$	2 乗偏差と n_N の積 $n_N (N - \bar{N})^2$	ポアソン分布 $P(N)$
0	8	0.02667	0	87.2961	0.03676043
1	40	0.13333	40	212.2138	0.03676043
2	54	0.18	108	91.7286	0.20056510
3	60	0.2	180	5.5207	0.22084446
4	72	0.24	288	34.9448	0.18238072
5	37	0.12333	185	106.5111	0.12049286
6	16	0.05333	96	116.3522	0.06633801
7	10	0.03333	70	136.6534	0.03130522
8	3	0.01	24	66.1760	0.01292645
合計	100	1	991	857.3967	

4.2.3 計測回数 300 回, 線源の位置 60 mm の場合

以下の表 5 および図 5（後掲）に, 計測回数 300 回, 計数時間 1 s, 線源の位置 60 mm の場合の計数値の分布の実験結果を示す.

表 5: 計数値の分布の実験データ
測定回数 300 回, 計数時間 1 s, 線源の位置 60 mm

計数値 N	出現回数 n_N	出現確率 $n_N / \sum n_N$	N と n_N の積 $n_N N$	2 乗偏差と n_N の積 $n_N (N - \bar{N})^2$	ポアソン分布 $P(N)$
1	1	0.00333	1	60.0108	0.00139064
2	1	0.00333	2	45.5175	0.00608172
3	1	0.00333	3	33.0242	0.01773158
4	15	0.05000	60	337.9627	0.03877305
5	22	0.07333	110	308.8252	0.06782699
6	33	0.11000	198	248.9579	0.09887668
7	29	0.09667	203	88.4745	0.12354877
8	39	0.13000	312	21.7429	0.13507999
9	42	0.14000	378	2.6955	0.13127774
10	34	0.11333	340	53.4087	0.11482426
11	37	0.12333	407	187.8679	0.09130269
12	19	0.06333	228	201.0994	0.06654951
13	13	0.04333	169	235.1810	0.04477588
14	4	0.01333	56	110.3900	0.02797426
15	6	0.02000	90	234.6251	0.01631210
16	2	0.00667	32	105.2217	0.00891728
17	1	0.00333	17	68.1175	0.00458803
18	1	0.00333	18	85.6242	0.00222944
合計	300	1	2624	2428.7467	

4.2.4 計測回数 300 回, 線源の位置 30 mm の場合

以下の表 6 および図 6（後掲）に, 計測回数 300 回, 計数時間 1 s, 線源の位置 30 mm の場合の計数値の分布の実験結果を示す.

表 6: 計数値の分布の実験データ
測定回数 300 回, 計数時間 1 s, 線源の位置 30 mm

計数値 N	出現回数 n_N	出現確率 $n_N / \sum n_N$	N と n_N の積 $n_N N$	2 乗偏差と n_N の積 $n_N (N - \bar{N})^2$	ポアソン分布 $P(N)$
20	2	0.00667	40	358.5842	0.00382690
21	3	0.01000	63	460.5363	0.00611657
22	3	0.01000	66	389.1963	0.00928329
23	5	0.01667	115	539.7605	0.01347691
24	12	0.04000	288	1058.0650	0.01874976
25	8	0.02667	200	563.1368	0.02504218
26	7	0.02333	182	382.2847	0.03215993
27	11	0.03667	297	449.1531	0.03977112
28	9	0.03000	252	261.4689	0.04742706
29	18	0.06000	522	346.8978	0.05460653
30	16	0.05333	480	183.8736	0.06077707
31	29	0.09667	899	165.6509	0.06546278
32	14	0.04667	448	27.0494	0.06830632
33	18	0.06000	594	2.7378	0.06911358
34	17	0.05667	578	6.3257	0.06787360
35	20	0.06667	700	51.8420	0.06475142
36	24	0.08000	864	163.4904	0.06005694
37	16	0.05333	592	208.5136	0.05419733
38	10	0.03333	380	212.5210	0.04762234
39	14	0.04667	546	440.6094	0.04077205
40	8	0.02667	320	349.5368	0.03403447
41	7	0.02333	287	405.3847	0.02771734
42	9	0.03000	378	667.1889	0.02203528
43	4	0.01333	172	369.4084	0.01711065
44	4	0.01333	176	450.2884	0.01298465
45	1	0.00333	45	134.7921	0.00963461
46	3	0.01000	138	477.0363	0.00699347
47	1	0.00333	47	185.2321	0.00496834
48	1	0.00333	48	213.4521	0.00345610
49	2	0.00667	98	487.3442	0.00235509
50	2	0.00667	100	551.7842	0.00157273
51	2	0.00667	102	620.2242	0.00102967
合計	300	1	10017	11183.3700	

4.3 β 線の吸収の測定

4.3.1 γ 線の計数値の測定

以下に, Al 板の厚さ x_{Al} と, Al 板で遮蔽した 1 分間の γ 線の計数値を示す.

表 7: Al 板の厚さ

回数	厚さ x_{Al}/mm
1	0.9986
2	0.9981
3	0.9985
4	0.9981
5	0.9983
平均	0.9983

表 8: γ 線の計数値 N_γ

回数	N_γ
1	64
2	57
3	62
4	48
5	69
平均	60

Al 板で遮蔽した 1 分間の計数値 N' は, 自然計数 N_0 と γ 線の計数値 N_γ の和である. よって, N' の平均 $\overline{N'} = N_0 + \overline{N_\gamma} = 15.65 + 60 = 75.65$ と求まる.

4.3.2 Cu 箔での β 線の吸収

以下に, Cu 箔の厚さ x_{Cu} を示す.

表 9: Cu 箔の厚さ

回数	厚さ x_{Cu}/mm
1	0.019
2	0.018
3	0.020
4	0.017
5	0.019
平均	0.0186

また, β 線の計数値の平均値 \overline{N}_β とその標準偏差 σ_β は次の式で求める.

$$\overline{N}_\beta = \overline{N} - \overline{N'} \quad (14)$$

$$\sigma_\beta = \sqrt{\frac{\overline{N} + \overline{N'}}{n}} \quad (\text{今回は } n = 5) \quad (15)$$

これらを用いて, 平均値 \overline{N}_β や標準偏差 σ_β を計算し, 次の表 10 に整理する.

表 10: β 線の吸収の実験データ
試料金属 Cu, β 線源の位置 100 mm, 金属板の位置 30 mm, 測定回数 5 回

枚数	厚さ /mm	1 分間の計数値 N	平均値 \bar{N}	β 線計数値 \bar{N}_β	対数 $\log_{10} \bar{N}_\beta$	標準偏差 σ_β	$\log_{10}(\bar{N}_\beta - \sigma_\beta)$	$\log_{10}(\bar{N}_\beta + \sigma_\beta)$
0	0.0000	170,173,187,166,181	175.4	99.75	1.998913	7.085901	1.966912	2.028717
1	0.0186	109,101,111,112,117	110.0	34.35	1.535927	6.093439	1.451119	1.606848
2	0.0372	86,93,92,97,94	92.4	16.75	1.224025	5.797413	1.039517	1.353097
3	0.0558	80,104,100,84,86	90.8	15.15	1.180413	5.769749	0.972214	1.320556
4	0.0744	86,74,84,89,78	82.2	6.55	0.816241	5.618719	-0.030919	1.085245
5	0.0930	65,73,76,55,72	68.2	-7.45	-	5.363767	-	-
6	0.1116	52,67,60,70,76	65.0	-10.65	-	5.303772	-	-

ここで, β 線形数値は金属を通過した電子数に比例する. すなわち β 線計数値 \bar{N}_β と厚さ x の関係は式 (10) と同じ形である. $x = 0$ のときの計数値の平均値を $\bar{N}_{\beta 0}$ とすると, 次の式を得る.

$$\bar{N}_\beta(x) = \bar{N}_{\beta 0} e^{-\mu x} \quad (16)$$

$$\log_{10} \bar{N}_\beta = \log_{10} \bar{N}_{\beta 0} - \mu(\log_{10} e)x \quad (17)$$

これらのデータから, 縦軸に $\log_{10} \bar{N}_\beta$ を, 横軸に Cu の厚さ x_{Cu} をとったグラフを図 7 (後掲) に示す.

グラフの傾き $-\mu(\log_{10} e) = -14.63 \text{ mm}^{-1} = -146.3 \text{ cm}^{-1}$ より, 線吸収計数 $\mu = 336.87 \text{ cm}^{-1}$ と求まる. また, Cu の密度 $\rho = 8.96 \text{ g/cm}^3$ [1] より, 質量吸収計数 $\mu_m = 37.60 \text{ cm}^2/\text{g}$ と求まる.

4.3.3 Ti 箔での β 線の吸収

以下に, Ti 箔の厚さ x_{Ti} を示す.

表 11: Ti 箔の厚さ

回数	厚さ x_{Ti}/mm
1	0.021
2	0.023
3	0.022
4	0.022
5	0.021
平均	0.0218

式 (14) や式 (15) を用いて, 平均値 \bar{N}_β や標準偏差 σ_β を計算し, 次の表 12 に整理する.

表 12: β 線の吸収の実験データ
試料金属 Ti, β 線源の位置 100 mm, 金属板の位置 30 mm, 測定回数 5 回

枚数	厚さ /mm	1 分間の計数値 N	平均値 \bar{N}	β 線計数値 \bar{N}_β	対数 $\log_{10} \bar{N}_\beta$	標準偏差 σ_β	$\log_{10}(\bar{N}_\beta - \sigma_\beta)$	$\log_{10}(\bar{N}_\beta + \sigma_\beta)$
0	0.0000	170,173,187,166,181	175.4	99.75	1.998913	7.085901	1.966912	2.028717
1	0.0218	412,153,151,164,166	155.2	79.55	1.900640	6.794851	1.861864	1.936236
2	0.0436	123,109,106,123,129	118.0	42.35	1.626853	6.223343	1.557828	1.686398
3	0.0654	126,103,116,106,105	111.2	35.55	1.550839	6.113101	1.468892	1.619752
4	0.0872	106,109,87,90,101	98.6	22.95	1.360783	5.903389	1.231638	1.460197
5	0.1090	93,91,103,100,87	94.8	19.15	1.282169	5.838664	1.124222	1.397743
6	0.1308	95,83,93,94,77	88.4	12.75	1.105510	5.728001	0.846461	1.266655

これらのデータから、縦軸に $\log_{10} \bar{N}_\beta$ を、横軸に Ti の厚さ x_{Ti} をとったグラフを図 8 (後掲) に示す。

グラフの傾き $-\mu(\log_{10} e) = -6.85 \text{ mm}^{-1} = -68.5 \text{ cm}^{-1}$ より、線吸収計数 $\mu = 157.73 \text{ cm}^{-1}$ と求まる。また、Cu の密度 $\rho = 4.54 \text{ g/cm}^3$ [1] より、質量吸収計数 $\mu_m = 34.74 \text{ cm}^2/\text{g}$ と求まる。

5 考察

5.1 β 線の計数値の分布の観測

一般に、 \sqrt{N} が標準偏差 σ に近いほど計数値の分布はポアソン分布に近いことが期待される。しかし今回の実験では、測定 100 回における \sqrt{N} と σ の差は

$$\sqrt{N} - \sigma = 1.82 - 1.81 = 0.01 \quad (18)$$

であるのに対し、測定 300 回における差は

$$\sqrt{N} - \sigma = 1.82 - 1.69 = 0.13 \quad (19)$$

である。これより、今回の実験では \sqrt{N} が標準偏差 σ に近いほど計数値の分布はポアソン分布に近いとはいえない結果になった。

次に、図 4,5,6 より、計数管と線源の距離が近づくほど計数値の平均値 \bar{N} は大きくなっていることがわかる。そこで、計数管との距離と、 β 線の計数値の平均値 \bar{N} の間に、具体的にどのような関係があるかを調べるために、計数管との距離と、 β 線の計数値の平均値 \bar{N} の関係を次の表にまとめる。

表 13: 計数管との距離と計数値の平均値 \bar{N} の関係

計数管との距離 /mm	平均値 \bar{N}
100	3.30
60	8.75
30	33.39

ここで, 計数管との距離 100mm を基準として $\frac{6}{10}$ 倍, $\frac{30}{100}$ 倍されると, \bar{N} はその 2 乗に反比例していることがわかる. 以下に, 100mm のときの \bar{N} から計算した推定値 \bar{N}_t を示す.

表 14: 100mm のときの \bar{N} から計算した推定値

計数管との距離 /mm	推定値 \bar{N}_t	実測値 \bar{N}
100	3.30	3.30
60	9.17	8.75
30	36.67	33.39

これより, 計数値はおおまかに距離の 2 乗に反比例していることがわかる. また, 実測値がどちらも推定値より小さい理由としては, 空気による遮蔽の効果だと考えられる [2].

5.2 自然放射性原子

自然界に存在する放射性原子として, カリウム 40 (半減期: 12.51 億年 [3]) などの放射性物質が地中から発せられている. そのため, 場所によって土壤に含まれている鉱物が少しずつ異なり, それに応じて被爆量も異なっている. 具体例としては, 関東ローム層のほうが, 地表が放射性物質の比較的多い花崗岩を多く含んでいる関西より発せられる放射線量が少ないことが挙げられる [4].

6 まとめ

GM 計数管を用いて, 放射性原子の放射性崩壊の法則と物質による放射線の吸収について調べた結果, 計数値はポアソン分布に従い, 更に距離の 2 乗に反比例することや, 計数値の常用対数が吸収させる物質の厚さに反比例することがわかった.

参考文献

- [1] <https://www.eng-book.com/sample/pdf/P268.pdf>
- [2] <https://www.gakushuin.ac.jp/~881791/housha/details/InvSq.html>
- [3] <https://cnic.jp/knowledge/2584>
- [4] https://www.rea.or.jp/wakaruhon/kaitei2020/honbun-new/02honbun_r1.pdf