

# 電気回路

2511198 肥田幸久

2025 年 11 月 11 日作成

## 1 実験の目的

本実験では, 電気回路の中で起こる力学的な現象を観測し, 減衰振動の周波数やピーク電圧と時間の関係といった量を求めることを目的とする.

## 2 実験の原理

抵抗値が  $R$  の抵抗器の両端にかかる電圧を  $V_R(t)$ , 流れる電流を  $I(t)$  とすると, オームの法則により次式が成り立つ.

$$V_R(t) = RI(t) \quad (1)$$

コンデンサは充電時間を除けば絶縁体である. コンデンサの静電容量を  $C$  とすると, ある時間にコンデンサに蓄えられている電荷  $q(t)$  とコンデンサの両端にかかる電圧  $V_C(t)$  の関係は次式で表される.

$$q(t) = CV_C(t) \quad (2)$$

電流とは単位時間あたりに流れる電荷の量であるため, 次式が成り立つ.

$$I(t) = \frac{dq(t)}{dt} \quad (3)$$

コイルは時間変化する電流に対して誘導起電力を発生させる. コイルの自己インダクタンスを  $L$ , ある時間にコイルを流れる電流を  $I(t)$  とすると, 誘導起電力  $V_L(t)$  は次式で表される.

$$V_L(t) = -L \frac{dI(t)}{dt} \quad (4)$$

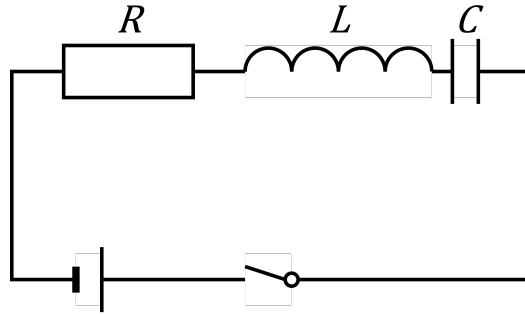


図 1: RLC 直列回路の模式図

図 1 の回路に電池をつないだ瞬間に回路を流れる電流を考える.

電池の起電力を  $V$  とし, ある時刻にコンデンサに蓄えられている電荷を  $q(t)$ , 抵抗値, インダクタンス, コンデンサの静電容量をそれぞれ  $R, L, C$  とすると, 回路に流れる電流  $I(t)$  は次式で表される.

$$V - L \frac{dI(t)}{dt} = RI(t) + \frac{q(t)}{C} \quad (5)$$

両辺を時間で微分し, 式 3 を用いて,  $2\gamma = R/L$ ,  $\omega_0^2 = 1/(LC)$  とおくと, 次式が得られる.

$$\frac{d^2 I(t)}{dt^2} + 2\gamma \frac{dI(t)}{dt} + \omega_0^2 I(t) = 0 \quad (6)$$

この式は  $I(t)$  を  $x(t)$  と置き換えると, 減衰振動を表す微分方程式と同じ形になり, 解は  $\gamma$  と  $\omega_0$  の大小関係によって次の 3 通りに分類される.

(i)  $\gamma < \omega_0$  (減衰振動)

$$I(t) = e^{-\gamma t} (a \sin \omega_1 t + b \cos \omega_1 t) \quad (7)$$

(ii)  $\gamma > \omega_0$  (過減衰)

$$I(t) = e^{-\gamma t} (ae^{\omega_1 t} + be^{-\omega_1 t}) \quad (8)$$

(iii)  $\gamma = \omega_0$  (臨界減衰)

$$I(t) = e^{-\gamma t} (at + b) \quad (9)$$

ここで,  $a, b$  はいずれの場合も初期条件によって決まる定数, 角周波数  $\omega_1$  は過減衰の場合  $\omega_1 = \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2}$ , 減衰振動の場合  $\omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$  である. 実際に図 1 の回路を組み立て, 時間と電流の関係を観測すると, 減衰振動, 過減衰, 臨界減衰のいずれの現象も確認でき, 角周波数  $\omega_1$  や抵抗係数  $\gamma$  を求めることができる.

### 3 実験方法

直流回路において臨界減衰を観測することは困難であるため、本実験では図2の回路を用いて減衰振動と過減衰について実験を行った。

回路は  $R_0$  の抵抗を用いた際に臨界減衰が起こるようなインダクタンス  $L$  と静電容量  $C$  を選び、抵抗値  $R$  を変えることで減衰振動や過減衰が起こるようにした。回路の電源として発振器を接続し、電流の時間変化を直接観測するのではなく、抵抗感電圧  $V_R(t)$  をオシロスコープで観測した。

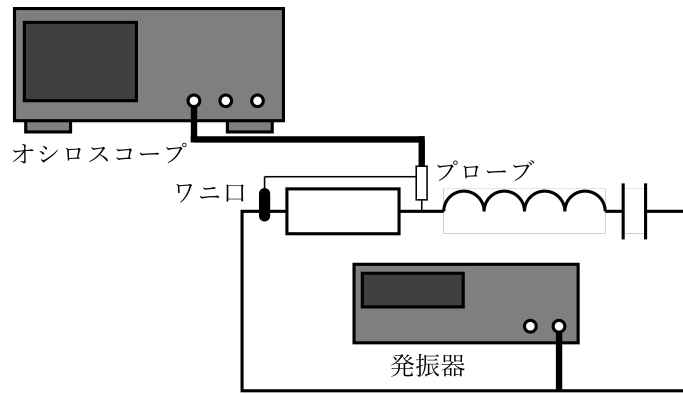


図 2: 減衰振動, 過減衰の実験回路

はじめに、コイルのインダクタンス  $L$  を LCR メータで、コンデンサの静電容量  $C$  と抵抗値  $R$  をマルチメータで測定した。次に、次式を用いて、抵抗値の平均  $R_0$  と  $L$  から、臨界減衰 ( $\gamma = \omega_0$ ) が起こるコンデンサの静電容量  $C_0$  を計算した。  $2\gamma = R/L$ ,  $\omega_0^2 = 1/(LC)$ ,  $\gamma = \omega_0$  より、

$$\begin{aligned}\frac{R}{2L} &= \sqrt{\frac{1}{LC_0}} \\ \frac{R^2}{4L^2} &= \frac{1}{LC_0} \\ C_0 &= \frac{4L}{R^2}\end{aligned}\tag{10}$$

測定した静電容量  $C$  が  $C_0$  に最も近い値になるようにコンデンサを選んだ。

これらのコイルとコンデンサ、抵抗器を用い、与えられた4つの抵抗を順番に繋いで回路を組み立て測定を行った。

## 4 実験結果

### 4.1 回路定数

コイルのインダクタンス  $L$  と抵抗値  $R$  の測定結果を表 1 に, 与えられた 4 つの抵抗の抵抗値の測定結果を表 2 に示す.

表 1: コイルのインダクタンスと抵抗値の測定結果

インダクタンス	抵抗値
$L/\text{mH}$	$R/\Omega$
27.44	160.9

表 2: 与えられた抵抗器の抵抗値の測定結果

抵抗器番号	抵抗値 $R/\Omega$
$R_1$	130.3
$R_2$	460.8
$R_3$	4697
$R_4$	8045
平均値	3333

これらの抵抗値の平均値  $R_0 = 3333\Omega$  とインダクタンス  $L = 27.44\text{mH}$  を用いて, 臨界減衰が起こるコンデンサの静電容量  $C_0$  を式 10 より計算した.

$$C_0 = \frac{4L}{R_0^2} = \frac{4 \times 27.44 \times 10^{-3}}{(3333)^2} \approx 9.88 \times 10^{-9} \text{F} = 9.88 \text{nF}$$

次に, 測定したコンデンサの静電容量  $C$  を表 3 に示す.

表 3: 測定したコンデンサの静電容量

コンデンサ番号	静電容量 $C/\text{nF}$
$C_1$	10.24
$C_2$	2.170
$C_3$	22.22
$C_4$	2.670
$C_5$	3.288
$C_6$	0.404
$C_7$	4.770
$C_8$	6.760
$C_9$	48.13
$C_{10}$	1.425

これらの中から, 臨界減衰が起こる静電容量  $C_0 = 9.88\text{nF}$  に最も近い値である  $C_1 = 10.24\text{nF}$  のコンデンサを選んだ.

## 4.2 減衰振動

### 4.2.1 $R_1$ の測定結果

$R_1$  で回路を組み立て測定した結果, 減衰振動が観測された. オシロスコープで観測した波形を図 3 に示す.

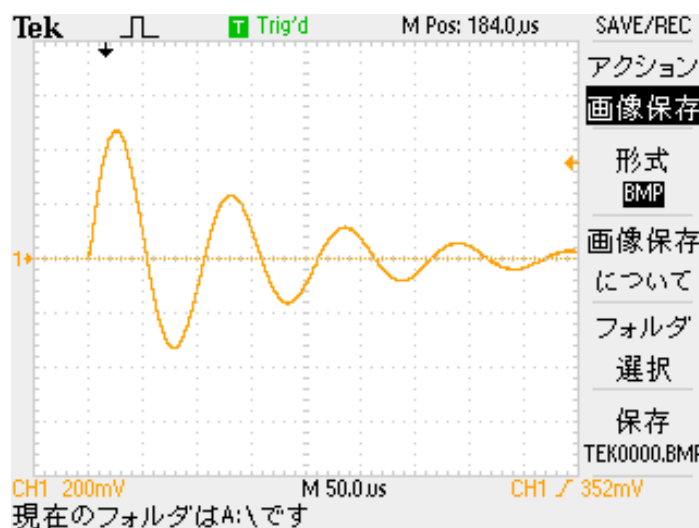


図 3:  $R_1$  で観測したオシロスコープの波形

この波の各山と谷のピーク電圧  $V_n$  と 1 番目の山からの時間  $t_n$  を測定し, 周期  $T_i$  や電圧比の対数  $\ln V_i/V_1$  を求めた結果を表 4 に示す.

表 4:  $R_1$  での減衰振動の測定結果

山番号	時間	電圧	電圧の絶対値	電圧比の対数
$i$	$t_i/\mu\text{s}$	$V_i/\text{V}$	$ V_i /\text{V}$	$\ln  V_i /V_1$
1	0	0.472	0.472	0.000
	52	-0.328	0.328	-0.15807
2	104	0.232	0.232	-0.30845
	158	-0.168	0.168	-0.44863
3	212	0.112	0.112	-0.62472
	266	-0.08	0.080	-0.77085
4	320	0.056	0.056	-0.92575
	374	-0.032	0.032	-1.16879

次に, 表 4 のデータを用いて, 減衰振動の周期の平均値  $\bar{T}$  と抵抗係数と回路定数から計算した周期  $T_0$  を表 5 に示す.

表 5:  $R_1$  での減衰振動の周期

測定周期 $\bar{T}/\mu\text{s}$	計算周期 $T_0/\mu\text{s}$
106.7	105.7

#### 4.2.2 $R_2$ の測定結果

$R_2$  で回路を組み立て測定した結果, 減衰振動が観測された. オシロスコープで観測した波形を図 4 に示す.

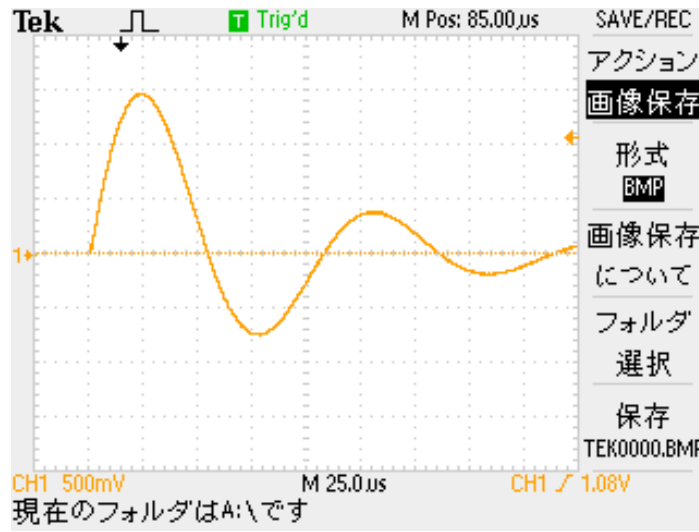


図 4:  $R_2$  で観測したオシロスコープの波形

この波の各山と谷のピーク電圧  $V_n$  と 1 番目の山からの時間  $t_n$  を測定し, 周期  $T_i$  や電圧比の対数  $\ln V_i/V_1$  を求めた結果を表 6 に示す.

表 6:  $R_2$  での減衰振動の測定結果

山番号 $i$	時間 $t_i/\mu\text{s}$	電圧 $V_i/\text{V}$	電圧の絶対値 $ V_i /\text{V}$	電圧比の対数 $\ln  V_i /V_1$
1	0	1.46	1.46	0.000
	53	-0.74	0.74	-0.29512
2	106	0.38	0.38	-0.58457
	159	-0.20	0.20	-0.86332
3	212	0.10	0.10	-1.16435

次に, 表 6 のデータを用いて, 減衰振動の周期の平均値  $\bar{T}$  と抵抗係数と回路定数から計算した周期  $T_0$  を表 7 に示す.

表 7:  $R_2$  での減衰振動の周期

測定周期 $\bar{T}/\mu\text{s}$	計算周期 $T_0/\mu\text{s}$
106.0	107.3

## 5 考察

## 6 まとめ