

電気回路

2511198 肥田幸久

2025 年 11 月 11 日作成

1 実験の目的

本実験では, 電気回路の中で起こる力学的な現象を観測し, 減衰振動の周波数やピーク電圧と時間の関係といった量を求めることを目的とする.

2 実験の原理

抵抗値が R の抵抗器の両端にかかる電圧を $V_R(t)$, 流れる電流を $I(t)$ とすると, オームの法則により次式が成り立つ.

$$V_R(t) = RI(t) \quad (1)$$

コンデンサは充電時間を除けば絶縁体である. コンデンサの静電容量を C とすると, ある時間にコンデンサに蓄えられている電荷 $q(t)$ とコンデンサの両端にかかる電圧 $V_C(t)$ の関係は次式で表される.

$$q(t) = CV_C(t) \quad (2)$$

電流とは単位時間あたりに流れる電荷の量であるため, 次式が成り立つ.

$$I(t) = \frac{dq(t)}{dt} \quad (3)$$

コイルは時間変化する電流に対して誘導起電力を発生させる. コイルの自己インダクタンスを L , ある時間にコイルを流れる電流を $I(t)$ とすると, 誘導起電力 $V_L(t)$ は次式で表される.

$$V_L(t) = -L \frac{dI(t)}{dt} \quad (4)$$

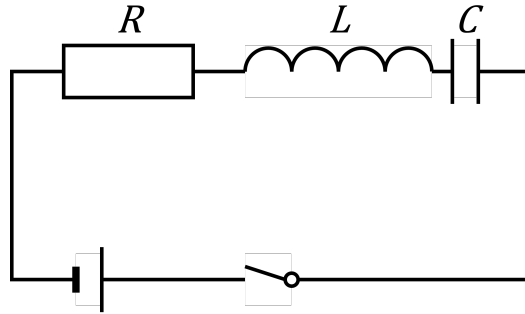


図 1: RLC 直列回路の模式図

図 1 の回路に電池をつないだ瞬間に回路を流れる電流を考える.

電池の起電力を V とし, ある時刻にコンデンサに蓄えられている電荷を $q(t)$, 抵抗値, インダクタンス, コンデンサの静電容量をそれぞれ R, L, C とすると, 回路に流れる電流 $I(t)$ は次式で表される.

$$V - L \frac{dI(t)}{dt} = RI(t) + \frac{q(t)}{C} \quad (5)$$

両辺を時間で微分し, 式 3 を用いて, $2\gamma = R/L$, $\omega_0^2 = 1/(LC)$ とおくと, 次式が得られる.

$$\frac{d^2 I(t)}{dt^2} + 2\gamma \frac{dI(t)}{dt} + \omega_0^2 I(t) = 0 \quad (6)$$

この式は $I(t)$ を $x(t)$ と置き換えると, 減衰振動を表す微分方程式と同じ形になり, 解は γ と ω_0 の大小関係によって次の 3 通りに分類される.

(i) $\gamma < \omega_0$ (減衰振動)

$$I(t) = e^{-\gamma t} (a \sin \omega_1 t + b \cos \omega_1 t) \quad (7)$$

(ii) $\gamma > \omega_0$ (過減衰)

$$I(t) = e^{-\gamma t} (ae^{\omega_1 t} + be^{-\omega_1 t}) \quad (8)$$

(iii) $\gamma = \omega_0$ (臨界減衰)

$$I(t) = e^{-\gamma t} (at + b) \quad (9)$$

ここで, a, b はいずれの場合も初期条件によって決まる定数, 角周波数 ω_1 は過減衰の場合 $\omega_1 = \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2}$, 減衰振動の場合 $\omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$ である. 実際に図 1 の回路を組み立て, 時間と電流の関係を観測すると, 減衰振動, 過減衰, 臨界減衰のいずれの現象も確認でき, 角周波数 ω_1 や抵抗係数 γ を求めることができる.

3 実験方法

直流回路において臨界減衰を観測することは困難であるため、本実験では減衰振動とか減衰について実験を行った。回路は R_0 の抵抗を用いた際に臨界減衰が起こるようなインダクタンス L と静電容量 C を選び、抵抗値 R を変えることで減衰振動や過減衰が起こるようにした。回路の電源として発振器を接続し、電流の時間変化を直接観測するのではなく、抵抗感電圧 $V_R(t)$ をオシロスコープで観測した。

はじめに、コイルのインダクタンス L を LCR メータで、コンデンサの静電容量 C と抵抗値 R をマルチメータで測定した。次に、次式を用いて、抵抗値の平均 R_0 と L から、臨界減衰 ($\gamma = \omega_0$) が起こるコンデンサの静電容量 C_0 を計算した。 $2\gamma = R/L$, $\omega_0^2 = 1/(LC)$, $\gamma = \omega_0$ より、

$$\begin{aligned}\frac{R}{2L} &= \sqrt{\frac{1}{LC_0}} \\ \frac{R^2}{4L^2} &= \frac{1}{LC_0} \\ C_0 &= \frac{4L}{R^2}\end{aligned}$$

測定した静電容量 C が C_0 に最も近い値になるようにコンデンサを選んだ。

これらのコイルとコンデンサ、抵抗器を用い、与えられた 4 つの抵抗を順番に繋いで回路を組み立て測定を行った。

4 実験結果

5 考察

6 まとめ

参考文献