

電気回路

2511198 肥田幸久

2025 年 11 月 11 日作成

1 実験の目的

本実験では, 電気回路の中で起こる力学的な現象を観測し, 減衰振動の周波数やピーク電圧と時間の関係といった量を求めることを目的とする.

2 実験の原理

抵抗値が R の抵抗器の両端にかかる電圧を $V_R(t)$, 流れる電流を $I(t)$ とすると, オームの法則により次式が成り立つ.

$$V_R(t) = RI(t) \quad (1)$$

コンデンサは充電時間を除けば絶縁体である. コンデンサの静電容量を C とすると, ある時間にコンデンサに蓄えられている電荷 $q(t)$ とコンデンサの両端にかかる電圧 $V_C(t)$ の関係は次式で表される.

$$q(t) = CV_C(t) \quad (2)$$

電流とは単位時間あたりに流れる電荷の量であるため, 次式が成り立つ.

$$I(t) = \frac{dq(t)}{dt} \quad (3)$$

コイルは時間変化する電流に対して誘導起電力を発生させる. コイルの自己インダクタンスを L , ある時間にコイルを流れる電流を $I(t)$ とすると, 誘導起電力 $V_L(t)$ は次式で表される.

$$V_L(t) = -L \frac{dI(t)}{dt} \quad (4)$$

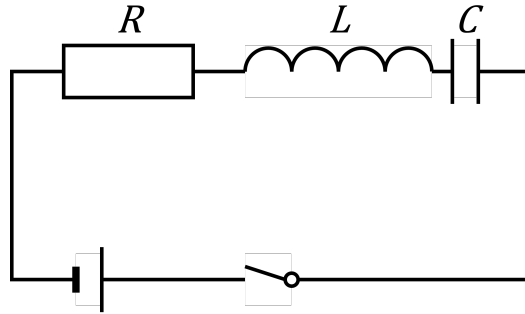


図 1: RLC 直列回路の模式図

図 1 の回路に電池をつないだ瞬間に回路を流れる電流を考える.

電池の起電力を V とし, ある時刻にコンデンサに蓄えられている電荷を $q(t)$, 抵抗値, インダクタンス, コンデンサの静電容量をそれぞれ R, L, C とすると, 回路に流れる電流 $I(t)$ は次式で表される.

$$V - L \frac{dI(t)}{dt} = RI(t) + \frac{q(t)}{C} \quad (5)$$

両辺を時間で微分し, 式 3 を用いて, $2\gamma = R/L$, $\omega_0^2 = 1/(LC)$ とおくと, 次式が得られる.

$$\frac{d^2 I(t)}{dt^2} + 2\gamma \frac{dI(t)}{dt} + \omega_0^2 I(t) = 0 \quad (6)$$

この式は $I(t)$ を $x(t)$ と置き換えると, 減衰振動を表す微分方程式と同じ形になり, 解は γ と ω_0 の大小関係によって次の 3 通りに分類される.

(i) $\gamma < \omega_0$ (減衰振動)

$$I(t) = e^{-\gamma t} (a \sin \omega_1 t + b \cos \omega_1 t) \quad (7)$$

(ii) $\gamma > \omega_0$ (過減衰)

$$I(t) = e^{-\gamma t} (ae^{\omega_1 t} + be^{-\omega_1 t}) \quad (8)$$

(iii) $\gamma = \omega_0$ (臨界減衰)

$$I(t) = e^{-\gamma t} (at + b) \quad (9)$$

ここで, a, b はいずれの場合も初期条件によって決まる定数, 角周波数 ω_1 は過減衰の場合 $\omega_1 = \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2}$, 減衰振動の場合 $\omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$ である. 実際に図 1 の回路を組み立て, 時間と電流の関係を観測すると, 減衰振動, 過減衰, 臨界減衰のいずれの現象も確認でき, 角周波数 ω_1 や抵抗係数 γ を求めることができる.

3 実験方法

直流回路において臨界減衰を観測することは困難であるため、本実験では図2の回路を用いて減衰振動と過減衰について実験を行った。

回路は R_0 の抵抗を用いた際に臨界減衰が起こるようなインダクタンス L と静電容量 C を選び、抵抗値 R を変えることで減衰振動や過減衰が起こるようにした。回路の電源として発振器を接続し、電流の時間変化を直接観測するのではなく、抵抗感電圧 $V_R(t)$ をオシロスコープで観測した。

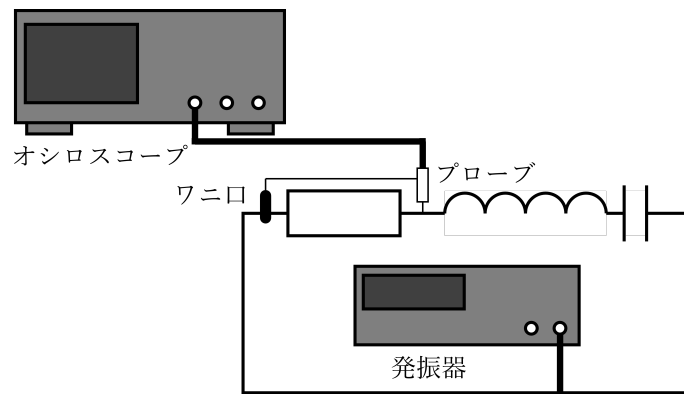


図 2: 減衰振動, 過減衰の実験回路

はじめに、コイルのインダクタンス L を LCR メータで、コンデンサの静電容量 C と抵抗値 R をマルチメータで測定した。次に、次式を用いて、抵抗値の平均 R_0 と L から、臨界減衰 ($\gamma = \omega_0$) が起こるコンデンサの静電容量 C_0 を計算した。 $2\gamma = R/L$, $\omega_0^2 = 1/(LC)$, $\gamma = \omega_0$ より、

$$\begin{aligned}\frac{R}{2L} &= \sqrt{\frac{1}{LC_0}} \\ \frac{R^2}{4L^2} &= \frac{1}{LC_0} \\ C_0 &= \frac{4L}{R^2}\end{aligned}\tag{10}$$

測定した静電容量 C が C_0 に最も近い値になるようにコンデンサを選んだ。

これらのコイルとコンデンサ、抵抗器を用い、与えられた4つの抵抗を順番に繋いで回路を組み立て測定を行った。

4 実験結果

4.1 回路定数

コイルのインダクタンス L と抵抗値 R の測定結果を表 1 に, 与えられた 4 つの抵抗の抵抗値の測定結果を表 2 に示す.

表 1: コイルのインダクタンスと
抵抗値の測定結果

インダクタンス	抵抗値
L/mH	R/Ω
27.44	160.9

表 2: 与えられた抵抗器の
抵抗値の測定結果

抵抗器番号	抵抗値 R/Ω
R_1	130.3
R_2	460.8
R_3	4697
R_4	8045
平均値	3333

これらの抵抗値の平均値 $R_0 = 3333\Omega$ とインダクタンス $L = 27.44\text{mH}$ を用いて, 臨界減衰が起こるコンデンサの静電容量 C_0 を式 10 より計算した.

$$C_0 = \frac{4L}{R_0^2} = \frac{4 \times 27.44 \times 10^{-3}}{(3333)^2} \approx 9.88 \times 10^{-9} \text{F} = 9.88 \text{nF}$$

次に, 測定したコンデンサの静電容量 C を表 3 に示す.

表 3: 測定したコンデンサの静電容量

コンデンサ番号	静電容量 C/nF
C_1	10.24
C_2	2.170
C_3	22.22
C_4	2.670
C_5	3.288
C_6	0.404
C_7	4.770
C_8	6.760
C_9	48.13
C_{10}	1.425

これらの中から, 臨界減衰が起こる静電容量 $C_0 = 9.88\text{nF}$ に最も近い値である $C_1 = 10.24\text{nF}$ のコンデンサを選んだ.

4.2 減衰振動

4.2.1 R_1 の測定結果

R_1 で回路を組み立て測定した結果, 減衰振動が観測された. オシロスコープで観測した波形を図 3 に示す.

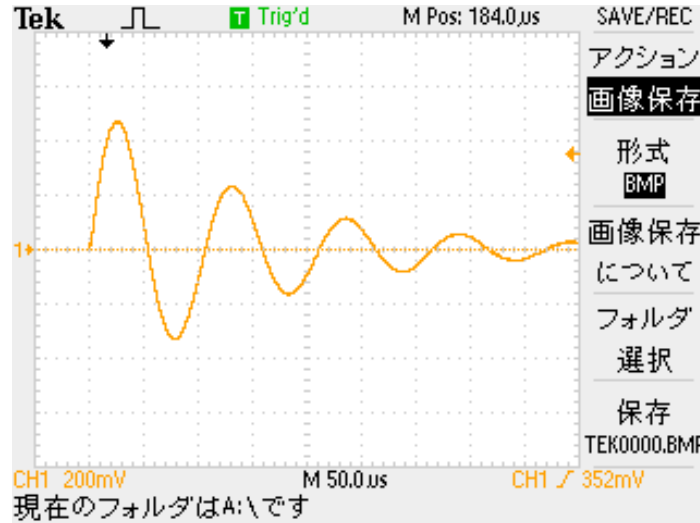


図 3: R_1 で観測したオシロスコープの波形

この波の各山と谷のピーク電圧 V_n と 1 番目の山からの時間 t_n を測定し, 周期 T_i や電圧比の対数 $\ln V_i/V_1$ を求めた結果を表 4 に示す.

表 4: R_1 での減衰振動の測定結果

山番号	時間	電圧	電圧の絶対値	電圧比の対数
i	$t_i/\mu\text{s}$	V_i/V	$ V_i /\text{V}$	$\ln V_i /V_1$
1	0	0.472	0.472	0.00000
	52	-0.328	0.328	-0.15807
2	104	0.232	0.232	-0.30845
	158	-0.168	0.168	-0.44863
3	212	0.112	0.112	-0.62472
	266	-0.08	0.080	-0.77085
4	320	0.056	0.056	-0.92575
	374	-0.032	0.032	-1.16879

次に, 表 4 のデータを用いて, 減衰振動の周期の平均値 \bar{T} と抵抗係数と回路定数から計算した周期 T_0 を表 5 に示す.

表 5: R_1 での減衰振動の周期

測定周期 $\bar{T}/\mu\text{s}$	計算周期 $T_0/\mu\text{s}$
106.7	105.7

次に, 表 4 のデータを用いて, 横軸に時間 t_i , 縦軸に電圧比の対数 $\ln V_i/V_1$ をプロットしたグラフを図 4 に示す. 近直線の傾きの大きさは $-0.003020\text{V}/\mu\text{s}$ であった.

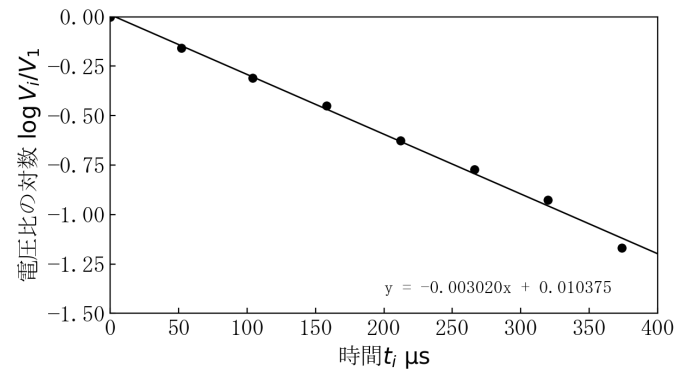


図 4: R_1 での時間と電圧比の対数の関係

4.2.2 R_2 の測定結果

R_2 で回路を組み立て測定した結果, 減衰振動が観測された. オシロスコープで観測した波形を図 5 に示す.

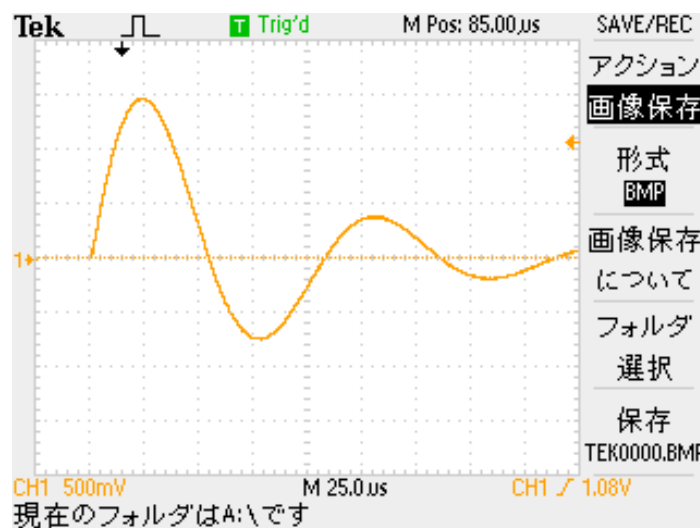


図 5: R_2 で観測したオシロスコープの波形

この波の各山と谷のピーク電圧 V_n と 1 番目の山からの時間 t_n を測定し, 周期 T_i や電圧比の対数 $\ln V_i/V_1$ を求めた結果を表 6 に示す.

表 6: R_2 での減衰振動の測定結果

山番号	時間	電圧	電圧の絶対値	電圧比の対数
i	$t_i/\mu\text{s}$	V_i/V	$ V_i /\text{V}$	$\ln V_i /V_1$
1	0	1.46	1.46	0.00000
	53	-0.74	0.74	-0.29512
2	106	0.38	0.38	-0.58457
	159	-0.20	0.20	-0.86332
3	212	0.10	0.10	-1.16435

次に, 表 6 のデータを用いて, 減衰振動の周期の平均値 \bar{T} と抵抗係数と回路定数から計算した周期 T_0 を表 7 に示す.

表 7: R_2 での減衰振動の周期

測定周期 $\bar{T}/\mu\text{s}$	計算周期 $T_0/\mu\text{s}$
106.0	107.3

次に, 表 6 のデータを用いて, 横軸に時間 t_i , 縦軸に電圧比の対数 $\ln V_i/V_1$ をプロットしたグラフを図 6 に示す. 近直線の傾きの大きさは $-0.005466\text{V}/\mu\text{s}$ であった.

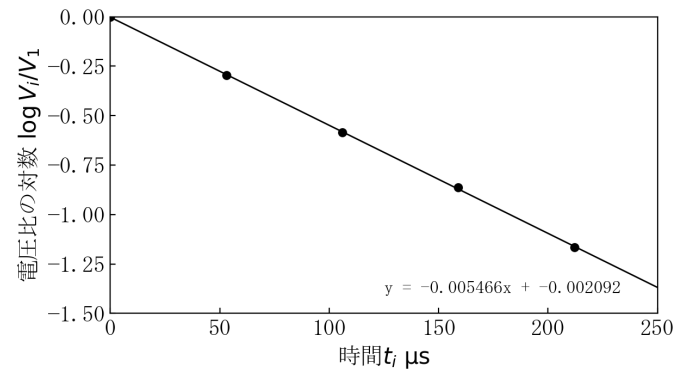


図 6: R_2 での時間と電圧比の対数の関係

4.3 過減衰

4.3.1 R_3 の測定結果

R_3 で回路を組み立て測定した結果, 過減衰が観測された. オシロスコープで観測した波形を図 7 に示す.

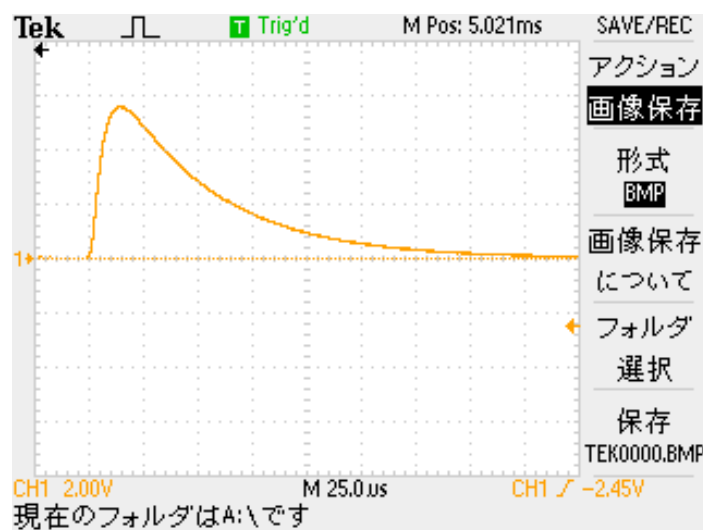


図 7: R_3 で観測したオシロスコープの波形

この波の各電圧 V_n と 1 番目の山からの時間 t_n を測定し, 電圧比の対数 $\ln V_i/V_1$ を求めた結果を表 8 に示す.

表 8: R_3 での過減衰の測定結果

時間	電圧	電圧比の対数
$t_i/\mu\text{s}$	V_i/V	$\ln V_i /V_1$
0	5.52	0.00000
25	3.44	-0.20538
50	1.92	-0.45864
75	1.12	-0.69272
100	0.64	-0.93576
125	0.40	-1.13988

次に, 表 8 のデータを用いて, 横軸に時間 t_i , 縦軸に電圧比の対数 $\ln V_i/V_1$ をプロットしたグラフを図 8 に示す. 近直線の傾きの大きさは $-0.009285\text{V}/\mu\text{s}$ であった.

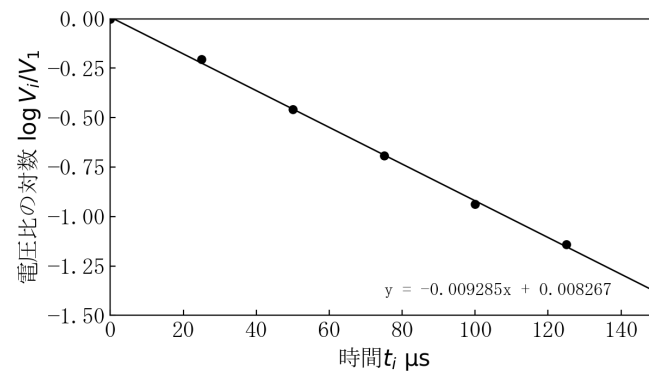


図 8: R_3 での時間と電圧比の対数の関係

4.3.2 R_4 の測定結果

R_4 で回路を組み立て測定した結果, 過減衰が観測された. オシロスコープで観測した波形を図 9 に示す.

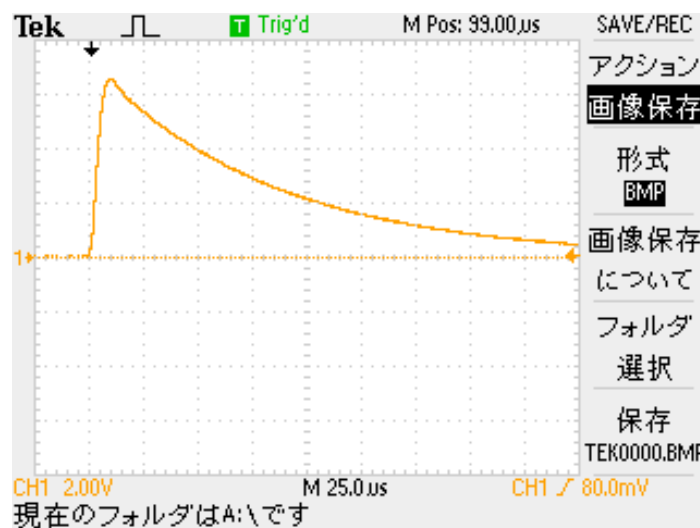


図 9: R_4 で観測したオシロスコープの波形

この波の各電圧 V_n と 1 番目の山からの時間 t_n を測定し, 電圧比の対数 $\ln V_i/V_1$ を求めた結果を表 9 に示す.

表 9: R_4 での過減衰の測定結果

時間	電圧	電圧比の対数
$t_i/\mu\text{s}$	V_i/V	$\ln V_i /V_1$
0	6.56	0.00000
25	4.72	-0.14296
50	3.52	-0.27036
75	2.56	-0.40866
100	1.92	-0.53360
125	1.44	-0.65854
150	1.04	-0.79987
175	0.80	-0.91381
200	0.56	-1.06872
225	0.40	-1.21484
250	0.32	-1.31175

次に, 表 9 のデータを用いて, 横軸に時間 t_i , 縦軸に電圧比の対数 $\ln V_i/V_1$ をプロットしたグラフを図 10 に示す. 近直線の傾きの大きさは $-0.005279\text{V}/\mu\text{s}$ であった.

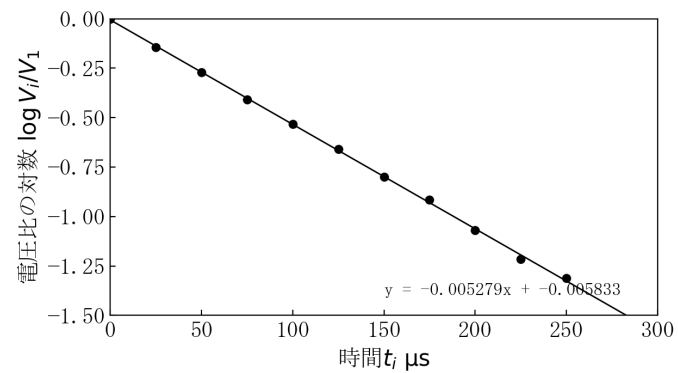


図 10: R_4 での時間と電圧比の対数の関係

5 考察

6 まとめ