目　录

第 1 章 程序设计概述

1.1 程序模块设计

为实现 SPP（伪距单点定位）软件的基本功能，设计了如下一些具有低耦合、高内聚的函数模块，这些模块共同合作实现伪距单点定位和单点测速的功能。软件模块主要分为四大板块：基础数学运算、数据获取、数据解码和导航定位处理。数学运算模块包含时间转换、空间转换、矩阵运算；数据获取是从二进制文件中读取数据；数据解码分为对卫星星历、电离层改正模型、观测数据和定位数据的解码；导航定位处理模块包括：关于卫星计算模块、误差改正模块、单点定位和单点测速模块。（如下）

- 基础数学运算
  - 时间与空间转换
  - 矩阵运算（加法、减法、转置、乘法、求逆）
- 数据获取
  - 从文件中读取（找到每段数据的 head）
- 数据解码
  - 广播星历解码（卫星轨道根数和卫星钟的信息）
  - 电离层改正模型解码
  - 观测数据解码（观测时间、伪距、多普勒）
  - 定位数据解码（测站的经纬高）
- 导航定位处理
  - 关于卫星的计算（卫星位置、速度、卫星钟钟差、钟速）
  - 误差改正（电离层、对流层）
  - 单点定位和单点测速

1.2 模块间的关系

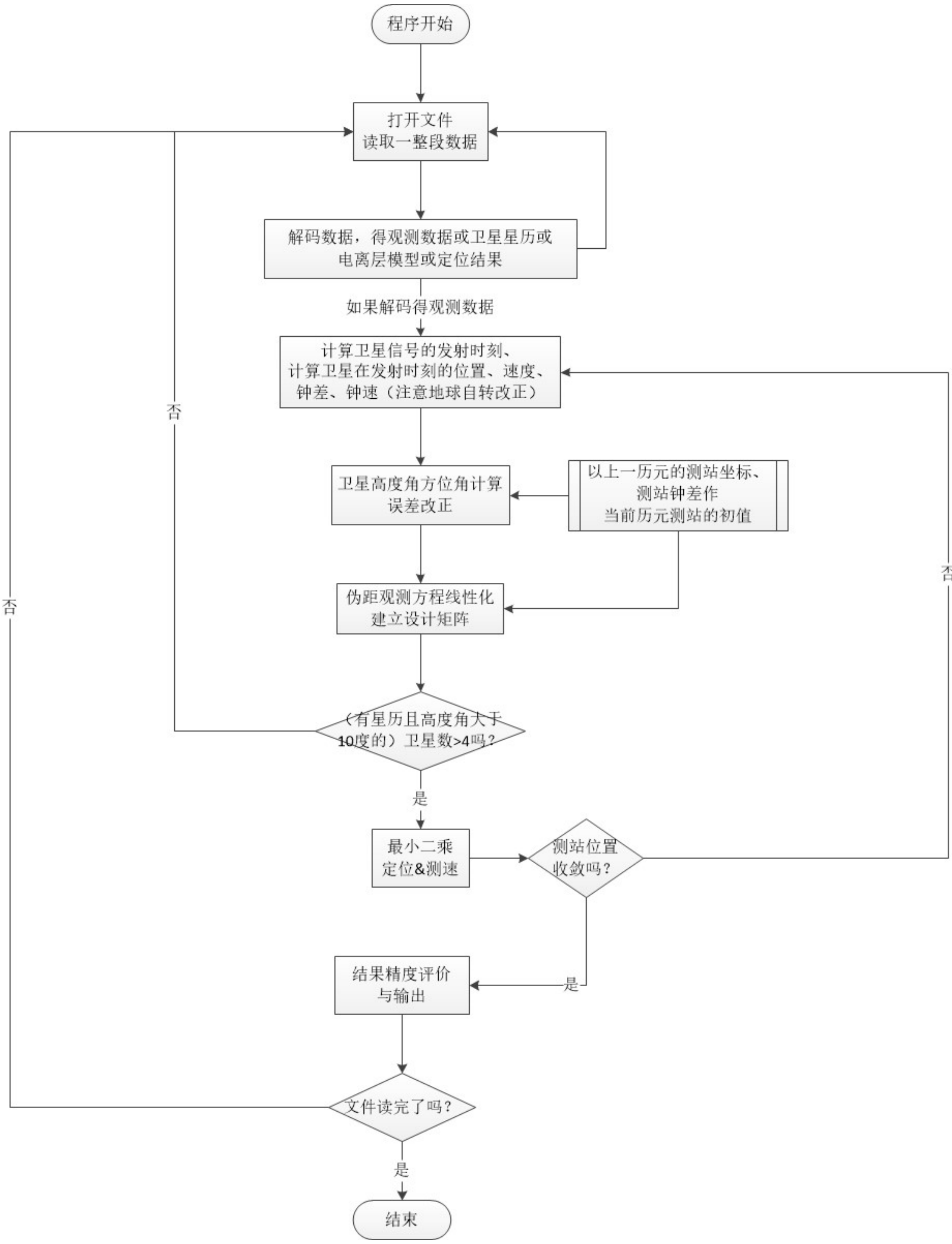

图 1　各个模块合作完成 SPP

第 2 章 算法设计

2.1 单点定位算法

1、读取导航电文信息、读取观测值信息（假定同时对 k 颗卫星进行了观测）。假定信号的接收时刻为$t_r\left[\text{表面时}\right]$

注意：有伪距观测值的卫星，不一定有其星历。没有星历就不能计算卫星的位置，该卫星的伪距观测值就不能用于定位。程序中应予以判断。

2、给定待定点的初始（近似）坐标$\left(X,Y,Z\right)^T$ 和初始（近似）的接收机钟差δt_r ，通常初始时可以将这些值均设为 0，或上一历元计算得到的测站位置和接收机钟差。

3、选取第一颗卫星的伪距观测值，假定其伪距为ρ^{S_j} ，在这里 j=0

4、根据所选取观测值所属的卫星和观测时间，获取相应的卫星星历数据，要求该星历数据的 toe 距观测历元时刻最近。

5、计算近似的卫星信号传播时间，计算信号发射时刻

算法步骤：

1）更新$t_{tr}{}'[GPS]=t_r\left[\text{表面时}\right]-P/c$

2）以$t_{tr}{}'[GPS]$为参考时刻，计算卫星钟差δt^j

3）更新$t_{tr}[GPS]=t_r\left[\text{表面时}\right]-P/c-\delta t^j$ ，得到卫星发射时间

6、计算卫星在信号发射时刻时，在该时刻时的地固系下的位置$\left(X^{S_j},Y^{S_j},Z^{S_j}\right)_{T^{S_j}}^T$ 和速度

PS：计算卫星位置、速度的公式见附录

7、通过绕 Z 轴的旋转变换，计算卫星在信号发射时刻时，在信号接收时刻时的地固系下的位置

$$\begin{bmatrix} X'_S \\ Y'_S \\ Z'_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\omega\tau) & \sin(\omega\tau) & 0 \\ -\sin(\omega\tau) & \cos(\omega\tau) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_S \\ Y_S \\ Z_S \end{bmatrix}$$

其中：ω为地球自转角速度

τ为信号传播时间

$\tau=t_r[GPS]-t_s[GPS]$

8、计算卫星的高度角、方位角，计算卫星信号传播路径上的电离层延迟和对流层延迟

PS：当测站位置接近于地球表面时才考虑误差改正

具体公式见附录

9、计算与相应卫星有关的误差方程系数，具体为：
注意：卫星的位置应该已经经过了地球自转改正

$$l_i^j(t)=\frac{X_i^0-X^j(t-\Delta t)}{\rho_i^{j0}(t,t-\Delta t)}$$

$$m_i^j\left(t\right)=\frac{Y_i^0-Y^j(t-\Delta t)}{\rho_i^{j0}(t,t-\Delta t)}$$

$$n_i^j\left(t\right)=\frac{Z_i^0-Z^j(t-\Delta t)}{\rho_i^{j0}(t,t-\Delta t)}$$

$$\rho_i^{j0}(t,t-\Delta t)=\sqrt{\left(X_i^0-X^j(t-\Delta t)\right)^2+\left(Y_i^0-Y^j(t-\Delta t)\right)^2+\left(Z_i^0-Z^j(t-\Delta t)\right)^2}$$

10、计算 O-C 值，具体为：

$$w_i^j(t)=P_i^j(t)-\left(\rho_i^{j0}(t,t-\Delta t)+\delta t_i^{\,0}(t)-c\cdot\delta t^j(t-\Delta t)+d_{i\ trop}^{\,j}(t)+d_{i\ ion}^{\,j}(t)\right)$$

11、形成法方程
注意：这里只是更新与相应卫星有关的误差方程系数，逐步形成法方程

12、选取下一颗卫星的观测值，假定其伪距为ρ^{S_j}

13、重复步骤 4——12，直到处理完所有观测值的观测方程为止

14、最小二乘法解算法方程，计算出被估参数近似值的**改正数**$\left(x,y,z,\delta\rho_R\right)^T$ ，$\delta\rho_R$为由于接收机钟差所造成的距离误差的改正数

$$\mathbf{v}=\mathbf{Bx}-\mathbf{w}\qquad \mathbf{v}=\begin{bmatrix}v_i^1 & v_i^2 & \ldots & v_i^s\end{bmatrix}^T$$

$$\mathbf{B}=\begin{bmatrix}l_i^1 & m_i^1 & n_i^1 & 1\\ l_i^2 & m_i^2 & n_i^2 & 1\\ . & . & . & .\\ l_i^s & m_i^s & n_i^s & 1\end{bmatrix}\qquad \mathbf{x}=\begin{bmatrix}x_i & y_i & z_i & \delta\rho_i\end{bmatrix}^T$$

$$\mathbf{w}=\begin{bmatrix}w_i^1 & w_i^2 & \ldots & w_i^s\end{bmatrix}^T$$

观测值权阵为$\mathbf{P}$，则有：

$$\hat{\mathbf{x}}=\left(\mathbf{B}^T\mathbf{PB}\right)^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{Pw}$$

15、计算出被估参数$\left(X,Y,Z,\delta t_R\right)^T$ ，并将它们分别作为下次迭代计算时的待定点的近似坐标和近似接收机钟差

16、重复步骤 3——15，直到计算出的被估参数收敛为止

2.2 算法流程图

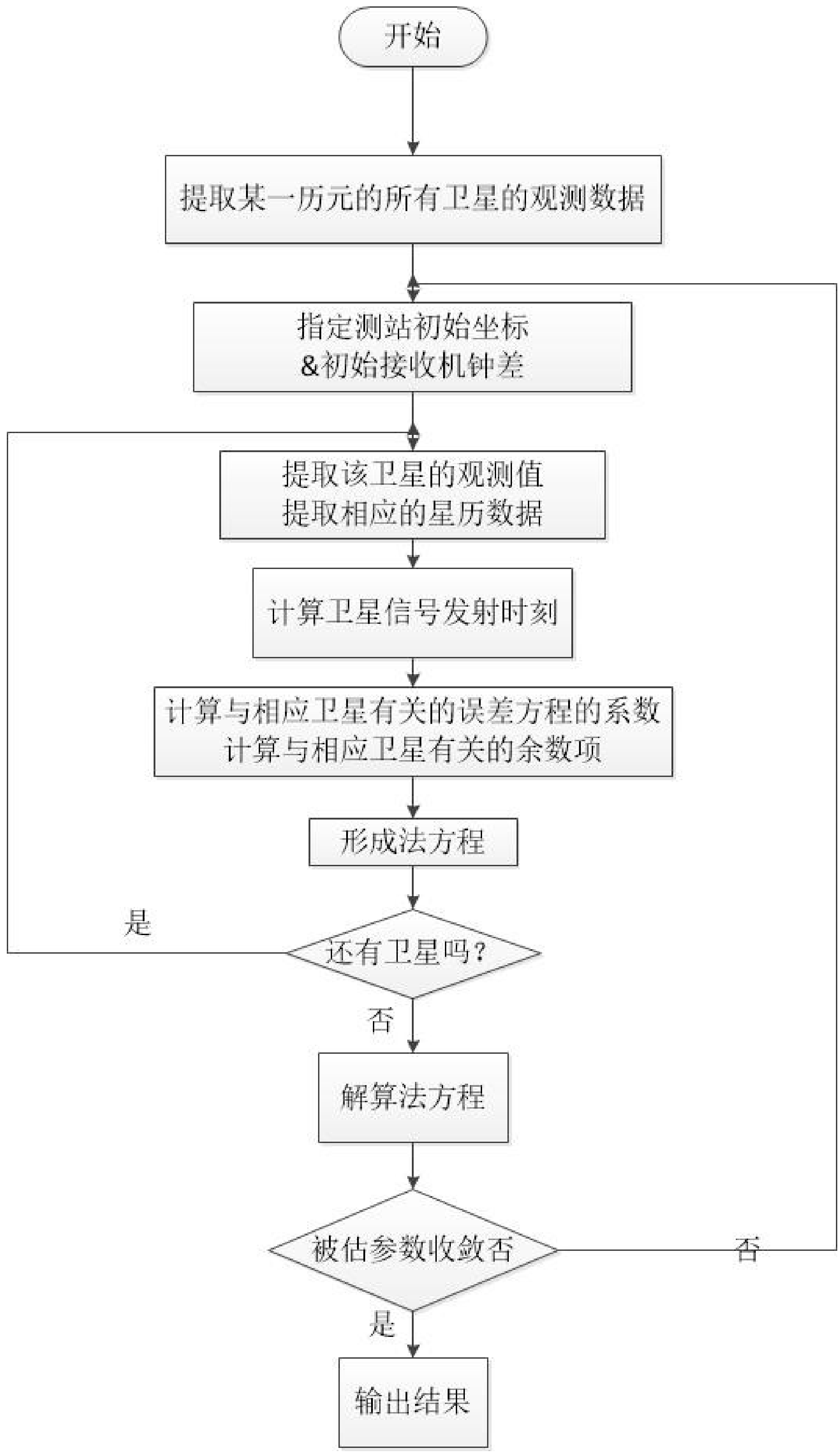

图 2 单点定位算法

2.3 单点测速算法

单点测速的观测方程为

$$D_i^j(t)+v_i^j(t)=\dot{\rho}_i^j(t,t-\Delta t)+\delta\dot{t}_i(t)-c\cdot\delta\dot{t}^j\left(t-\Delta t\right)+\dot{d}_{itrop}^j(t)+\dot{d}_{iion}^j(t)$$

$$\dot{\rho}_i^j(t,t-\Delta t)=\frac{(X^j-X_i)(\dot{X}^j-\dot{X}_i)+(Y^j-Y_i)(\dot{Y}^j-\dot{Y}_i)+(Z^j-Z_i)(\dot{Z}^j-\dot{Z}_i)}{\rho_i^j(t,t-\Delta t)}$$

$$\rho_i^j(t,t-\Delta t)=\sqrt{(X^j(t-\Delta t)-X_i)^2+(Y^j(t-\Delta t)-Y_i)^2+(Z^j(t-\Delta t)-Z_i)^2}$$

其中：

$D_i^j(t)$为历元t 时刻测站i 对于卫星j 的多普勒观测值,以m/s为单位；

$v_i^j(t)$为其改正数；

$\delta\dot{t}_i(t)$为接收机钟差变化率, 以m/s为单位；

$\delta\dot{t}^j(t-\Delta t)$为卫星钟差变化率， $\delta\dot{t}^j(t-\Delta t)=a_1+2a_2(t-\Delta t-t_{\mathrm{toc}})+\Delta\dot{t}_r$ ；

$\Delta\dot{t}_r$为相对论改正的导数

$\dot{d}_{itrop}^j(t)$为对流层延迟变化率, 在短时间内对流层的变化率可忽略不计， 单位m/s;

$\dot{d}_{iion}^j(t)$为电离层延迟变化率， 在短时间内电离层的变化率可忽略不计， 单位m/s。

经过单点定位算法以后，已经计算得到卫星位置和速度、测站的位置和钟差，待求量只剩测站的速度和接收机钟速，整理误差方程可得：

$$D_i^j(t)+v_i^j(t)=\dot{\rho}_i^j(t,t-\Delta t)-c\cdot\delta\dot{t}^j(t-\Delta t)$$
$$+\frac{X_i-X^j(t-\Delta t)}{\rho_i^j(t,t-\Delta t)}\dot{X}_i+\frac{Y-Y^j(t-\Delta t)_i}{\rho_i^j(t,t-\Delta t)}\dot{Y}_i+\frac{Z_i-Z^j(t-\Delta t)}{\rho_i^j(t,t-\Delta t)}\dot{Z}_i+\delta\dot{t}_i(t)$$

$$\dot{\rho}_i^j(t,t-\Delta t)=\frac{(X^j-X_i)\dot{X}^j+(Y^j-Y_i)\dot{Y}^j+(Z^j-Z_i)\dot{Z}^j}{\rho_i^j(t,t-\Delta t)}$$

$$\rho_i^j(t,t-\Delta t)=\sqrt{(X^j(t-\Delta t)-X_i)^2+(Y^j(t-\Delta t)-Y_i)^2+(Z^j(t-\Delta t)-Z_i)^2}$$

若令：

$$l_i^j(t)=\frac{X_i-X^j(t-\Delta t)}{\rho_i^j(t,t-\Delta t)},\quad m_i^j\left(t\right)=\frac{Y_i-Y^j(t-\Delta t)_i}{\rho_i^j(t,t-\Delta t)},\quad n_i^j\left(t\right)=\frac{Z_i-Z^j(t-\Delta t)}{\rho_i^j(t,t-\Delta t)}$$

$$w_i^j(t)=D_i^j(t)-\left(\dot{\rho}_i^j(t,t-\Delta t)-c\cdot\delta\dot{t}^j(t-\Delta t)\right)$$

则： $v_i^j(t)=l_i^j(t)x_i+m_i^j(t)y_i+n_i^j(t)z_i+\delta\dot{t}_i(t)-w_i^j(t)$

然后用最小二乘法解算误差方程：

$$\mathbf{v} = \mathbf{B}\mathbf{x} - \mathbf{w}$$

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} v_i^1 & v_i^2 & \ldots & v_i^s \end{bmatrix}^T，\mathbf{B} = \begin{bmatrix} l_i^1 & m_i^1 & n_i^1 & 1 \\ l_i^2 & m_i^2 & n_i^2 & 1 \\ . & . & . & . \\ l_i^s & m_i^s & n_i^s & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \dot{X}_i & \dot{Y}_i & \dot{Z}_i & \delta\dot{\rho}_i \end{bmatrix}^T，\mathbf{w} = \begin{bmatrix} w_i^1 & w_i^2 & \ldots & w_i^s \end{bmatrix}^T, \delta\dot{\rho}_i = c \cdot \delta\dot{t}_i(t)$$

观测值权阵为$\mathbf{P}$，则有：

$$\hat{\mathbf{x}} = \left(\mathbf{B}^T\mathbf{P}\mathbf{B}\right)^{-1}\mathbf{B}\mathbf{P}\mathbf{w}$$

$$\hat{\sigma}_0 = \sqrt{\frac{\mathbf{v}^T\mathbf{P}\mathbf{v}}{s-4}}$$

$$\mathbf{D}_{\hat{x}\hat{x}} = \hat{\sigma}_0 \cdot \mathbf{Q}_{\hat{x}\hat{x}}，\mathbf{Q}_{\hat{x}\hat{x}} = \left(\mathbf{B}^T\mathbf{P}\mathbf{B}\right)^{-1}$$

求得接收机速度和接收机钟速。

第 3 章 程序详细设计

在这一章具体介绍一些重要函数的命名、输入输出参数、和算法。

3.1 读文件模块

open.cpp

命名：openBinary

功能：打开存储了星历、观测数据等数据的二进制文件

参数：FILE * fin，指向二进制文件的文件指针
unsigned char *buff，存放这一段数据段的无符号字符数组
一段完整的数据段包括同步字、数据头、数据体、CRC 校验码
flag:数值上等于相对文件起始的偏移量，代表每次读取文件的起始位置
*length：指针指向的数值为该语句的长度，包括头、体和 CRC 码
sync[3]用来识别是否读到同步字

返回值：flag:下一次读文件的起始位置

算法：寻找同步字；确定数据段的长度；从文件中读取相应长度的数据；
文件位置指针指向该数据段末尾；继续接着寻找同步字

3.2 解码模块

decode.cpp

命名：getdata

功能：从一段语句中提取所需的数据，存放在相应的结构体中

参数：const unsigned char *buff:存放读取的数据
int len：数据的头、体、CRC 码的总长度
struct RANGE *：指向 RANGE 结构体的指针
struct GPSEPHEM *：指向 GPSEPHEM 结构体的指针
struct IONUTC *：指向 IONUTC 结构体的指针

3.3 卫星计算模块

solution.cpp

命名：calsat

功能：判断该卫星是否有星历、星历是否过期
根据星历计算卫星的位置、速度和钟差信息
输出到对应卫星的结果结构体里

参数：const struct GPSEPHEM *ephem：该卫星对应的星历结构体
const struct GPSTIME *time：时间，卫星在该时间下的结果
int PRN：决定是关于哪颗卫星的结果
struct CALSATPOS satpos：卫星解算结果结构体

返回值：如果解算出了相应卫星的结果，输出该卫星号

3.4 电离层模块

solution.cpp

命名：klobuchar

功能：根据测站的位置以及观测时刻、电离层改正模型结构体
，解算电离层误差

参数：const struct GPSTIME *time：观测时刻
double staXYZ[3]：用户接收机的坐标

double eleAngle：高度角，高度角单位为弧度，取值范围-PI~PI
double azimuth：方位角，方位角单位为弧度，取值范围为 0~2PI
struct GPSEPHEM *ephem：某颗卫星的星历

返回值：double 电离层的改正值

3.5 对流层模块

solution.cpp

命名：hopefield

功能：根据测站位置、气象元素、卫星高度角计算对流层误差改正值

参数：const double staXYZ[3]：测站的位置
const double eleAngle：卫星高度角，单位为弧度

返回值：double 对流层的模型改正值

3.6 单点定位模块

singlepoint.cpp

命名：calsta

功能：根据观测值结构体，卫星星历，进行单点定位算法，解算接收机的位置、速度，钟差、钟速

参数：const struct RANGE *range：观测值结构体，包括了观测时间、观测的卫星数和对应卫星的伪距
const struct GPSEPHEM *ephem：卫星星历，用于解算卫星的位置、卫星钟差
const struct IONUTC *ion：电离层误差改正模型结构体
struct CALSTAPOS *stapos：存放解算出来的接收机的位置、速度、钟差、钟速
struct CALSATPOS satpos[]：存放结算出来的各个卫星的位置、速度、钟差、钟速

返回值：0：正确结算，-1：未能解算

3.7 单点测速模块

singlepoint.cpp

命名：calstavelocity

功能：根据获取的观测数据，上一步解出的观测卫星的解算结果（在信号发射时刻），和上一步解出的测站的解算结果，计算测站的速度。

参数：const struct RANGE *range：观测数据
const struct CALSATPOS satpos[]：观测卫星的解算结果
struct CALSTAPOS *stapos：测站的解算结果

返回值：-1：解算错误；0：正确解算

第 4 章 结果和精度分析

4.1 结果输出

本程序设计为一旦能够正确解算测站的位置和速度，就向结果文件输出一行结果；如若不能正确解算测站位置和速度，则在控制台输出警告和相应的历元数。

不能正确解算的原因有 1）卫星星历过期或缺失，2）卫星几何条件差，高度角太低，3）观测数据有粗差… …因为待估参数有 4 个，所以使用最小二乘法要求能正确参与解算的卫星至少有四颗。

4.2 单点定位结果和精度分析

程序计算出来的统计结果如下表 1：

表 1 测站位置结果

	平均值	标准差	最大值
纬度（°）	30.510019	3.2301e-05	30.510208
经度（°）	114.356032	1.8048e-05	114.356068
大地高（米）	33.456622	5.6295	105.316569

从标准差中可以得出结论：大地高计算出来的离散程度很大，波动很大，很不稳定。纬度和经度如果用度来表示，标准差在 10^{-5} 量级，计算结果是比较平稳的。

绘制图 3，将纬度、经度和大地高的解算结果直观地显示出来。在大地高的结果中，有 6 个历元的结果远远高于正常波动，这 6 个历元对应的是 559851s，559856s,559861s,559866s,559871s,559876s。

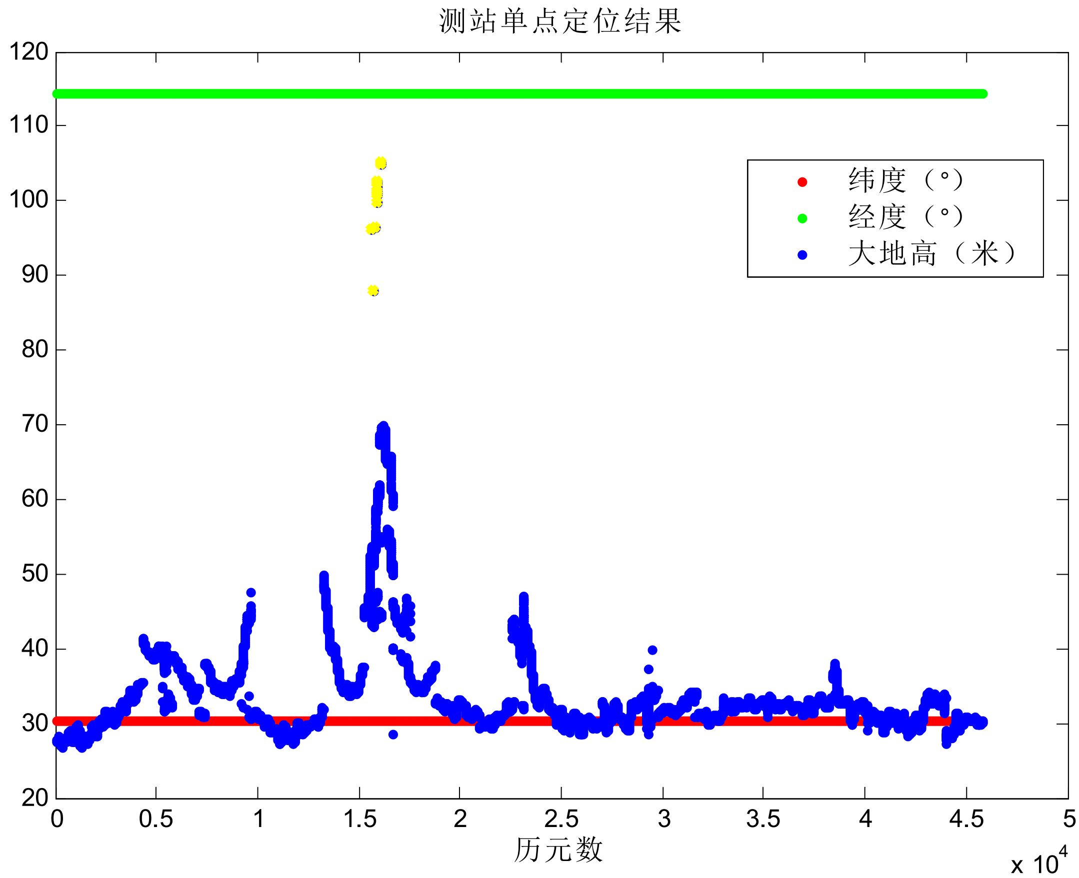

图 3 测站位置结果

同时输出高程结果和 DOP 值分布图，发现两者有很强的相关性，DOP 值越低，高程结果就越好，DOP 值越大，高程结果也越差。这是因为 DOP 值反应了卫星与测站之间的几何关系，几何关系越好，测站的定位结果可能就越好。

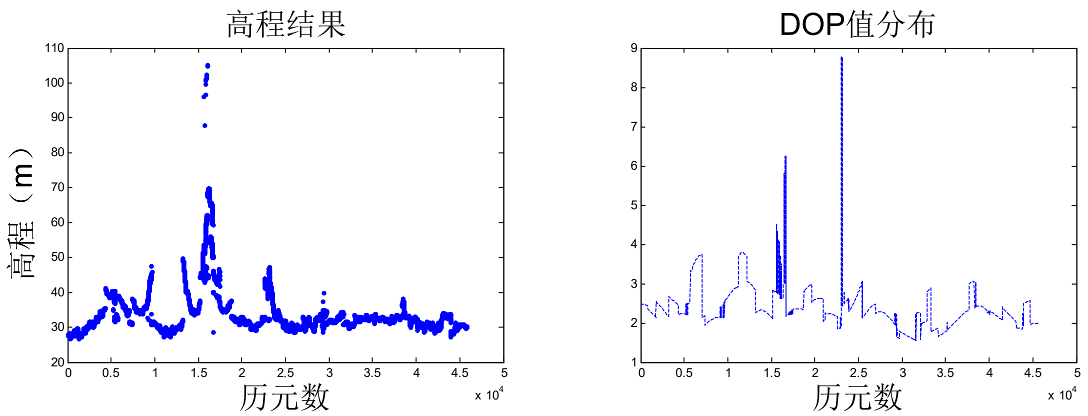

图 4 高程结果与 DOP 值分布图的对比

比较 543993s 的卫星天空投影图和 559851s 的卫星天空投影图，观察卫星空间的分布情况，如图 5 所示，参与 559851 历元位置解算的卫星，它们的高度角普遍较低（低于 10 度以下则放弃这颗卫星），这可能是导致解算结果不良的原因。解算结果不良的原因还可能是某

颗卫星的伪距观测值粗差太大。

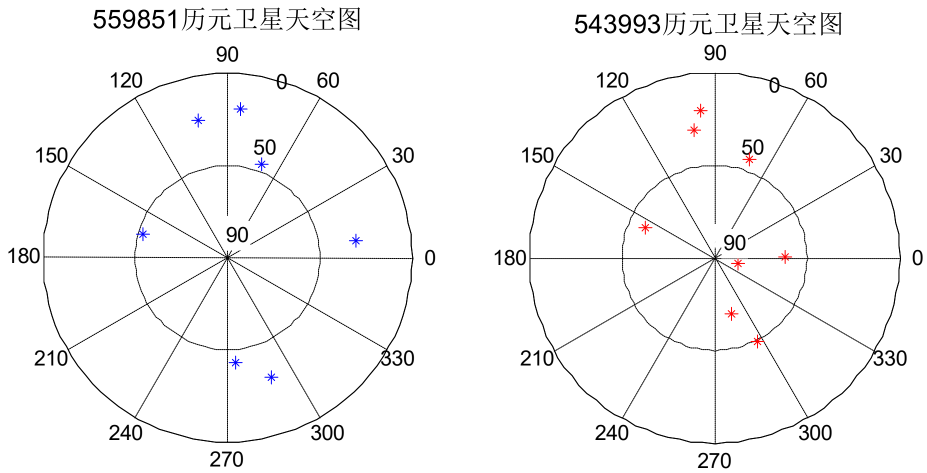

图 5 卫星天空图

为了更好地分析定位结果，将表 1 所示的经纬度和高程的平均值作为测站的参考坐标，然后将参考点坐标由大地坐标系转为东北天的站心坐标系，然后计算每个历元的解算结果在参考点的站心坐标系中的（E,N,U）坐标，图 6 直观地显示了每个历元解算结果相对参考点的误差。如图可知，在 559851 历元附近的解算结果，在北向和天向产生了很大的误差。

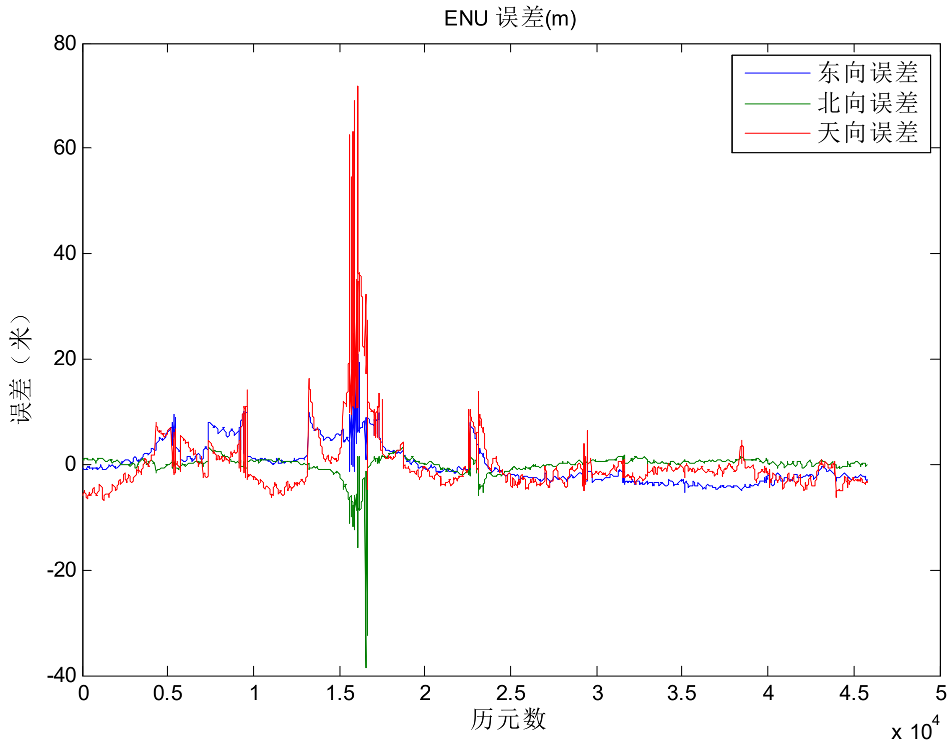

图 6 测站 ENU 坐标的结果

整理完解算结果的内符合精度，再处理解算结果的外符合精度，分别和滤波解算结果、NovAtel 接收机自输出结果、参考单点定位结果进行比较，因为高程方向的解算结果浮动最

大，所以只对比高程的解算结果。如图 7 所示

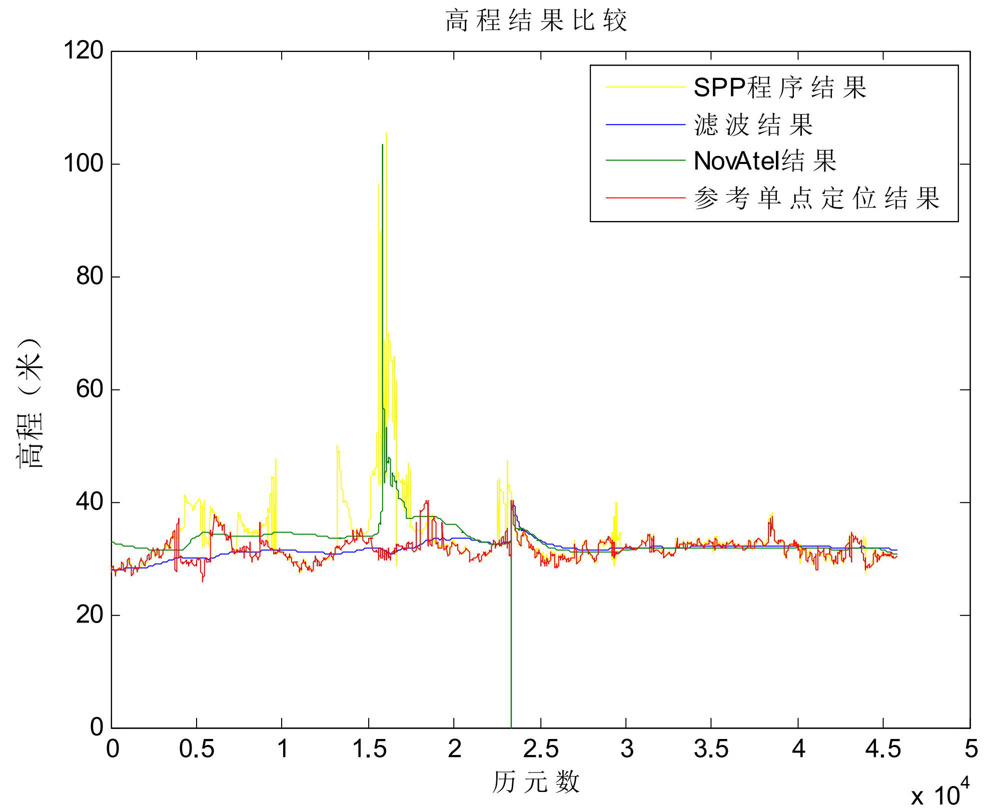

图 7 高程结果比较

本程序的结果精度最差，显著差于滤波定位得到的高程结果，NovAtel 除了个别历元输出结果突然加剧，其余历元和滤波结果较为相符，而参考单点定位结果和本程序结果都不是平滑输出，但参考单点定位处理了较大的粗差，不存在过大的浮动。

综上，本 SPP 程序已经实现了伪距单点定位的精度要求。

4.3 单点测速结果和精度分析

根据单点测速的算法设计，计算出测站的 X 向、Y 向、Z 向的速度，既然测站静止，测站的速度应该接近于 0。本程序每个历元计算一次测站速度。除非某历元可用的卫星数小于 4 颗或者观测值数据有问题，则该历元不予计算速度，且在控制台发出警告信息。

各个历元的计算结果的统计数据如下表 2 所示

表 2 测站速度结果

	平均值	标准差	绝对值最大值
X 向速度	-5.1123e-04	0.0350	-6.8017
Y 向速度	0.0017	0.0558	10.8865
Z 向速度	-0.0040	0.0898	18.5511

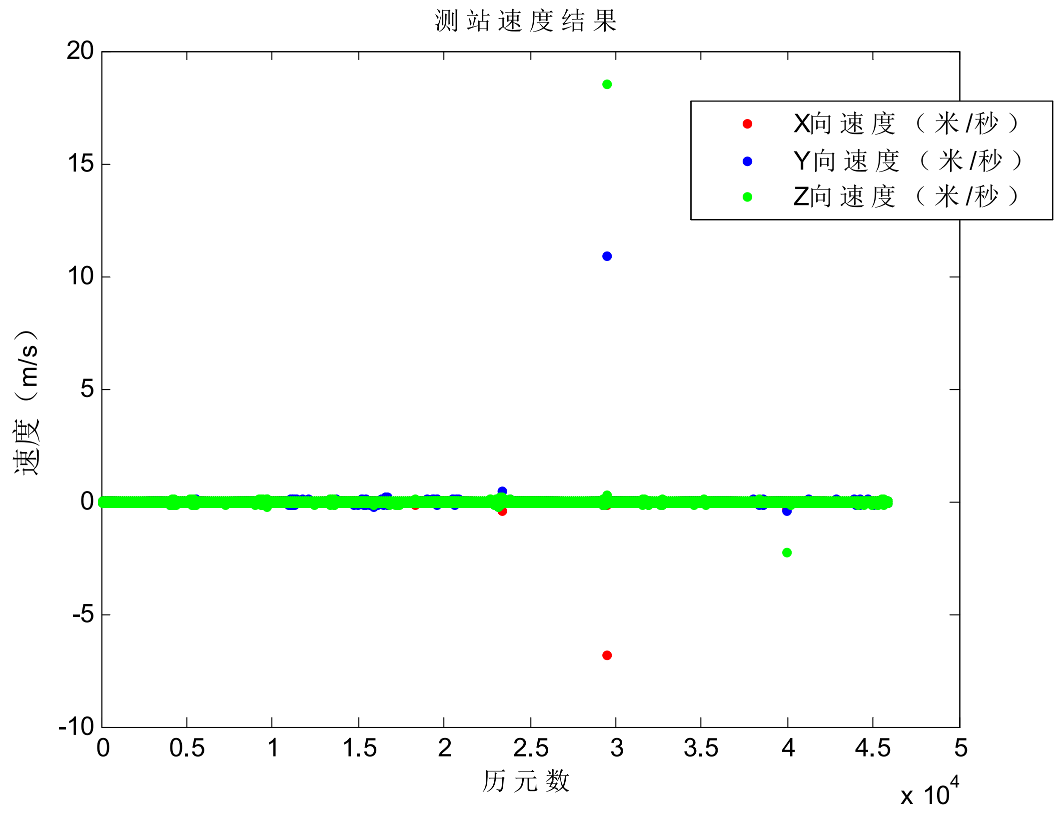

图 8 测站速度结果

如图 8 所示，单点测速的精度很高，几乎每个历元的结果都在 0 附近，而且标准差很小，说明测速结果的离散程度低。

为了探究为什么有的历元的速度结果不尽人意，如图 9 所示，绘出测站速度结果与每个历元解算结果的 sigma 值进行对比。

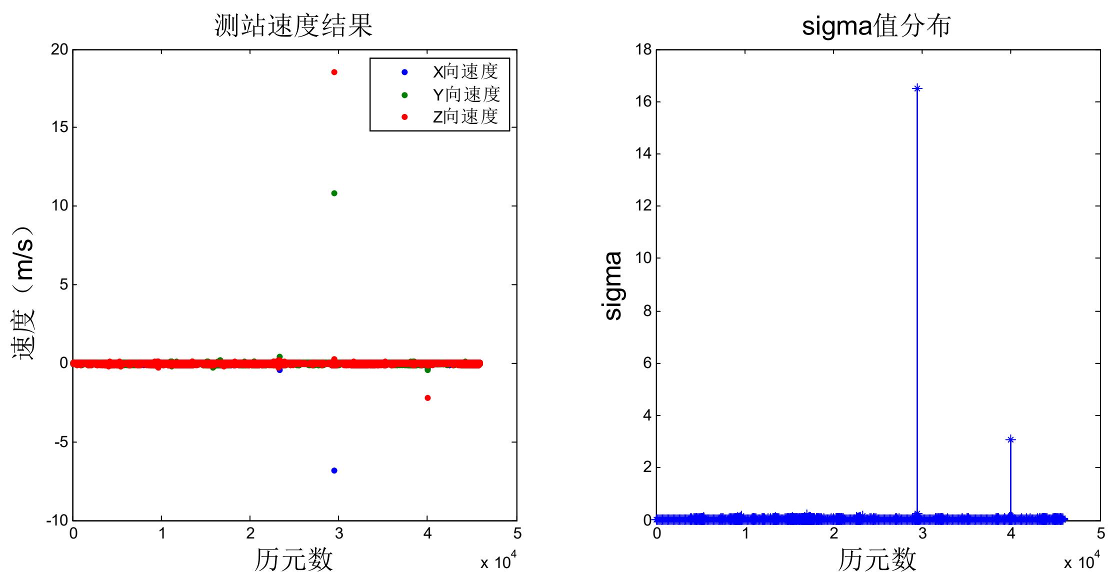

图 9 测站速度结果与 sigma 值分布图的对比

由图 9，我们可以认为速度解算结果与 sigma 值的分布有很强的相关性，当 sigma 值很

小时，速度的解算就很好，当 sigma 值很大时，速度的解算就差。因为 sigma 值反应了残差 O-C 值的大小，sigma 越大，残差越大。可以猜测，在产生不良速度结果的历元里，某颗卫星的多普勒观测值有大的粗差。

附录：基本公式

A1 计算卫星位置

1、计算轨道半长轴 $A=(\sqrt{A})^2$

(由于 NovAtel 星历输出的是轨道半长轴，而非轨道半长轴的平方根，这一步不计算)

2、计算平均角速度 $n_0=\sqrt{\frac{\mu}{A^3}}$

3、计算相对于星历参考历元的时间 $t_k=t-t_{oe}$

(这里的 t 应该是经过卫星钟差改正后的值)

$$t_k\text{为信号发射时的时间}$$

$$t_k=\begin{cases}t_k-604800,\text{当}t_k>302400\\t_k+604800,\text{当}t_k<-302400\\t_k,\text{其它情况}\end{cases}$$

4、对平均运动角速度进行改正 $n=n_0+\Delta n$

5、计算平近点角 $M_k=M_0+nt_k$

6、计算偏近点角（利用下面的开普勒方程，迭代求解）

$M_k=E_k-e\sin E_k$

计算真近点角

$$v_k=\arctan(\frac{\sin v_k}{\cos v_k})=\arctan(\frac{\sqrt{1-e^2}\sin E_k}{\cos E_k-e})$$

7、计算升交角距 $\Phi_k=v_k+\omega$

8、计算二阶调和改正数

计算升交角距的改正数 $du_k=C_{us}\ \sin 2F_k+C_{uc}\ \cos 2F_k$

计算向径的改正数 $dr_k=C_{rs}\ \sin 2F_k+C_{rc}\ \cos 2F_k$

计算轨道倾角的改正数 $di_k=C_{is}\ \sin 2F_k+C_{ic}\ \cos 2F_k$

9、计算经过改正的升交角距 $u_k=\Phi_k+\delta u_k$

10、计算经过改正的向径 $r_k=A(1-e\cdot\cos E_k)+\delta r_k$

11、计算经过改正的轨道倾角$i_k = i_0 + \delta i_k + \dot{i} \cdot t_k$

12、计算卫星在轨道平面上的位置$\begin{cases} x_k' = r_k \cos u_k \\ y_k' = r_k \sin u_k \end{cases}$

13、计算改正后的升交点经度$\Omega_k = \Omega_0 + (\dot{\Omega} - \dot{\Omega}_e) \cdot t_k - \dot{\Omega}_e \cdot t_{oe}$

14、计算在地固坐标系下的位置

$$\begin{cases} x_k = x_k' \cos \Omega_k - y_k' \cos i_k \sin \Omega_k \\ y_k = x_k' \sin \Omega_k + y_k' \cos i_k \cos \Omega_k \\ z_k = y_k' \sin i_k \end{cases}$$

A2 计算卫星速度

$$\dot{E}_k = \frac{n}{1 - e \cos E_k}$$

$$\dot{\Phi}_k = \left(\frac{1+e}{1-e}\right)^{1/2} \frac{\cos^2(\frac{v_k}{2})}{\cos^2(\frac{E_k}{2})} \dot{E}_k$$

$$\dot{u}_k = 2(C_{us} \cos 2\Phi_k - C_{uc} \sin 2\Phi_k)\dot{\Phi}_k + \dot{\Phi}_k$$

$$\dot{r}_k = ae \sin E_k \dot{E}_k + 2(C_{rs} \cos 2\Phi_k - C_{rc} \sin 2\Phi_k)\dot{\Phi}_k$$

$$\dot{I}_k = \dot{i} + 2(C_{is} \cos 2\Phi_k - C_{ic} \sin 2\Phi_k)\dot{\Phi}_k$$

$$\dot{\Omega}_k = \dot{\Omega} - \dot{\Omega}_e$$

$$\dot{R} = \begin{bmatrix} \cos \Omega_k & -\sin \Omega_k \cos i_k & -(x_k' \sin \Omega_k + y_k' \cos \Omega_k \cos i_k) & y_k' \sin \Omega_k \sin i_k \\ \sin \Omega_k & \cos \Omega_k \cos i_k & (x_k' \cos \Omega_k - y_k' \sin \Omega_k \cos i_k) & y_k' \cos \Omega_k \sin i_k \\ 0 & \sin i_k & 0 & y_k' \cos i_k \end{bmatrix}$$

$$\dot{x}_k' = \dot{r}_k \cos u_k - r_k \dot{u}_k \sin u_k$$

$$\dot{y}'_k = \dot{r}_k \sin u_k + r_k \dot{u}_k \cos u_k$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}k \\ \dot{y}k \\ \dot{z}k \end{bmatrix} = \dot{R} \begin{bmatrix} \dot{x}_k' \\ \dot{y}'_k \\ \dot{\Omega}_k \\ \dot{I}_k \end{bmatrix}$$

A3 计算卫星钟差

$$(\Delta t_{SV})_{L1} = a_0 + a_1(t - t_{oc}) + a_2(t - t_{oc})^2 + \Delta t_r - TGD$$
$$\Delta t_r = Fe\sqrt{A}\sin E_k$$
$$F = \frac{-2\sqrt{\mu}}{c^2}$$

其中：Δt_r 为相对论效应改正

A4 计算卫星钟速

$$(\Delta t_{SV})'_{L1} = a_1 + 2a_2(t - t_{oc}) + \Delta t'_r$$
$$\Delta t'_r = Fe\sqrt{A}\cos E_k \dot{E}_k$$
$$F = \frac{-2\sqrt{\mu}}{c^2}$$

其中：$\Delta t'_r$ 为相对论效应改正的导数

A5 电离层改正

1. $\psi = \frac{0.0137}{E+0.11} - 0.022$

2. $\phi_I = \phi_u + \psi \cos A$

if $\phi_I > +0.416$ then $\phi_I = 0.416$; if $\phi_I < -0.416$ then $\phi_I = -0.416$

3. $\lambda_I = \lambda_u + \frac{\psi \sin A}{\cos \phi_I}$

4. $\phi_m = \phi_I + 0.064\cos(\lambda_I - 1.617)$

5. $t = 43200\lambda_I + t_{GPS}$

if $t \geq 86400$, $t = t - 86400$; if $t < 0$, $t = t - 86400$

(注意：这里的 t 应该是一天之内的秒数，也就是周内秒对 86400 求余)

$6.A_I = \sum_{n=0}^{3} \alpha_n \phi_m^n$

if $A_I < 0$, $A_I = 0$

$7.P_I = \sum_{n=0}^{3} \beta_n \phi_m^n$

if $P_I < 72000$,thence $P_I = 72000$

$8.X_I = \frac{2\pi(t-50400)}{P_I}$

$9.F = 1.0 + 16.0(0.53 - E)^3$

$$10.I_{L1_{GPS}} = \begin{cases} [5\cdot 10^{-9} + \sum_{n=0}^{3} \alpha_n \phi_m^n (1 - \frac{X_I^2}{2} + \frac{X_I^2}{24})]\cdot F; |X_I| \le 1.57 \\ 5\cdot 10^{-9}\cdot F; |X_I| \le 1.57 \end{cases}$$

A6 对流层改正

$$\Delta_{Trop} = \Delta_d + \Delta_w = \frac{K_d}{\sin(E^2+6.25)^{\frac{1}{2}}} + \frac{K_w}{\sin(E^2+2.25)^{\frac{1}{2}}}$$

$$K_d = 155.2\cdot 10^{-7}\cdot \frac{p}{T}(h_d - H)$$

$$K_w = 155.2\cdot 10^{-7}\cdot \frac{4810}{T^2} e(h_w - H)$$

$$h_d = 40136 + 148.72(T_0 - 273.16)$$

$$h_w = 11000$$

$$e = RH\cdot \exp(-37.2465 + 0.213166T - 0.000256908T^2)$$

$$T = T_0 - 0.0065(H - H_0)$$

$$p = p_0\cdot (1 - 0.0000226\cdot (H - H_0))^{5.225}$$

$$RH = RH_0\cdot \exp(-0.0006396\cdot (H - H_0))$$

其中：H_0为参考面的高度，T_0、p_0和RH_0分别为参考面的干温、气压和相对湿度；
H为测站高度，T、p和RH分别为测站上的干温、气压和相对湿度；
E为卫星相对于测站的高度角，以度为单位

标准气象元素：

H_0=0m
$T_0=15$℃
p_0=1013.25mbar
RH_0=0.5

A7 计算卫星方位角和高度角

$$\begin{bmatrix} N \\ E \\ U \end{bmatrix}_S = H \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix}_{SP} = H \left(\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_S - \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_P \right)$$

$$H = \begin{bmatrix} -\sin B \cos L & -\sin B \sin L & \cos B \\ -\sin L & \cos L & 0 \\ \cos B \cos L & \cos B \sin L & \sin B \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} r = \sqrt{N^2 + E^2 + U^2} \\ A = \arctan \dfrac{E}{N} \\ E = \arcsin \dfrac{U}{r} \end{cases}$$

其中:$\begin{bmatrix} X & Y & Z \end{bmatrix}_S^T$为卫星的地心坐标系坐标;
$\begin{bmatrix} X & Y & Z \end{bmatrix}_P^T$为观测站的的地心坐标系坐标;
B,L为测站的大地纬度和大地经度
r为卫星到测站P的距离，A为方位角，E为高度角