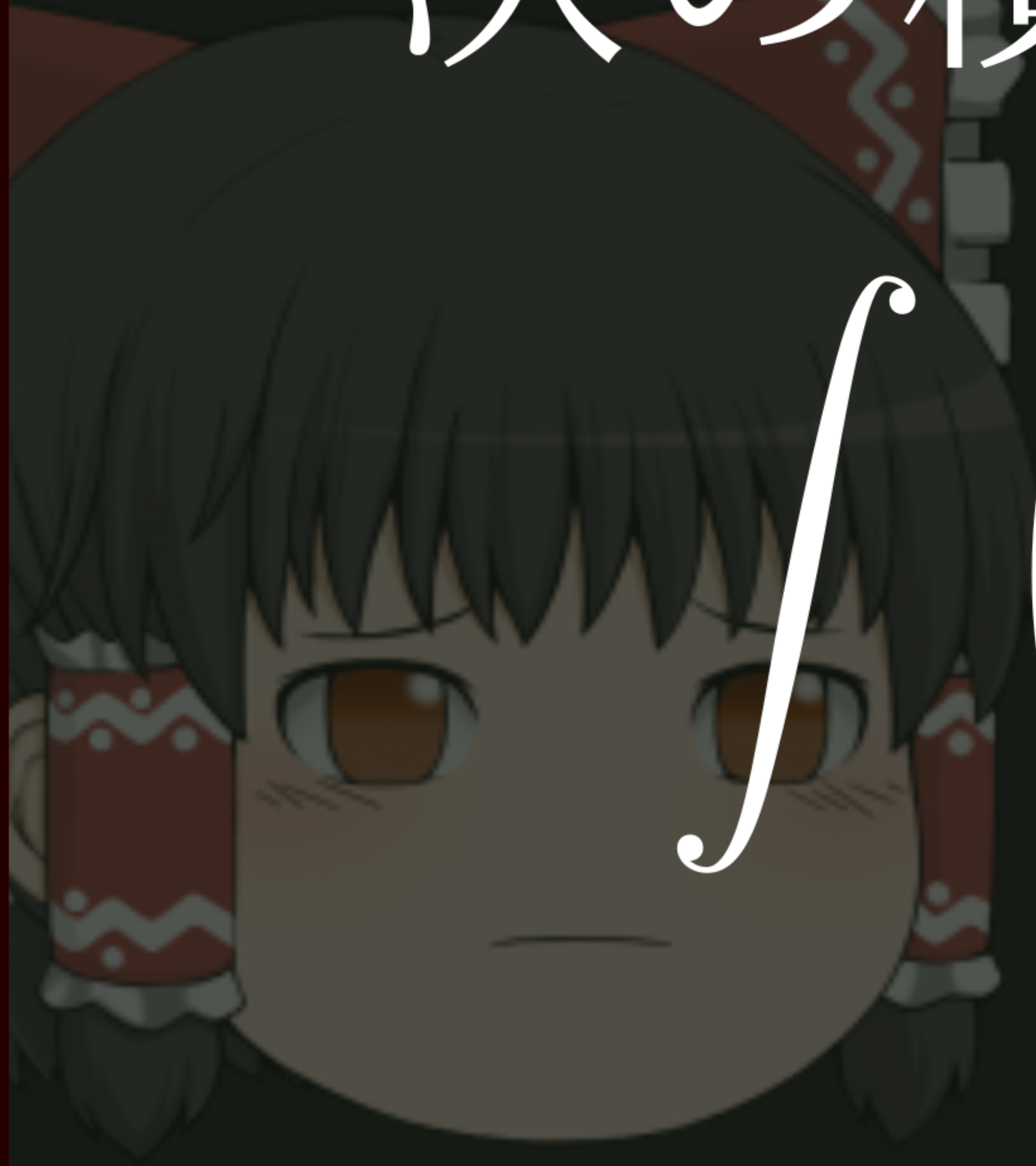


変な方法で計算してみた!

次の積分を計算せよ。

$$\int \left(x - \frac{1}{x^3} \right) dx$$



次の積分を計算せよ。

$$\int \left(x - \frac{1}{x^3} \right) dx$$

解答

$$\begin{aligned} \int \left(x - \frac{1}{x^3} \right) dx &= \int x \left(1 - \frac{1}{x^4} \right) dx \\ &= \int x \left(1 - \frac{1}{x^2} \right) \left(1 + \frac{1}{x^2} \right) dx \\ &= \int \left(x - \frac{1}{x} \right) \left(1 + \frac{1}{x^2} \right) dx \\ &= \int \left(x - \frac{1}{x} \right) d \left(x - \frac{1}{x} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(x - \frac{1}{x} \right)^2 + C \end{aligned}$$

ポイント

$$d \left(x \left(1 \pm \frac{1}{x^2} \right) \right) = \left(1 \mp \frac{1}{x^2} \right) dx$$

であるから、 $\left(1 \mp \frac{1}{x^2} \right) f \left(x \pm \frac{1}{x} \right)$ の形の関数の積分は f の積分に帰着させられる。

$$\int \left(1 \mp \frac{1}{x^2} \right) f \left(x \pm \frac{1}{x} \right) dx = \int f(u) du$$

結論

$$\int \left(x - \frac{1}{x^3} \right) dx = \frac{1}{2} \left(x - \frac{1}{x} \right)^2 + C$$