

# 実数 $x$ の方程式

$$x^x = 2$$



次の等式を満たす実数 $x$ を全て答えよ。

$$x^x = 2$$

解答1

$$x^x = 2$$

$$x \ln(x) = \ln(2)$$

$$\ln(x)e^{\ln(x)} = \ln(2)$$

$$\ln(x) = W(\ln(2))$$

$$x = e^{W(\ln(2))}$$

$$= 1.5596104694623693 \dots$$

解答2 (数値計算)

$$X_0 = 1$$

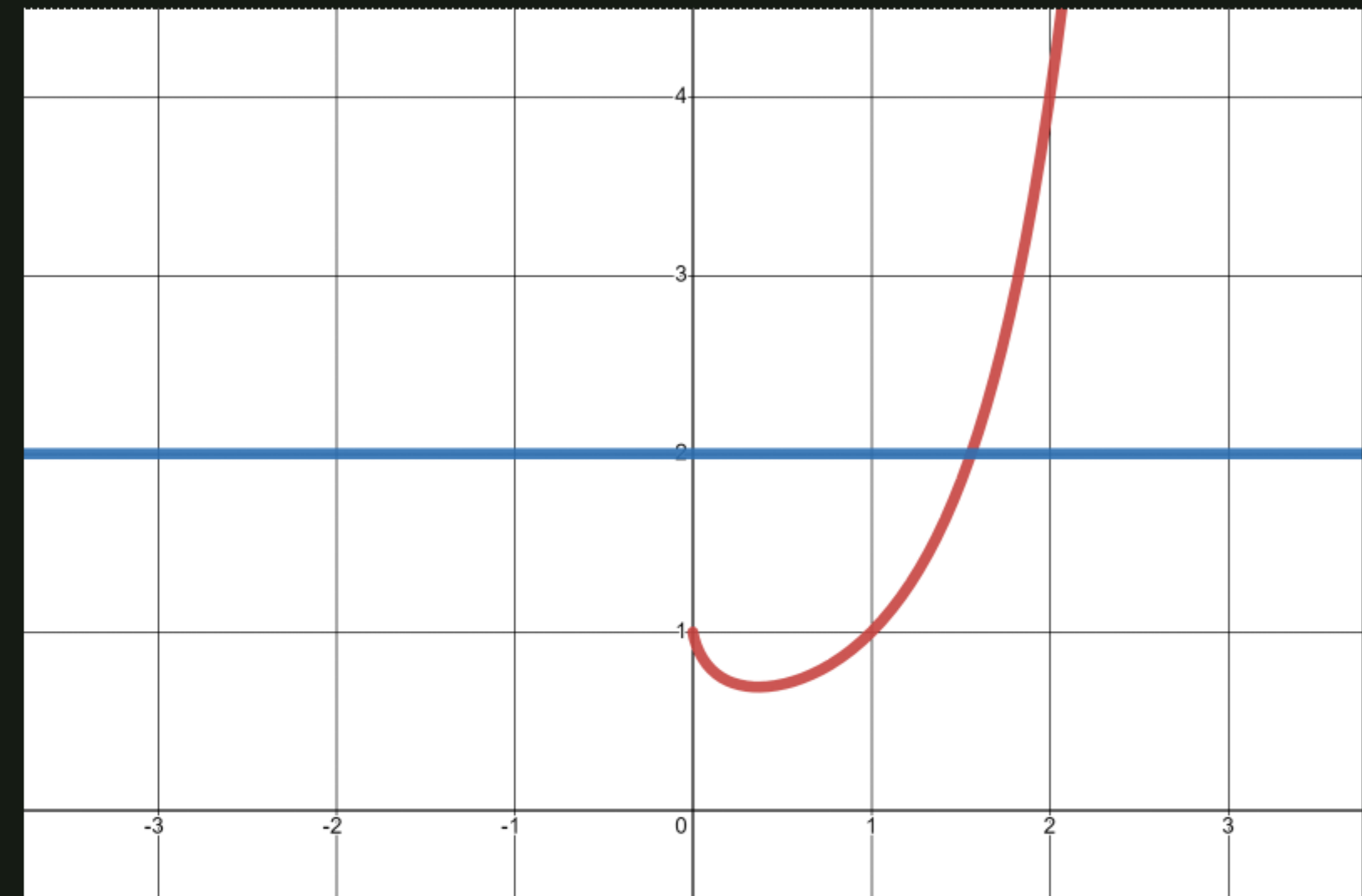
$$X_n = X_{n-1} - \frac{1 - 2X_{n-1}^{-X_{n-1}}}{1 + \ln(X_{n-1})} \quad (n \geq 1)$$

このとき、 $\lim_{n \rightarrow \infty} X_n$  が解に一致する。

結論

$$\exists x \in \mathbb{R} \text{ s.t. } x^x = 2 \iff x = e^{W(\ln(2))}$$

グラフ



$$y = 2$$

$$y = x^x$$