次の積分を計算せよ。

$$\frac{\ln(x)}{\left(1 + \ln(x)\right)^2} \, \mathrm{d}x$$

次の積分を計算せよ。

$$\int \frac{\ln(x)}{\left(1 + \ln(x)\right)^2} \, \mathrm{d}x$$

解答

$$\int \frac{\ln(x)}{(1+\ln(x))^2} dx = \int \frac{\ln(x)}{(1+\ln(x))^2} \cdot \frac{x}{x} dx$$

$$= \int x \ln(x) \cdot \frac{d(\ln(x))}{(1+\ln(x))^2}$$

$$= -\frac{x \ln(x)}{1+\ln(x)} + \int dx$$

$$= -\frac{x \ln(x)}{1+\ln(x)} + x + C$$

$$= \frac{x}{1+\ln(x)} + C$$

ポイント

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}(\ln(x)) = \frac{1}{x}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}(x\ln(x)) = 1 + \ln(x)$$

うまく組み合わさるように作られていた。

結論

$$\int \frac{\ln(x)}{(1 + \ln(x))^2} \, \mathrm{d}x = \frac{x}{1 + \ln(x)} + C$$