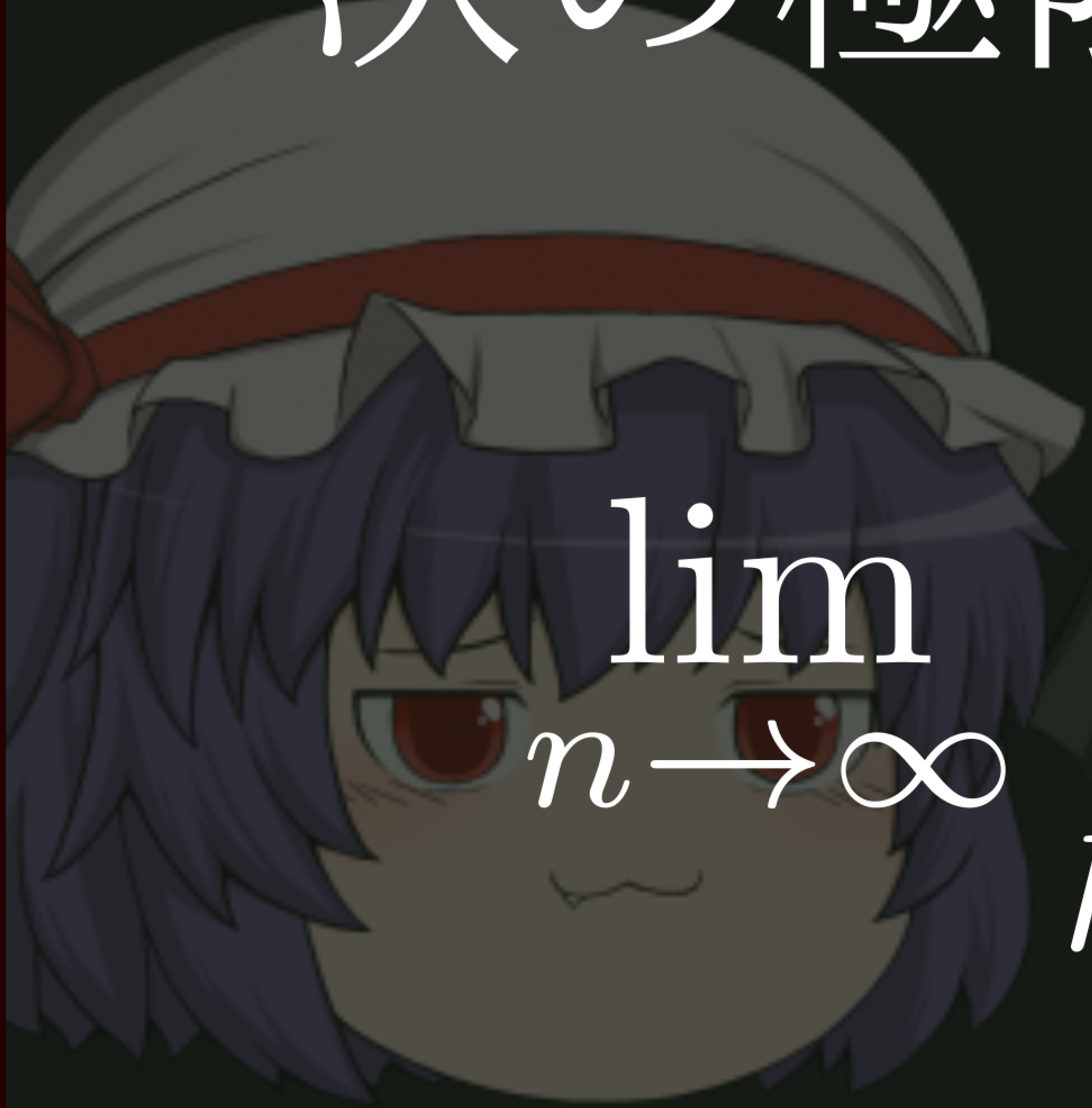
次の極限を計算せよ。



$$\lim_{n\to\infty}\sum_{k=n+1}^{3n}\frac{1}{2n+k}$$

次の極限を計算せよ。

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{k=n+1}^{3n}\frac{1}{2n+k}$$

解答

$$\begin{aligned}\lim_{n\to\infty}\sum_{k=n+1}^{3n}\frac{1}{2n+k} &= \lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{2n}\frac{1}{3n+k}\\ &= \lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{2n}\frac{1}{3+\frac{k}{n}}\\ &= \int_0^2\frac{1}{3+x}\mathrm{d}x\\ &= \Big[\ln(3+x)\Big]_0^2\\ &= \ln\left(\frac{5}{3}\right)\end{aligned}$$

結論

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{k=n+1}^{3n}\frac{1}{2n+k}=\ln\left(\frac{5}{3}\right)$$

補足

【区分求積法】

区間 $[0,1]$ 上で定義された連続関数fについて次が成り立つ。

$$\int_0^1 f(x)\ \mathrm{d}x=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}f\left(\frac{k}{n}\right)$$