

整数 a, b の方程式

$$a + 2ab + b = 8$$



次の等式を満たす整数 a, b を全て答えよ。

$$a + 2ab + b = 8$$

解答

$$a + 2ab + b = 8$$

$$4ab + 2a + 2b = 16$$

$$(2a + 1)(2b + 1) = 17$$

17の素因数は17のみであるので、 $2a + 1$ と $2b + 1$ の組は次の4つのみだと考えられる。

$$(2a + 1, 2b + 1) = (-17, -1)$$

$$(-1, -17)$$

$$(1, 17)$$

$$(17, 1)$$

故に、 a と b の組4つを得る。

$$(a, b) = (-9, -1)$$

$$(-1, -9)$$

$$(0, 8)$$

$$(8, 0)$$

結論

$$\exists a, b \in \mathbb{Z}; a + 2ab + b = 8$$

$$\iff (a, b) = (-9, -1), (-1, -9), (0, 8), (8, 0)$$