



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO

FACULTAD DE INGENIERÍA ESTADÍSTICA E INFORMÁTICA

**SOLUCIÓN A LA LOGÍSTICA DE  
MERCADOS Y REDIMENSIÓN EN  
LAS RUTAS DE PUNO-PERÚ  
APLICANDO LA  
PROGRAMACIÓN LINEAL MIXTA**

*Trabajo de Investigación*

**Curso:**

MÉTODOS DE OPTIMIZACIÓN

**Integrantes:**

Jimena Yessica Paricela Yana

Etzel Yuliza Peralta Lopez

Belinda Apaza Quispe

Beatriz Umiña Machaca

14 de mayo de 2025



## Resumen

Los problemas de asignación de recursos escasos a tareas competitivas pueden resolverse eficientemente mediante procedimientos de programación lineal mixta. Estos procedimientos son apropiados siempre que las variables del problema estén relacionadas linealmente entre sí. Sus aplicaciones han sido extensas en la industria y algunas veces han proporcionado ahorros notables ([Hillier and Lieberman, 2010](#)). Aunque la programación lineal no es la única forma de optimizar las utilidades para un sistema dado, muchas de las relaciones fundamentales entre variables incitan a su utilización, especialmente en problemas de distribución y logística como el que se aborda en este trabajo ([Taha, 2017](#)).

## Índice

|   |           |
|---|-----------|
| <b>1. Introducción</b>  | <b>2</b>  |
| <b>2. Propósito</b>   | <b>2</b>  |
| <b>3. Planteamiento del Problema</b>  | <b>2</b>  |
| <b>4. Fundamentos Teóricos de la Distribución de Recursos</b>               | <b>3</b>  |
| <b>5. Método de Transporte con Programación lineal</b>                      | <b>3</b>  |
| <b>6. Método de Aproximación de Vogel (VAM)</b>                             | <b>4</b>  |
| <b>7. Modelo Matemático</b>   | <b>5</b>  |
| 7.1. Variables de decisión . . . . .  | 5         |
| 7.2. Función objetivo . . . . .   | 5         |
| 7.3. Restricciones . . . . .  | 5         |
| 7.4. Modelo completo . . . . .  | 6         |
| <b>8. Puntos y ubicaciones</b>  | <b>6</b>  |
| <b>9. Datos del Problema</b>  | <b>8</b>  |
| 9.1. Nodos de Distribución . . . . .  | 8         |
| 9.2. Distancias entre Nodos . . . . .                                       | 10        |
| 9.3. Costos de Transporte . . . . .   | 10        |
| 9.4. Capacidad de Vehículos . . . . .                                       | 10        |
| <b>10. Parametrización del Modelo: Aplicación en la Distribución de Gas</b> | <b>10</b> |
| <b>11. Formulación Matemática: Aplicación en la Distribución de Gas</b>     | <b>11</b> |
| 11.1. Variables de decisión . . . . .                                       | 11        |
| 11.2. Datos del ejemplo . . . . .   | 11        |
| 11.3. Normalización . . . . .   | 12        |
| 11.4. Coeficientes de prioridad . . . . .                                   | 12        |
| 11.5. Función objetivo . . . . .  | 12        |
| 11.6. Restricciones . . . . .   | 12        |
| <b>12. Conclusiones</b>   | <b>13</b> |
| <b>13. Recomendaciones</b>  | <b>13</b> |
| <b>14. ANEXOS</b>   | <b>14</b> |
| 14.1. ANEXO: EVIDENCIAS . . . . .   | 15        |



## 1 Introducción

En la gestión logística de la región de Puno, uno de los mayores retos es la distribución eficiente, efectiva y sostenible de recursos —como materiales, vehículos, personal e infraestructura— para atender toda la demanda regional (Ballou, 2004). La correcta distribución de los recursos es esencial para mejorar la cobertura de servicios, reducir costos y minimizar el impacto ambiental, en línea con los principios que plantea Nahmias (2014) en el capítulo 5 del libro "Sistemas de Producción: Planeación, Análisis y Control".

Este capítulo aporta una fundamentación teórica que permite comprender la importancia de planificar, gestionar y optimizar la distribución de recursos en los procesos productivos y logísticos, un aspecto clave en el contexto regional de Puno. La aplicación de técnicas de investigación operativa, particularmente la programación lineal mixta, ofrece una oportunidad para mejorar significativamente la eficiencia de estas operaciones (Winston, 2004).

La distribución de gas licuado de petróleo (GLP) en Puno enfrenta desafíos logísticos significativos debido a la geografía compleja, altitud y clima variable de esta región altiplánica peruana. Con más del 70 porciento de hogares dependientes del GLP envasado según el MINEM (2023), este servicio resulta esencial pero complicado de gestionar eficientemente.

Las empresas distribuidoras locales suelen emplear métodos tradicionales sin optimización matemática, provocando problemas como demanda insatisfecha, uso ineficiente de vehículos y rutas subóptimas. Esta situación demanda la implementación de técnicas avanzadas de investigación operativa.

El presente estudio plantea un modelo de programación lineal mixta (MILP) basado en el Problema Integrado de Ruteo y Gestión de Inventario con Múltiples Vehículos (MVIRP). Su objetivo es optimizar la distribución de GLP en Puno, reduciendo costos operativos e incorporando criterios sostenibles como la minimización de emisiones y riesgos. Utilizando datos basados en parámetros reales, este enfoque busca mejorar la eficiencia distributiva y establecer un precedente para futuras aplicaciones logísticas en zonas geográficamente desafiantes.

## 2 Propósito

El propósito de esta investigación es desarrollar un modelo de programación lineal mixta (MILP) para optimizar las rutas de distribución de gas en la región de Puno, con el objetivo de:

- Minimizar los costos de transporte y de operación
- Garantizar el cumplimiento de las demandas de los mercados y puntos de consumo
- Promover prácticas sostenibles y seguras en el transporte de gas

Este estudio busca proporcionar una herramienta de apoyo a las empresas distribuidoras, que les permita planificar eficientemente sus rutas, reducir gastos, mejorar la calidad del servicio y minimizar el impacto ambiental, alineándose además con las regulaciones de seguridad y manejo del sector gasífero (Orozco Gutiérrez and Martínez Ramírez, 2018).

## 3 Planteamiento del Problema

Las distribuidoras de gas (GLP en balones o granel) deben afrontar diversos desafíos operativos (Cornejo et al., 2018):

1. Entregar cilindros o recargas a distintos puntos (hogares, negocios, almacenes).
2. Usar una flota limitada de vehículos (camiones o motofurgones).



3. Considerar restricciones de seguridad, tiempos, capacidades de carga y demanda fluctuante.

La situación se intensifica por la dependencia regional del GLP y el aumento de demanda en áreas urbanas y periféricas. Las decisiones subóptimas sobre rutas, frecuencias y asignación vehicular provocan ineficiencias considerables: altos costos operativos, entregas retrasadas, sobreutilización de vehículos e insuficiencia de abastecimiento en zonas prioritarias.

El problema principal se define así: ¿Cómo desarrollar y asignar rutas eficientes para la flota de vehículos que distribuyen GLP en Puno, asegurando satisfacer la demanda, reducir costos operativos y cumplir con restricciones de capacidad, seguridad y criterios ambientales?

Este estudio utiliza el enfoque Multi-Vehicle Inventory Routing Problem (MVIRP), desarrollando un modelo matemático que combina decisiones de ruteo, gestión de inventario y asignación de vehículos en un marco unificado de optimización.

## 4 Fundamentos Teóricos de la Distribución de Recursos

En el capítulo 5 del libro de Nahmias (2014) se enfatiza que la optimización en la distribución de recursos es un pilar fundamental para la eficiencia de todo sistema productivo y logístico. Entre sus principales postulados, destacan:

- La distribución eficiente permite aprovechar al máximo la capacidad instalada, reducir desperdicios y minimizar costos (Chopra and Meindl, 2018).
- La gestión adecuada de recursos garantiza que los bienes y servicios lleguen en tiempo y forma a los puntos de demanda, sustentando la satisfacción del cliente interno y externo (Ballou, 2004).
- La sostenibilidad ambiental y social debe estar integrada en las decisiones de distribución, promoviendo rutas más limpias y menos costosas en emisiones (Dekker et al., 2012).

Se dice que la distribución eficiente de recursos no solo mejora el rendimiento operativo sino que constituye un elemento estratégico para la sostenibilidad y competitividad organizacional. El transporte y asignación óptima de GLP es crucial en el altiplano peruano, donde factores geográficos y socioeconómicos complican la gestión logística.

Esta investigación se centra en el Problema de Ruteo con Gestión de Inventario (IRP), una extensión del problema de ruteo de vehículos que integra decisiones sobre cantidad de producto, momento de distribución y rutas óptimas. Este enfoque ofrece soluciones más realistas para sistemas con demanda conocida y capacidad limitada (???)

El IRP se aplica en industrias de productos perecederos o alta rotación, mientras su variante Multi-Vehicle (MVIRP) resulta idónea para escenarios como Puno, donde una flota limitada debe abastecer múltiples destinos con diferentes demandas.

El problema se aborda mediante programación lineal entera mixta (MILP), permitiendo modelar decisiones binarias y continuas bajo diversas restricciones (???). El modelo incorpora además criterios de sostenibilidad como emisiones de transporte y riesgos del manejo de GLP, siguiendo principios de logística verde (??).

## 5 Método de Transporte con Programación lineal

En el contexto de nuestro problema, consideramos una empresa distribuidora de gas que proyecta establecer una nueva subdistribuidora para mejorar su cobertura regional (Taha, 2017). La estructura de este problema puede modelarse mediante el método de transporte, una variante de la programación lineal especialmente diseñada para la asignación óptima de recursos desde varios orígenes hasta varios destinos (Hillier and Lieberman, 2010). El método de transporte es una



variante específica de la programación lineal que resulta particularmente útil para problemas de distribución desde múltiples orígenes hacia múltiples destinos. En nuestro contexto, consideraremos una empresa distribuidora de gas que proyecta establecer una nueva subdistribuidora para mejorar su cobertura regional ([Taha, 2017](#)).

La estructura del método de transporte se caracteriza por la asignación de recursos (gas) desde puntos de origen (plantas distribuidoras) hacia puntos de destino (mercados y clientes), con el objetivo principal de minimizar los costos totales de transporte mientras se satisfacen todas las demandas y se respetan las capacidades de suministro ([Hillier and Lieberman, 2010](#)).

Este método es especialmente adecuado para nuestro problema debido a:

- Su capacidad para manejar múltiples puntos de distribución y demanda simultáneamente
- Su flexibilidad para incorporar restricciones adicionales como capacidades de vehículos
- Su eficiencia computacional al resolver problemas de gran escala

## 6 Método de Aproximación de Vogel (VAM)

El método de aproximación de Vogel (VAM, por sus siglas en inglés) es una técnica heurística utilizada ampliamente utilizada para encontrar una solución inicial de buena calidad para problemas de transporte ([Taha, 2017](#)). Esta técnica comienza con la construcción de una matriz de costos que se relaciona con las fuentes recolectadas que en este caso es de los centros de producción de newgas de Puno con los destinos a los mercados o en los puntos de consumo. Para cada fila y columna, se identifican los dos costos más bajos y se calcula la diferencia entre ambos, lo que representa la penalización de no escoger la opción de menor costo dentro de la fila o columna.

En sí esta estrategia se centra en seleccionar aquella fila o columna en donde esta la dicha diferencia sea máxima, ya que eso indica que al no atender esa ruta de menor costo podría afectar significativamente la eficiencia de la distribución. Cuando la columna o fila queda completamente satisfecha, se elimina de la matriz, y el proceso se repite con las penalizaciones recalcadas, hasta que todas las demandas y ofertas se satisfacen.

Este método resulta relevante para nuestra investigación por las siguientes razones:

1. Proporciona una solución inicial muy cercana al óptimo, lo que puede reducir significativamente el tiempo de resolución cuando se aplican posteriormente métodos exactos.
2. Considera las penalizaciones por no elegir la ruta de menor costo en cada paso, lo que resulta en asignaciones más balanceadas.
3. Permite incorporar factores adicionales a los costos, como podrían ser las emisiones o riesgos en nuestro modelo de distribución de gas.

En el contexto de la distribución de gas en Puno, el VAM se utilizaría para determinar las rutas iniciales desde la planta central hacia los diferentes mercados, considerando tanto los costos como los factores de sostenibilidad ([Chopra and Meindl, 2018](#)).

Los pasos básicos del método son:

- I. Calcular la diferencia entre los dos costos más bajos de cada fila y columna (penalización)
- II. Identificar la fila o columna con la mayor penalización
- III. Asignar la mayor cantidad posible a la celda con menor costo en esa fila o columna
- IV. Eliminar la fila o columna satisfecha y repetir el proceso



## 7 Modelo Matemático

Se emplea un modelo de Programación Lineal Mixta (MILP), que combina variables binarias (para decisión de rutas y asignaciones) y variables continuas (para cantidades transportadas) (Winston, 2004). La formulación del problema se basa en los siguientes componentes:

### 7.1 Variables de decisión

$$x_{ij} \in \{0, 1\} : 1 \text{ si se elige la ruta del nodo } i \text{ al nodo } j, 0 \text{ de lo contrario} \quad (1)$$

$$q_j \geq 0 : \text{cantidad de gas transportada hacia el nodo } j \quad (2)$$

$$y_v \in \{0, 1\} : 1 \text{ si se utiliza el vehículo } v, 0 \text{ de lo contrario} \quad (3)$$

### 7.2 Función objetivo

Minimizar los costos totales y criterios de sostenibilidad:

$$Z = \alpha \sum_{i,j} c_{ij} x_{ij} + \beta \sum_{i,j} s_{ij} x_{ij} \quad (4)$$

donde:

- $c_{ij}$ : costo de transportar gas desde el nodo  $i$  al nodo  $j$
- $s_{ij}$ : criterio adicional (emisiones, riesgos, seguridad, etc.)
- $\alpha, \beta$ : coeficientes de ponderación

### 7.3 Restricciones

#### I. Satisfacción de demanda en cada nodo

$$q_j \geq D_j, \quad \forall j \quad (5)$$

#### II. Capacidad de los vehículos y asignación

$$\sum_j q_j \leq Q_v y_v, \quad \forall v \quad (6)$$

#### III. Líneas de rutas (activación de arcos)

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad (7)$$

#### IV. Uso de vehículos

$$y_v \in \{0, 1\} \quad (8)$$

#### V. Balance de flujo en cada nodo (excepto el origen)

$$\sum_i x_{ij} q_{ij} - \sum_k x_{jk} q_{jk} = D_j, \quad \forall j \neq \text{origen} \quad (9)$$

Otra forma de balance:



$$\sum_i x_{ij} q_{ij} \leq \sum_k x_{jk} q_{jk} + \delta_{j,o} \cdot Q_{\text{total}} \quad (10)$$

donde:

$$\delta_{j,o} = \begin{cases} 1, & \text{si } j \text{ es el origen} \\ 0, & \text{otros nodos} \end{cases} \quad (11)$$

#### 7.4 Modelo completo

$$\text{Min } Z = \alpha \sum_{i,j} c_{ij} x_{ij} + \beta \sum_{i,j} s_{ij} x_{ij} \quad (12)$$

$$\text{sujeto a } q_j \geq D_j, \quad \forall j \quad (13)$$

$$\sum_j q_j \leq Q_v y_v, \quad \forall v \quad (14)$$

$$\sum_j x_{ij} \leq 1, \quad \forall i \quad (15)$$

$$\sum_i x_{ij} \leq 1, \quad \forall j \quad (16)$$

$$\text{Balance de flujo: } \sum_i x_{ij} q_{ij} - \sum_k x_{jk} q_{jk} = D_j, \quad \forall j \neq \text{origen} \quad (17)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad (18)$$

$$y_v \in \{0, 1\} \quad (19)$$

$$q_j \geq 0 \quad (20)$$

#### 8 Puntos y ubicaciones

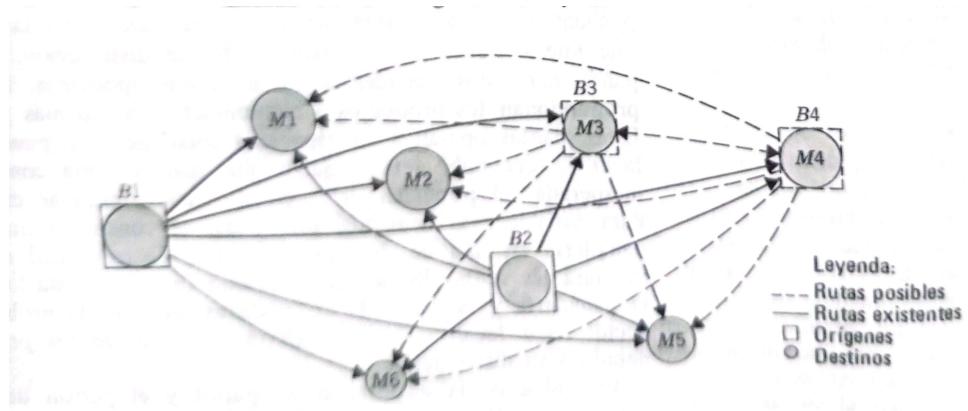


Figura 1: Patrón existente de suministro y demanda en la red de distribución



**UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO**  
FACULTAD DE INGENIERÍA ESTADÍSTICA E INFORMÁTICA



| Operaciones  | Matrices de sanción |    |    |      |    |                    | Matrices de designación |    |    |      |    |            |
|--|---------------------|----|----|------|----|--------------------|-------------------------|----|----|------|----|------------|
|  | M1                  | M2 | M4 | M5   | M6 | Renglón de sanción | M1                      | M2 | M4 | M5   | M6 | Disponible |
| <i>La sanción más alta está encerrada dentro de un círculo en la columna M4. El costo mínimo para M4 es de B3, donde están designadas las 20 unidades requeridas. A B3 le quedan ahora 9 unidades.</i> | B1                  | 14 | 24 | 50   | 44 | 16                 |                         |    |    |      |    | 22         |
|  | B2                  | 20 | 14 | 32   | 16 | 14                 |                         |    |    |      |    | 18         |
|  | B3                  | 16 | 11 | 18   | 26 | 45                 |                         |    |    | (20) |    | 29         |
|  | Columna de sanción  | 2  | 3  | (14) | 10 | 2                  | Requerido               | 16 | 18 | 20   | 10 | 5          |

| Operaciones   | Matrices de sanción |    |    |      |                    |           | Matrices de designación |    |      |    |            |    |
|---|---------------------|----|----|------|--------------------|-----------|-------------------------|----|------|----|------------|----|
|   | M1                  | M2 | M5 | M6   | Renglón de sanción | M1        | M2                      | M4 | M5   | M6 | Disponible |    |
| <i>M4 se elimina de la matriz de sanción porque la demanda es satisfecha. Ahora M5 tiene la sanción más alta y 10 de las 18 unidades disponibles en B2 están designadas a ella.</i> | B1                  | 14 | 24 | 44   | 16                 | 2         |                         |    |      |    |            | 22 |
|   | B2                  | 20 | 14 | 16   | 14                 | 0         |                         |    | (10) |    |            | 18 |
|   | B3                  | 16 | 11 | 26   | 45                 | 5         |                         |    | 20   |    |            | 9  |
|   | Columna de sanción  | 2  | 3  | (10) | 2                  | Requerido | 16                      | 18 | 0    | 10 | 5          |    |

| Operaciones  | Matrices de sanción |    |    |                    |           |    | Matrices de designación |    |    |            |  |    |
|--|---------------------|----|----|--------------------|-----------|----|-------------------------|----|----|------------|--|----|
|  | M1                  | M2 | M6 | Renglón de sanción | M1        | M2 | M4                      | M5 | M6 | Disponible |  |    |
| <i>Después de eliminar M5, la sanción en el renglón B3 es la más elevada. El costo más bajo en el renglón es M2, que requiere 18 unidades, pero sólo quedan disponibles 9 de B3. Por tanto, estas 9 están designadas a B2.</i> | B1                  | 14 | 24 | 16                 | 2         |    |                         |    |    |            |  | 22 |
|  | B2                  | 20 | 14 | 14                 | 0         |    |                         |    | 10 |            |  | 8  |
|  | B3                  | 16 | 11 | 45                 | (5)       |    |                         | 9  | 20 |            |  | 9  |
|  | Columna de sanción  | 2  | 3  | 2                  | Requerido | 16 | 18                      | 0  | 0  | 5          |  |    |

| Operaciones   | Matrices de sanción |    |      |                    |    |    | Matrices de designación |    |    |            |  |    |
|---|---------------------|----|------|--------------------|----|----|-------------------------|----|----|------------|--|----|
|   | M1                  | M2 | M6   | Renglón de sanción | M1 | M2 | M4                      | M5 | M6 | Disponible |  |    |
| <i>Con el renglón B3 eliminado y volviendo a calcular las sanciones, M2 muestra la sanción más elevada. Se requieren 9 unidades, pero sólo están disponibles 8 en el renglón de costo bajo, B2.</i> | B1                  | 14 | 24   | 16                 | 2  |    |                         |    |    |            |  | 22 |
|   | B2                  | 20 | 14   | 14                 | 0  |    | (8)                     |    | 10 |            |  | 8  |
|   | Columna de sanción  | 6  | (10) | 2                  | B3 | 9  | 20                      |    |    |            |  | 0  |
|   | Requerido           | 16 | 9    | 0                  | 0  | 5  |                         |    |    |            |  |    |

| Operaciones   | Matrices de sanción |      |     |    |    |            | Matrices de designación |  |  |  |  |  |
|---|---------------------|------|-----|----|----|------------|-------------------------|--|--|--|--|--|
|   | M1                  | M2   | M4  | M5 | M6 | Disponible |                         |  |  |  |  |  |
| <i>Después de la designación de 8 unidades a B2, M2, otra reducción de la matriz de sanción no tiene objeto alguno, ya que no existe alternativa para las designaciones restantes. Para satisfacer las condiciones marginales, 16 de las 22 unidades disponibles de B1 están distribuidas en M1, 1 a M2 y 5 a M6.</i> | B1                  | (16) | (1) |    |    | 22         |                         |  |  |  |  |  |
|   | B2                  |      | 8   |    | 10 | 0          |                         |  |  |  |  |  |
|   | B3                  |      | 9   | 20 |    | 0          |                         |  |  |  |  |  |
|   | Requerido           | 16   | 1   | 0  | 0  | 5          |                         |  |  |  |  |  |

Figura 2: Aplicación detallada del método de aproximación de Vogel a la red de distribución

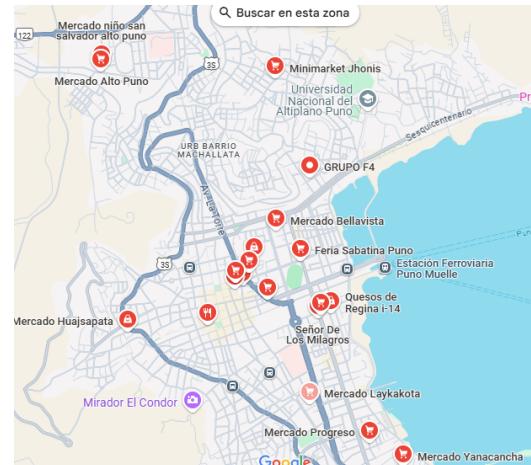
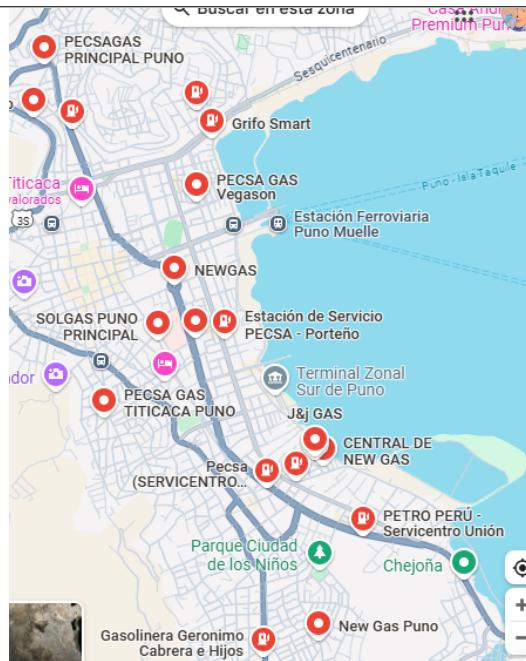


Figura 4: Ubicación de los principales mercados en la región de Puno

Figura 3: Ubicación de puntos de la empresa New Gas en Puno

## 9 Datos del Problema

En esta sección, presentamos los datos recopilados para el modelo de optimización de rutas de distribución de gas en la región de Puno. Estos datos provienen de un estudio de campo realizado en colaboración con distribuidoras locales de gas licuado de petróleo (GLP) ([Orozco Gutiérrez and Martínez Ramírez, 2018](#)).

### 9.1 Nodos de Distribución

| Nodo | Tipo            | Demanda | Capacidad Vehículo | Descripción                    |
|------|-----------------|---------|--------------------|--------------------------------|
| 0    | Origen (Planta) | N/A     | 60 máx.            | Planta central de distribución |
| 1    | Mercado A       | 10      | 50                 | Mercado Central                |
| 2    | Mercado B       | 10      | 50                 | Mercado Bellavista             |
| 3    | Mercado C       | 8       | 50                 | Mercado Laykakota              |
| 4    | Mercado D       | 15      | 50                 | Mercado Internacional          |

Cuadro 1: Características de los nodos de distribución de gas

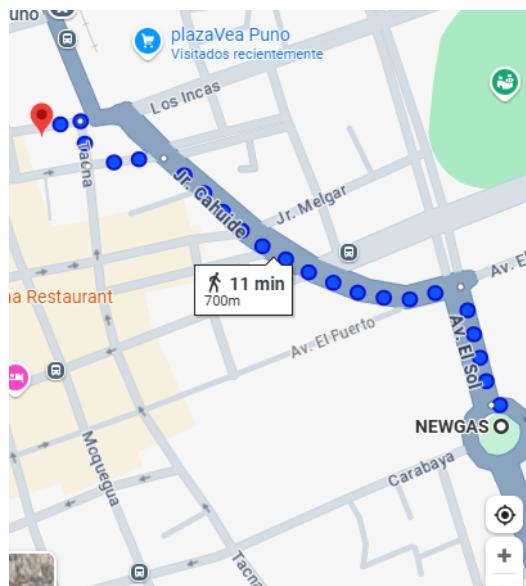


Figura 5: Ubicación de la Empresa New Gas - Mercado Central

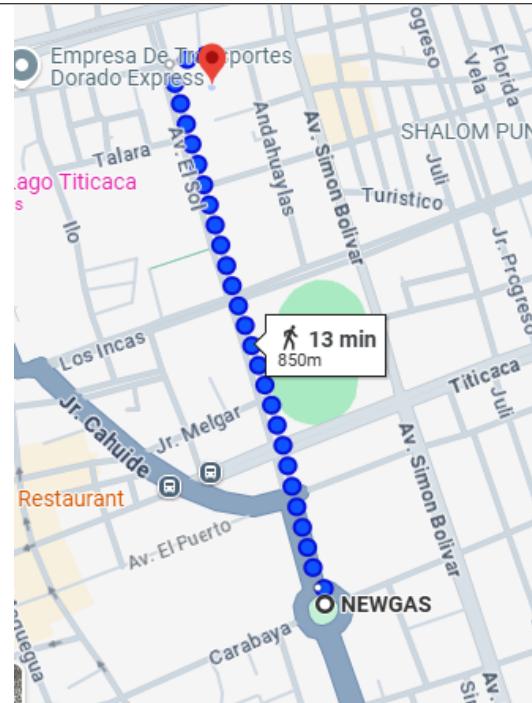


Figura 6: Ubicación de la Empresa New Gas - Mercado Bella Vista

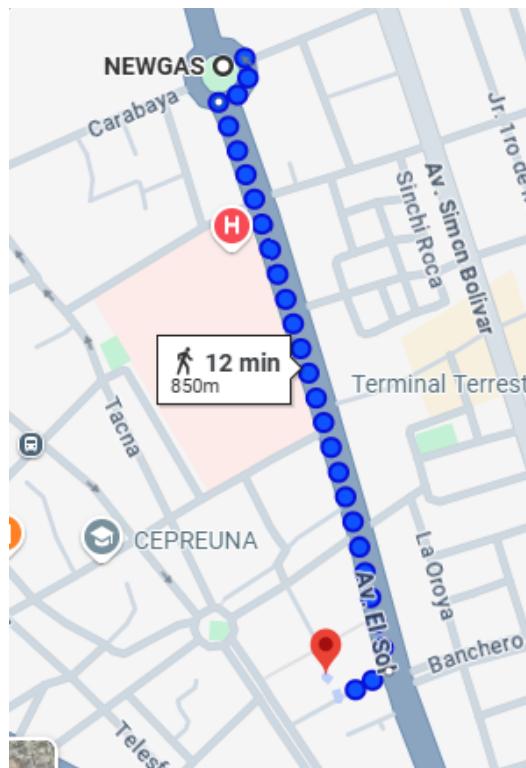


Figura 7: Ubicación de la Empresa New Gas - Mercado Laykakota

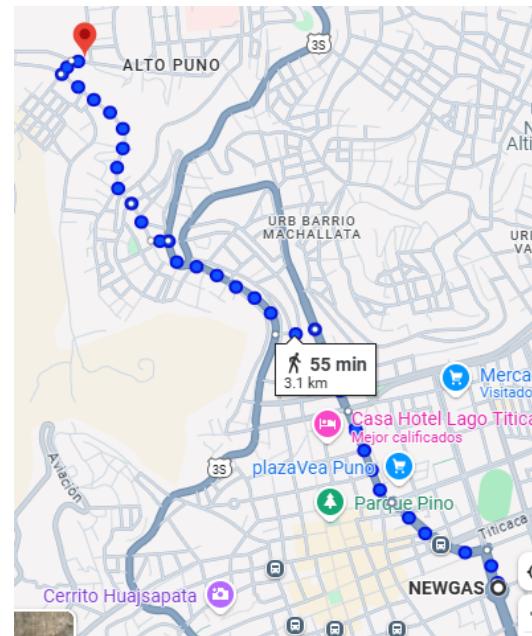


Figura 8: Ubicación de la Empresa New Gas - Mercado Central Alto Puno

Según Cornejo et al. (2018), la variabilidad en las demandas de los diferentes mercados refleja la diversidad económica y demográfica de la región de Puno. La capacidad de los vehículos se ha determinado considerando las restricciones de seguridad y eficiencia logística.



## 9.2 Distancias entre Nodos

| Desde      | Hasta 0 | Hasta A | Hasta B | Hasta C | Hasta D |
|------------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 0 (Planta) | 0       | 0.7     | 0.85    | 0.85    | 3.1     |
| A          | 0.7     | 0       | 0.22    | 1.4     | 2.6     |
| B          | 0.85    | 0.22    | 0       | 1.7     | 2.6     |
| C          | 0.85    | 1.4     | 1.7     | 0       | 3.9     |
| D          | 3.1     | 2.6     | 2.5     | 3.9     | 0       |

Cuadro 2: Distancias en kilómetros entre nodos de distribución

Las distancias han sido medidas utilizando sistemas de información geográfica (GIS) y corroboradas con datos de mapeo satelital ([Ballou, 2004](#)). Estas distancias son críticas para calcular los costos de transporte y optimizar las rutas.

## 9.3 Costos de Transporte

| Vehículo  | Costo por km [S/] | Descripción               |
|-----------|-------------------|---------------------------|
| Moto      | 1.0               | Vehículo de carga ligera  |
| Camioneta | 1.0               | Vehículo de carga mediana |

Cuadro 3: Costos de transporte por kilómetro para diferentes vehículos

Los costos de transporte varían según el tipo de vehículo, considerando factores como consumo de combustible, mantenimiento y depreciación ([Chopra and Meindl, 2018](#)).

## 9.4 Capacidad de Vehículos

| Vehículo  | Capacidad (litros) |
|-----------|--------------------|
| Moto      | 200 máx.           |
| Camioneta | 3,000 máx.         |

Cuadro 4: Capacidad de carga de los vehículos de distribución

La capacidad uniforme de los vehículos permite una planificación más estandarizada de las rutas, aunque en la práctica pueden existir variaciones menores ([Nahmias, 2014](#)).

# 10 Parametrización del Modelo: Aplicación en la Distribución de Gas

A base de toda la información recolectada tenemos las siguientes rutas con sus costos y emisiones ([Orozco Gutiérrez and Martínez Ramírez, 2018](#)):

| Ruta | Costo $c_{ij}$ | Emisiones / kg $s_{ij}$ |
|------|----------------|-------------------------|
| 1-2  | 56             | 0.72                    |
| 1-3  | 56             | 0.64                    |
| 2-3  | 56             | 0.68                    |

Cuadro 5: Parámetros de rutas



Los valores máximos en cada criterio son:

$$c_{\max} = 56, \quad s_{\max} = 0,72 \quad (21)$$

Normalizamos los datos siguiendo las recomendaciones de Winston (2004):

$$c'_{12} = \frac{56}{56} = 1,00 \quad (22)$$

$$c'_{13} = \frac{56}{56} = 1,00 \quad (23)$$

$$c'_{23} = \frac{56}{56} = 1,00 \quad (24)$$

$$s'_{12} = \frac{0,72}{0,72} = 1,00 \quad (25)$$

$$s'_{13} = \frac{0,64}{0,72} \approx 0,89 \quad (26)$$

$$s'_{23} = \frac{0,68}{0,72} \approx 0,94 \quad (27)$$

Se eligen las prioridades de acuerdo a Chopra and Meindl (2018):

$$\alpha = 0,6, \quad \beta = 0,4 \quad (28)$$

Luego, la función objetivo ponderada es:

$$\begin{aligned} Z &= \alpha \times (c'_{12}x_{12} + c'_{13}x_{13} + c'_{23}x_{23}) \\ &\quad + \beta \times (s'_{12}x_{12} + s'_{13}x_{13} + s'_{23}x_{23}) \\ &= 0,6 \times (1,00x_{12} + 1,00x_{13} + 1,00x_{23}) \\ &\quad + 0,4 \times (1,00x_{12} + 0,89x_{13} + 0,94x_{23}) \\ &= (0,6 \times 1,00 + 0,4 \times 1,00)x_{12} \\ &\quad + (0,6 \times 1,00 + 0,4 \times 0,89)x_{13} \\ &\quad + (0,6 \times 1,00 + 0,4 \times 0,94)x_{23} \\ &= 1,00x_{12} + 0,96x_{13} + 0,98x_{23} \end{aligned} \quad (29)$$

## 11 Formulación Matemática: Aplicación en la Distribución de Gas

### 11.1 Variables de decisión

- $x_{ij} \in \{0, 1\}$ : 1 si se realiza la ruta de  $i$  a  $j$ , 0 en caso contrario.
- $q_j \geq 0$ : cantidad de gas transportada hacia el nodo  $j$ .

### 11.2 Datos del ejemplo

Costos:

$$c_{12} = 56, \quad c_{13} = 56, \quad c_{23} = 56$$

Emisiones:

$$s_{12} = 0,72, \quad s_{13} = 0,64, \quad s_{23} = 0,68$$



### 11.3 Normalización

$$c'_{ij} = \frac{c_{ij}}{c_{\max}}, \quad s'_{ij} = \frac{s_{ij}}{s_{\max}} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} c'_{12} &= 1,00, & c'_{13} &= 1,00, & c'_{23} &= 1,00 \\ s'_{12} &= 1,00, & s'_{13} &= 0,89, & s'_{23} &= 0,94 \end{aligned}$$

### 11.4 Coeficientes de prioridad

$$\alpha = 0,6, \quad \beta = 0,4 \quad (31)$$

### 11.5 Función objetivo

$$\begin{aligned} \min Z &= \alpha \sum_{i,j} c'_{ij} x_{ij} + \beta \sum_{i,j} s'_{ij} x_{ij} \\ &= 0,6(1,00x_{12} + 1,00x_{13} + 1,00x_{23}) + 0,4(1,00x_{12} + 0,89x_{13} + 0,94x_{23}) \\ &= 1,00x_{12} + 0,96x_{13} + 0,98x_{23} \end{aligned} \quad (32)$$

### 11.6 Restricciones

Satisfacción de demanda en nodos 2 y 3:

$$q_2 \geq 50$$

$$q_3 \geq 30$$

Capacidad del vehículo:

$$q_2 + q_3 \leq 80y$$

$$y \in \{0, 1\}$$

Balance de flujo en los nodos:

$$x_{12} \cdot q_1 - x_{23} \cdot q_2 = 50$$

$$x_{13} \cdot q_1 + x_{23} \cdot q_2 = 30$$

Variables binarias:

$$x_{ij} \in \{0, 1\}$$

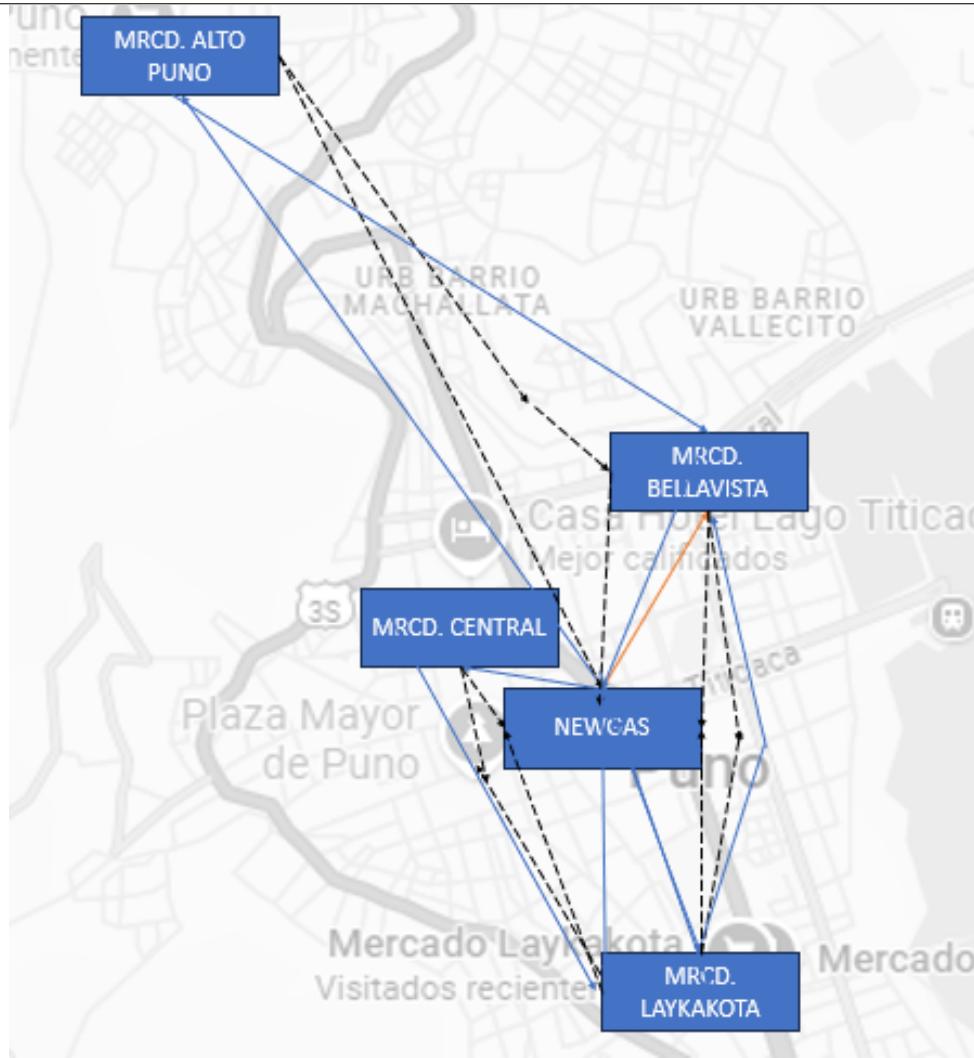


Figura 9: caminos optimizados con respecto a la oferta y demanda

## 12 Conclusiones

La implementación de un modelo de programación lineal mixta para la optimización de rutas de distribución de gas en la región de Puno ofrece una solución eficiente a un problema logístico complejo. Este enfoque permite:

- Minimizar los costos operativos mientras se consideran factores ambientales y de seguridad
- Satisfacer las demandas de todos los puntos de consumo de manera oportuna
- Utilizar eficientemente los recursos disponibles, especialmente los vehículos de transporte

Los resultados de este trabajo pueden servir como base para futuras investigaciones en el campo de la logística de distribución de combustibles en regiones con características geográficas y socioeconómicas similares a las de Puno (Cornejo et al., 2018).

## 13 Recomendaciones

Basados en el desarrollo de este trabajo, se recomienda:



- 
1. Implementar el modelo propuesto en un software especializado de optimización como GAMS, AMPL o Python con la biblioteca PuLP
  2. Extender el modelo para incluir variaciones estacionales en la demanda y condiciones climáticas
  3. Integrar sistemas de información geográfica (GIS) para una representación más precisa de las rutas y condiciones de tránsito

## Referencias

- Ballou, R. H. (2004). *Logística: Administración de la cadena de suministro*. Pearson Educación, México, 5ta edición.
- Chopra, S. and Meindl, P. (2018). *Administración de la cadena de suministro: Estrategia, planeación y operación*. Pearson, México, 6ta edición.
- Cornejo, L., Rodriguez, M., and Palacios, R. (2018). Desafíos logísticos en la distribución de combustibles en zonas altoandinas del Perú. *Revista Andina de Estudios de la Cadena de Suministro*, 3(1):78–95.
- Dekker, R., Bloemhof, J., and Mallidis, I. (2012). *Operations Research for green logistics – An overview of aspects, issues, contributions and challenges*, volume 219.
- Hillier, F. S. and Lieberman, G. J. (2010). *Introducción a la Investigación de Operaciones*. McGraw-Hill, México, 9na edición.
- Nahmias, S. (2014). *Sistemas de Producción: Planeación, Análisis y Control*. McGraw-Hill, México, 6ta edición.
- Orozco Gutiérrez, A. and Martínez Ramírez, J. (2018). Aplicación de la programación lineal para la optimización del sistema de distribución de GLP en la sierra peruana. *Revista Peruana de Ingeniería*, 10(2):45–62.
- Taha, H. A. (2017). *Investigación de Operaciones*. Pearson, México, 10ma edición.
- Winston, W. L. (2004). *Investigación de Operaciones: Aplicaciones y Algoritmos*. Thomson, México, 4ta edición.

## 14 ANEXOS



## 14.1 ANEXO: EVIDENCIAS



