WINTERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO

Ingeniería Estadística e Informática

CAPÍTULO: INVENTARIOS

Modelos de Gestión Óptima







♀ EOQ • Descuentos • Probabilísticos • Optimización

Modelos Determinísticos y Probabilísticos para la Gestión Empresarial



Etzel Yuliza Peralta López

Material de Estudio Especializado

≣ CONTENIDO DEL CAPÍTULO

Índice general

1.	Inve	entarios	3
	1.1.	Importancia de la Gestión de Inventarios	3
		1.1.1. Tipos de Modelos de Inventarios	3
	1.2.	Modelo EOQ Básico	4
		1.2.1. Supuestos del Modelo EOQ	4
		1.2.2. Componentes de Costo	4
		1.2.3. Fórmula del EOQ	5
		1.2.4. Ejercicio Resuelto: EOQ con Pedidos Retrasados	5
	1.3.	Modelo de Lote de Producción	7
		1.3.1. Ejercicio Resuelto: Flemming Accessories	7
	1.4.	Modelo EOQ con Tiempo de Entrega	7
		1.4.1. Ejercicio Resuelto: ICR LLC	8
	1.5.	Modelo con Descuentos por Cantidad	9
		1.5.1. Ejercicio Resuelto: MBI Computadoras	9
	1.6.	Modelo de Demanda Discreta Sin Inventario Inicial	9
		1.6.1. Ejercicio Resuelto: Producto con Demanda Incierta	10
	1.7.	Modelo Probabilístico de Un Período	11
		1.7.1. Ejercicio Resuelto: Chicago Cheese	11
	1.8.	Modelo de Tienda de Abarrotes con Demanda Probabilística	12
		1.8.1. Ejercicio Resuelto: Gestión con Demanda Normal	12
	1.9.	Modelo de Producción con Pedidos Atrasados	13
		1.9.1. Ejercicio Resuelto: Empresa Ladrillera	13
	1.10.	Modelo EOQ con Desabastecimientos	14
		1.10.1. Ejercicio Resuelto: Sistema con Escasez Planificada	14
	1.11.	Modelo Probabilístico de Revisión Periódica (R,S)	15
		1.11.1. Ejercicio Resuelto: Modelo (R,S)	15
	1.12.	Conclusiones	16
	1.13.	Recomendaciones	16

Capítulo 1

Inventarios

1 INTRODUCCIÓN

Los modelos de inventarios constituyen una herramienta fundamental en la gestión empresarial moderna, permitiendo a las organizaciones optimizar sus recursos financieros y operativos. El inventario representa uno de los activos más significativos en muchas empresas, y su gestión eficiente puede determinar el éxito o fracaso de una organización.

1.1. Importancia de la Gestión de Inventarios

Minimizar costos totales: Incluyendo costos de pedido, almacenamiento y escasez

** Mantener niveles de servicio: Satisfacer la demanda del cliente **\$** Optimizar el capital de trabajo: Evitar inversiones excesivas en inventario

Reducir riesgos: Minimizar obsolescencia y deterioro

1.1.1. Tipos de Modelos de Inventarios

CLASIFICACIÓN POR PATRÓN DE DEMANDA

- → Determinísticos: La demanda es conocida y constante
- → Probabilísticos: La demanda es variable y sigue una distribución de probabilidad

U CLASIFICACIÓN POR TIEMPO DE ENTREGA

- → Tiempo de entrega cero: El pedido se recibe inmediatamente
- → Tiempo de entrega constante: El tiempo entre pedido y entrega es fijo
- → Tiempo de entrega variable: El tiempo de entrega varía aleatoriamente

1.2. Modelo EOQ Básico

FUNDAMENTOS TEÓRICOS

El modelo de Cantidad Económica de Pedido (EOQ) es el modelo más fundamental en la teoría de inventarios. Fue desarrollado por Ford W. Harris en 1913 y busca determinar la cantidad óptima de pedido que minimiza los costos totales de inventario.

1.2.1. Supuestos del Modelo EOQ

- 1 La demanda es determinística y constante
- 2 El tiempo de entrega es constante
- 3 No se permiten faltantes
- 4 El costo unitario es constante
- 5 Los costos de pedido y almacenamiento son constantes
- 6 La tasa de consumo es mayor que la de producción

1.2.2. Componentes de Costo

PEDIDO

Costo fijo incurrido cada vez que se realiza un pedido, independiente de la cantidad ordenada.

ALMACENA-MIENTO

Costo de mantener una unidad en inventario durante un período específico.

S ADQUISICIÓN

Costo variable proporcional a la cantidad adquirida.

1.2.3. Fórmula del EOQ

■ CANTIDAD ECONÓMICA DE PEDIDO

$$Q^* = \sqrt{\frac{2DS}{H}} \tag{1.1}$$

- \rightarrow $Q^* = \text{Cantidad \'optima de pedido}$
- \rightarrow D = Demanda anual
- \rightarrow S = Costo de pedido por orden
- \rightarrow H = Costo de almacenamiento por unidad por año

1.2.4. Ejercicio Resuelto: EOQ con Pedidos Retrasados

* PROBLEMA

Clínica de Optometría: Una clínica vende 10,000 monturas anuales. El proveedor cobra \$15 por unidad, con costo de pedido de \$50. El costo de déficit es \$15 por montura/año por pérdida de negocios futuros. El costo de retención anual es $30\,\%$ del costo de compra.

■ SOLUCIÓN PASO A PASO

Paso 1: Identificación de parámetros

$$D = 10,000 \text{ monturas/año} \tag{1.2}$$

$$S = $50 \text{ por pedido} \tag{1.3}$$

$$H = 0.30 \times \$15 = \$4.5 \text{ por unidad/año}$$
 (1.4)

$$B = \$15 \text{ por unidad/año (costo de déficit)}$$
 (1.5)

$$C = \$15 \text{ por unidad}$$
 (1.6)

Paso 2: Cálculo de la cantidad óptima

$$Q^* = \sqrt{\frac{2DS}{H}} \times \sqrt{\frac{H+B}{B}}$$
 (1.7)

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 \times 10,000 \times 50}{4,5}} \times \sqrt{\frac{4,5+15}{15}}$$
 (1.8)

$$= \sqrt{222, 222, 22} \times \sqrt{1,3} \tag{1.9}$$

$$= 471.4 \times 1.14 \tag{1.10}$$

$$= 537.48 \approx 538 \text{ monturas} \tag{1.11}$$

Paso 3: Cálculo del inventario máximo

$$I_{max} = 537,48 \times \frac{15}{4.5 + 15} = 413.48 \approx 414 \text{ monturas}$$
 (1.12)

Paso 4: Déficit máximo

Déficit máximo =
$$537,48 - 413,48 = 124$$
 monturas (1.13)

■ TABLA DE RESULTADOS

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
Demand rate(D)	10000	Optimal order quantity (Q*)	537.48
Setup cost(S)	50	Maximum Inventory Level	413.45
Holding cost(H)	4.5	Maximum Shortage	124.03
Backorder cost(B)	15	Orders per year	18.61
Unit cost	15	Total Cost	151860.5

1.3. Modelo de Lote de Producción

CONTRACTOR OF STREET AND STREET STREET

El modelo de lote de producción se aplica cuando la empresa produce el artículo internamente en lugar de comprarlo a un proveedor externo. La principal diferencia con el EOQ básico es que el inventario se acumula gradualmente durante la producción.

1.3.1. Ejercicio Resuelto: Flemming Accessories

* PROBLEMA

Flemming Accessories: Fabrica cortadoras de papel. Demanda anual: 6,750 unidades constantes. Kristen puede fabricar 125/día en promedio. Demanda durante producción: 30/día. Costo de preparación: \$150. Costo de almacenamiento: \$1/minicortadora/año.

■ SOLUCIÓN

Parámetros:

 $D = 6,750 \text{ unidades/año} \tag{1.14}$

 $p = 125 \times 225 = 28,125 \text{ unidades/año}$ (1.15)

 $Q^* = 1,632 \text{ unidades}$ (1.16)

1.4. Modelo EOQ con Tiempo de Entrega

X FUNDAMENTOS DEL MODELO

Cuando existe un tiempo de entrega entre el momento del pedido y su recepción, es necesario determinar el punto de reorden para evitar faltantes.

1.4.1. Ejercicio Resuelto: ICR LLC

* PROBLEMA

ICR LLC: El director de compras recibió una oferta de ANTSIS-SA para el producto A-2147, con precio unitario de \$22.00 y tiempo de entrega de 4 días. Este suministrador ofrece entregar el pedido de forma paulatina a una tasa de 2000 unidades al mes.

Datos:

- \rightarrow D = 19500 componentes al año
- \rightarrow S = 24072 componentes al año
- \rightarrow K = \$22.00 por componente
- \rightarrow Co = \$50 por pedido
- \rightarrow Ch = (0.02)(12)(22.00) = \$5.28 por componente al año
- \rightarrow L = 4 días
- \rightarrow Días laborables en el año = 307

■ SOLUCIÓN PASO A PASO

Paso 1: Cálculo de cantidad óptima

$$Q = \sqrt{\frac{2(19500)50}{5,28(1 - 19500/24072)}} = 1394,19 \approx 1395 \text{ components}$$
 (1.17)

Paso 2: Punto de reorden

$$R = \frac{19500 \times 4}{307} = 254 \text{ components} \tag{1.18}$$

Paso 3: Cálculos adicionales

- ✓ Tiempo entre pedidos: $t = 1395/19500 = 0.071 \approx 21.79$ días
- ✓ Número de pedidos: n = 19500/1395 = 13.9 pedidos
- ✓ Período de reabastecimiento: $L = 1395/24072 = 0.057 \approx 17.49$ días
- ✓ Inventario máximo: $I_{max} = (24072 19500) \times 0.057 \approx 261$ unidades

1.5. Modelo con Descuentos por Cantidad

FUNDAMENTOS DEL MODELO

Los descuentos por cantidad son estrategias de precios donde el costo unitario disminuye según la cantidad comprada.

1.5.1. Ejercicio Resuelto: MBI Computadoras

* PROBLEMA

 \mathbf{MBI} : Fabrica computadoras personales. Todas sus computadoras usan un disco duro que compra a Ynos. La fábrica opera 52 semanas por año y debe ensamblar 100 discos duros en las computadoras por semana. La tasa de costo de mantener es igual a 20 % del valor del inventario. El costo administrativo de colocar órdenes con Ynos se estima en 50 dólares.

ESTRUCTURA DE DESCUENTOS

Categoría	Cantidad	Precio
1	1 a 99	\$100
2	100 a 499	\$95
3	500 o más	\$90

Parámetros: $D=5{,}200~discos/año,~S=\$50~por~pedido,~i=20\,\%$ Análisis por categorías:

 \rightarrow Q = 99: Costo total = \$523,616.3

 \rightarrow Q = 165: Costo total = \$497,143.3

→ Q = 500: Costo total = \$473,020.0 • ÓPTIMO

Decisión: Q^* óptimo = 500 unidades, Costo total anual = \$473,020.0

1.6. Modelo de Demanda Discreta Sin Inventario Inicial

™ MODELO DE DEMANDA DISCRETA

Cuando la demanda sigue una distribución de probabilidad discreta, utilizamos el modelo de cantidad crítica.

1.6.1. Ejercicio Resuelto: Producto con Demanda Incierta

* PROBLEMA

El costo de compra por unidad de un producto es \$10 y su costo de tenerlo en inventario por unidad por período es de \$1. La pérdida por demandas postergadas ocasiona un costo de \$15 por unidad. ¿Cuál es la cantidad óptima a ordenar dada la distribución de probabilidad de la demanda?

■ SOLUCIÓN

Parámetros:

 \rightarrow Costo de compra: c = \$10

 \rightarrow Costo de almacenamiento: h = \$1

 \rightarrow Costo de escasez: p = \$15

Proporción crítica:

$$\boxed{\frac{p-c}{p+h} = \frac{15-10}{15+1} = 0.3125} \tag{1.19}$$

d	$\mathbf{P}_D(\mathbf{d})$	$\sum \mathbf{P}_D(\mathbf{d})$
0	0.05	0.05
1	0.10	0.15
2	0.10	0.25
3	0.20	0.45
4	0.25	0.70
5	0.15	0.85
6	0.05	0.90
7	0.05	0.95
8	0.05	1.00

Como $P(D \le 2) = 0.25 < 0.3125 \text{ y } P(D \le 3) = 0.45 > 0.3125$

Cantidad óptima: $y^* = 3$ unidades

1.7. Modelo Probabilístico de Un Período

1.7.1. Ejercicio Resuelto: Chicago Cheese

* PROBLEMA

Teresa Granger es gerente de Chicago Cheese, que elabora quesos para untar y otros productos de queso relacionados. E-Z Spread Cheese es un producto que siempre ha sido muy popular.

Datos del problema:

- → Precio de venta: \$100 por caja
- → Costo de producción: \$75 por caja
- → Valor de salvamento: \$50 por caja (productos no vendidos)
- → Teresa nunca vende queso de más de una semana

■ SOLUCIÓN

Costos marginales:

$$Co = 100 - 75 = $25$$
 (costo de oportunidad por falta) (1.20)

$$Cu = 75 - 50 = $25 \text{ (costo de exceso)}$$
 (1.21)

Proporción crítica:

$$\frac{Cu}{Co + Cu} = \frac{25}{25 + 25} = 0.50\tag{1.22}$$

Demanda	10	11	12	13	14
Probabilidad	0.2	0.3	0.2	0.2	0.1
Prob. Acum.	0.2	0.5	0.7	0.9	1.0

Como la proporción crítica es 0.50, y $P(D \le 11) = 0.5$

Respuesta: Producir 11 o 12 cajas de queso

1.8. Modelo de Tienda de Abarrotes con Demanda Probabilística

1.8.1. Ejercicio Resuelto: Gestión con Demanda Normal

* PROBLEMA

Una tienda de abarrotes atiende una demanda anual de un cierto producto, la cual se distribuye como una Normal con promedio 1000 cajas con desviación estándar = 40.8 cajas. El costo de hacer un pedido es \$50 y demora en llegar 2 semanas. El costo anual por conservar una caja en inventario es \$10. A la larga, debe cumplirse la demanda (no hay ventas perdidas). El costo del agotamiento de las existencias por caja es de \$20. Considere 52 semanas/año.

■ SOLUCIÓN

Parámetros del problema:

$$\mu_0 = 1000 \text{ cajas/año}$$
(1.23)
 $\sigma_0 = 40.8 \text{ cajas/año}$
(1.24)
 $k = 50 por pedido
(1.25)
 $L = 2 \text{ semanas}$
(1.26)
 $h = 10 por caja/año
(1.27)

$$C_u = \$20 \text{ por caja} \tag{1.28}$$

 $C_u = \$20 \text{ por caja} \tag{1.28}$

Demanda durante el lead time:

$$\mu_L = \frac{1000 \times 2}{52} = 38,5 \text{ cajas} \tag{1.29}$$

$$\sigma_L = \frac{40.8 \times 2}{52} = 8,002 \text{ cajas} \tag{1.30}$$

Resultados óptimos:

- $Q^* = 100,00 \text{ cajas}$
- ✓ Número de pedidos por año: 10.00

1.9. Modelo de Producción con Pedidos Atrasados

1.9.1. Ejercicio Resuelto: Empresa Ladrillera

* PROBLEMA

Una empresa ladrillera tiene una demanda anual de 210,000 ladrillos. Dicha empresa los produce a un ritmo mensual de 37,500 ladrillos. Se incurre en un costo de \$450 cada vez que se realiza una corrida de producción, el costo anual de almacenamiento es de $1.2 \$ unidad, y el costo anual por tener demanda pendiente es $0.5 \$ unidad. Asumir 360 días por año.

Se pide: 1) El tamaño óptimo de cada corrida de producción, 2) La cantidad de corridas de producción que se deben hacer cada año, 3) El costo total, 4) El nivel máximo de inventario, 5) La demanda pendiente máxima.

■ RESULTADOS

Parámetros calculados:

 \rightarrow Demanda diaria: 210,000/360 = 583.33 ladrillos/día

 \rightarrow Producción diaria: $37,500 \times 12/360 = 1,250$ ladrillos/día

Resultados del modelo:

Parámetro	Valor
Cantidad óptima (Q*)	31,686.95 ladrillos
Inventario máximo	10,537.46 ladrillos
Déficit máximo	11,929.2 ladrillos
Corridas por año	6.63
Costo total anual	\$5,964.6

1.10. Modelo EOQ con Desabastecimientos

1.10.1. Ejercicio Resuelto: Sistema con Escasez Planificada

* PROBLEMA

Un administrador de un sistema de inventario ha utilizado durante años el modelo del lote económico en su trabajo, pero piensa que incorporando escasez planificada debe obtener un resultado más rentable. ¿Es esto correcto?

Preguntas: a) ¿Cuál es el ahorro que se produce si utilizamos el modelo de desabastecimientos permitidos? b) Si el tiempo de entrega es de 1 mes, ¿cuál es el punto de reorden?

■ SOLUCIÓN

Parámetros del modelo:

$$D = 800 \text{ unidades/año}$$
 (1.31)

$$C_o = 150$$
 e por pedido (1.32)

$$C_s = 20$$
 e por unidad/año (escasez) (1.33)

$$C_h = 0.25 \times 12 = 3$$
 por unidad/año (1.34)

Modelo EOQ básico:

$$Q_{EOQ} = \sqrt{\frac{2 \times 150 \times 800}{3}} = 282,843 \text{ unidades}$$
 (1.35)

Modelo con desabastecimientos:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 \times 150 \times 800}{3}} \times \sqrt{\frac{3+20}{20}} = 303,315 \text{ unidades}$$
 (1.36)

$$S^* = \frac{20}{3+20} \times 303,315 = 263,752 \text{ unidades}$$
 (1.37)

Resultados:

- ✓ Costo EOQ tradicional: 848.528 €
- Costo con desabastecimientos: 791.256 €
- Ahorro: 57.272 € (justifica la escasez planificada)
- \bigcirc Punto de reorden (L = 1 mes): R = 66.666 unidades

1.11. Modelo Probabilístico de Revisión Periódica (R,S)

1.11.1. Ejercicio Resuelto: Modelo (R,S)

* PROBLEMA

Sea un producto cuyo costo es de c = \$60.00, pero si no se dispone de él cuando se necesita, ocasiona una pérdida de \$800.00 y si se ha comprado y no se utiliza debe pagarse un costo de almacenamiento de \$10.00 por período R. La demanda es discreta con probabilidades para cada cantidad dadas por una tabla específica.

■ SOLUCIÓN

Parámetros:

 \rightarrow Costo del producto: c = \$60.00

 \rightarrow Costo de ruptura: p = \$800.00

→ Costo de almacenamiento: h = \$10.00 por período R

Proporción crítica:

$$\frac{p}{h+p} = \frac{800}{10+800} = 0.98765432 \tag{1.38}$$

d	0	1	2	3	4	5+
P(d)	0.1	0.2	0.2	0.3	0.1	0.1
$P(D \le d)$	0.1	0.3	0.5	0.8	0.9	1.0

El modelo utiliza la expresión $M(D \le q^*) = p/(h+p) = 0.98765432$ Como $P(D \le 4) = 0.9 < 0.98765432$ y $P(D \le 5) = 1.0 > 0.98765432$

Decisión óptima: Ordenar hasta el nivel S=4 unidades

1.12. Conclusiones

SÍNTESIS DE APRENDIZAJES

Flexibilidad de los Modelos: Los modelos de inventarios ofrecen herramientas adaptables desde EOQ básico hasta modelos probabilísticos complejos.

Importancia del Análisis de Costos: El factor crítico es el correcto análisis de costos: ordenamiento, almacenamiento, escasez y adquisición.

Impacto de la Incertidumbre: Los modelos probabilísticos permiten gestión realista incorporando distribuciones de probabilidad.

Resumen de Ejercicios Resueltos:

- 1. EOQ con pedidos retrasados: Clínica de optometría $Q^* = 538$ monturas
- 2. Lote de producción: Flemming Accessories $Q^* = 1,632$ minicortadoras
- 3. EOQ con tiempo de entrega: ICR LLC $Q^* = 1,395$ componentes, R = 254
- 4. **Descuentos por cantidad:** MBI Computadoras $Q^* = 500$ discos, Ahorro significativo
- 5. Demanda discreta: Producto incierto $Q^* = 3$ unidades
- 6. Modelo probabilístico: Chicago Cheese Producir 11 o 12 cajas
- 7. Demanda normal: Tienda de abarrotes $Q^* = 100$ cajas, $R^* = 52$ cajas
- 8. Producción con atrasos: Empresa ladrillera $Q^* = 31,687$ ladrillos
- 9. EOQ con desabastecimientos: Ahorro de 57.272 € vs EOQ tradicional
- 10. Modelo (R,S): Sistema de revisión periódica Nivel S=4 unidades

1.13. Recomendaciones

🔲 TECNOLOGÍA

- ✓ Sistemas ERP integrados
- ✓ Análisis de datos avanzado
- ✓ Internet de las cosas (IoT)
- Inteligencia artificial

* DESARROLLO

- ✓ Capacitación del personal
- ✓ Cultura de mejora continua
- ✓ Colaboración interdisciplinaria
- **✓** Benchmarking industrial

TENDENCIAS FUTURAS

Evolución hacia:

- → Mayor sofisticación matemática con optimización avanzada
- → Integración multiobjetivo considerando múltiples criterios
- → Adaptabilidad dinámica con ajustes automáticos
- → Sostenibilidad incorporando criterios ambientales

Y La gestión óptima de inventarios seguirá siendo un factor crítico de éxito empresarial