

Вася выписал на доску натуральные числа, все они различны, при том часть из них делится на 2, но не делится на 3, а остальные делятся на 3, но не делятся на 2. Петя посмотрел на выписанные на доске числа и заметил, что можно 25 способами выбрать три числа так, чтобы среди них было как минимум одно четное и хотя бы одно число, делящееся на 3.

Сколько чисел написал Вася?

Пусть x – количество чисел, которые делятся на 2 (четные),

y – количество чисел, которые делятся на 3, тогда:

число сочетаний выбрать три числа так, чтобы среди них было как минимум одно четное и хотя бы одно число, делящееся на 3:

$$C_x^2 * C_y^1 + C_x^1 * C_y^2 = 25$$

Распишем каждое число сочетаний согласно формуле:

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$\frac{x! * y!}{2(x-2)! * (y-1)!} + \frac{x! * y!}{2(x-1)! * (y-2)!} = 25$$

$$\frac{x! * y!}{2(x-2)! * (y-2)!} * \left(\frac{1}{y-1} + \frac{1}{x-1} \right) = 25$$

$$\frac{x * y}{2} * (x + y - 2) = 25$$

$$x * y * (x + y - 2) = 5 * 5 * 2$$

Методом подбора получаем $x = 2, y = 5$ или $x = 5, y = 2$.

Так как в задаче требуется найти количество чисел, написанных Васей, поэтому нужно:

$$x + y = 7$$

Ответ: 7 чисел написал Вася.